Desigualdad, Segregación y Formación de Coaliciones

Seminario Universidad del Rosario

Fernando Jaramillo

Universidad del Rosario

Introducción (1)

- Las interrelaciones entre la segregación social y la desigualdad han sido estudiadas por un gran número de autores (Fernández y Rogerson, 1996 y 1997; Bénabou 1996a y 1996b; Gravel y Thoron, 2007; Durlauf, 1996).
- La mayoría de estos estudios se han concentrado en demostrar la posibilidad de un equilibrio segregado, el cual se entiende como la formación de clubes consecutivos, ordenados de acuerdo a una variable que representa la posición social de los individuos.
- En la mayoría de los estudios esta variable es la riqueza de las personas o su capital humano.
- El problema general encontrado con este tipo de modelos es que no permiten estudiar como varía el grado de segregación de una sociedad al modificarse la distribución del ingreso.

Objetivo del artículo

- Otros modelos como Bénabou (1996a) y Glomm y Ravikumar (1992) presuponen una partición de los individuos integrada o segregada, y analizan las consecuencias económicas y distributivas de los diferentes tipos de partición.
- El objetivo del presente artículo es llenar el vacío de la literatura teórica acerca del efecto de la desigualdad económica sobre el grado de segregación social, mediante la construcción de un una metodología que pueda ser aplicada a varios tipos de modelos.
- Nuestro modelo no sólo permitirá identificar la forma en que la desigualdad afecta la segregación social, sino también la forma en que la segregación limita las posibilidades de redistribución al interior de las coaliciones.

Artículos más cercanos (1)

- Los artículos más cercanos al análisis desarrollado en el presente trabajo son:
  - Farrell y Scotchmer (1988), Alesina y Spolaore (1997), Bogomolnai, Lebreton et al. (2006), Jehiel y Scotchmer (1997), Jehiel y Scotchmer (2001).
- Sin embargo, noustros modelos difieren fundamentalmente de los de ellos, no sólo por su objetivo, sino también por el tipo de análisis realizado.
- En el caso de Farrell y Scotchmer (1988), se desarrolla el algoritmo de coincidencia en el orden de las coaliciones, pero no analiza el efecto de la desigualdad sobre el número y tamaño de las coaliciones.
- Jehiel y Scotchmer (1997), Jehiel y Scotchmer (2001) utilizan una metodología muy pertinenten para el análisis que nos interesa, ya que esta permite caracterizar la partición de equilibrio.
- No obstante, estos autores no introducen heterogeneidad en la distribución del ingreso, la función de utilidad es muy poco realista (lineal), otras limitaciones

Artículos más cercanos (2)

- Alesina y Spolaore (1997) y Bogomolnai, LeBreton et al. emplean un modelo de costos compartidos (cost sharing) en el que hay heterogeneidad en la preferencia de los agentes.
- Aunque ellos analizan los determinantes del número de coaliciones y tamaño de las mismas, no introducen heterogeneidad en la riqueza de los agentes, ni tampoco estudian el efecto de cambios en el grado de heterogeneidad de los agentes sobre las particiones de equilibrio.

Modelo General (1)

La distribución de las dotaciones está definida de acuerdo a la especificación de Jaramillo, Moizeau y Kempf (2003) :

$$\omega^j = f\left(j\right) \tag{1}$$

De manera equivalente, se puede definir la distribución de las dotaciones mediante la curva de Lorenz $\left(L\right)$

$$L\left(j\right) = F\left(j\right) = \int_0^j f\left(v\right) dv$$

$N = 1,\ F(1) = 1.$

Modelo General (2)

- La utilidad de una persona perteneciente a un club (s) se modeliza de la siguiente manera:

$$V^{j,s} = u^j \left(\omega^j - g^{j,s}, G^s \right) \tag{2}$$

$$\int_s g^{v,s} dv = \mathbb{C} \left(G^s, n^s \right) \tag{3}$$

  - en donde $V^{j,s}$ es la utilidad del agente $j \in (0, 1)$ cuando pertenece a la coalición s, $g^{j,s}$ es la contribución del agente j a la coalición s,
  - $\omega^j - g^{j,s}$ es es el consumo privado del agente j en el club s,
  - G^s es la cantidad de bien público local disponible en la coalición s,
  - $\mathbb{C} \left(G^s, n^s \right)$ es la función de costos del bien público local, n^s es el tamaño de la coalición.

Modelo General (3)

- Las funciones de utilidad u^j son cóncavas, y la de costos del bien publico cuasiconvexa.
- La derivada de la función de costos del bien público es positiva cuando existen costos de congestión.
- La función de utilidad es homothética
- La función de costos es

$$\mathbb{C}\left(G^s, n^s\right) = G^s c\left(n^s\right); \quad \frac{\partial c\left(n^s\right)}{\partial n^s} \geq 0; \quad \frac{\partial^2 c\left(n^s\right)}{\partial\left(n^s\right)^2} \geq 0,$$

en donde $c\left(n^s\right)$ es la función de costos de congestión.

Juegos cooperativos

- La mayoría de modelos que demuestran la existencia de un equilibrio con un núcleo formado por coaliciones consecutivas utilizan juegos de tipos cooperativos y superaditivos (Greenber y Weber, 1986; Demange, 1982 y 1994).
- En estos tipos de juegos se supone que la formación de coaliciones es independiente de las decisiones tomadas por los agentes al interior de las coaliciones.
- Este tipo de modelos tienen una gran debilidad: los autores que los utilizan demuestran la existencia de un equilibrio consecutivo, pero no pueden caracterizar el equilibrio de una manera más precisa,
- y en consecuencia no analizan el efecto de la desigualdad sobre el tamaño de las coaliciones.

Juegos hedónicos

- Con el fin de superar estas deficiencias nos interesaremos en juegos que pueda ser descritos en dos etapas:
    - una primera, en la que las coaliciones se forman, conociendo cuales van a ser las reglas de funcionamiento de las coaliciones;
    - una segunda en la que los individuos actúan al interior de la coalición de forma ya sea cooperativa, o no.
- para establecer la partición de equilibrio, es necesario encontrar la función de utilidad indirecta de los individuos del club, en función de:
    - las dotaciones iniciales, la tecnología y las reglas de funcionamiento interno de las coaliciones (e.g. cotización voluntaria, tasa de impuesto por mayoría, reglas de distribución, costos de congestión, problemas de coordinación, transferencias de utilidad, etc).
- Cuando se tiene el efecto de estas funciones de utilidad indirecta sobre la partición de equilibrio, se entra al campo de los juegos de tipo hedónicos.

Equilibrio con libre movilidad (1)

- En la presente sección se muestra una adaptación de la metodología desarrollada por Jehiel y Scotchmer (1997) para encontrar equilibrio con libre movilidad
- al conjunto de modelos de tipo hedónicos, en los que los agentes ordenan las coaliciones de manera diferente, pero cumplen con la hipótesis de preferencias intermedias.
- Este tipo de análisis se puede aplicar cuando las coaliciones se diferencian por dos variables.
  - Por ejemplo, el elector mediano y el tamaño de la coalición, la riqueza total y el elector mediano, etc.
- Se escogió como modelo prototipípico, uno en el cual el bien público se financia con una contribución igualitaria, y los agentes votan sobre la cantidad de bien público producido dentro de la coalición.

Equilibrio con libre movilidad (2)

- El concepto de equilibrio con libre movilidad se refiere a desviaciones individuales.
- Existe equilibrio con libre movilidad si ningún agente desea salir de la coalición a la que pertenece para permanecer sólo o entrar a alguna otra coalición existente.
- Sin embargo, dado que tenemos un continuo de agentes, y se quiere que cada agente tenga un efecto no nulo en la coalición hacia la coalición que emigra, se habla de desviaciones de un intervalo B,
- cuyo tamaño puede ser arbitrariamente pequeño (la variable b puede tomar valores muy pequeños).

Equilibrio con libre movilidad

Definición (Libre Movilidad): *Una partición* $\hat{\pi} = \{\hat{s}^1, \ldots, \hat{s}^m, \ldots \hat{s}^J\}$ *es un equilibrio con libre movilidad si para todo* $\hat{s}^m$ y $\hat{s}^{m'}$ *de la partición y para todo* $j \in \hat{s}^m$, $V^{j\hat{s}^m} \geq V^{j\hat{s}^{m'}}$; $\exists b > 0$ *tal que*

- *para cada par* $\hat{s}^m$ *y* $\hat{s}^{m'}$ *en la partición y para cada* intervalo $B \subset \hat{s}^m$ *con tamaño* $n^B < b$,
  $\exists k \epsilon B$ tal que $V^{k\left(\hat{s}^{m'} \cup B\right)} < V^{k(\hat{s}^m)}, V^{k(\hat{s}^m)} > V^k$,
- *en donde* $V^{j\hat{s}^m}$ *es la utilidad del agente* j *que pertenece a la coalición de equilibrio* $\hat{s}^m$,
- n^B*es el tamaño del intervalo* B,
- $V^{k\left(\hat{s}^{m'} \cup B\right)}$ *es la utilidad del agente* k *perteneciente al grupo formado por la unión entre* $\hat{s}^{m'}$ y B
- V^k *es la utilidad de un agente que forma un grupo formado por él sólo.*

Preferencias Intermedias

- **Definición (Preferencias Intermedias):**En la teoría de jusgos se dice que las preferencias son intermedias si es posible encontrar una variable, en nuestro caso ω^j, que permita ordenar los agentes de tal manera que
- si dos agentes con el índice$j$ y j' prefieren la coalición s a la s', entoces todos las agentes comprendidos entre los índices j y j' también la preferiran. Formalmente, en nuestro modelo

Modelo Prototipo

- En el caso de una contribución igualitaria (impuesto de suma fija), se pueden reemplazar las ecuaciones

$$g^{j,s} = g^{s}, \forall j \in s, \tag{4}$$

$$\int_{s} g^{v,s} dv = \mathbb{C}\left(G^{s}, n^{s}\right) = G^{s} c\left(n^{s}\right)$$

- en la función de utilidad indirecta

$$V^{j,s} = u^{j}\left(\omega^{j} - g^{j,s}, G^{s}\right)$$

(2) para encontrar

$$V^{j,s} = u\left(\omega^{j} - \frac{G^{s} c\left(n^{s}\right)}{n^{s}}, G^{s}\right), \tag{5}$$

Función de utilidad logarítmica

- Para caracterizar el equilibrio con libre movilidad se supondrá una función de utilidad logarítmica, y costos de congestión inexistentes $c\left(n^s\right) = 1$:

$$u\left(\omega^j - \frac{G^s}{n^s}, G^s\right) = \left[\omega^j - \frac{G^s}{n^s}\right]^\alpha \left[G^s\right]^{1-\alpha}, \qquad 0 < \alpha \leq 1/2 \quad (6)$$

- Para encontrar el nivel de gasto resultante de una elección democrática, se hace necesario encontrar el nivel de gasto preferido por el agente mediano.
- Es fácil verificar que dicho nivel de gasto es igual a

$$G^s = \left[1 - \alpha\right] \omega^{ms} n^s \quad (7)$$

Función de utilidad indirecta

- Reemplazando el gasto público seleccionado por el elector mediano en la función de utilidad
- se encuentra la función de utilida indirecta

$$u\left(\omega^j - \frac{G^s}{n^s}, G^s\right) = \left[1 - [1-\alpha]\frac{\omega^{ms}}{\omega^j}\right]^{\alpha}\left[(1-\alpha)\frac{\omega^{ms}}{\omega^j}n^s\right]^{1-\alpha}\omega^j \tag{8}$$

$$\overline{V}^{j,s} = V\left(\frac{\omega^{ms}}{\omega^j}, n^s\right) = \left[1 - [1-\alpha]\frac{\omega^{ms}}{\omega^j}\right]^{\alpha}\left[[1-\alpha]\frac{\omega^{ms}}{\omega^j}n^s\right]^{1-\alpha} \tag{9}$$

- Se supone que un agente que no pertenece a ninguna coalición tiene una utilidad a cero ($\overline{V}^j = 0$)

Existencia de preferencias intermedias

- Con esta función de utilidad es fácil demostrar que las preferencias son intermedias,

Definición *Preferencias Intermedias en juegos hedónicos: Se dice que existen preferencias intermedias en un juego hedónico si*

$$\begin{aligned} \exists j, j',\ j &\leq j' / \overline{V}^{j,s} \geq \overline{V}^{j,s'}, \quad \overline{V}^{j',s} \geq \overline{V}^{j',s'} \Rightarrow \\ \overline{V}^{\hat{\jmath},s} &\geq \overline{V}^{\hat{\jmath},s'},\ \forall \hat{\jmath},\ \ j \leq \hat{\jmath} \leq j' \end{aligned} \tag{10}$$

Proposición 4 *Los agentes tienen preferencias intermedias en los juegos hedónicos cuya función de utilidad indirecta esta descrita por la ecuación* (9)

Equilibrio consecutivo

- Dado que nos interesa caracterizar la partición de equilibrio, las demostraciones de la presente sección se concentraran en encontrar condiciones necesarias para poder identificar el efecto de la desigualdad sobre la partición de equilibrio.
- En primer lugar, se puede demostrar que la partición de equilibrio es consecutiva puesto que las preferencias son intermedias.
- Para hacerlo, se considera cualquier partición $\hat{\pi}$ de equilibrio no consecutiva, y se demuestra que esta no cumple con los requisitos de una partición de equilibrio, llegándose a una contradicción.
- **Proposición 5** Equilibrio consecutivo: *Dado que en el modelo existen preferencias intermedias, el equilibrio es consecutivo*■

Consecutividad y segregación

- La consecutividad en nuestro modelo se puede interpretar económicamente como segregación económica.
- Los agentes más pobres tienden a formar coaliciones entre ellos, y los mismo sucede con los agentes más ricos.
- Como no sólo queremos deducir la existencia de segregación económica, se procederá a analizar el efecto de la distribución de la riqueza sobre la partición de equilibrio.

Función de distribución (1)

- Para esto se supondrá una distribución de la riqueza explicada por la siguiente función:

$$\omega^j = D\left(\theta^j\right)^{\beta}, \qquad\qquad 0 \leq \beta \leq 1$$

  en donde θ^j es el índice del agente, el cual se distribuye de manera uniforme entre

$$\left(\theta^{\min}, \theta^{\max}\right).$$

- El parámetro D capta las unidades de medida del ingreso y su nivel promedio.

Función de distribución (1)

- En efecto, si el nivel promedio del ingreso de la sociedad es igual ω^T, entonces se puede escribir D en función de los índices $\theta^{\min}, \theta^{\max}, \omega^T$:

$$\omega^T = \int_{\theta^{\min}}^{\theta^{\max}} D\left(\theta^j\right)^{\beta} d\theta^j = D\frac{\left[\theta^{\max}\right]^{\beta+1} - \left[\theta^{\min}\right]^{\beta+1}}{1+\beta} \Rightarrow$$

$$D = \frac{[1+\beta]\,\omega^T}{\left[\theta^{\max}\right]^{\beta+1} - \left[\theta^{\min}\right]^{\beta+1}}$$

Curva de Lorenz

- Con estas ecuaciones se puede construir fácilmente la curva de Lorenz (L)

$$L^j = \frac{\left[z_j\left(\theta^{\max} - \theta^{\min}\right) + \theta^{\min}\right]^{\beta+1} - \left(\theta^{\min}\right)^{\beta+1}}{\left[\theta^{\max}\right]^{\beta+1} - \left[\theta^{\min}\right]^{\beta+1}}.$$

- donde z_j es el porcentaje de la población con un índice inferior a θ^j:

$$z_j = \frac{\theta^j - \theta^{\min}}{\theta^{\max} - \theta^{\min}}.$$

- y L^j el porcentaje del ingreso acumulado hasta un agente de indice j.
- La curva de Lorenz se desplaza hacia abajo cuando el parámetro β se incrementa.

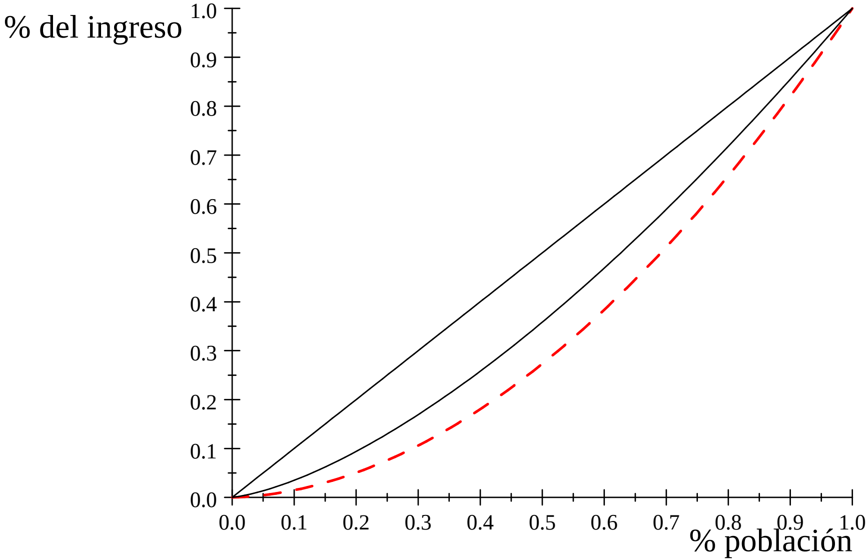


Figure: Curva de Lorenz y cambios en β

Ingreso del elector mediano

- Para poder describir la partición de equilibrio con la distribución del ingreso analizada, se calcula el ingreso del elector mediano de una coalición s_h.
- Dada la propiedad de consecutividad de la partición de equilibrio, dicha coalición es igual a un intervalo $\left(p_{h-1}, p_h\right)$,
- y el ingreso del elector mediano es igual a

$$\overline{\omega}^{mp_h} = D\left(\frac{p_{h-1}+p_h}{2}\right)^{\beta}, \tag{11}$$

- en donde p_h es el índice del agente más rico de la coalición h y $\overline{\omega}^{mp_h}$ es la riqueza del elector mediano de dicha coalición.

Tamaño de la coalición y función de utilidad indirecta

- El tamaño de la coalición (n_h) es

$$n_h = p_h - p_{h-1} \tag{12}$$

en donde p_h representa el individuo pivote de cada una de las coaliciones de la partición de equilibrio, $h = \{1, 2 \ldots, J\}$, donde J es el número total de clubes.

- Reemplazando las ecuaciones (12) y (11) en la función de utilidad indirecta (9) se obtiene

$$\overline{V}^{j,s_h} = \left[1 - [1-\alpha]\left[\frac{p_{h-1}+p_h}{2p_h}\right]^{\beta}\right]^{\alpha}\left[[1-\alpha]\left[\frac{p_{h-1}+p_h}{2p_h}\right]^{\beta}\right]^{1-\alpha} [p_h - p_{h-1}]^{1-\alpha} \tag{13}$$

Caracterización de la partición de equilibrio

- Sabiendo que la partición de equilibrio es consecutiva, deducimos

Proposición 6: *Si existe una partición de equilibrio* $\hat{\pi} = \{\hat{s}^1, \ldots, \hat{s}^h, \ldots \hat{s}^J\}$ esta *puede ser descrita por una secuencia de agentes pivotes* $\{p_1, \ldots, p_h, \ldots p_J\}$, *en donde* $\hat{s}^h = (p_{h-1}, p_h)$, *y* p_j *verifican las siguientes propiedades*:

a)

$$p_0 = \theta^{\min}; \qquad p_J = \theta^{\max}$$
$$\overline{V}^{p_h, s_{h+1}} - \overline{V}^{p_h, s_h} = 0 \Longleftrightarrow \tag{14a}$$
$$H(p_{h-1}, p_h, p_{h+1}) = \ln \overline{V}^{p_h, s_{h+1}} - \ln \overline{V}^{p_h, s_h} = 0$$

b)

$$\overline{V}^{p_h, s_{h+1}} > 0; \qquad \overline{V}^{p_h, s_h} > 0$$

c)

$$\frac{\partial H(p_{h-1}, p_h, p_{h+1})}{\partial p_h} > 0$$

Definición de H

- En donde la función $H\left(p_{h-1}, p_h, p_{h+1}\right)$ está definida por:

$$
\begin{aligned}
& H\left(p_{h-1}, p_h, p_{h+1}\right) = \\
& \ln\left[1-[1-\alpha]\left[\frac{p_h+p_{h+1}}{2p_h}\right]^{\beta}\right]+\ln\left[\frac{p_h+p_{h+1}}{2p_h}\right]^{(1-\alpha)\beta} \\
& +\ln\left[p_{h+1}-p_h\right]^{1-\alpha}-\ln\left[1-[1-\alpha]\left[\frac{p_{h-1}+p_h}{2p_h}\right]^{\beta}\right]^{\alpha} \\
& -\ln\left[\frac{p_{h-1}+p_h}{2p_h}\right]^{\beta(1-\alpha)}-\ln\left[p_h-p_{h-1}\right]^{1-\alpha} \qquad (15)
\end{aligned}
$$

Interpretación de la proposición 6

- La condición a) indica que si el agente más rico de la coalición no es indiferente entre las dos coaliciones adyacentes
- existira un grupo de personas muy próximas a este que migraran hacia la coalición que les procure mayor bienestar.
- La condición b) indica que si la utilidad de un agente en la coalición no es positiva, este puede permanecer sólo.
- La condición c) aplica el principio de la estabilidad, el cual implica que si un intervalo pequeño de agentes migra hacia la nueva coalición, su ingreso no aumente.

Transformación de ecuación de equilibrio

Definiendo $\gamma_{h+1} = p_{h+1}/p_h, \qquad \gamma_h = p_h/p_{h-1},$

$$H\left(p_{h-1}, p_h, p_{h+1}\right) = V^a\left(\gamma_{h+1}\right) - V^b\left(\gamma_h\right) = 0 \tag{16}$$

$$\begin{aligned} V^a\left(\gamma_{h+1}\right) &= \ln\left\{\left[1-[1-\alpha]\left[\frac{1+\gamma_{h+1}}{2}\right]^{\beta}\right]^{\alpha}\right. \\ &\qquad \left.\left(\left[\frac{1+\gamma_{h+1}}{2}\right]^{\beta}\left[\gamma_{h+1}-1\right]\right)^{1-\alpha}\right\}, \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} V^b\left(\gamma_h\right) &= \ln\left\{\left[1-[1-\alpha]\left[\frac{1+\frac{1}{\gamma_h}}{2}\right]^{\beta}\right]^{\alpha}\right. \\ &\qquad \left.\left[\left(\frac{1+\frac{1}{\gamma_h}}{2}\right)^{\beta}\left[1-\frac{1}{\gamma_h}\right]^{1-\alpha}\right]^{1-\alpha}\right\}, \end{aligned} \tag{18}$$

Tamaño máximo de una coalición

La función $V^a\left(\frac{p_{h+1}}{p_h}\right)$ está definida si el consumo es positivo. Es decir

$$1 - [1-\alpha]\left[\frac{1+\gamma_{h+1}}{2}\right]^{\beta} > 0 \Leftrightarrow$$

$$\gamma_{h+1} < \gamma_{h+1}^{Q} = 2\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^{\frac{1}{\beta}} - 1 \Leftrightarrow$$

$$n_{h+1}^{Q} = p_{h+1} - p_h = \left[\gamma_{h+1}^{Q} - 1\right] p_h \Rightarrow$$

Proposición 7: *Existe un tamaño máximo de una coalición para pertenecer a una partición de equilibrio. El valor crítico del tamaño de la coalición es una función creciente de la riqueza del agente pivote, y disminuye con el grado de desigualdad (β)*

Relación entre dos coaliciones adyacentes

Definamos

$$\vartheta_{h+1} \equiv \frac{p_{h+1}}{p_{h-1}} = \gamma_{h+1}\gamma_h.$$

Tomemos ϑ_{h+1} como dado y grafiquemos

$$H\left(p_{h-1}, p_h, p_{h+1}\right) = V^a\left(\frac{p_{h+1}}{p_h}\right) - V^b\left(\frac{p_h}{p_{h-1}}\right) \Leftrightarrow$$

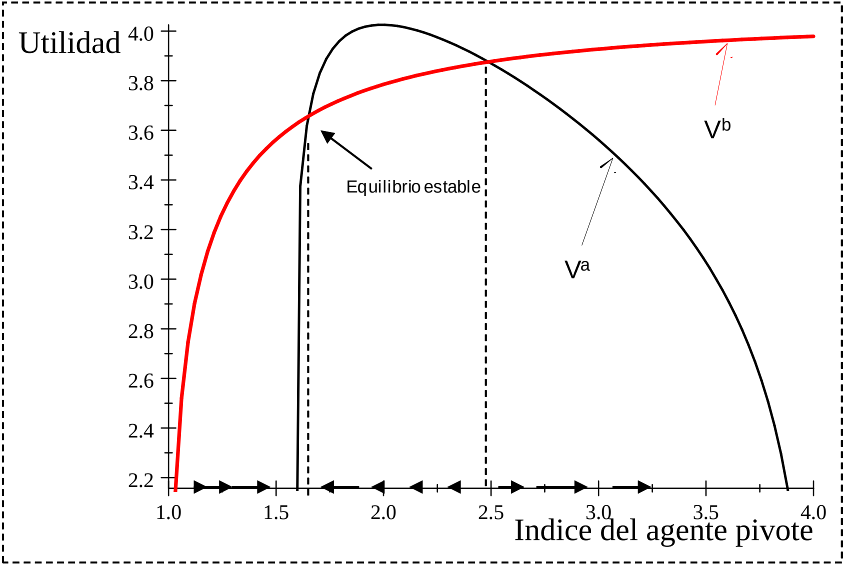
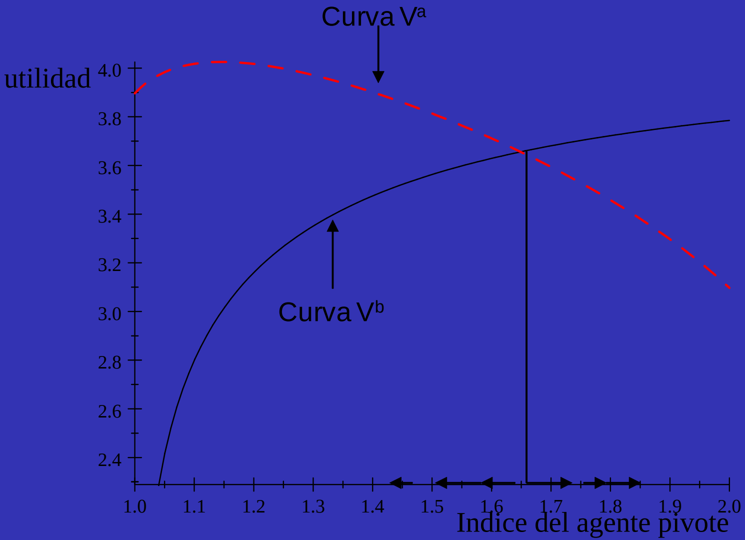


Figure: P_h de equilibrio

Imposibilidad de equilibrio estable

- Cuando la razón entre el índice p_{h+1} y p_{h-1} es pequeña $\vartheta_{h+1} < \gamma_{h+1}^{Q}$,
- la función V^{a} está definida en $p_h = p_{h-1} \Rightarrow \gamma_{h+1} = \vartheta_{h+1} < \gamma_{h+1}^{Q}$
- y la utilidad en dicho punto es finita
- Por lo tanto, hay un sólo corte de equilibrio, el cual es inestable.
- Desaparece uno de las dos coaliciones


Curva V^a
utilidad
4.0
3.8
3.6
3.4
3.2
3.0
2.8
2.6
2.4
Curva V^b
1.0
1.1
1.2
1.3
1.4
1.5
1.6
1.7
1.8
1.9
2.0
Indice del agente pivote

Proposición 8: *La partición de equilibrio es igual a la gran coalición* $\hat{\pi} = \left(\theta^{\text{min}}, \theta^{\text{max}}\right)$ *cuando*

$$\frac{\theta^{\text{max}}}{\theta^{\text{min}}} \leq \gamma^{Q} = 2\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^{\frac{1}{\beta}} - 1,$$

- una sociedad no segmentada requiere de un alto grado de igualdad entre los agentes.
- En el caso contrario $\frac{\theta^{\text{max}}}{\theta^{\text{min}}} \geq \gamma^{Q}$, podría existir más de una coalición en la partición de equilibrio.

Algoritmo para caracterizar el equilibrio

Anteriormente mostramos que el equilibrio está descrito por la siguiente igualdad

$$H\left(p_{h-1}, p_h, p_{h+1}\right) = V^a\left(\frac{p_{h+1}}{p_h}\right) - V^b\left(\frac{p_h}{p_{h-1}}\right) = 0$$

Es claro que esta ecuación permite escribir, implicitamente, la razón $\gamma_{h+1} = \frac{p_{h+1}}{p_h}$ en función de la del periodo anterior

$$H\left(p_{h-1}, p_h, p_{h+1}\right) = 0 \Leftrightarrow V^a\left(\gamma_{h+1}\right) = V^b\left(\gamma_h\right) \Rightarrow$$

$$\gamma_{h+1} = \left(V^a\right)^{-1}\left(V^b\left(\gamma_h\right)\right) = g\left(\gamma_h\right),$$

Secuencia de agentes pivotes de equilibrio

Matemáticamente la secuencia de valores de γ_h está definida por la siguiente función compuesta $g^k(\gamma_h)$:

$$
\begin{aligned}
\gamma_2 &= g(\gamma_1) \\
\gamma_3 &= g^2(\gamma_1) = g \circ g(\gamma) = g(g(\gamma)); \\
\gamma_4 &= g^3(\gamma_1) = g \circ g^2(\gamma_1) \\
&\vdots \\
\gamma_{k+1} &= g^k(\gamma_1) = g \circ g^{k-1}(\gamma_1)
\end{aligned}
$$

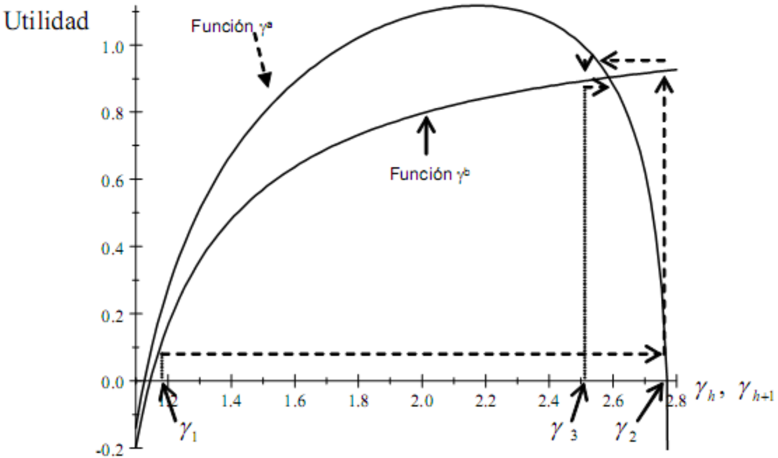


Figura 9: Secuencia de γ de equilibrio

Partición de equilibrio

Si tomamos las primeras k coaliciones, la razón entre el índice del agente pivote de la coalición k y el índice del agente más pobre de la sociedad es igual a

$$\frac{p_k}{\theta^{\min}} = \frac{p_k}{p_0} = \gamma_1 \prod_{h=2}^{k} \gamma_h = \gamma_1 \prod_{h=2}^{k-1} g^k\left(\gamma_1\right).$$

Proposición 9 *a) La secuencia de γ_h en una partición de equilibrio fluctúa alrededor de un nivel estacionario γ^*. Los valores de γ_h se alternan entre niveles superiores e inferiores a γ^*.* b) Para cada relación $\frac{\theta^{\max}}{\theta^{\min}}$, y nivel de desigualdad β, existe un γ_1 que genera una secuencia de γ_h tal que

$$\frac{\theta^{\max}}{\theta^{\min}} = \frac{p_J}{\theta^{\min}} = \gamma_1 \prod_{h=1}^{J-1} \gamma_h = \gamma_1 \prod_{h=2}^{J-1} g^h\left(\gamma_1\right)$$

c) El número total de coaliciones J se determina endogenamente en el modelo.■

Efecto de la desigualdad sobre el tamaño de las coaliciones

Proposición 11 *Un incremento en el grado de desigualdad medido por el parámetro* β tiene los siguientes efectos: a) la relación entre las razones γ_{h+1} y γ_h disminuye, lo cual implica que el tamaño de los clubes se homogeniza y b) el número de coaliciones es mayor o igual al inicial.