

# Una recomendación para cuantificar el riesgo operativo en entidades financieras en Colombia

Andrés Mora\*

\*Profesor investigador del CESA

Seminario de Economía número 22. Banco de la República.  
Junio 24 de 2009

# Outline

- 1 Motivación
- 2 Marco Conceptual
  - Enfoque Böcker y Klüppelberg (BK)
  - Método MLE para ERM y estimador de Weissman (MLE-W)
- 3 Simulaciones
- 4 Caso Colombiano
- 5 Conclusión

## Introducción

- La Superfinanciera exige que la Unidad de Riesgo Operativo de las entidades deben desarrollar los modelos de **medición del riesgo operativo**.
- Riesgo operativo se define como la posibilidad de incurrir en **pérdidas** por deficiencias, fallas o inadecuaciones, en el recurso humano, los procesos, la tecnología, la infraestructura o por la ocurrencia de acontecimientos externos.
- El Comité de Basilea propone tres enfoques para calcular los requerimientos de capital por riesgo operativo que son:
  1. Enfoque de indicador básico (Basic Indicator Approach, BIA)
  2. Enfoque estándar (Standardised Approach, SA)
  3. Enfoque de medición avanzada (Advanced Measurement Approach, AMA)

## Introducción

- La Superfinanciera exige que la Unidad de Riesgo Operativo de las entidades deben desarrollar los modelos de **medición del riesgo operativo**.
- Riesgo operativo se define como la posibilidad de incurrir en **pérdidas** por deficiencias, fallas o inadecuaciones, en el recurso humano, los procesos, la tecnología, la infraestructura o por la ocurrencia de acontecimientos externos.
- El Comité de Basilea propone tres enfoques para calcular los requerimientos de capital por riesgo operativo que son:
  1. Enfoque de indicador básico (Basic Indicator Approach, BIA)
  2. Enfoque estándar (Standardised Approach, SA)
  3. Enfoque de medición avanzada (Advanced Measurement Approach, AMA)

## Introducción

- La Superfinanciera exige que la Unidad de Riesgo Operativo de las entidades deben desarrollar los modelos de **medición del riesgo operativo**.
- Riesgo operativo se define como la posibilidad de incurrir en **pérdidas** por deficiencias, fallas o inadecuaciones, en el recurso humano, los procesos, la tecnología, la infraestructura o por la ocurrencia de acontecimientos externos.
- El Comité de Basilea propone tres enfoques para calcular los requerimientos de capital por riesgo operativo que son:
  1. Enfoque de indicador básico (Basic Indicator Approach, BIA)
  2. Enfoque estándar (Standardised Approach, SA)
  3. Enfoque de medición avanzada (Advanced Measurement Approach, AMA)

## Introducción (2)

- Estaremos interesados en calcular medidas de riesgo para estimar capital regulatorio que está basado en VaR al 99.9% para un periodo de un año mediante modelos LDA.

## Introducción (2)

- Estaremos interesados en calcular medidas de riesgo para estimar capital regulatorio que está basado en **VaR al 99.9%** para un periodo de un año mediante modelos **LDA**.

## Idea del Proyecto.

- Presentar dos enfoques para cuantificar riesgo operativo en entidades financieras.
- Comparar mediante simulaciones estimaciones de OpVaR de los dos enfoques.
- *Es posible implementar modelos de medición avanzada en entidades financieras colombianas?*

## Idea del Proyecto.

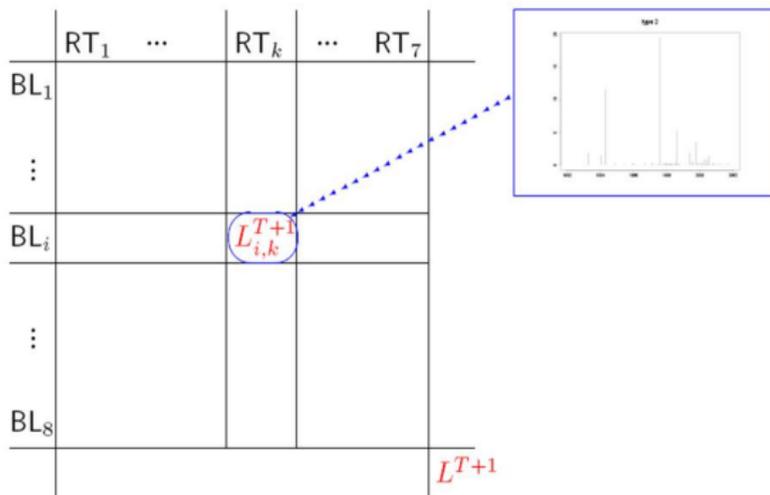
- Presentar dos enfoques para cuantificar riesgo operativo en entidades financieras.
- Comparar mediante simulaciones estimaciones de OpVaR de los dos enfoques.
- *Es posible implementar modelos de medición avanzada en entidades financieras colombianas?*

## Idea del Proyecto.

- Presentar dos enfoques para cuantificar riesgo operativo en entidades financieras.
- Comparar mediante simulaciones estimaciones de OpVaR de los dos enfoques.
- *Es posible implementar modelos de medición avanzada en entidades financieras colombianas?*

# Representación gráfica del problema.

## Loss Distribution Approach (LDA)



Fuente: Embrechts y Nešlehová (2006)

## Estudios Previos.

- Allen y Bali (2004) representan un modelo de RO mediante un modelo de mínimos cuadrados. El residuo de este modelo representa el RO. Las IF tienen **considerables** niveles de exposición de RO residual que no habían sido gestionados.
- de Fontnouvelle et al. (2006) aplica POT para estimar los parámetros y cuantiles de las distribuciones de las severidades. Encuentran que el capital para soportar RO **excederá** el capital para riesgo de mercado.
- de Fontnouvelle et al. (2004) encuentran que los datos de pérdida para la mayoría de las LO y tipos de pérdida pueden ser bien modelados mediante distribuciones con cola de Pareto. Los resultados encontrados son **consistentes** con el capital económico reveladas por algunos bancos de gran escala.

## Estudios Previos.

- Allen y Bali (2004) representan un modelo de RO mediante un modelo de mínimos cuadrados. El residuo de este modelo representa el RO. Las IF tienen **considerables** niveles de exposición de RO residual que no habían sido gestionados.
- de Fontnouvelle et al. (2006) aplica POT para estimar los parámetros y cuantiles de las distribuciones de las severidades. Encuentran que el capital para soportar RO **excederá** el capital para riesgo de mercado.
- de Fontnouvelle et al. (2004) encuentran que los datos de pérdida para la mayoría de las LO y tipos de pérdida pueden ser bien modelados mediante distribuciones con cola de Pareto. Los resultados encontrados son **consistentes** con el capital económico reveladas por algunos bancos de gran escala.

## Estudios Previos.

- Allen y Bali (2004) representan un modelo de RO mediante un modelo de mínimos cuadrados. El residuo de este modelo representa el RO. Las IF tienen **considerables** niveles de exposición de RO residual que no habían sido gestionados.
- de Fontnouvelle et al. (2006) aplica POT para estimar los parámetros y cuantiles de las distribuciones de las severidades. Encuentran que el capital para soportar RO **excederá** el capital para riesgo de mercado.
- de Fontnouvelle et al. (2004) encuentran que los datos de pérdida para la mayoría de las LO y tipos de pérdida pueden ser bien modelados mediante distribuciones con cola de Pareto. Los resultados encontrados son **consistentes** con el capital económico reveladas por algunos bancos de gran escala.

## Estudios Previos (2).

- Moscadelli (2005) encuentra que EVT se desempeña bien para estimar las distribuciones de severidades. Estimación IVE de las distribuciones de severidades para tres líneas operativas es significativamente mayor que 1 → Modelos de media infinita!! [Nešlehová et al. (2006)].
- Wei (2006) utilizó un enfoque Bayesiano para estimar la distribución de frecuencias y concluye que “la principal fuerza del requerimiento de capital es la cola de la distribución y el tamaño de un banco”.

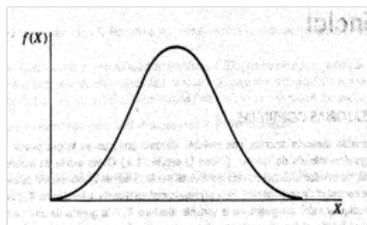
## Estudios Previos (2).

- Moscadelli (2005) encuentra que EVT se desempeña bien para estimar las distribuciones de severidades. Estimación IVE de las distribuciones de severidades para tres líneas operativas es significativamente mayor que 1 → Modelos de media infinita!! [Nešlehová et al. (2006)].
- Wei (2006) utilizó un enfoque Bayesiano para estimar la distribución de frecuencias y concluye que “la principal fuerza del requerimiento de capital es la cola de la distribución y el tamaño de un banco”.

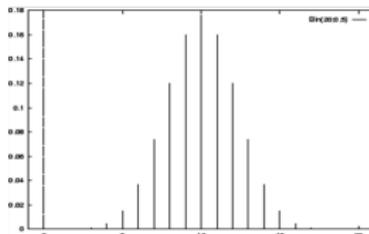
## Modelos LDA.

- 1 Las **severidades**  $X_k$  son va iid positivas. Describen la magnitud de pérdida (por lo general se asume una distribución continua).
- 2 El **número de eventos** de pérdida  $N(t)$  es aleatorio. Se asume una distribución discreta.
- 3 El proceso de severidad y de frecuencia se asumen ser **independientes**.
- 4 La **pérdida agregada** es igual a  $S(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i$ .

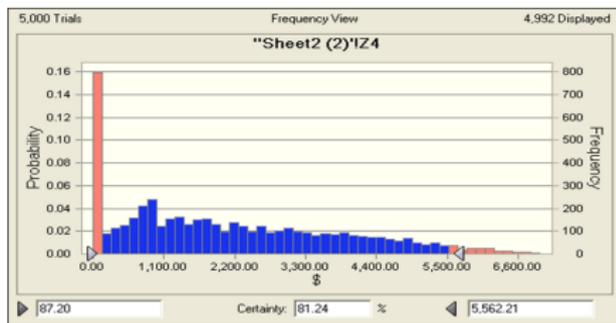
## Modelos LDA (2).



Modelo de Severidad



Modelo de Frecuencia



## El problema.

- La distribución de pérdida agregada está dada por:  
$$G_t(x) = \Pr(S_t \leq x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_t(n) F^{n*}(x)$$
- Posibles *aproximaciones*: recursión de Panjer, simulación MC, FFT.
- Resultado (Teorema 1.3.9 EKM[97]):

$$\overline{G}_t(x) \sim E(N(t)) \overline{F}(x), \quad x \rightarrow \infty$$

para severidades **subexponenciales**.

## El problema.

- La distribución de pérdida agregada está dada por:  
$$G_t(x) = \Pr(S_t \leq x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_t(n) F^{n*}(x)$$
- Posibles *aproximaciones*: recursión de Panjer, simulación MC, FFT.
- Resultado (Teorema 1.3.9 EKM[97]):

$$\overline{G}_t(x) \sim E(N(t)) \overline{F}(x), \quad x \rightarrow \infty$$

para severidades **subexponenciales**.

## El problema.

- La distribución de pérdida agregada está dada por:  
$$G_t(x) = \Pr(S_t \leq x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_t(n) F^{n*}(x)$$
- Posibles *aproximaciones*: recursión de Panjer, simulación MC, FFT.
- Resultado (Teorema 1.3.9 EKM[97]):

$$\overline{G}_t(x) \sim E(N(t)) \overline{F}(x), \quad x \rightarrow \infty$$

para severidades **subexponenciales**.

## Severidades Subexponenciales.

Nombre	Función de distribución	Parámetros
Lognormal	$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)$	$\mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0$
Weibull	$F(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{-\tau}\right)$	$\theta > 0, 0 < \tau < 1$
Pareto	$F(x) = 1 - \left(1 + \frac{x}{\theta}\right)^{-\xi}$	$\xi, \theta > 0$

Otras: Burr, Benktander I y II y loggamma.

# Outline

- 1 Motivación
- 2 Marco Conceptual
  - Enfoque Böcker y Klüppelberg (BK)
  - Método MLE para ERM y estimador de Weissman (MLE-W)
- 3 Simulaciones
- 4 Caso Colombiano
- 5 Conclusión

## Böcker y Klüppelberg (BK).

$$\text{VaR}_t(\alpha) = F^{\leftarrow} \left( 1 - \frac{1-\alpha}{E(N(t))} (1 + o(1)) \right), \quad \alpha \rightarrow 1$$

Función	$\text{VaR}_t(\alpha)$
Lognormal	$\exp \left[ \mu - \sigma \Phi^{-1} \left( \frac{1-\alpha}{E(N(t))} \right) \right]$
Weibull	$\theta \left[ \ln \left( \frac{E(N(t))}{1-\alpha} \right) \right]^{1/\tau}$
Pareto	$\theta \left[ \left( \frac{E(N(t))}{1-\alpha} \right)^\xi - 1 \right]$

Tabla 3. Aproximación de primer orden del  $\text{VaR}_t(\alpha)$  cuando  $\alpha \rightarrow 1$  para la distribución de pérdida agregada con distribuciones de severidad más comunes. Si se asume que la distribución de frecuencias sigue un proceso homogéneo de Poisson  $E(N(t)) = \lambda t$ , y si es binomial negativa,  $E(N(t)) = \gamma t / \beta$ .

Asumiendo que [1] se cumple y  $F$  subexponencial.

# Outline

- 1 Motivación
- 2 Marco Conceptual
  - Enfoque Böcker y Klüppelberg (BK)
  - Método MLE para ERM y estimador de Weissman (MLE-W)
- 3 Simulaciones
- 4 Caso Colombiano
- 5 Conclusión

# Método MLE para ERM y estimador de Weissman (MLE-W).

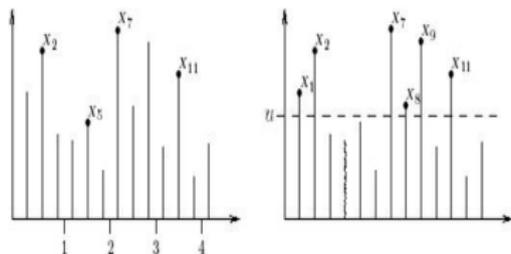
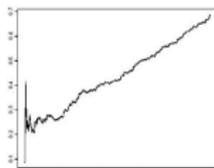


Fig. 1. Block-maxima (left panel) and excesses over a threshold  $u$  (right panel).

- El talón de aquiles de EVT es el trade-off entre sesgo y varianza en la estimación de los parámetros de las distribuciones, en especial el índice de valor extremo, [IVE](#).



## Método basado en EVT.

Beirlant et al. (1999) introducen un modelo con el fin de reducir el sesgo que se presenta en la estimación del IVE en el gráfico de Hill:

- Se minimiza el error cuadrático medio asintótico del estimador de Hill dado por:

$$AMSE \left( \hat{\xi}_{k,n}^{(H)} \right) = \frac{\xi_k^2}{k} + \left( \frac{b_{n,k}}{1-\rho} \right)^2$$

- Se estiman  $\xi$ ,  $\rho$  y  $b$  mediante máxima verosimilitud usando el método propuesto por Beirlant et al. (1999). Se selecciona  $k$  (umbral para POT) que minimiza el  $AMSE$  y por consiguiente el IVE.
- Al obtener un estimado de IVE, se utiliza el estimador de Weissman para calcular el cuantil de la distribución.

## Método basado en EVT.

Beirlant et al. (1999) introducen un modelo con el fin de reducir el sesgo que se presenta en la estimación del IVE en el gráfico de Hill:

- Se minimiza el error cuadrático medio asintótico del estimador de Hill dado por:

$$AMSE \left( \hat{\xi}_{k,n}^{(H)} \right) = \frac{\xi_k^2}{k} + \left( \frac{b_{n,k}}{1-\rho} \right)^2$$

- Se estiman  $\xi$ ,  $\rho$  y  $b$  mediante máxima verosimilitud usando el método propuesto por Beirlant et al. (1999). Se selecciona  $k$  (umbral para POT) que minimiza el  $AMSE$  y por consiguiente el IVE.
- Al obtener un estimado de IVE, se utiliza el estimador de Weissman para calcular el cuantil de la distribución.

## Método basado en EVT.

Beirlant et al. (1999) introducen un modelo con el fin de reducir el sesgo que se presenta en la estimación del IVE en el gráfico de Hill:

- Se minimiza el error cuadrático medio asintótico del estimador de Hill dado por:

$$AMSE \left( \hat{\xi}_{k,n}^{(H)} \right) = \frac{\xi_k^2}{k} + \left( \frac{b_{n,k}}{1-\rho} \right)^2$$

- Se estiman  $\xi$ ,  $\rho$  y  $b$  mediante máxima verosimilitud usando el método propuesto por Beirlant et al. (1999). Se selecciona  $k$  (umbral para POT) que minimiza el  $AMSE$  y por consiguiente el IVE.
- Al obtener un estimado de IVE, se utiliza el estimador de Weissman para calcular el cuantil de la distribución.

## Simulaciones (1).

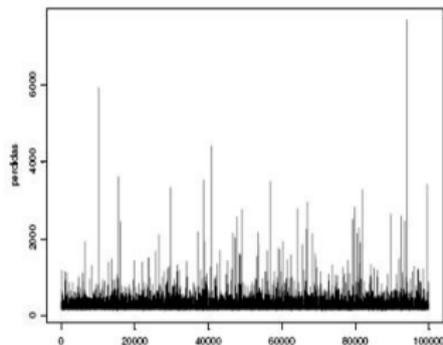


Figura 1. Simulación de 100,000 datos de un modelo Pareto-Poisson LDA (CPoi(100,Pa(1,1/1.7))).

Método	99,8%	99,85%	99,9%	99,95%
Método BK	581	688	873	1,313
Método MLE-W	813	922	1,101	1,491
Cuantil empírico	824	923	1,091	1,470

## Simulaciones (2).

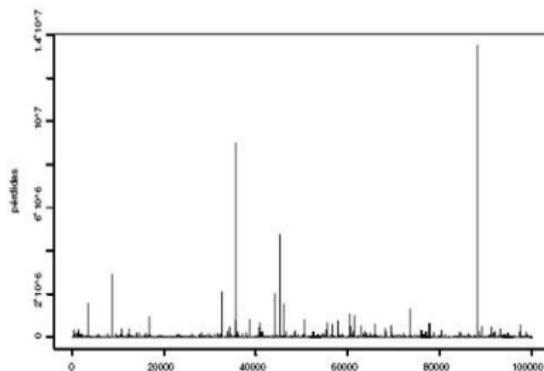


Figura 2. Simulación de 100,000 datos de un modelo Pareto-Poisson LDA (CPoi(100,Pa(1,1))).

Método	99.8%	99.85%	99.9%	99.95%
Método BK	50,000	66,667	100,000	200,000
Método MLE-W	58,150	77,533	116,299	232,596
Cuantil empírico	57,275	77,952	127,127	239,002

## Simulaciones (3).

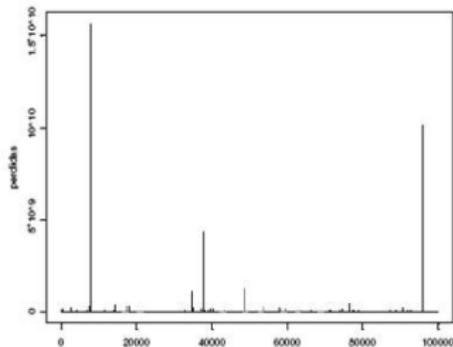


Figura 3. Simulación de 100,000 datos de un modelo Pareto-Poisson LDA (CPoi(100,Pa(1,1/0.7))).

Método (*000)	99.8%	99.85%	99.9%	99.95%
Método BK	5,162	7,786	13,895	37,402
Método MLE-W	4,931	7,338	12,851	33,496
Cuantil empírico	5,255	8,408	14,868	36,977

# Caso Colombiano.

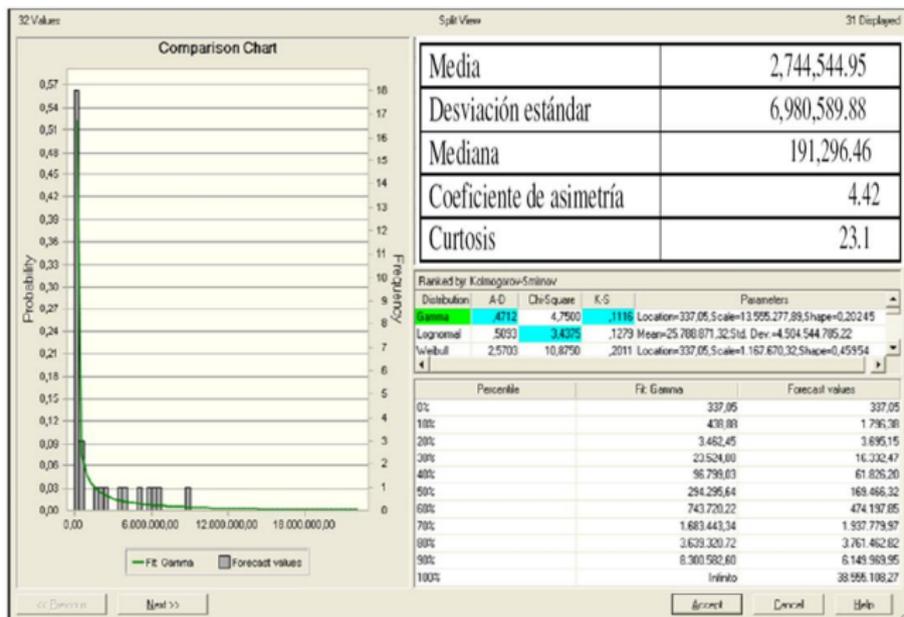
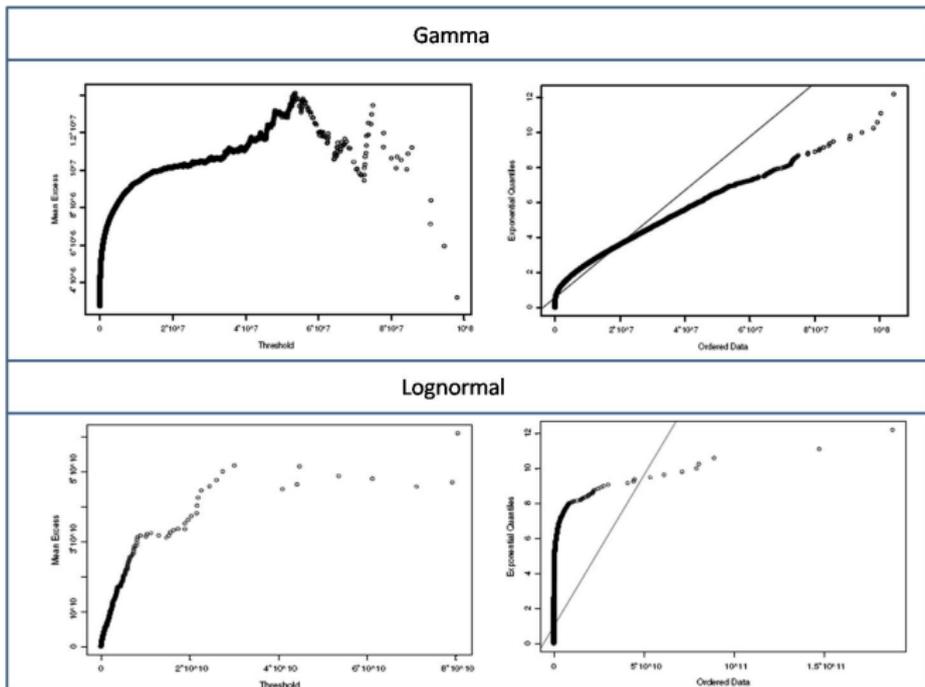


Figura 8. Ajuste de las pérdidas por siniestro de riesgo operativo en las entidades financieras colombianas. De las 32 entidades, 15 corresponden a bancos, 1 corporación financiera, 9 compañías de financiamiento comercial, 1 organismo cooperativo de grado superior, 2 bancos de segundo piso y 4 cooperativas financieras.

## Caso Colombiano (2).



## Resultados.

Método	$\xi$ estimado	$x_{99.9\%}$ estimado (MM)
MLE - W	0.947	3,189,988

- En otras palabras, existe una probabilidad del 0.1% de que las pérdidas por RO en las entidades financieras sea mayor a COP 3.2 billones.
- Este nivel de capital se considera “razonable” en el sentido de Dutta y Perry (2006), si la razón de capital / total de activos está por debajo de 3%.
- En este caso la razón es de 1.7%.

## Conclusión.

- Sí es posible implementar modelos AMA en Colombia. El enfoque BK es simple de implementar y funciona bien.
- El enfoque BK se desempeña mejor que el enfoque MLE-W para distribuciones de pérdida con colas extremadamente largas (o pesadas).
- Tanto BK como MLE-W ayudan a solucionar el problema de no-subaditividad del VaR en modelos de media infinita (encontrado por otros autores también).
- Se aplicó solo el enfoque MLE-W al caso colombiano por falta de datos y se encontró que el VaR al 99.9% es de COP 3.2 billones el cual se considera “razonable”.

## Conclusión.

- Sí es posible implementar modelos AMA en Colombia. El enfoque BK es simple de implementar y funciona bien.
- El enfoque BK se desempeña mejor que el enfoque MLE-W para distribuciones de pérdida con colas extremadamente largas (o pesadas).
- Tanto BK como MLE-W ayudan a solucionar el problema de no-subaditividad del VaR en modelos de media infinita (encontrado por otros autores también).
- Se aplicó solo el enfoque MLE-W al caso colombiano por falta de datos y se encontró que el VaR al 99.9% es de COP 3.2 billones el cual se considera “razonable”.

## Conclusión.

- Sí es posible implementar modelos AMA en Colombia. El enfoque BK es simple de implementar y funciona bien.
- El enfoque BK se desempeña mejor que el enfoque MLE-W para distribuciones de pérdida con colas extremadamente largas (o pesadas).
- Tanto BK como MLE-W ayudan a solucionar el problema de no-subaditividad del VaR en modelos de media infinita (encontrado por otros autores también).
- Se aplicó solo el enfoque MLE-W al caso colombiano por falta de datos y se encontró que el VaR al 99.9% es de COP 3.2 billones el cual se considera “razonable”.

## Conclusión.

- Sí es posible implementar modelos AMA en Colombia. El enfoque BK es simple de implementar y funciona bien.
- El enfoque BK se desempeña mejor que el enfoque MLE-W para distribuciones de pérdida con colas extremadamente largas (o pesadas).
- Tanto BK como MLE-W ayudan a solucionar el problema de no-subaditividad del VaR en modelos de media infinita (encontrado por otros autores también).
- Se aplicó solo el enfoque MLE-W al caso colombiano por falta de datos y se encontró que el VaR al 99.9% es de COP 3.2 billones el cual se considera “razonable”.

## Investigación Futura.

- Böcker y Sprittulla presentan un refinamiento al enfoque BK.
- Otros modelos como la distribución *g-and-h*.
- Problema de agregación! para hallar la pérdida total  $L^{T+1}$ .

## Investigación Futura.

- Böcker y Sprittulla presentan un refinamiento al enfoque BK.
- Otros modelos como la distribución **g-and-h**.
- Problema de agregación! para hallar la pérdida total  $L^{T+1}$ .

## Investigación Futura.

- Böcker y Sprittulla presentan un refinamiento al enfoque BK.
- Otros modelos como la distribución [g-and-h](#).
- [Problema de agregación!](#) para hallar la pérdida total  $L^{T+1}$ .

# Preguntas.

Gracias!!!

Andrés Mora

[amora@cesa.edu.co](mailto:amora@cesa.edu.co)