

# Una recomendación para cuantificar el riesgo operativo en entidades financieras en Colombia

Borrador para propósitos de discusión

Andrés Mora\*

## RESUMEN

Este artículo presenta dos enfoques para cuantificar riesgo operativo en entidades financieras. Un enfoque es el propuesto por Böcker y Klüppelberg (2005), quienes obtienen una fórmula cerrada basada en modelos LDA para estimar OpVaR cuando la distribución de los datos exhibe colas largas. Otro enfoque está basado en la teoría del valor extremo utilizando el método de Beirlant et al. (1999) para estimar el índice de valor extremo de la distribución de pérdidas y con este valor se calcula el OpVaR mediante el estimador de Weissman (enfoque MLE-W). Las simulaciones de pérdidas agregadas con severidades distribuidas Pareto muestra que el OpVaR calculado mediante método MLE-W se aproxima más a los cuantiles empíricos de las distribuciones con colas largas. Sin embargo cuando la distribución de la severidad exhibe colas extremadamente largas (casos de “media infinita”), el enfoque que presenta un mejor aproximado al cuantil empírico es el propuesto por Böcker y Klüppelberg. Finalmente se aplica el enfoque MLE-W a las pérdidas por riesgo operativo reportadas por las entidades financieras colombianas en el 2008 para estimar OpVaR al 99.9% para 2009.

**Palabras clave:** Enfoque de Medición Avanzada (AMA), Enfoque de Distribución de Pérdidas (LDA), Teoría de Valor Extremo (EVT), Índice de Valor Extremo (IVE), VaR Operativo (OpVaR).

JEL Classification: C15, G20, G21

\*Profesor investigador del Colegio de Estudios Superiores de Administración - CESA.

## **Introducción**

Riesgo operativo se define como la “Posibilidad de incurrir en pérdidas por deficiencias, fallas o inadecuaciones, en el recurso humano, los procesos, la tecnología, la infraestructura o por la ocurrencia de acontecimientos externos. Esta definición incluye el riesgo legal y reputacional, asociados a tales factores” de acuerdo a la Circular 041 de 2007 de la Superintendencia Financiera. Esta forma de definir riesgo operativo incluye riesgo legal y reputacional pero la definición de Basilea II excluye riesgo estratégico y reputacional. Ejemplos comunes de pérdidas por riesgo operativo están las pérdidas por fallas tecnológicas, errores en liquidación de transacciones, inundaciones, fuego, terremoto o terrorismo. En los bancos se presenta riesgo operativo generalmente por el malfuncionamiento de las unidades en el trabajo día a día y se vuelve más una cuestión de control de calidad que cualquier otra cosa.

En el punto 3.2.4.3. de la misma Circular se exige que la Unidad de Riesgo Operativo de las entidades deben desarrollar los modelos de medición del riesgo operativo. Sin embargo, sin datos de pérdida no es posible tener un modelo de medición y para ello se recomienda un plazo de 3 a 5 años para construir bases de datos de pérdidas (puesto que la mayoría de los eventos que originan pérdida en riesgo operativo son muy poco frecuentes y por lo tanto un periodo corto de tiempo de registro de dichos eventos no generaría una estimación confiable del riesgo). Pero el Comité de Basilea recomienda el uso de escenarios como el método principal para medición de riesgos si los datos históricos son insuficientes.

El Comité de Basilea propone tres enfoques para calcular los requerimientos de capital por riesgo operativo que son:

1. Enfoque de indicador básico (Basic Indicator Approach, BIA)
2. Enfoque estándar (Standardised Approach, SA)
3. Enfoque de medición avanzada (Advanced Measurement Approach, AMA)

Dentro de los modelos AMA se describen tres metodologías que son: enfoque de medición interna (Internal Measurement Approach, IMA), enfoque de distribución de pérdidas (Loss Distribution Approach, LDA) y cuadros de mando (scorecards). Este documento se enfocará en el modelo LDA para calcular riesgo operativo y no tratará los elementos adicionales para una adecuada gestión de riesgo operativo.

Entonces estaremos interesados en calcular medidas de riesgo para estimar capital regulatorio que está basado en VaR al 99.9% para un periodo de un año. Muchos bancos en el mundo calculan medidas de riesgo con un nivel de confiabilidad entre 99.96% y 99.98% para estimar capital económico (Jobst (2007)).

Basilea II reconoce 7 tipos de riesgos y 8 líneas operativas para los bancos. Los riesgos operativos (o los tipos de pérdida) se clasifican así:

1. Fraude interno
2. Fraude externo

3. Relaciones laborales
4. Clientes
5. Daños a activos físicos
6. Fallas tecnológicas
7. Ejecución y administración de procesos

Y clasifica las líneas operativas (o líneas de negocios) de la siguiente manera:

1. Finanzas corporativas
2. Emisión, negociación y venta
3. Banca personal y minorista
4. Banca comercial
5. Compensación, liquidación y registro
6. Servicios y custodia de valores
7. Administración de activos
8. Servicios de compra y venta

Los Anexos 1 y 2 describen en detalle los tipos de riesgos operativos (TR) y las líneas operativas (LO) respectivamente de acuerdo a la regulación colombiana, aunque no necesariamente una entidad financiera deba contar con todas las líneas operativas mencionadas en los Anexos.

Con el fin de brindar las herramientas adecuadas al sector financiero colombiano, este documento describe dos metodologías de cálculo de riesgo operativo basados en modelos LDA. De esta manera el documento se divide en: sección 1 presenta la justificación de implementar modelos AMA en Colombia. La sección 2 describe los modelos AMA, mientras que la sección 3 presenta los estudios previos a nivel mundial de implementar modelos AMA. La sección 4 introduce los modelos LDA, un caso específico de los modelos AMA, y presenta los dos métodos para estimar OpVaR. La sección 5 presenta las simulaciones aplicando los dos métodos descritos en la sección anterior, a pérdidas agregadas cuando las severidades se distribuyen Pareto, mientras que la sección 6 aplica el método MLE-W para estimar OpVaR con datos de pérdidas por riesgo operativo reportados por las instituciones financieras en Colombia para 2008, y finalmente la sección 7 concluye.

## **1. Justificación**

Las regulaciones del Comité de Basilea parecen estar encaminadas a que los bancos adapten el enfoque AMA dentro de sus sistemas de gestión de riesgo operativo. De esta manera se cree que en el futuro la gran mayoría de las entidades financieras incorporen los modelos AMA y por ende sea el enfoque estándar para la gestión de riesgo operativo. Actualmente los enfoques BIA y SA son los más llamativos por requerir menor costo de inversión pero en el futuro perderán su relevancia debido a que estos enfoques no cumplen con todos los requisitos de una adecuada gestión de riesgos (Kraujalis et al. (2006)). Otra supuesta ventaja del enfoque AMA es que parece ser que el capital regulatorio estimado resulta ser menor que el de los otros dos enfoques (Moosa (2007)).

Pero implementar el enfoque AMA requiere ciertas condiciones. Según el Comité de Basilea una entidad financiera que quiera implementar un modelo AMA debe cumplir con los siguientes requisitos:

- La junta directiva o la gerencia, dependiendo de sus funciones, debe estar involucrada en el sistema de administración de riesgo operativo.
- Las entidades financieras deben tener un sistema de administración, el cual es conceptualmente implementado con integridad.
- Las entidades financieras deben tener los recursos suficientes para el uso del enfoque en las líneas de negocio como también los procedimientos de control y auditoría.

## **2. Modelos AMA**

Los modelos AMA se basan en el cálculo interno de una entidad financiera de la frecuencia y la severidad (monto de pérdida) por un evento de riesgo operativo. Los modelos LDA combinan las distribuciones de frecuencia y severidad para construir una distribución de pérdidas totales y con base en esta distribución calcular la medida de riesgo requerida como un cuantil de dicha distribución. Las estimaciones de potenciales pérdidas por riesgo operativo bajo el enfoque AMA están sujetas a las siguientes condiciones:

- (i) Datos internos
- (ii) Datos externos
- (iii) Análisis de escenarios
- (iv) Entorno del negocio y factores de control interno

Aunque no es el interés de este documento detallar los otros dos enfoques, la siguiente tabla muestra un resumen de los tres enfoques a usar en cuantificación del riesgo operativo.

Medida de riesgo operativo	Cálculo	Cargo por capital regulatorio	Notas/Requisitos
BIA. Medida para el banco entero	Un porcentaje fijo del promedio anual de la utilidad bruta (GI), sobre los 3 años previos.	Cargo de capital ( $C_{BIA}=GI \cdot \alpha$ ); donde GI es el promedio anual de la utilidad bruta (positiva) sobre los 3 años previos y $\alpha = 15\%$ , establecido por el Comité de Basilea.	Cifras de cualquier año, en el cual la utilidad bruta es negativa o cero debería ser excluido del numerador y denominador. No hay criterios específicos establecidos para el uso de BIA, sin embargo se motiva a los bancos cumplir con la guía del Comité de Basilea en “Sound Practices for the Management and Supervision of Operational Risk”
SA. Medida para líneas operativas	El promedio de los tres años de la suma de los cargos de capital regulatorio por cada línea operativa en cada año.	Cargo de capital ( $\sum_{i=1}^l \beta_i GI_i$ ); donde $l$ es el número de líneas operativas y $\beta$ es un porcentaje fijo que relaciona el nivel requerido de capital al nivel de utilidad bruta para cada línea operativa.	Por ejemplo, el Comité de Basilea define los siguientes valores de $\beta$ para 8 líneas operativas: 18% para finanzas corporativas ( $\beta_1$ ), negociación y venta ( $\beta_2$ ), compensación y liquidación ( $\beta_5$ ); 15% para banca comercial ( $\beta_4$ ) y servicios de agencia ( $\beta_6$ ); y 12% para banca minorista ( $\beta_3$ ), administración de activos ( $\beta_7$ ) y corretaje minorista ( $\beta_8$ ).
AMA. Medida para líneas operativas	Generado por el sistema de medición interna de riesgo operativo del banco	AMA incluye criterios cualitativos y cuantitativos. Los aspectos cuantitativos de AMA incluyen (i) el uso de datos internos, (ii) datos externos, (iii) análisis de escenarios y (iv) entorno de negocios y factores de control sujeto al <i>AMA soundness standard</i> .	Bajo el <i>AMA soundness standard</i> , un banco debe demostrar que su medida de riesgo operativo es comparable al enfoque interno basado en calificaciones para riesgo crediticio, es decir, para un periodo de un año y una confiabilidad del 99.9%. Los bancos pueden ajustar su cargo de capital por exposición al riesgo operativo baja AMA por (i) la cantidad de pérdidas esperadas, (ii) beneficios por diversificación de la correlación entre riesgos operativos entre y en las líneas operativas, (iii) y el impacto de mitigación de riesgo. El máximo del ajuste es del 20% del total del cargo de riesgo operativo calculado mediante AMA.

Tabla 1. Resumen de los tres enfoques para cálculo de riesgo operativo. Tomada de Jobst (2007).

Como las distribuciones de pérdida por riesgo operativo exhiben colas largas, el cálculo de VaR tradicional se queda corto en la medición de altos cuantiles en distribuciones de este tipo. Para ello se utiliza la teoría del valor extremo (EVT) que corrige las imperfecciones de un VaR tradicional. EVT es una herramienta estadística, la cual desarrolla técnicas y modelos para describir los resultados inesperados, anormales o extremos, como eventos de riesgo operativo. Los textos que mejor desarrollan la teoría del valor extremo son Embrechts et al. (1997), el capítulo 7 de McNeil et al. (2005) y el más reciente texto de Balkema y Embrechts (2007). Otros textos de gran utilidad son Beirlant et al. (2004) y Reiss y Thomas (1997).

### 3. Estudios previos

Moosa (2007) resume los estudios empíricos más importantes de riesgo operativo. Para tratar el problema de datos Allen y Bali (2004), estiman un modelo de riesgo operativo para instituciones financieras usando series de tiempo mensuales de retornos de acciones desde 1973 hasta 2003, entonces ellos representan el modelo mediante un modelo de mínimos cuadrados. Las principales variables explicativas del modelo representan riesgo crediticio, riesgo de tasa de interés, riesgo cambiario y riesgo de mercado. Por consiguiente el residuo de este modelo representa el riesgo operativo. Los autores encuentran que las instituciones financieras tienen considerables niveles de exposición de riesgo operativo residual que no habían sido gestionados hasta ese momento.

de Fontnouvelle et al. (2006), encuentran que la cantidad de capital para soportar riesgo operativo a menudo excederá el capital para riesgo de mercado y que sus estimados son consistentes con el nivel de capital que algunas instituciones financieras de gran tamaño están asignando para riesgo operativo para ese entonces (entre USD 2 y 7 mil de millones). De esta manera se muestra que las pérdidas por riesgo operativo son una fuente importante de riesgo para los bancos. Los autores también encuentran que la distribución de pérdidas observadas varía significativamente por línea operativa. También concluyen que trabajar con datos internos y externos de eventos raros de gran impacto podría mejorar significativamente los modelos de riesgo operativo de los bancos. Desde el punto de vista metodológico, se aplica la técnica POT<sup>1</sup> (picos sobre el umbral) a datos de fuentes como OpRisk Analytics y OpVantage para estimar los parámetros y cuantiles de las distribuciones de las severidades.

En otro trabajo, de Fontnouvelle et al. (2004) usaron los datos de pérdida (*The 2002 Operational Risk Loss Data Collection Exercise - LDCE*), de seis grandes bancos y encuentran que estos datos de pérdida por tipos de evento (o también conocidos como tipos de pérdida) son bastante similares a través de los bancos analizados. Además que los resultados encontrados en su artículo son consistentes con las cifras de capital económico reveladas por algunos bancos de gran escala. En su análisis descriptivo de los datos encuentran que estos datos de pérdida para la mayoría de las líneas operativas y tipos de pérdida pueden ser bien modelados por distribuciones tipo-Pareto (ver Definición 11), mientras que para el resto, las pérdidas exhiben colas muy largas.

<sup>1</sup> de Fontnouvelle et al. (2006) argumentan el uso de esta técnica basándose el teorema de Pickands-Balkema-de Haan que dice que la distribución de pérdidas que exceden un umbral lo suficientemente alto converge a una distribución generalizada de Pareto (GPD), las pérdidas que usan superan el millón de dólares.

Los autores ajustan distribuciones de severidad paramétrica a los datos de pérdida por tipo de evento y línea operativa, y como estas distribuciones exhiben colas largas, utilizan la técnica de la teoría del valor extremo basado en regresión (regression-based EVT<sup>2</sup>) propuesto por Huisman et al. (2001), para estimar los parámetros de la distribución y medidas de riesgo. Para modelar la frecuencia de las pérdidas por riesgo operativo, los autores consideran la distribución Poisson y la distribución binomial negativa. Finalmente para encontrar la función de distribución de pérdidas combinan la distribución de frecuencias con la de severidades mediante simulación Monte Carlo y de esta manera calculan capital económico como un cuantil alto (puede ser al 99.9%) de esta distribución.

Moscadelli (2005) también analiza los datos de *LCDE* y compara la sensibilidad de análisis tradicionales comúnmente utilizados en el campo de actuaría con métodos de valores extremos para estimar las distribuciones de severidades. Moscadelli encuentra que la teoría de valores extremos se desempeña mejor que los métodos tradicionales en todas las ocho líneas operativas. Otro resultado importante es que la estimación del índice de valor extremo (IVE) de las distribuciones de severidades para tres líneas operativas es significativamente (al nivel de 95%) mayor que 1. Estas distribuciones exhiben colas extremadamente largas y son conocidas como “modelos de media infinita” (*infinite mean models*) y sus problemas han sido analizados y discutidos por Nešlehová et al. (2006), especialmente en lo que concierne a la no-subaditividad del VaR, esto quiere decir que VaR puede guiar a cargos de capital absurdamente altos en estos casos (modelos de media infinita). En sus ejemplos, los autores muestran que el VaR no es subaditivo para funciones de distribución con colas extremadamente largas con IVE mayor que 1, severidades independientes y para un percentil suficientemente grande.

Adicionalmente si se usa una medida coherente al riesgo, que cumple el axioma de subaditividad como por ejemplo el expected shortfall (ES<sup>3</sup>), esta medida no está definida para los modelos de media infinita,

En un estudio similar al de Moscadelli, Wei (2006) utilizó datos de la base OpVar para estimar el riesgo operativo agregado en las colas, implementando un enfoque Bayesiano para estimar la distribución de frecuencias, mientras que la distribución de las severidades por medio de la introducción una covariación. Wei concluye que “la principal fuerza del requerimiento de capital es la cola de la distribución y el tamaño de un banco”. A continuación se introduce los modelos LDA que es el foco de estudio de este artículo.

<sup>2</sup> de Fontnouvelle et al. (2004) sustentan el uso de esta técnica para reducir el sesgo que se presenta al estimar los parámetros de la distribución con los métodos de EVT cuando la muestra de datos es pequeña.

<sup>3</sup> ES al 99.9% se calcula como  $ES_{99.9\%} = E(Lk \mid Lk > VaR_{99.9\%})$ , donde  $E(.)$  es el valor esperado y  $L$  representa las pérdidas.

#### 4. Modelo LDA

Los modelos LDA tienen sus raíces en la teoría de riesgo de seguros (*insurance risk theory*). Primero se revisará el modelo Standard LDA que comprende los modelos Poisson compuesta y binomial negativa como casos especiales. Dado que las severidades tienen distribuciones con colas largas, se usará el resultado de Böcker y Klüppelberg donde los autores obtienen una aproximación a una forma cerrada del VaR Operativo (OpVaR). Los modelos LDA se componen de tres elementos principalmente: (i) el componente de frecuencia, es decir, el número de pérdidas, (ii) el componente de severidad, es decir, la cantidad de las pérdidas individuales y (iii) las pérdidas totales, que se obtiene de “componer” la distribución de la frecuencia con la de la severidad. Las siguientes definiciones y ejemplos son tomados de Böcker y Klüppelberg (2005).

##### Definición 1 (Standard LDA).

(1) El proceso de severidad:

Las severidades  $(X_k)_{k \in \mathbb{N}}$  son variables aleatorias positivas independientes e idénticamente distribuidas (iid) que describen la magnitud de cada evento de pérdida.

(2) El proceso de frecuencia:

El número  $N(t)$  de eventos de pérdida en el intervalo de tiempo  $[0, t]$  para  $t \geq 0$  es aleatorio. El *proceso de conteo* resultante  $(N(t))_{t \geq 0}$ , es generado por una sucesión de puntos  $(T(n))_{n \geq 1}$  de variables aleatorias no negativas que satisfacen:

$$0 \leq T_1 \leq T_2 \leq \dots$$

y

$$N(t) = \sup\{n \geq 1 : T_n \leq t\}, \quad t \geq 0.$$

(3) El proceso de severidad y el proceso de frecuencia se asumen ser independientes.

(4) El proceso de pérdida agregada:

La pérdida agregada  $S(t)$  al tiempo  $t$  constituye un proceso:

$$S(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i, \quad t \geq 0. \square$$

Esta definición no requiere que la media y/o la varianza de las severidades  $X_k$ , sea finita; recuerde que Moscadelli (2005) encuentra que distribuciones usadas para modelar severidades en riesgo operativo, exhiben colas muy largas donde tales momentos no se pueden calcular.

##### Ejemplo 2 (Poisson-LDA y binomial-negativa-LDA).

(a) El Poisson-LDA es un Standard LDA, donde  $(N(t))_{t \geq 0}$  es un proceso de Poisson homogéneo con intensidad  $\lambda > 0$ , en particular,

$$P(N(t) = n) = p_t(n) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}, \quad n \in \mathbb{N}_0$$

(b) El binomial-negativa-LDA es un Standard LDA, donde  $(N(t))_{t \geq 0}$  está dado por un proceso binomial negativa que para  $\beta, \gamma > 0$ , satisface:

$$P(N(t) = n) = p_t(n) = \binom{\gamma + n - 1}{n} \left( \frac{\beta}{\beta + t} \right)^\gamma \left( \frac{t}{\beta + t} \right)^n, \quad n \in \mathbb{N}_0. \square$$

La distribución binomial negativa es una mezcla gamma de una distribución de Poisson, es decir, que esta puede ser vista como una distribución Poisson donde el parámetro de intensidad  $\lambda$ , es una variable aleatoria que se distribuye gamma.  $\mathbb{N}_0$  denota el conjunto de los enteros no negativos.

### Distribuciones de severidad subexponenciales ( $\mathcal{S}$ )

Por lo general las distribuciones de pérdida en riesgo operativo exhiben colas largas. Algunas de estas distribuciones se muestran en la siguiente tabla:

Nombre	Función de distribución	Parámetros
Lognormal	$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)$	$\mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0$
Weibull	$F(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{-\tau}\right)$	$\theta > 0, 0 < \tau < 1$
Pareto	$F(x) = 1 - \left(1 + \frac{x}{\theta}\right)^{-1/\xi}$	$\xi, \theta > 0$

Tabla 2. Distribuciones de severidad más populares ( $\Phi$  es la función de distribución normal estándar). Tomado de Böcker y Klüppelberg (2005).

Las funciones de distribución mostradas en la anterior tabla pertenecen a la clase llamada *distribuciones subexponenciales* y se denota como  $F \in \mathcal{S}$  (ver Apéndice A3 de Embrechts et al. (1997) para más detalles). Otros ejemplos de estas distribuciones son Burr, Benktander tipo I y II y loggamma. Estas distribuciones obtienen su nombre debido a que sus colas decaen más lentamente que las de una exponencial.  $\xi$  es conocido como el parámetro de forma en EVT, es decir el índice de valor extremo (IVE).

La propiedad de las distribuciones subexponenciales es que la cola de la suma de  $n$  variables aleatorias subexponenciales tiene el mismo orden de magnitud de la cola de la variable máxima entre ellas, más formalmente:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\Pr(X_1 + \dots + X_n > x)}{\Pr(\max(X_1, \dots, X_n) > x)} = 1, \quad \text{para algún } n \geq 2.$$

Esto quiere decir que la suma de  $n$  severidades iid es probablemente más grande debido a que uno de los términos de la suma es grande, o en otras palabras en riesgo operativo,

grandes pérdidas se deben principalmente una gran pérdida individual más que a la consecuencia de pérdidas independientes pequeñas acumuladas (algunos autores denominan este hecho como el paradigma de que una gran pérdida causa la ruina – “*One big loss causes the ruin paradigm*”).

### La distribución de la pérdida agregada

La distribución de la pérdida agregada está dada por:

$$\begin{aligned} G_t(x) &= \Pr(S_t \leq x) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} p_t(n) \Pr(S_t \leq x \mid N(t) = n) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} p_t(n) F^{n*}(x) \end{aligned}$$

Donde  $F(x) = \Pr(X_k \leq x)$  es la función de distribución de  $X_k$ , y  $F^{n*}(x) = \Pr\left(\sum_{i=1}^n X_i \leq x\right)$

es la convolución de  $F$ . Para la mayoría de las distribuciones de severidades y frecuencia,  $G_t$  no puede ser calculada de manera analítica. Existen métodos de aproximación para solucionar este problema como el algoritmo recursivo de Panjer, simulación Monte Carlo y la transformada rápida de Fourier (FFT, *fast Fourier transform*).

Una alternativa para estimar el OpVaR que está dado por cuantiles altos de la distribución de pérdida agregada  $G_t$ , es concentrarse en la cola derecha de esta distribución en lugar de la distribución entera. Un resultado importante en actuaría es que para un modelo Standard LDA con severidades subexponenciales bajo condiciones débiles de regularidad y para un valor de  $t > 0$  fijo (ver Teorema 1.3.9 de Embrechts et al. (1997)) se tiene que:

$$\bar{G}_t(x) \sim E(N(t))\bar{F}(x), \quad x \rightarrow \infty, (1)$$

Donde  $E(N(t))$  es el valor esperado de la frecuencia de pérdidas, y  $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$  y  $\bar{G}(x) = 1 - G(x)$  son las distribuciones de las colas de las severidades y de la pérdida agregada respectivamente. El símbolo “ $\sim$ ” significa que el cociente entre el lado derecho y el lado izquierdo de la ecuación (1) tiende a 1, cuando  $x$  tiende a valores muy grandes.

Se ha mostrado que la relación en (1) se cumple cuando se usan modelos Poisson-LDA y binomial-negativa-LDA (ver Ejemplos 1.3.10 y 1.3.11 de Embrechts et al. (1997)). Estos resultados son importantes para la estimación del OpVaR como se verá más adelante.

**Ejemplo 3 (Modelo compuesto Poisson – Subexponencial “SCP”).** Es un modelo de pérdida agregada donde la distribución de la severidad es subexponencial y la distribución de las frecuencias sigue un proceso homogéneo de Poisson. Esto es:

(1) El proceso de severidad:

Las severidades  $(X_k)_{k \in \mathbb{N}}$  son variables aleatorias positivas (iid) con función de distribución subexponencial que describen la magnitud de cada evento de pérdida.

(2) El proceso de frecuencia:

El número  $N(t)$  de eventos de pérdida en el intervalo de tiempo  $[0, t]$  para  $t \geq 0$  es aleatorio, donde  $(N(t))_{t \geq 0}$ , es un proceso homogéneo de Poisson con intensidad  $\lambda > 0$ :

$$P(N(t) = n) = p_t(n) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}, \quad n \in \mathbb{N}_0$$

(3) El proceso de severidad y el proceso de frecuencia se asumen ser independientes.

(4) El proceso de pérdida agregada:

La pérdida agregada  $S(t)$  al tiempo  $t$  constituye un proceso:

$$S(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i, \quad t \geq 0. \square$$

#### 4.1 Estimación del OpVaR – método BK

Usando la definición del VaR como cuantil (ver Definición 4) y la relación en (1), Böcker y Klüppelberg (2005) obtienen una formula analítica para estimar OpVaR en modelos LDA que se muestra en el Teorema 5.

**Definición 4 (Value at Risk).** Suponga que  $G_t$  es la distribución de pérdida agregada. Entonces el Value at Risk (VaR) al tiempo  $t$  a un nivel de confiabilidad  $\alpha$  se define como el  $\alpha$ -cuantil de la distribución de pérdida:

$$\text{VaR}_t(\alpha) = G_t^{\leftarrow}(\alpha), \quad \alpha \in (0,1)$$

Donde  $G_t^{\leftarrow}(\alpha) = \inf \{x \in \mathbb{R} : G_t(x) \geq \alpha\}$ ,  $0 < \alpha < 1$ , es la inversa generalizada de  $G_t$ . Si  $G_t$  es continua entonces  $\text{VaR}_t(\alpha) = G_t^{-1}(\alpha) \square$

Usando (1) los autores obtienen una formula asintótica para OpVaR.

**Teorema 5 (OpVaR analítico).** Considere un modelo Standard LDA para un  $t > 0$  fijo y una severidad subexponencial con función de distribución  $F$ . Asuma además que el estimado de cola en (1) se cumple. Entonces el  $\text{VaR}_t(\alpha)$  satisface la aproximación:

$$\text{VaR}_t(\alpha) = F^{\leftarrow} \left( 1 - \frac{1 - \alpha}{E(N(t))} (1 + o(1)) \right), \quad \alpha \rightarrow 1. \quad (2) \square$$

La demostración de este teorema se puede encontrar en Klüppelberg y Böcker (2005). El teorema tiene dos resultados importantes. El primero es que OpVaR a niveles altos de confiabilidad solo depende de la cola y no del cuerpo de la distribución de la pérdida de *severidades*. Segundo es que la frecuencia entra en (2) a manera de *valor esperado*, como consecuencia, la sobredispersión modelada por la distribución binomial negativa no tiene efecto asintótico en el cálculo del OpVaR.

El resultado obtenido en (2) se da para una clase general de modelos LDA. Para obtener una aproximación de primer orden para el OpVaR, basta combinar (2) con la cola de la distribución subexponencial de la severidad  $F$ .

La siguiente tabla muestra aproximaciones de primer orden del  $\text{VaR}_t(\alpha)$  con algunas funciones subexponenciales de severidad:

<b>Función</b>	<b><math>\text{VaR}_t(\alpha)</math></b>
Lognormal	$\exp\left[\mu - \sigma\Phi^{-1}\left(\frac{1-\alpha}{E(N(t))}\right)\right]$
Weibull	$\theta\left[\ln\left(\frac{E(N(t))}{1-\alpha}\right)\right]^{1/\tau}$
Pareto	$\theta\left[\left(\frac{E(N(t))}{1-\alpha}\right)^\xi - 1\right]$

Tabla 3. Aproximación de primer orden del  $\text{VaR}_t(\alpha)$  cuando  $\alpha \rightarrow 1$  para la distribución de pérdida agregada con distribuciones de severidad más comunes. Si se asume que la distribución de frecuencias sigue un proceso homogéneo de Poisson  $E(N(t)) = \lambda t$ , y si es binomial negativa,  $E(N(t)) = \gamma t / \beta$ .

Las siguientes definiciones se pueden encontrar en Embrechts et al. (1997) y son de importancia para enunciar el Teorema 9 más adelante.

**Definición 6 (Función de variación lenta).** Una función positiva, Lebesgue-medible  $L$  en  $(0, \infty)$  es de variación lenta en  $\infty$  si:

$$\lim_{u \rightarrow \infty} \frac{L(ux)}{L(u)} = 1, \quad x > 0. \quad \square$$

Ejemplos de funciones de variación lenta están las constantes, logarítmicas, potencias de logaritmos y funciones de logaritmos iterados.

**Definición 7 (Funciones de variación regular).** Sea  $f$  una función positiva medible. Si para algún  $\alpha \in \mathbb{R}$ :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f(xt)}{f(t)} = x^{-\rho}, \quad x > 0, \quad (3)$$

Entonces  $f$  se denomina de variación regular con índice  $\rho$ .  $\square$

No todas las funciones de variación regular son funciones subexponenciales, como por ejemplo la distribución Weibull de cola larga y la distribución lognormal.

**Definición 8 (Colas de distribución de variación regular).** Sea  $X$  una variable aleatoria con cola de distribución  $\bar{F}(x) := 1 - F(x) = \Pr(X > x)$  para  $x > 0$ . Si para  $\bar{F}$  la relación (3) se da para algún  $\rho \geq 0$ , entonces  $X$  se denomina variación regular con índice  $-\rho$  y se denota por  $\bar{F} \in RV_{-\rho}$ . La cantidad  $\rho$  se denomina también el *índice de la cola* de  $F$ .  $\square$

Se define  $RV := \bigcup_{\rho \geq 0} RV_{-\rho}$ .

**Teorema 9 (OpVaR analítico para el modelo SCP).** Considere el modelo de pérdida agregada SCP.

(i) Si  $F \in S \cap (RV \cup RV_{\infty})$ , entonces  $\text{VaR}_t(\alpha)$  está asintóticamente dado por:

$$\text{VaR}_t(\alpha) \sim F^{\leftarrow} \left( 1 - \frac{1-\alpha}{\lambda t} \right), \quad \alpha \rightarrow 1.$$

(ii) La cola de la distribución de severidad pertenece a  $RV_{-\rho}$  para  $\rho > 0$ , es decir  $\bar{F}(x) = x^{-\rho} L(x)$  para  $x \geq 0$  y para alguna función de variación lenta  $L$  si y solo si:

$$\text{VaR}_t(\alpha) \sim \left( \frac{\lambda t}{1-\alpha} \right)^{1/\rho} \tilde{L} \left( \frac{1}{1-\alpha} \right), \quad \alpha \rightarrow 1.$$

Donde  $\tilde{L}$  es una función de variación lenta.  $\square$

La demostración de este teorema se puede encontrar en Böcker y Klüppelberg (2006). El problema que surge al aplicar herramientas de EVT es que en datos empíricos por lo general  $\tilde{L}$  no se conoce, pero si asumimos una función de distribución para modelar severidades, la función de variación lenta si se conoce. El siguiente ejemplo es tomado de Böcker y Klüppelberg (2005).

**Ejemplo 10 (modelo Pareto - LDA).** El modelo Pareto-LDA es un modelo Standard LDA dado en la definición 1 con severidades  $(X_k)_{k \in N}$  distribuidas Pareto, es decir, para parámetros  $\zeta, \theta > 0$ :

$$F(x) = \left( 1 + \frac{x}{\theta} \right)^{-1/\zeta}, \quad x > 0.$$

Como resultado del teorema 5:

$$\text{VaR}_t(\alpha) \sim \theta \left( \frac{E(N(t))}{1-\alpha} \right)^{\zeta}, \quad \alpha \rightarrow 1. \quad (4)$$

En realidad, cualquier distribución de severidad que satisface  $F(x) \sim (x/\theta)^{-1/\zeta}$  cuando  $x \rightarrow \infty$  se obtiene la aproximación dada en (4).  $\square$

A continuación se presenta otra metodología alterna para calcular el riesgo operativo basado en herramientas de EVT.

#### 4.2 Estimación del OpVaR – método MLEW

Otra alternativa es estimar cuantiles en especial para riesgo operativo, mediante teoría de valor extremo (EVT, por sus siglas en inglés). Existen dos clases de modelos para tratar valores extremos: *block maxima* (máximos por bloque) y *POT* (picos sobre el umbral). El método POT es la técnica más usada para analizar la cola de una función de distribución. Estas dos técnicas están basadas en modelos distribucionales obtenidas a partir de teorías asintóticas.

El problema con estos métodos es la estimación de los parámetros de estas distribuciones límites, en particular el parámetro de forma (también llamado el índice de valor extremo,  $\xi$ ) el cual determina el comportamiento de los valores extremos. Determinar el umbral en el método POT, conlleva a un *trade-off* entre sesgo y varianza en la estimación de los parámetros de la función de distribución que se asume para ajustar los valores extremos. Al usar métodos basados en cuantiles (por ejemplo el estimador de Hill), también depende de la elección *apropiada* de estadísticos ordenados superiores. Elegir el umbral óptimo (en el método POT) conlleva al mismo problema de elegir el número óptimo  $k$  de estadísticos ordenados superiores (en el estimador de Hill). Si se utiliza el método *block maxima*, sesgo se presenta con bloques muy pequeños y varianza en el caso contrario.

De esta manera, la estimación del índice de valor extremo se convierte en un problema importante para estimar de manera confiable cuantiles altos como una medida de riesgo siguiendo la técnica EVT. Sin embargo, la selección de  $k$  (o del umbral) para estimar el índice de valor extremo no es una tarea fácil. En Mora (2009) se trata este problema y se presenta un análisis comparativo de algunos estimadores del IVE. En esta sección se utilizará el método MLE para ERM y así obtener un estimado del IVE de la distribución de pérdidas y el estimador de Weissman para estimar el cuantil alto como medida de OpVaR.

Método MLE para ERM (maximum likelihood estimation for exponential regression model)

Beirlant et al. (1999) introducen un modelo de regresión exponencial basados en log-espaciados entre estadísticos ordenados consecutivos y extremos de una distribución tipo – Pareto con el fin de reducir el sesgo que se presenta en la estimación del índice de valor extremo en el gráfico de Hill.

### Definición 11 (Distribuciones tipo-Pareto)

Una distribución tipo-Pareto o de colas largas es una distribución  $F$  la cual satisface:

$$1 - F(x) = x^{-1/\xi} L(x), \quad x \rightarrow \infty, \quad \xi > 0,$$

donde  $L$  es una función de variación lenta para todo  $x > 0$ . Distribuciones tipo-Pareto también se denominan “distribuciones con cola de Pareto”. Ejemplos de estas distribuciones son Pareto, gamma inversa,  $t$ -Student, loggamma,  $F$  y Burr.

*La selección de  $k$ .* Existen varios métodos adaptativos para escoger  $k$ ; vea por ejemplo la Sección 4.7 de Beirlant et al. (2004) y las referencias allí contenidas. Un método puede ser minimizar el *error cuadrático medio asintótico* (AMSE, por sus siglas en inglés) del estimador de Hill, que está dado por:

$$\begin{aligned} AMSE(\hat{\xi}_{k,n}^{(H)}) &= A \text{var}(\hat{\xi}_{k,n}^{(H)}) + ABias(\hat{\xi}_{k,n}^{(H)}) \\ &= \frac{\xi^2}{k} + \left( \frac{b_{n,k}}{1-\rho} \right)^2. \end{aligned}$$

La idea es estimar  $k$  “óptimo” mediante el estimador de Hill (ver por ejemplo la Sección 4 de Beirlant et al. (1999)), donde:

$$\hat{k} = \arg \min_{k; k > 10} \left( \frac{\hat{\xi}_k^2}{k} + \left( \frac{\hat{b}_{n,k}}{1-\hat{\rho}_k} \right)^2 \right),$$

$\hat{\xi}$ ,  $\hat{b}$  y  $\hat{\rho}$  denotan los estimadores de máxima verosimilitud de  $\xi$ ,  $b$  y  $\rho$  respectivamente, y son obtenidos mediante el método MLE para ERM.

*Estimador de Weissman.* Asuma que la linealidad en el gráfico de cuantiles de Pareto (ver sección 1.2.1 de Beirlant et al. (2004) para más detalles) persiste desde las  $k$  observaciones más grandes (hasta infinito), entonces podemos usar la línea con ecuación:

$$y = \log X_{n-k,n} + \hat{\xi}_{k,n}^{(H)} \left( x + \log \left( \frac{k+1}{n+1} \right) \right),$$

anclado en el punto  $\left( -\log \left( \frac{k+1}{n+1} \right), \log X_{n-k,n} \right)$ . Sea  $x = -\log p$  para obtener el estimado de  $Q(1-p)$ :

$$\begin{aligned}\hat{Q}(1-p) &= \exp\left(\log X_{n-k,n} + \hat{\xi}_{k,n}^{(H)} \log\left(\frac{k+1}{(n+1)p}\right)\right) \\ &= X_{n-k,n} \left(\frac{k+1}{(n+1)p}\right)^{\hat{\xi}_{k,n}^{(H)}}, \quad k = 1, \dots, n-1.\end{aligned}$$

Donde  $p$  es un número muy pequeño entre 0 y 1.

Para seleccionar el  $k$  “óptimo” se minimiza el AMSE con el método MLE para ERM.

## 5. Simulación

Esta sección presenta simulaciones Monte Carlo de pérdidas por riesgo operativo utilizando los dos métodos vistos anteriormente para calcular OpVar (BK y MLE-W) para modelos Pareto – LDA (como en el Ejemplo 10), es decir, la severidad se distribuye Pareto con parámetros  $\zeta = 0.6, 1.0$  y  $1.7$  y la frecuencia de los eventos de pérdida (en estas simulaciones) se distribuye Poisson con parámetro  $\lambda$  igual a 100.

Para el método BK se utiliza la fórmula (4) y para MLE-W se utiliza los scripts en S-PLUS elaborados por Beirlant J., Goegebeur Y., Segers J., Teugels J., de Waal D., Ferro C., y Vandewalle B.; y se pueden encontrar en [ucs.kuleuven.be/Wiley/index.html](http://ucs.kuleuven.be/Wiley/index.html) (Chapter 4). Los archivos que se utilizaron fueron: Hill2oQV.SSC para estimar el IVE mediante MLE para ERM y Hillkopt.SSC para encontrar el valor de  $k$  “óptimo” que minimiza el AMSE al estimar IVE.

### Caso 1.

Este caso es una simulación de 100,000 realizaciones de un modelo Pareto-Poisson LDA con  $\lambda = 100$  para Poisson. Parametros de la distribución Pareto son  $\theta = 1$  y  $\zeta = 0.6$  (1/1.7).

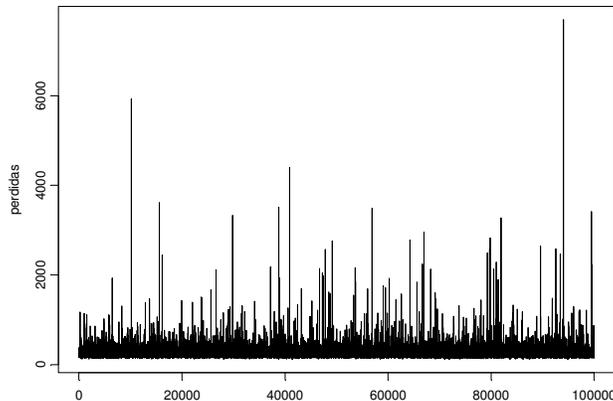


Figura 1. Simulación de 100,000 datos de un modelo Pareto-Poisson LDA (CPoi(100,Pa(1,1/1.7))).

Método	99.8%	99.85%	99.9%	99.95%
Método BK	581	688	873	1,313
Método MLE-W	813	922	1,101	1,491
Cuantil empírico	824	923	1,091	1,470

El valor de  $X_{n-k, n}$  usado es 669.3 dado que el  $k$ -optimo es 311 cuando se minimiza el AMSE (0.06%) por el método de MLE para ERM.

### Caso 2.

El Caso 2 es una simulación de 100,000 realizaciones de un modelo Pareto-Poisson LDA con  $\lambda = 100$  para Poisson. Parametros de la distribución Pareto son  $\theta = 1$  y  $\zeta = 1$ .

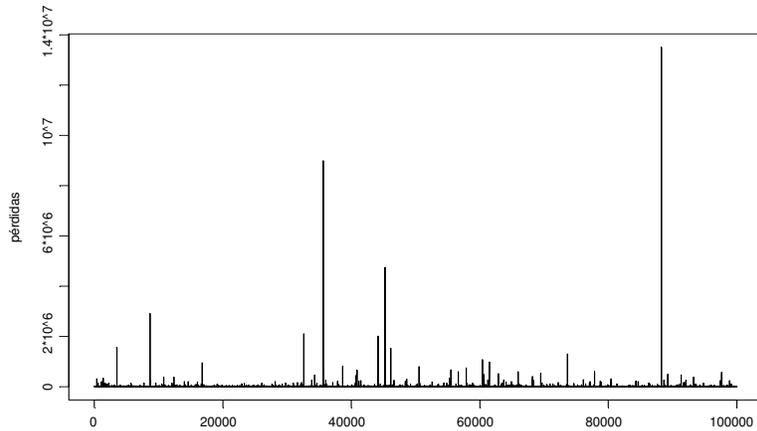


Figura 2. Simulación de 100,000 datos de un modelo Pareto-Poisson LDA (CPoi(100,Pa(1,1))).

Método	99.8%	99.85%	99.9%	99.95%
Método BK	50,000	66,667	100,000	200,000
Método MLE-W	58,150	77,533	116,299	232,596
Cuantil empírico	57,275	77,952	127,127	239,002

El valor de  $X_{n-k}$  usado es 6,882.021 dado que el  $k$ -optimo es 1,689 cuando se minimiza el AMSE (0.06%) por el método de MLE para ERM.

### Caso 3.

Este caso contiene un modelo de media infinita para la severidad y es una simulación de 100,000 realizaciones de un modelo Pareto-Poisson LDA con  $\lambda = 100$  para Poisson. Parametros de la distribución Pareto son  $\theta = 1$  y  $\xi = 1.42$  (1/0.7).

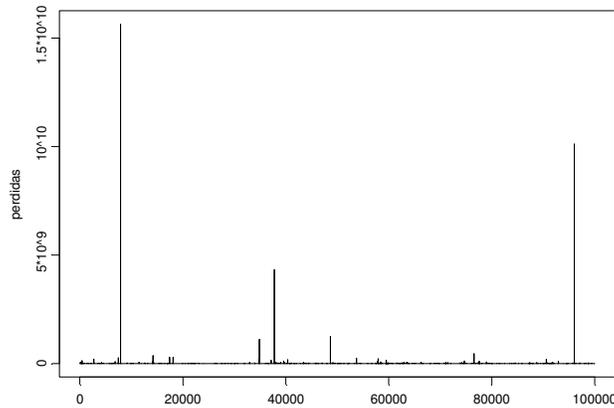


Figura 3. Simulación de 100,000 datos de un modelo Pareto-Poisson LDA (CPoi(100,Pa(1,1/0.7))).

Método ('000)	99.8%	99.85%	99.9%	99.95%
Método BK	5,162	7,786	13,895	37,402
Método MLE-W	4,931	7,338	12,851	33,496
Cuantil empírico	5,255	8,408	14,868	36,977

El valor de  $X_{n-k, n}$  usado es 24,541.6 dado que el  $k$ -optimo es 9,275 cuando se minimiza el AMSE (0.02%) por el método de MLE para ERM.

#### Comentarios

En los resultados de las simulaciones se observa que el OpVaR calculado mediante método MLE-W se aproxima más a los cuantiles empíricos de las distribuciones de pérdida simuladas para los casos donde la severidades se distribuyen Pareto con parámetros  $\xi = 0.6$  y  $1.0$ . Sin embargo cuando la severidad se distribuye Pareto con parámetro  $\xi = 1.42$ , el método que da un mejor aproximado al cuantil empírico es BK. Este último caso como ya se había mencionado anteriormente, corresponde a los casos de “media infinita” donde las distribuciones de severidades exhiben colas extremadamente largas y el cálculo tradicional de VaR puede guiar a cargos de capital absurdamente altos en estos casos.

### 6. Caso colombiano

En este caso se utilizaron las pérdidas en miles de pesos por siniestros – riesgo operativo que reportan las entidades financieras a la Superintendencia Financiera de Colombia en el año 2008 (ver [www.superfinanciera.gov.co](http://www.superfinanciera.gov.co)). El análisis previo de los datos se resume en la siguiente tabla:

Media	2,744,544.95
Desviación estándar	6,980,589.88
Mediana	191,296.46
Coficiente de asimetría	4.42
Curtosis	23.1

Tabla 4. Resumen de las estadísticas más importantes de las pérdidas por riesgo operativo de las entidades financieras en Colombia para 2008.

Como se puede observar en la tabla anterior, los datos exhiben alta curtosis y asimetría positiva, es decir una distribución de los datos con cola que tiende a ser larga a la derecha, datos típicos que se analizan bajo la teoría del valor extremo.

Con estos datos de pérdida se construye una distribución empírica de pérdidas del sector financiero y por medio de una prueba de bondad de ajuste se estima la función paramétrica que mejor se ajusta a los datos reales (varios textos explican las tres pruebas más comúnmente usadas, ver por ejemplo Evans y Olson (2002) pp. 98-99 para una breve descripción de estas pruebas). Dicha función para este caso es la distribución gamma mediante las pruebas Kolomogorov – Smirnov (K-S) y Anderson – Darling (A-D) como se muestra en el Anexo 3. El método K-S es mejor que la Chi-cuadrado para tamaños pequeños de muestra como en este caso; sin embargo la prueba A-D pondera las diferencias entre las distribuciones en sus colas en mayor medida que en sus rangos medios.

Cuando el gráfico de los excesos medios (*mean excess plot*) presenta una línea creciente se puede decir que son datos con distribución de colas largas, lo contrario sucedería para datos con distribución de colas cortas como se muestra en la siguiente figura para los datos simulados con distribución gamma:

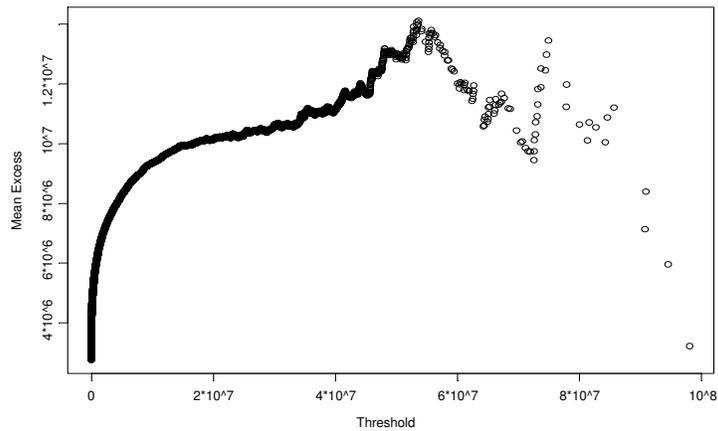


Figura 4. Gráfico de excesos medios para 100,000 datos simulados de una distribución gamma.

El gráfico de cuantiles exponenciales para la simulación de datos distribuidos gamma se muestra a continuación:

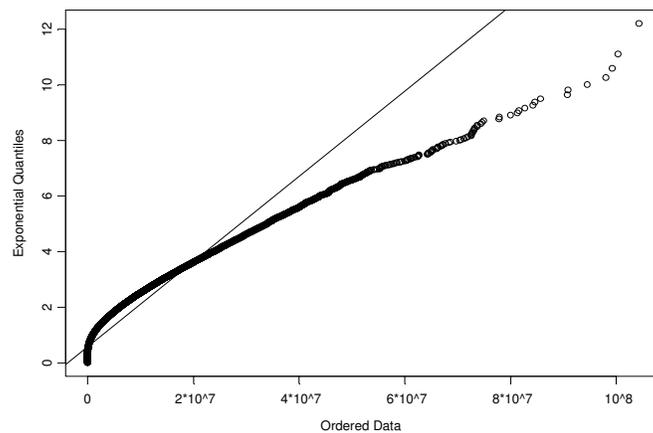


Figura 5. Gráfico de cuantiles exponenciales para 100,000 datos simulados de una distribución gamma.

La forma convexa a partir de la línea recta en este tipo de gráfico, muestra que los datos exhiben colas cortas.

De acuerdo a la prueba de bondad de ajuste Chi-cuadrado la distribución que mejor se ajusta a los datos de pérdida en el caso colombiano es la lognormal. Con esta función probabilística se genera una distribución de pérdidas mediante simulación Monte Carlo. Al simular 100,000 datos distribuidos lognormal con los parámetros obtenidos de la prueba de bondad de ajuste se obtiene el siguiente gráfico de excesos medios:

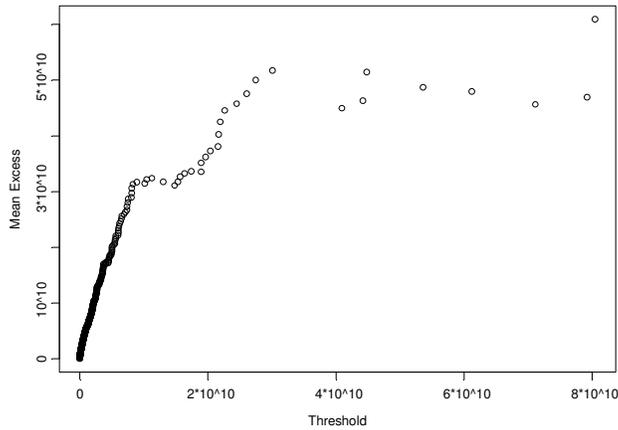


Figura 6. Gráfico de excesos medios para 100,000 datos simulados de una distribución lognormal.

El gráfico de excesos medios muestra datos con distribución de cola larga, por su tendencia lineal positiva. El gráfico de cuantiles exponenciales luce de la siguiente manera:

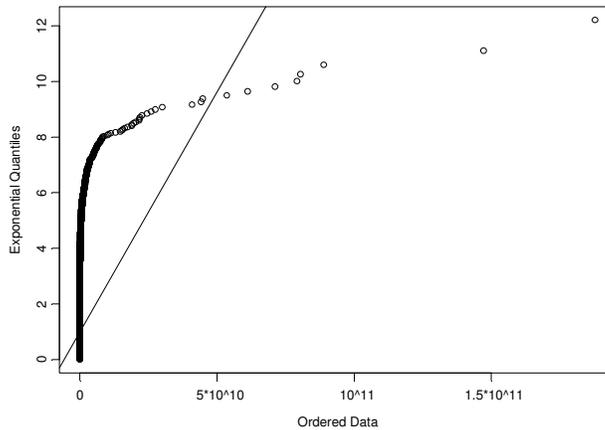


Figura 7. Gráfico de cuantiles exponenciales para 100,000 datos simulados de una distribución lognormal.

La forma cóncava a partir de la línea recta en este tipo de gráfico, muestra que los datos exhiben colas largas. La distribución lognormal es muy utilizada en el sector de seguros para modelar grandes pérdidas por siniestros (ver por ejemplo Mikosch (2004), Tabla 3.2.19) y es la que se usará para estimar el cuantil al 99.9% mediante el método MLE-W por ser una distribución subexponencial como se vio anteriormente.

El valor en miles de pesos de  $X_{n-k, n}$  usado es 1,276,262,099 dado que el  $k$ -óptimo es 262 cuando se minimiza el AMSE (0.34%) por el método de MLE para ERM, el valor del IVE es 0.9473697. Con estos datos al 99.9% de confiabilidad la pérdida máxima por riesgo operativo para el sector financiero colombiano en el 2009 en miles es de COP 3,189,988,440 calculado mediante el estimador de Weissman.

## 7. Conclusiones

En este documento se probaron dos métodos para cuantificar riesgo operativo al 99.9% de confiabilidad en distribuciones de severidad Pareto con diferentes valores de parámetro de forma. Como lo anota en su artículo (Nešlehová et al. (2006)), VaR es asintóticamente superaditivo para distribuciones de pérdida con colas muy largas, esto quiere decir que sumar individualmente el VaR subestimaría el “verdadero” VaR para distribuciones de pérdida con IVE mayor que 1. Por tal razón se prueban los dos nuevos métodos que reducen este problema al cuantificar riesgo operativo. Un método novedoso es el propuesto por Böcker y Klüppelberg quienes obtienen una fórmula explícita para estimar OpVaR cuando los datos de pérdida exhiben colas largas. De hecho en la práctica las pérdidas por riesgo operativo exhiben colas largas como se ve también en el caso colombiano. El otro método (MLE-W) está basado en la teoría del valor extremo y se empleó una de las técnicas para estimar el índice de valor extremo (que es uno de los problemas a resolver en la aplicación de EVT, ver Embrechts (2009)), desarrollada por Beirlant y otros investigadores. Con este valor, se usó el estimador de Weissman para calcular el cuantil al 99.9% como estimado del OpVaR.

Los resultados de la simulación muestran que el método MLE-W funciona bastante bien para distribuciones de pérdida con colas no tan largas, mientras que la fórmula explícita de Böcker y Klüppelberg tiene una mejor aproximación cuando la cola de la distribución es extremadamente larga.

Si bien varios autores cuestionan el uso de metodologías AMA por ser más costosas y complejas para su aplicación, a su vez estas metodologías son más sensibles al riesgo y permiten medir de manera más confiable el riesgo operativo. El método BK es muy fácil de implementar y sus resultados son bastante buenos de acuerdo a las simulaciones en este documento y las también realizadas en su artículo del 2005. De esta manera con este documento se pretende brindar herramientas útiles y confiables a las entidades financieras bajo el marco regulatorio colombiano y las características de una distribución de pérdidas por riesgo operativo encontradas en la práctica. Siempre y cuando se cumplan los requisitos mencionados en la sección Justificación las entidades financieras colombianas estarán mejor preparadas para cumplir con sus requerimientos regulatorios y prevenir grandes pérdidas por riesgo operativo.

Un problema actual es la no disponibilidad de bases de datos de pérdidas por riesgo operativo para aplicar los métodos aquí descritos. Por tal razón solo se aplicó el método MLE-W para el caso colombiano y se espera que cuando se cuenten con dichas informaciones, el sector financiero pueda compartir estos datos con la academia, preocupación también compartida por importantes investigadores en el tema (Nešlehová et al. (2006)).

Como futura investigación se podría utilizar el refinamiento propuesto por Böcker y Sprittulla al OpVaR analítico presentado por Böcker y Klüppelberg para cuantificar el riesgo operativo, mediante el supuesto de que las distribuciones de severidad tienen media finita y que según los autores se reduce el error de aproximación al OpVaR.

## Referencias

- Allen, L. y Bali T. G. (2004) Cyclicity in Catastrophic and Operational Risk Measurements. Unpublished paper, City University of New York.
- Balkema, G. y Embrechts P. (2007) *High risk scenarios and extremes: A geometric approach*. Zürich Lectures in Advanced Mathematics, European Mathematical Society.
- Beirlant, J., Dierckx G., Goegebeur, Y. y Matthys G. (1999) Tail index estimation and an exponential regression model. *Extremes* **2**, 177-200.
- Beirlant, J. Goegebeur, Y., Segers, J. y Teugels, J. (2004) *Statistics of Extremes: Theory and Applications*. John Wiley Sons.
- Böcker K. y Klüppelberg C. (2005) Operational VaR: a closed-form approximation. *RISK Magazine*, December 90-93.
- Böcker, K. y Klüppelberg, C. (2006) Multivariate models for operational risk. Preprint, TU Munich.
- deFontnouvelle, P., DeJesus-Rueff J. y Rosengren E. (2006) Capital and risk: New evidence on implications of large operational losses. *Journal of Money, Credit and Banking* **38**, 1819-1846.
- deFontnouvelle, P., Rosengren E. y Jordan J. (2004) Implications of alternative operational risk modelling techniques. Unpublished paper, Federal Reserve Bank of Boston.
- Degen, M., Embrechts, P. y Lambrigger, D. (2007) The quantitative modeling of operational risk: between g-and-h and EVT. *ASTIN Bulletin* 37: 265-291.
- Dutta, K. y Perry, J. (2006) A tale of tails: An empirical analysis of loss distribution models for estimating operational risk capital. Federal Reserve Bank of Boston, Working Paper No. 06-13.
- Embrechts P. (2009) Linear Correlation and EVT: Properties and Caveats. *Journal of Financial Econometrics*, 7 (1), pp. 30-39.
- Embrechts, P., Klüppelberg, C. y Mikosch, T. (1997) *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*. Springer, Berlin.
- Evans, J. R. y Olson D. L. (2002) *Introduction to Simulation and Risk Analysis 2nd Edition*. Prentice Hall, New Jersey.
- Huisman, R., Koedijk K., Kool C. y Palm F. (2001) Tail-index estimates in small samples, *Journal of Business and Economic Statistics* 19, 208-216.

- Jobst A. (2007) The treatment of operational risk under the New Basel framework: Critical issues. *Journal of Banking Regulation* **8**, (4) 316-352.
- Kraujalis, Š., Karpavičienė, E. y Aurelijus C. (2006) The specifics of operational risk assessment methodology recommended by Basel II. *Engineering Economics* **3** (48).
- McNeil, A. J., Frey, R. y Embrechts, P. (2005) *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*. Princeton University Press, Princeton.
- Mikosch, T. (2004) *Non-Life Insurance Mathematics: An Introduction with Stochastic Processes*. Springer Verlag.
- Moosa I. (2007) Operational Risk: A Survey. *Financial Markets, Institutions & Instruments* **16**, (4) 167-200.
- Mora A. (2009) Un estudio comparativo de algunos estimadores del índice de valor extremo. *Borradores de Administración*, Colegio de Estudios Superiores de Administración - CESA, Bogotá, D.C.
- Nešlehová, J., Chavez-Demoulin, V. y Embrechts, P., (2006) Infinite-mean models and the LDA for operational risk. *Journal of Operational Risk*, **1** (1) pp. 3-25
- Reiss, R.-D. y Thomas, M. (1997) *Statistical Analysis of Extreme Values*. Basel: Birkhäuser.
- Wei, R. (2006) Quantification of Operational Losses Using Firm-Specific Information and External Databases. *Journal of Operational Risk*, **1** (4) pp. 3-34

## Anexo 1. Tipos de riesgo (tomado de la Superfinanciera)

### **Fraude Interno**

Actos que de forma intencionada buscan defraudar o apropiarse indebidamente de activos de la entidad o incumplir normas o leyes, en los que está implicado, al menos, un empleado o administrador de la entidad.

### **Fraude Externo**

Actos, realizados por una persona externa a la entidad, que buscan defraudar, apropiarse indebidamente de activos de la misma o incumplir normas o leyes.

### **Relaciones laborales**

Actos que son incompatibles con la legislación laboral, con los acuerdos internos de trabajo y, en general, la legislación vigente sobre la materia.

### **Clientes**

Fallas negligentes o involuntarias de las obligaciones frente a los clientes y que impiden satisfacer una obligación profesional frente a éstos.

### **Daños a activos físicos**

Pérdidas derivadas de daños o perjuicios a activos físicos de la entidad.

### **Fallas tecnológicas**

Pérdidas derivadas de incidentes por fallas tecnológicas.

### **Ejecución y administración de procesos**

Pérdidas derivadas de errores en la ejecución y administración de los procesos.

Anexo 2. Clasificación de las líneas operativas (tomada de la Superfinanciera)

N°	Líneas Operativas (Nivel 1)	N°	Líneas Operativas (Nivel 2)	Descripción
1	Finanzas Corporativas	1.1	Finanzas Corporativas	Evaluación y estructuración financiera de proyectos. Asesoría en licitaciones y en esquemas de participación privada en proyectos. Optimización de estructuras financieras. Valoración de proyectos de privatizaciones, fusiones y adquisiciones. Asesoría en estructuraciones, emisiones y colocaciones de instrumentos financieros al mejor esfuerzo. Asesoría en materia de estructuración del capital, en estrategia industrial y en cuestiones afines o relacionadas. Estudios de inversiones. Análisis financiero.
		1.2	Finanzas de Administraciones Locales / Públicas	
		1.3	Banca de Inversión	
		1.4	Servicios de Asesoramiento	
2	Emisión, Negociación y Venta	2.1	Ventas	Negociación en posición propia sobre valores u operaciones de derivados con subyacente valores, con independencia de sus características. Valores adquiridos en desarrollo de contratos de underwriting. Emisión de deuda o acciones.
		2.2	Creación de Mercado	
		2.3	Posición Propia	
		2.4	Tesorería	
		2.5	Emisión	
3	Banca Personal y Minorista	3.1	Banca Personal y Minorista	Recepción de depósitos en cualquier modalidad. Otorgamiento de créditos en las modalidades de microcrédito, consumo, vivienda y, en general, cualquier operación activa de crédito que celebren con sus clientes. Para la clasificación de las actividades en esta línea se deberá tener en cuenta que la actividad de captación y colocación de recursos se circunscribe únicamente a personas naturales y microempresas, según definición de la Ley 590 de 2000 con sus modificaciones y/o adiciones. Sin embargo, en el caso de créditos de vivienda se deben excluir los otorgados para financiar proyectos de construcción con independencia de si se otorgan a persona natural o jurídica.
4	Banca Comercial	4.1	Banca Comercial	Recepción de depósitos en cualquier modalidad. Otorgamiento de créditos en las modalidades de comercial, vivienda y en general cualquier clase de operación activa de crédito. Para la clasificación de las actividades en esta línea se deberá tener en cuenta que la actividad de captación y colocación de recursos se circunscribe únicamente a personas jurídicas excepto microempresas. En los créditos de vivienda solamente se deben incluir los otorgados para financiar proyectos de construcción con independencia de si se otorgan a persona natural o jurídica.
5	Compensación, Liquidación y Registro	5.1	Compensación, Pago y Liquidación	Prestación de servicio de compensación como contraparte central de operaciones. Administración de sistemas de compensación y liquidación de operaciones. Administración de las garantías otorgadas para la compensación, pago y liquidación de operaciones. Administración de sistemas de pago de bajo y alto valor.

		5.2	Registro de Operaciones	Registro de operaciones realizadas por las bolsas de valores, agropecuarias y sistemas de negociación que no impliquen compensación y liquidación.
6	Servicios de Agencia	6.1	Custodia	Custodia y administración de instrumentos financieros por cuenta de clientes, incluidos el depósito y servicios conexos como la gestión de efectivo y de garantías reales.
		6.2	Agente de Transferencias	Obrar como agente de transferencia.
7	Administración de Activos	7.1	Administración de Fondos	Administración de fondos y/o recursos distintos de los señalados en las líneas operativas números 8 a 12.
		7.2	Almacenamiento de Activos	Almacenamiento y administración general de mercancías de terceros en bodegas propias o particulares como consignatarios o como parte de la prestación de un servicio. Expedición de certificados de depósito de mercancías y bonos de prenda.
8	Negocios Fiduciarios de Inversión y Fondos Mutuos de Inversión	8.1	Fondo Común Ordinario	Contratos fiduciarios que tienen como finalidad principal la inversión o colocación de los recursos fideicomitidos. Fondos mutuos de inversión administrados o no por una sociedad fiduciaria.
		8.2	Fondo Común Especial	
		8.3	Fideicomiso de Inversión con Destinación Específica	
		8.4	Fondos Mutuos de Inversión	
9	Negocios Fiduciarios Inmobiliarios	9.1	Administración y Pagos	Contratos fiduciarios cuya finalidad principal es la administración de recursos y bienes afectos a un proyecto inmobiliario o la administración de los recursos asociados al desarrollo y ejecución de dicho proyecto. Recaudo de los dineros provenientes de la promoción y consecución de interesados en adquirir inmuebles dentro de un proyecto inmobiliario.
		9.2	Tesorería	
		9.3	Preventas	
10	Negocios Fiduciarios de Administración	10.1	Administración y Pagos	Contratos fiduciarios de administración cuya finalidad es la entrega de bienes a una sociedad fiduciaria para que los administre y desarrolle la gestión encomendada por el constituyente y destine los rendimientos al cumplimiento de la finalidad señalada.
		10.2	Patrimonios derivados de Procesos de Titularización	
		10.3	Administración de Cartera	
		10.4	Acuerdos de Reestructuración	
11	Negocios Fiduciarios en Garantía	11.1	Fiducia en Garantía	Contratos fiduciarios en virtud de los cuales una persona transfiere bienes o recursos con la finalidad de garantizar el cumplimiento de obligaciones propias o de terceros.
		11.2	Fiducia en Garantía y Fuente de Pago	
12	Seguridad Social y Cesantías	12.1	Administración de recursos del régimen de ahorro individual con solidaridad.	Administración de fondos, pasivos o recursos relacionados con el sistema de seguridad social integral excepto aquellos relacionados con riesgos profesionales. Administración de cesantías. Administración de fondos de pensiones voluntarias.
		12.2	Administración de Recursos del Régimen de	

			Prima Media con Prestación Definida.	
		12.3	Administración de Pasivos Pensionales	
		12.4	Administración de Fondos de Jubilación e Invalidez - Fondos Voluntarios	
		12.5	Administración de Cesantías	
		12.6	Administración de otros recursos del Sistema de Seguridad Social Integral.	
13	Comisión y Corretaje	13.1	Intermediación de Valores, Seguros y Reaseguros.	Intermediación para la negociación de valores u operaciones de derivados con subyacente valores, con independencia de sus características. Valores adquiridos en desarrollo de contratos de underwriting. Recepción y transmisión de órdenes de clientes en relación con uno o más instrumentos financieros. Ejecución de órdenes en nombre de clientes. Actividad de intermediación de seguros, reaseguros y de capitalización.
14	Seguros de Personas	14.1	Exequias	Celebración de contratos de seguros de personas, en los ramos señalados en el nivel 2.
		14.2	Accidentes personales	
		14.3	Colectivo vida	
		14.4	Educativo	
		14.5	Vida grupo	
		14.6	Salud	
		14.7	Vida individual	
		14.8	Pensiones voluntarias	
		14.9	Previsional de invalidez y sobrevivencia	
		14.10	Enfermedades de alto costo	
		14.11	Pensiones Ley 100	
		14.12	Pensiones con conmutación pensional	
		14.13	Riesgos profesionales	
		14.14	SOAT	
15	Seguros de Daños	15.1	Automóviles	Celebración de contratos de seguros de daños, en los ramos señalados en el nivel 2.
		15.2	Incendio terremoto y	
		15.3	Sustracción	

		<b>15.4</b>	Corriente débil	
		<b>15.5</b>	Lucro Cesante	
		<b>15.6</b>	Montaje y rotura de maquinaria	
		<b>15.7</b>	Minas y petróleos	
		<b>15.8</b>	Vidrios	
		<b>15.9</b>	Agrícola	
		<b>15.10</b>	Semovientes	
		<b>15.11</b>	Todo riesgo contratista	
		<b>15.12</b>	Hogar	
		<b>15.13</b>	Transporte	
		<b>15.14</b>	Aviación	
		<b>15.15</b>	Navegación y casco	
<b>16</b>	Seguros Patrimoniales y de Responsabilidad	<b>16.1</b>	Cumplimiento	Celebración de contratos de seguros patrimoniales y de responsabilidad en los ramos señalados en el nivel 2.
		<b>16.2</b>	Manejo	
		<b>16.3</b>	Desempleo	
		<b>16.4</b>	Responsabilidad civil	
		<b>16.5</b>	Crédito comercial. Crédito a la exportación.	
<b>17</b>	Reaseguros	<b>17.1</b>	Actividad de Reaseguros	Asunción de riesgos derivados de contratos de reaseguro.
<b>18</b>	Actividades Financieras No	<b>18.1</b>	Servicios Tecnológicos	Prestación de servicios tecnológicos (hardware, software y telecomunicaciones) por parte de las entidades a personas naturales o jurídicas.
		<b>18.2</b>	Servicios Generales	Servicios y productos de carácter general ofrecidos a personas naturales y jurídicas, que no pueden catalogarse en ninguna de las líneas preestablecidas y que no tienen una relación directa con servicios tecnológicos o aduaneros.
		<b>18.3</b>	Servicios Aduaneros	Intermediación aduanera en los diferentes procesos y modalidades de comercio internacional.
<b>19</b>	Actividades Institucionales	<b>19.1</b>	Institucionales	Actividades que no pueden ser catalogadas en ninguna línea operativa de las señaladas y que están relacionadas con el funcionamiento administrativo y/o de apoyo de las entidades.

### Anexo 3. Ajuste de las pérdidas por riesgo operativo a una función de distribución.

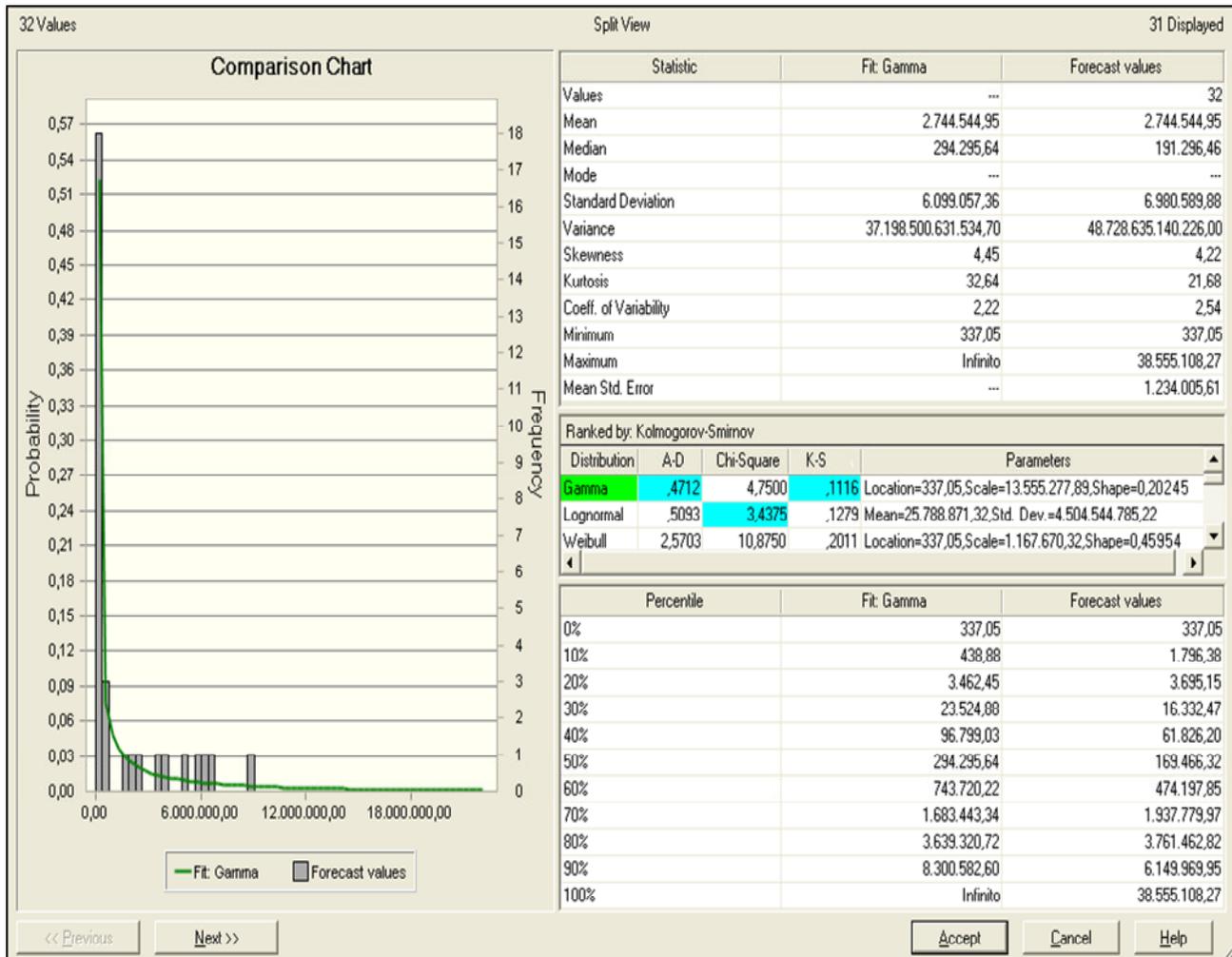


Figura 8. Ajuste de las pérdidas por siniestro de riesgo operativo en las entidades financieras colombianas. De las 32 entidades, 15 corresponden a bancos, 1 corporación financiera, 9 compañías de financiamiento comercial, 1 organismo cooperativo de grado superior, 2 bancos de segundo piso y 4 cooperativas financieras.