

INTERACCIONES DINÁMICAS E INNOVACIÓN TECNOLÓGICA

Oscar A. Benavides G.*

Resumen

Este documento presenta una aplicación de los juegos evolucionarios para explicar los procesos de innovación tecnológica. En primer aspecto que se muestra es que los procesos de innovación tecnológica son procesos de aprendizaje conductista que pueden ser individuales o sociales. También se analiza el proceso de innovación tecnológica que se presentó en la *Primera Revolución Industrial* y comienzo de la *Segunda Revolución Industrial*, y se muestra que se puede caracterizar como un proceso de aprendizaje individual de baja dimensionalidad baja complementariedad. En contraste, las innovaciones del final de la *Segunda Revolución Industrial* y del siglo XX, se pueden caracterizar como procesos de aprendizaje social, en los que se presentó alta dimensionalidad y alta complementariedad. En la parte final se analiza la estabilidad evolucionaria de los procesos de aprendizaje para explicar por qué durante una época las innovaciones fueron realizadas por inventores y por qué luego fueron realizadas por grupos de I+D. El resultado del ejercicio mostró que ambas alternativas son evolucionariamente estables, es decir, que son la mejor alternativa desde el punto de vista estratégico.

Clasificación JEL: B25; C62; O32

Palabras Claves: Juegos Evolucionarios, aprendizaje e innovación tecnológica

* Profesor titular ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERIA y miembro de la Unidad de Estudios en Interacciones Económicas. Una versión preliminar de este documento se encuentra en la tesis titulada "La Innovación Tecnológica como un proceso de aprendizaje: Una perspectiva evolucionaria" presentada en el doctorado de Ciencias Económicas de la UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA.

1. Introducción

La Primera Revolución Industrial se puede caracterizar como un *cluster* de macroinventos que representaron rupturas tecnológicas, que tuvieron un impacto sin precedentes sobre todas las actividades productivas y que generaron un importante impacto sobre el nivel de producción y un aumento significativo en la productividad media de los trabajadores. No obstante, el efecto no se dio de manera inmediata, sino que en ocasiones tardó mucho tiempo. Asimismo, existían alternativas tecnológicas que durante ese período fueron también mejoradas y que limitaron el alcance de las innovaciones tecnológicas y permitieron que las 'viejas técnicas', coexistieran con las nuevas. Para efectos de este documento, la principal conclusión de la descripción de los procesos de innovación tecnológica de *la Primera Revolución Industrial*, radica en el carácter altamente independiente de los componentes, es decir, que son procesos de poca interacción, lo que de acuerdo con la definición dada, representa *baja dimensionalidad* del conocimiento tecnológico. Por otra parte, no existía una estandarización y tampoco se requería de ningún tipo de compatibilidad entre los componentes, es decir, que fueron procesos de *baja complementariedad*.

La evidencia histórica sirve de base para concluir que el proceso de innovación tecnológica tuvo características de un proceso de aprendizaje individual. Es un proceso de aprendizaje en la medida en que representa cambios en el conocimiento de cómo producir bienes, y es individual en la medida en que los inventores eran pocos y estaban dispersos. Lo anterior significa que el conocimiento tecnológico de esta época tenía *baja dimensionalidad* y *baja complementariedad*. Adicionalmente, es importante destacar que un rasgo bastante característico del proceso de innovación tecnológica del Siglo XVIII, fue su carácter empírico, no construido sobre la base del conocimiento científico. El avance tecnológico más importante no fue el que se presentó como consecuencia del profundo entendimiento de los principios de la química y de la física, lo cual explica porque el avance fue tan lento en algunos casos y también da razón de la ineficiencia temprana de algunas innovaciones.

Por el contrario, el avance tecnológico de la segunda mitad del Siglo XIX, a diferencia del experimentado durante *la Primera Revolución Industrial*, se caracterizó por la aplicación extensiva del conocimiento científico como el principal insumo de las innovaciones tecnológicas. También es importante destacar que las innovaciones tecnológicas de este período se caracterizaron porque hacían parte de *sistemas* y *redes tecnológicas de mayor complejidad* con respecto a las de *la Primera Revolución Industrial*. Por esta razón, a diferencia de los procesos de innovación tecnológica de *la Primera Revolución Industrial*, tanto la difusión como la aplicación de los nuevos desarrollos tecnológicos se presentaron de manera mucho más acelerada que en épocas anteriores. Como consecuencia de estos dos aspectos, la competencia entre las viejas y las nuevas rutinas productivas fue breve, significando una rápida victoria para las nuevas rutinas.

Dos aspectos interesantes de los procesos de innovación tecnológica de *la Segunda Revolución Industrial*, fue en primer lugar, el carácter dependiente de sus componentes, es decir, que el proceso de innovación se llevó a cabo en un escenario de creciente interacción, lo que de acuerdo con la clasificación descrita en los capítulos precedentes, representa *alta dimensionalidad* del conocimiento tecnológico. El segundo lugar, es importante destacar que las diferentes innovaciones tecnológicas empezaron a configurar una serie de estándares y de creciente compatibilidad entre sí. En otros términos, se empezaron a desarrollar innovaciones tecnológicas con *alta complementariedad*. Sin embargo, esta característica determinó irreversibilidades sobre todo cuando la innovación hacía parte de un sistema complejo, pues los cambios quedaban limitados estructuralmente.

Aunque la alta complementariedad (proceso de estandarización), representaba una restricción a la innovación tecnológica, pues requería compatibilidad en técnicas y equipos, el proceso de innovación no se detuvo, por el contrario, se aceleró. La razón es muy sencilla, la creciente interacción, es decir la *alta dimensionalidad* del conocimiento generó tal variedad de rutinas productivas que haciendo un paralelo con el proceso de evolución biológica, estaban apareciendo permanentemente nuevas especies que encontraban la forma de reproducirse, en la medida en que eran compatibles con otras, es decir, que se presentaba *alta dimensionalidad* del conocimiento tecnológico. Como se puede verificar a partir de la evidencia, es claro que se experimentó un cambio significativo en el proceso de innovación tecnológica, que a su vez, puede ser entendido como un cambio en el proceso de aprendizaje, con las características ya señaladas de *alta dimensionalidad* y *alta complementariedad* de las rutinas productivas.

Por último, durante el Siglo XX, a diferencia de lo observado en los Siglos XVIII y XIX, el proceso de innovación tecnológica ha sido prácticamente permanente. No existió ninguna década en la que no se presentaran innovaciones importantes en las diferentes actividades productivas. Las principales características de la innovación tecnológica fueron el creciente grado de interacción entre las diferentes tecnologías, como se puede evidenciar a lo largo del capítulo. La creciente interacción generó una mayor *dimensionalidad* del conocimiento, ya que gran parte del cambio tecnológico se presentó en un contexto en el que muchas tecnologías sirvieron de base para la construcción de las nuevas. Esto marca una clara diferencia con respecto a los procesos de innovación tecnológica precedentes en los que, solo eran unas cuantas tecnologías las que sirvieron de base para la construcción de las nuevas formas de producir bienes. Es decir, que a diferencia de las escasas ramas que tenía el árbol tecnológico, durante el Siglo XX este árbol se volvió más frondoso, con una característica adicional y es que las diferentes ramas se cruzaron entre sí dando origen a nuevas ramas.

De igual manera, la innovación tecnológica del Siglo XX se caracterizó por un alto grado de *complementariedad* entre las diversas tecnologías. A manera de ilustración es importante destacar que muchas innovaciones requirieron de otras para poder subsistir y reproducirse, como por ejemplo, el desarrollo de hardware requirió del software para poder tener un impacto sustancial en las otras actividades productivas. En particular, la *alta dimensionalidad* y la *alta complementariedad* del conocimiento tecnológico, implican respectivamente, que existen mayor cantidad de nuevas ideas (rutinas productivas) y que aquellas que no encuentren complementos estén destinadas a desaparecer. Las dos fuerzas darían razón del proceso de mutación y la segunda al de selección.

En esa perspectiva, los beneficios económicos de la innovación dependen de la generación de nuevas ideas y la búsqueda de complementos ha sido la forma que se ha adoptado para garantizar la subsistencia y la reproducción. De ahí la importancia del trabajo en grupo y las alianzas entre grupos. En particular, muchas de las innovaciones tecnológicas del Siglo XX fueron el resultado de grandes proyectos de (I+D), por parte de grandes empresas. De hecho, Bell Labs de Bell System, inventó y desarrolló valioso aporte a las telecomunicaciones e informática con el desarrollo de los transistores, semiconductores, las microondas, la fibra óptica el sistema operativo UNIX, los satélites de comunicaciones y las comunicaciones electrónicas. Otros ejemplos, son el caso de *Du Pont, RCA, IBM, General Electric, General Motors, Texas Instruments, Intel, Microsoft*, por citar solo algunos.

En resumen, la evidencia histórica muestra que los procesos de innovación tecnológica presentan ciertas características que pueden ser resumidas en *dimensionalidad* y *complementariedad* del conocimiento tecnológico. El cambio de estas dos características ha permitido clasificar la innovación tecnológica de la *Primera Revolución Industrial* como un

proceso de *baja dimensionalidad* y baja complementariedad. Por su parte, las innovaciones de la *Segunda Revolución Industrial* y las del *Siglo XX*, se pueden caracterizar como procesos de *alta dimensionalidad* y *alta complementariedad*. No obstante, para poder explicar los cambios que ha experimentado el proceso de innovación tecnológica como un proceso de aprendizaje, es necesario integrar los aspectos conceptuales y la evidencia histórica en una perspectiva formal. El primer paso consiste en considerar la innovación tecnológica como un cambio en el conocimiento y, por lo tanto, susceptible de ser analizado en una perspectiva epistemológica. Desde allí se identifican las características del proceso de aprendizaje.

El segundo paso consiste en identificar los diferentes procesos de aprendizaje desde la perspectiva que ofrece la teoría de juegos evolucionarios. El objetivo de la descripción es servir de base para el desarrollo formal de algoritmos de aprendizaje. En tercer lugar, el abordaje de los procesos de aprendizaje desde la perspectiva evolucionaria sirve para formular modelos de aprendizaje. Estos modelos pueden ser individuales o sociales, dependiendo de la dimensionalidad y complementariedad de las rutinas productivas que constituyen la unidad de análisis del proceso de innovación tecnológica.

2. La innovación tecnológica: perspectiva epistemológica

Desde la perspectiva epistemológica existen dos formas de ver el proceso de innovación tecnológica. En la primera, es visto como “una actividad racional dirigida hacia una meta, [y] como la elección de la mejor innovación entre un conjunto de posibles alternativas”.¹ Esta conceptualización es característica de los análisis marxistas y neoclásicos, ya que ambos explican la innovación tecnológica a la luz de la meta que los productores *racionales* quieren lograr. En la segunda forma, el cambio tecnológico es visto como “como un proceso de ensayo y error, es decir, como una suma acumulativa de ciertas modificaciones accidentales del proceso de producción, pequeñas y en gran medida accidentales”.² Esta forma de entender el cambio tecnológico es característica de las teorías evolucionarias, especialmente de aquellas que hacen una explicación literal más que metafórica del proceso de evolución biológica al ámbito económico.

De acuerdo con Elster, la dicotomía entre teorías de elección racional y las teorías evolucionarias del cambio tecnológico corresponden a la distinción entre explicación intencional y funcional. La explicación intencional tiene que ver con procesos en los que se puede especificar el estado futuro y el individuo elige la mejor acción que sirve como medio para alcanzar su meta. Por su parte, la explicación funcional da cuenta de procesos en los que la aleatoriedad, más que la intención, es el factor determinante en el resultado final, es decir, más que el futuro, lo que cuenta es el pasado. Es importante destacar que ambas explicaciones están presentes en el proceso de innovación tecnológica, pues la evolución tecnológica se caracteriza porque los cambios son dirigidos. Asimismo, el proceso de selección se lleva a cabo a través de un mecanismo en el que la intencionalidad humana juega un importante papel. No obstante, es importante destacar que existe incertidumbre y el comportamiento se da bajo racionalidad acotada, lo que le confiere al proceso de innovación tecnológica características, a partir de las cuales, la explicación funcional resulta adecuada.

¹ Ver Jon Elster (2000), p. 13-25 para un análisis epistemológico de la innovación tecnológica.

² Elster (2000) p. 13

El trabajo de Elster y los de David, Mokyr y Rosenberg,³ han mostrado la importancia que tiene el análisis epistemológico en la explicación del proceso de innovación tecnológica. De acuerdo con Elster, “el estudio del cambio tecnológico se adapta especialmente bien al análisis epistemológico (...) y, por lo tanto, sería dable esperar que permitiera comprender cómo se relaciona el conocimiento teórico con el mundo observable”.⁴ Es decir, que el cambio en el conocimiento tecnológico debe ser entendido en los mismos términos que el resto del conocimiento humano y cada uno de estos autores consideran la perspectiva evolucionaria, es decir, el análisis funcional. No obstante, consideran que el análisis intencional también debe abordarse, por ejemplo, David propone establecer la conexión entre los procesos de aprendizaje, es decir, entre los procesos cognoscitivos bajo incertidumbre y los procesos de innovación tecnológica.⁵

En este caso la propuesta de David hace énfasis en considerar a la innovación tecnológica como un proceso de aprendizaje, tal como ya se señaló. Desde esta perspectiva es necesario establecer la naturaleza del aprendizaje, la forma en que toma lugar, cómo ocurre, quiénes y qué se aprende. Es importante destacar que el término aprendizaje ha sido utilizado en la literatura económica al menos con dos significados distintos. El primero, básicamente muestra una relación input-output que cambia como resultado de la experiencia, traduciéndose en reducción de costos. Esta forma de ver el aprendizaje ha sido la base de las teorías del cambio tecnológico endógeno. De esta literatura, se deriva el concepto de curva de aprendizaje utilizada por Arrow, Rosenberg y David en la explicación de los fenómenos conocidos como *learning by doing* y *learning by using*.

En segundo lugar, el concepto de aprendizaje desarrollado en la moderna literatura económica tiene que ver con procesos cognoscitivos, que hacen referencia a la transformación de las creencias y el comportamiento de los individuos acerca del mundo material y de las acciones de los otros agentes. Estas transformaciones son el resultado de cambios en la información que los jugadores poseen, han sido desarrollada por las teorías del aprendizaje bajo incertidumbre. Esta conceptualización de aprendizaje analiza la modificación sistemática de las probabilidades que los agentes asignan a diferentes estados posibles del mundo dependiendo de la información que reciben.⁶ Dicha literatura ha sido elaborada a partir de la teoría de juegos de información incompleta, que conlleva un proceso de aprendizaje de tipo bayesiano, en los que la racionalidad sólo está acotada en términos informacionales.⁷

Esta propuesta de David acerca del proceso de innovación tecnológica hace parte de un conjunto de trabajos en los que se desea analizar el cambio en economía desde una perspectiva evolucionaria. Un análisis detallado, desde esta perspectiva, se encuentra en el trabajo de Nelson de 1995,⁸ para quien una teoría del cambio en economía y en particular de la innovación tecnológica, debe involucrar no sólo una descripción de hechos, sino que debe desarrollar aspectos de carácter teórico e implica nuevas metodologías y nuevos instrumentos formales. Es decir, que para Nelson, la teoría evolucionaria debe pasar del ámbito descriptivo al desarrollo formal.

³ Los trabajos de Elster (2000), Mokyr (1990, 1997 y 2000), David (2000) y Rosenberg (1982 y 1994), hacen énfasis en los procesos de aprendizaje para explicar la innovación tecnológica.

⁴ Elster Op. Cit. p. 86

⁵ David (2000) p. 118

⁶ Ibidem p. 120

⁷ Ver Ehud Kalai y Ehud Lehrer (1993), quienes desarrollan un juego repetido con un proceso de aprendizaje bayesiano en el que los jugadores inician con creencias subjetivas acerca de las estrategias de sus oponentes, si sus creencias son compatibles con las verdaderas, se llega a un equilibrio de Nash con información incompleta.

⁸ Ver Richard Nelson (1995).

Igualmente, Nelson señala que este trabajo se inició en 1982 con el libro de Nelson y Winter, al que siguieron los trabajos de Dosi⁹ y el ya citado de Anderson, Arrow y Pines. A pesar de los importantes desarrollos alcanzados durante las últimas dos décadas, Nelson muestra gran escepticismo con respecto a la posibilidad de unificar el trabajo descriptivo con la teorización formal. En particular, señala que una rama, la del ámbito de la biología, la sociobiología y la bioeconomía, marcha por una camino, mientras que otra rama, la de los juegos evolucionarios, los procesos adaptativos, procesos complejos, mucho más teórica y formal, marcha en otra dirección.

Nelson reconoce que los juegos evolucionarios constituyen una herramienta útil para analizar procesos complejos como la innovación tecnológica, sin embargo, señala que gran parte de éstos mantiene supuestos como agentes completamente racionales, conjunto de estrategias fijo y en esas circunstancias, el equilibrio puede ser conocido *ex-ante*. Asimismo agrega que en los procesos complejos, el equilibrio es un proceso dinámico que a menudo involucra patrones de comportamiento y actividades que no estaban presentes al inicio del proceso. En relación con esta afirmación es importante destacar que no todos los juegos evolucionarios se mantienen en esa línea, ya que existe un grupo de juegos en los que se estudian procesos dinámicos, con jugadores que actúan bajo racionalidad acotada, que no conocen todas las alternativas, ni éstas son un conjunto fijo, es decir, que resulta apropiada para análisis de procesos complejos como la innovación tecnológica.

En particular, mientras que la teoría de juegos clásica es estática y enfatiza en conceptos como el equilibrio de Nash como el posible resultado a juegos no cooperativos, los juegos evolucionarios presentan modelos de comportamiento con jugadores que actúan bajo racionalidad acotada, que juegan de manera repetida un juego y que después de cada ronda actualizan sus estrategias siguiendo sencillas reglas de comportamiento.¹⁰ Este tipo de juegos evolucionarios se caracteriza por modelar interacciones estratégicas a través del tiempo en las que existen mecanismos de *mutación* y *selección*. La mutación es un proceso mediante el cual se generan nuevas estrategias, mientras que la selección permite que las estrategias que generan mayores pagos prevalezcan. Posteriormente, las nuevas mutaciones experimentan un proceso de selección y solo las mejores sobreviven: las que son más adaptativas. De acuerdo con Hart, existen “varios mecanismos de selección que pueden ser biológicos (el pago determina el número de descendientes y así la proporción de la mejor estrategia se incrementa); individuales (experimentación y respuesta al estímulo) y sociales (por aprendizaje e imitación). Lo importante es que un proceso adaptativo aumenta la probabilidad de [escoger] la mejor estrategia”.¹¹

Los juegos evolucionarios han sido utilizados por los teóricos para investigar los fundamentos de los conceptos solución y la selección entre múltiples equilibrios. Pero muchas de sus aplicaciones se han mantenido en la línea de la biología, cuya dinámica es genética y no resulta adecuada para problemas de naturaleza económica, especialmente en procesos implican cambios en el conocimiento y el comportamiento de los jugadores a lo largo del tiempo. En el ámbito de la tecnología, este tipo de juegos permite modelar la interacción dinámica de las rutinas productivas, que son las unidades de análisis de la innovación tecnológica desde la perspectiva evolucionaria. En este caso específico, la dinámica del proceso a través del cual cambian las rutinas a lo largo del tiempo no es de naturaleza genética, ya que representan cambios en el comportamiento de los individuos a partir de su experiencia, es decir, que son procesos de aprendizaje.¹²

⁹ También es importante destacar los trabajos de Dosi et. al (1988) y Dosi et. al. (1992).

¹⁰ Para un análisis de los juegos evolucionarios ver Weibull (1995) y Vega-Redondo (1996).

¹¹ Un análisis sobre selección y mutación en juegos evolucionario se encuentra en Hart (1999)

¹² Ver Daniel Friedman (1998a), p. 424

Esta breve introducción sobre los juegos evolucionarios, permite ver que la preocupación de Elster en el sentido de realizar un análisis epistemológico del cambio tecnológico es posible ya que la innovación tecnológica es un proceso intencionado, pero sujeto a racionalidad acotada, características que se pueden capturar por un subconjunto de los juegos evolucionarios. También permiten desarrollar la propuesta de David sobre el desarrollo cognoscitivo del proceso de innovación tecnológica, dado que están contruidos para describir procesos de aprendizaje bajo incertidumbre y la racionalidad acotada. Finalmente, los juegos evolucionarios hacen posible el desarrollo formal de la innovación tecnológica, que de acuerdo con Nelson, debe acompañar al desarrollo descriptivo.

Con este propósito, en la siguiente sección de este documento se presenta una clasificación de los procesos de aprendizaje en teoría de juegos. Luego se presentan algunos conceptos que resultan claves para entender los juegos evolucionarios, en especial lo relacionado con los procesos de aprendizaje y finalmente, se presentan dos modelos de aprendizaje que permiten explicar los procesos de innovación tecnológica de acuerdo con la evidencia histórica. .

3. Clasificación de los procesos de aprendizaje en la teoría de juegos

En la teoría de juegos existen dos interpretaciones de equilibrio de Nash. La primera pertenece a la teoría de juegos clásica y es de naturaleza estática. La segunda interpretación, es dinámica y tiene como fundamento la racionalidad acotada, el aprendizaje en juegos repetidos y los procesos evolucionarios.¹³ En esta segunda interpretación, se buscan los fundamentos de los conceptos solución de los juegos no cooperativos y la selección de múltiples equilibrios de Nash, en adelante (EN).¹⁴ Walliser ha mostrado cuatro procesos de aprendizaje que permiten lograr la convergencia hacia un EN o un refinamiento de éste, de acuerdo con las capacidades cognoscitivas de los jugadores, es decir, a partir del grado de racionalidad y el tipo de razonamiento.¹⁵ Los procesos de aprendizaje son los siguientes:

3.1 Procesos eductivos

El primer grupo de proceso de aprendizaje que Walliser describe son los procesos **eductivos**. En este tipo de proceso los jugadores tienen información completa sobre la estructura del juego, la racionalidad y las características (oportunidades, creencias a priori, preferencias) de los otros jugadores, permiten que un jugador pueda simular perfectamente el comportamiento de los otros y alcanzar fácilmente un EN. En este tipo de juegos los jugadores están dotados con perfecta racionalidad cognoscitiva e instrumental y son conducidos al equilibrio por “mano lewisiana”, denominada así por Walliser debido a que fue el filósofo David Lewis quien desarrolló el concepto de conocimiento común. No solo para los juegos en forma estratégica la ‘mano lewisiana’ permite alcanzar el EN, ya que este mecanismo también opera para los juegos en forma extensiva, debido a que si se mantiene el supuesto de conocimiento común, se obtiene un refinamiento del EN: un equilibrio perfecto en subjuegos, ENPS, obtenido por inducción hacia atrás.

Sin embargo, en el caso particular del ajedrez, por ejemplo, a pesar de que es un juego con información perfecta y completa, es imposible resolver el juego por inducción hacia atrás debido a la gran cantidad de estrategias del juego y el hecho de que éstas son una cantidad variable a lo largo del juego. En su lugar, los jugadores adoptan reglas sencillas a partir de la experiencia pasada y de los antecedentes del oponente.

¹³ Posch (1997) p. 193

¹⁴ Ver Friedman (1998b, p. 16

¹⁵ Ver Bernard Walliser (1998), p. 68

3.2 Procesos epistémicos

El segundo proceso que Walliser identifica, es el **epistémico**, en el que los jugadores siempre conocen sus propias características, pero no de los demás jugadores. En este caso, un jugador observa de manera imperfecta la secuencia de las acciones escogidas por sus oponentes, debido a que las estrategias no son observables. En este caso, el jugador tiene racionalidad cognoscitiva acotada, debido a que revisa las conjeturas a priori de las estrategias futuras de los demás jugadores observando sus acciones pasadas. Cada jugador tiene una racionalidad instrumental casi perfecta y escoge en cada período la mejor respuesta a la conjetura acerca de las estrategias de los otros. No obstante, el jugador actúa de manera miope debido a que no considera que sus conjeturas pueden cambiar, pero optimiza en cada momento.

El ejemplo de la revisión de reglas se presenta en el ‘juego ficticio’, en el que se asume que la probabilidad de que un oponente juegue determinada acción es igual a la frecuencia observada. Es decir, que el jugador pronostica la futura acción de los otros a partir de una combinación de las observaciones pasadas. Un ejemplo de este tipo de juegos es el desarrollado por Kalai-Lehrer, en el que el jugador es conducido a un EN subjetivo por una ‘mano bayesiana’, pues se utiliza el concepto de reglas de Bayes como base del concepto solución. Es importante destacar que el proceso epistémico se desarrolla en tiempo real y el proceso de convergencia a un equilibrio es posible siempre que la velocidad de aprendizaje sea mayor que la evolución de la estructura del juego. En ajedrez, por ejemplo, los jugadores intentan identificar estrategias jugadas por su oponente para determinar su tipo o en el caso concreto su estilo.

3.3 Procesos conductistas

En el tercer proceso, los jugadores solo conocen sus propias oportunidades, pero no están seguros del pago que resultará de cada una de las combinaciones de sus acciones. Cada jugador solo conoce la secuencia de sus pasadas experiencias y de sus pagos, pero no de los pagos que va a recibir. En este caso de aprendizaje los jugadores tienen una débil racionalidad cognoscitiva, debido a que resumen todas sus experiencias pasadas en un índice de utilidad agregado de acuerdo con la secuencia de utilidades obtenidas en el pasado y bajo el supuesto que una acción que ha ocurrido en el pasado puede continuar sucediendo en el futuro. Cada jugador escoge su estrategia de acuerdo con los pagos observados de sus acciones anteriores o imita el comportamiento que los otros jugadores han realizado en el pasado de aquellas estrategias que han tenido éxito y descartan las que fallaron.

En algunos casos del aprendizaje conductista, existe una regla de proporcionalidad en la que se adopta un índice de utilidad igual a la suma ponderada de las utilidades pasadas. Se considera una ‘regla adaptativa’, a una escogencia en la que un jugador cambia de acción si su utilidad es menor que un nivel de aspiración, es decir, que es una regla dinámica satisfactoria con las características descritas por Simon.¹⁶ De acuerdo con Walliser, los jugadores son conducidos hacia el equilibrio por una ‘mano skinneriana’, debido a la importancia que tienen los mecanismos de reforzamiento desarrollados por B.F. Skinner, en este tipo de aprendizaje. En este caso, muchos equilibrios pueden ser alcanzados dependiendo de las condiciones iniciales del índice de utilidad, aunque también por el mejoramiento de las reglas que depende de la información que el jugador reciba del entorno. Un equilibrio es obtenido cuando los jugadores experimentan, pero el aprendizaje disminuye en la medida que se está convergiendo al equilibrio o éste ya se ha alcanzado.

¹⁶ Para una especificación completa de este tipo de modelos ver Brian Arthur (1994a) quien retoma las ideas de Simon sobre reglas que resultan satisfactorias.

El aprendizaje toma lugar en tiempo real a la vez que los costos de la información son bajos debido a que solo se requiere chequearlos y memorizarlos de un período a otro. De igual manera, los costos computacionales también son bajos en la medida en que solamente están involucrados los mecanismos de retroalimentación. La velocidad de aprendizaje en este caso es lenta debido a que opera a través de mecanismos de ensayo error, es decir, a través de un proceso de ‘aprendizaje individual’, de acuerdo con lo que se ha definido en esta tesis. Sin embargo, es importante destacar que la velocidad de aprendizaje aumenta cuando se presentan procesos de imitación, o ‘aprendizaje social’.¹⁷ En cualquiera de las dos situaciones, los jugadores pueden quedar ubicados (*lock-in*) en equilibrios que son subóptimos en el sentido de Pareto, debido a que no tienen la capacidad para descubrir de manera conjunta un ‘mejor equilibrio’, como consecuencia de la débil racionalidad cognoscitiva e instrumental de los jugadores.

3.4 Procesos evolucionarios

Existe un último proceso, denominado aprendizaje **evolucionario**, en el que los jugadores no tienen toda la información de la estructura del juego aunque eventualmente puede conocer el contexto en el que actúa si las estrategias dependen de ello. En este caso, la racionalidad cognoscitiva e instrumental es nula y cada jugador representa a una subpoblación de individuos similares. El juego se realiza de manera repetida por jugadores sacados de manera aleatoria de sus correspondientes poblaciones. Cada jugador está programado para jugar un conjunto de estrategias, que determinan a lo largo del juego las reglas de reproducción, las cuales garantizan que los jugadores más adaptativos comienzan progresivamente a ser más numerosos (asimilados a las estrategias que probablemente jugarán) de acuerdo con una función de utilidad.

En el proceso de aprendizaje evolucionario, se asume, por ejemplo, que cada jugador reproduce sus estrategias de acuerdo con la utilidad obtenida previamente por toda la población (regla del replicador). En este proceso evolucionario de aprendizaje, los jugadores son conducidos hacia un equilibrio por una ‘mano darwiniana’, a través de un proceso similar a la selección natural. La selección del equilibrio depende de las condiciones iniciales, las condiciones de reproducción, pero ante todo por las mutaciones. El concepto de equilibrio en los juegos evolucionarios es estrategia evolucionariamente estable, que es un refinamiento del EN. Una estrategia es evolucionariamente estable (E.E.E) si una población jugando una estrategia determinada no puede ser invadida por otra estrategia mutante. Este proceso de ajuste hacia el equilibrio resulta adecuado para procesos de naturaleza biológica, aunque también resulta adecuado para realizar ciertas aplicaciones económicas, como es el caso de la innovación tecnológica, como se verá más adelante. Asimismo, el replicador que determina la dinámica del juego a lo largo del tiempo es un mecanismo de naturaleza natural de un proceso es genético, pero con algunas modificaciones resulta útil para problemas de tipo económico.¹⁸

Por último, es importante destacar que a medida que se pasa del proceso eductivo al evolucionario, los individuos van pasando de hiperracionalidad a racionalidad acotada (en el caso de los procesos epistémicos y conductistas) y finalmente a autómatas en el caso de los procesos evolucionarios. De igual manera, se pasa de un razonamiento deductivo en el que los problemas están bien definidos y los resultados son predecibles, en el caso de los juegos eductivos, a un razonamiento inductivo donde la información es fragmentada y los resultados son impredecibles en los procesos evolucionarios. Con los anteriores elementos es posible identificar aquellos procesos de aprendizaje que desde la teoría de juegos resultan adecuados para explicar los procesos de innovación tecnológica.

¹⁷ Ver Walliser (1998) p. 76

¹⁸ Ver Friedman (1998b), p. 18

4. Juegos evolucionarios y procesos de aprendizaje

Los juegos evolucionarios surgidos de un “fascinante encuentro (...) de ideas ocurrido en las últimas dos décadas entre la biología evolucionaria y la teoría de juegos”,¹⁹ permiten describir procesos de interacción estratégica a través del tiempo, en términos de una o más poblaciones de jugadores, un estado del espacio de estrategias, una representación del juego de forma estratégica o extensiva y un proceso de ajuste dinámico. Las principales características que presenta un juego evolucionario son las siguientes:²⁰ i) las estrategias de mayores pagos tienden a desplazar a las demás a través del tiempo; ii) existe inercia en este proceso y iii) los jugadores no intentan sistemáticamente influir sobre las acciones futuras de sus rivales.

En cada momento el estado del juego especifica tanto los pagos para cada estrategia como la distribución de las estrategias empleadas por los grupos (población) de jugadores. Debido a que el estado del juego cambia a través del tiempo, los pagos para las diferentes estrategias también cambian. Sin embargo, en algunos casos específicos, como en el proceso de innovación tecnológica, se imponen condiciones adicionales como racionalidad acotada de los jugadores y la especificación de las condiciones iniciales. Asimismo, es necesario recordar que la dinámica de este proceso no es de naturaleza genética, sino debido a que representa cambios en el conocimiento y comportamiento de los individuos, es ante todo un proceso de aprendizaje.

Dentro de este grupo de juegos evolucionarios se han desarrollado modelos de aprendizaje en los que “se especifican las reglas de aprendizaje utilizadas por los jugadores individuales y se examina la interacción cuando el juego es repetido”.²¹ Dentro de los procesos de aprendizaje en teoría de juegos es importante destacar el trabajo de Fudenberg y Levine, para quienes, por ejemplo, los modelos de aprendizaje son sencillos en comparación con los modelos de aprendizaje bayesianos, como el de Kalai-Lehrer, ya citado. Dentro de modelos de aprendizaje, para efectos del análisis del proceso de innovación tecnológica, es importante destacar los siguientes:

4.1 Procesos de aprendizaje individual

Los modelos de '**aprendizaje individual**', se ubican dentro de los procesos de aprendizaje conductista y son del tipo estímulo-respuesta. Dentro este tipo de modelos es importante destacar el desarrollado por Borgers y Sarin, quienes presentan un modelo de aprendizaje estocástico, en un contexto de teoría de juegos a partir de la propuesta de Bush y Mosteller.²² Borgers y Sarin consideran un juego repetido con varios agentes, en el que en cada momento cada jugador es caracterizado por una distribución de probabilidad sobre el conjunto de estrategias que indican con qué probabilidad se jugará cada estrategia. Las probabilidades se ajustan a través del tiempo en respuesta a la experiencia.

¹⁹ Ver Sergiu Hart (1999), p. 1

²⁰ Para breve presentación del aprendizaje en juegos ver D. Friedman (1998a), quien hace una introducción al libro de Drew Fudenberg y David Levine (1997).

²¹ Ver Fudenberg y Levine (1997) p. 3.

²² Ver R. R Bush y A. Mosteller (1951) y Borgers y Sarin (1995) para más detalles.

La experiencia en este caso proviene de la estrategia que el jugador ha escogido y del pago que ha recibido por la elección que ha realizado. Para los pagos mayores la experiencia se autoreforza y, por lo tanto, la probabilidad de escoger esa misma estrategia aumenta. La dinámica del modelo está sujeta al hecho de que los jugadores no reciben información adicional porque no está disponible o sencillamente porque resulta muy costoso procesarla en comparación con los beneficios que se obtendrían. Este juego en particular hace parte de los juegos evolucionarios en los que el aprendizaje es individual, ya que se lleva a cabo utilizando únicamente las creencias a priori del jugador y la historia de su juego. El aprendizaje es concebido como la revisión permanente de las estrategias de cada jugador con base en los resultados previamente obtenidos.²³

En esta misma perspectiva W. Brian Arthur desarrolló un modelo, con base en Bush y Mosteller, en el que señala que gran parte “del aprendizaje puede ser visto como una competencia dinámica entre diferentes hipótesis, o creencias o acciones (...) esta competencia con reforzamiento ocurre a un alto nivel en problemas de decisión cuando los agentes escogen repetidamente entre alternativas de acción, cuyas consecuencias son de alguna manera aleatorias”.²⁴ De acuerdo con Arthur, en este caso los agentes enfatizan o refuerzan las decisiones que aparecían más prometedoras en la medida en que ellos conocían más sobre las consecuencias de sus acciones. El punto más importante del modelo de Arthur tiene que ver con la introducción del aprendizaje en el análisis económico, ya que genera gran cantidad de interrogantes en relación con la racionalidad en el comportamiento económico y sobre el tipo de mecanismo de aprendizaje. Al definir el aprendizaje como una competencia dinámica entre diferentes hipótesis, o creencias o acciones, el aprendizaje se puede caracterizar como un juego en el que los jugadores escogen una entre múltiples acciones en cada momento del tiempo, observan su pago y a partir de éste actualizan su conjunto de estrategias en cada momento.

En este tipo de procesos de aprendizaje, a diferencia de la racionalidad neoclásica, no se asume que los agentes conocen todas las alternativas, ni que éstas son un conjunto fijo a lo largo del tiempo. Los agentes tienen límites en su capacidad cognoscitiva, tanto de conocimiento como de la capacidad computacional. Asimismo, de acuerdo con Simon, la teoría de la utilidad subjetiva que es la base del análisis económico neoclásico, se desarrolla a partir de lo siguiente: i) las elecciones son hechas entre un conjunto fijo de alternativas; ii) existe conocimiento de la distribución del conjunto de probabilidades subjetivas y iii) los jugadores maximizan el valor esperado de la función de utilidad.²⁵ En los procesos de aprendizaje cuando se relaja uno o más de estos supuestos se dice que los individuos actúan con *racionalidad acotada*. Así, en lugar de considerar un conjunto fijo de alternativas entre las cuales los agentes escogen, se puede considerar un proceso de generación de alternativas. En lugar de asumir conocimiento del conjunto de probabilidad, se introducen procedimientos para conocer el conjunto de distribución o analizar estrategias con incertidumbre, aunque no se supone el conocimiento de la distribución de probabilidad. Igualmente, en lugar de maximizar la función de utilidad, se puede usar una estrategia que resulta satisfactoria para un problema específico. Simon también señala que los supuestos de la teoría de la utilidad subjetiva, suministran la base para un rico y elegante cuerpo teórico, pero no resultan adecuados para situaciones de elección en economía. De igual manera, Arthur ha señalado que dicha estructura es bastante útil en generar soluciones a problemas de naturaleza teórica, pero no es adecuada para analizar procesos de elección en economía, pues exige demasiado de la capacidad humana, en su lugar, Arthur desarrolla algoritmos de aprendizaje.²⁶

²³ Ver también Brian Arthur (1994a).

²⁴ Ver Arthur (1994a), p. 133

²⁵ Herbert Simon (1988), p. 266

²⁶ W. Brian Arthur (1994b) p. 406

En resumen, las decisiones bajo racionalidad acotada tienen en cuenta los límites de la capacidad cognoscitiva para el descubrimiento de alternativas, es decir, que consideran las limitaciones tanto del conocimiento como de la capacidad computacional de los agentes y se pone énfasis en la toma de la acción una vez las alternativas han sido generadas y sus consecuencias examinadas, pero ante todo, se hace énfasis en la búsqueda de las posibles trayectorias de acción. El punto de partida para la descripción de los procesos de aprendizaje a partir del diseño de algoritmos de aprendizaje desarrollado por Arthur, se puede ubicar en el trabajo de Newell y Simon, quienes analizaron la forma en la que los seres humanos solucionan los problemas. El concepto utilizado fue el de ‘sistemas basados en reglas de comportamiento’.²⁷

Posteriormente, Posch siguiendo la línea de Arthur y Borgers-Sarin, desarrolló un modelo en el que se asume que los jugadores no conocen su matriz de pagos ni la de sus oponentes, es decir, que en este modelo, el aprendizaje se da únicamente a través del desarrollo del juego.²⁸ En cada ronda el jugador observa la acción jugada y el pago recibido, pero no puede utilizar esquemas de juego ficticio debido a que no puede evaluar la mejor respuesta. El jugador inicia con un conjunto de estrategias y escoge una acción de manera aleatoria que incrementa la probabilidad de escogerla nuevamente. El monto del incremento depende del pago recibido y en la medida en que más se juega, más pequeños son los cambios que se experimentan en cada ronda del juego. Como resultado de esta dinámica, la velocidad de aprendizaje disminuye debido a que a medida que se acumula experiencia, ya que los jugadores están menos dispuestos a cambiar su comportamiento. En este modelo la velocidad del aprendizaje es fundamental, ya que si los jugadores se adaptan rápido, puede ubicarse (lock-in) en un perfil de estrategias que no son el equilibrio de Nash.

Los modelos de ‘aprendizaje individual’, en particular, el desarrollado por Posch sirve de base para construir un modelo que permite analizar los procesos de innovación tecnológica realizada por inventores durante la Primera y la Segunda Revolución Industrial. Es importante recordar que la innovación tecnológica se caracterizaba porque los inventores actuaban de manera relativamente aislada, es decir, que no existía interacción con otros inventores, ni entre las ideas de cada uno de ellos, lo que, de acuerdo con lo ya señalado, implica que la baja interacción se traduzca en una *baja dimensionalidad* del conocimiento tecnológico. En este caso, las innovaciones dependían de la habilidad y destreza de un inventor quien identificaba un problema de carácter técnico y buscaba la forma de solucionarlo.

Tal como se plantea en los modelos presentados por Borgers y Sarin, Arthur y Posch, los inventores no conocían ni los pagos que recibirían por cada uno de sus inventos, ni mucho menos las estrategias ni los pagos de los otros inventores. De ahí que algunos inventos se realizaran de manera simultánea. En el caso de los modelos de aprendizaje individual, las estrategias de los inventores eran, por ejemplo, cada uno de los materiales que utilizaban en la realización de sus inventos. Un caso concreto se encuentra en la invención de la bombilla eléctrica por parte de Edison, quien utilizó diversos materiales hasta que encontró el filamento que resultaba adecuado para sus propósitos. De igual manera, las innovaciones realizadas por los inventores, no hacían parte de sistemas tecnológicos complejos. En este tipo de innovaciones los componentes individuales tenían muy pocas consecuencias, es decir, que existía *baja complementariedad* entre las rutinas. Fue solo hasta finales del Siglo XIX que se empezaron a establecer estándares que implicaban un alto grado de complementariedad. Para utilizar los modelos de aprendizaje individual en el análisis de los procesos de innovación tecnológica, es importante destacar que la competencia no se da entre inventores, sino entre diferentes rutinas que ellos utilizan.

²⁷ Ver Waldrop (1992) páginas 181-182

²⁸ Posch (1997) p. 193.

Desde esa perspectiva, la idea de Arthur según la cual el aprendizaje es visto como una competencia de hipótesis, creencias o acciones, tiene relevancia en las explicaciones de la innovación tecnológica realizada por los inventores durante la Primera Revolución Industrial e inicios de la segunda. De hecho, la competencia en este punto es previa a la competencia entre firmas. Aquí, cada uno de los jugadores está definiendo los posibles cursos de acción previas al momento en el que las firmas se ‘enfrentarán’ entre sí.²⁹ El modelo se desarrolla a partir de los algoritmos de aprendizaje con mecanismos de autoreforzamiento, en el cual los agentes escogen aquellas estrategias que le representan un mayor pago.

Consideremos $N \geq 1$ jugadores que repetidamente juegan el mismo juego un número de períodos indexado por n . El conjunto de estrategias del jugador i es denotado por $s^i = (s_1^i, \dots, s_m^i)$ donde m^i es el número de estrategias para el jugador i . Para $s \in \times_{i=1}^N s^i$ el pago del jugador i en la ronda n es una variable aleatoria $U_n^i(s)$ con valor esperado $E[U_n^i(s)] = u^i(s)$

El juego se va a describir en términos de un esquema de urna de Polya, de tal forma que los pagos son enteros.³⁰ Cada uno de los jugadores tiene una urna de capacidad infinita con dos tipos de bolas correspondientes a las dos estrategias a jugar, en el caso de la bombilla, los materiales utilizados como filamento. En cada ronda del juego un jugador extrae una bola en forma aleatoria, juega su acción correspondiente, observa su pago y coloca en la urna una bola adicional del mismo color de la extraída. La estrategia de cada jugador es una distribución de probabilidad sobre las dos acciones. Cada estrategia es representada por la frecuencia (probabilidad) de bolas en la urna.

De acuerdo con Arthur el número de bolas de cada tipo puede considerarse como la confianza de los jugadores en cada una de sus acciones. Por su parte, Borgers y Sarin consideran que el número de bolas de cada color en la urna corresponde a un estímulo que determina las acciones de los jugadores. Una vez escogida determinada acción, la probabilidad de que la misma acción sea escogida en las rondas posteriores aumenta. Es decir, que la regla de aprendizaje sea auto-refuerza (*self-reinforcing*), de ahí que el equilibrio sea alcanzado por una ‘mano skinneriana’, como se señaló en la sección previa.

Como consecuencia de lo anterior, el proceso de aprendizaje comienza a ser más estable a medida que el juego se desarrolla, debido a que la variable inicialmente seleccionada, aumenta la probabilidad de ser escogida en las rondas posteriores del juego. Al comienzo del juego la frecuencia de las bolas (probabilidad) fluctúa fuertemente debido a los eventos estocásticos. Posteriormente, las fluctuaciones tienden a tener un impacto menor sobre las frecuencias de las bolas en virtud de que el número total de bolas esta creciendo rápidamente.

²⁹ Este modelo se construye con base en Posch (1997), que es un modelo de aprendizaje individual de tipo conductista, tal como se señaló previamente a partir de Walliser (1998).

³⁰ Una urna contiene bolas de varios colores y en intervalos regulares es extraída una bola. Cada vez que se extrae una bola, se adiciona otra de ese mismo color. Las otras bolas se mantienen constantes. Así, la extracción de una bola de un color incrementa la probabilidad de escoger otra del mismo color en la segunda ronda.

Este resultado para dos colores, fue generalizado por Arthur, Ermoliev y Kaniovski, quienes consideraron un esquema de Polya con una urna de capacidad infinita, que contiene bolas de muchos colores, en lugar de solo dos y donde las nuevas bolas que son adicionadas en cada ronda del juego determinan la proporción, que no necesariamente es igual a la probabilidad de ser escogidas, es decir, que el análisis es válido para más colores, aunque aquí se analice el caso de solo dos y un solo jugador, es decir $N = 1$.³¹

Bajo procesos de aprendizaje de naturaleza skinneriana, es decir, de autoreforzamiento, cada jugador i tiene en cada período una propensión $q_{j,n}^i$ para cada acción j dentro del conjunto de acciones posibles. Sea $x_{j,n}^i$ la probabilidad del jugador i sobre la acción j en el período n . Las probabilidades están determinadas por la siguiente expresión:

$$x_{j,n}^i = \frac{q_{j,n}^i}{\sum_k^N q_{k,n}^i} = \frac{q_{j,n}^i}{Q_n^i} \quad (1)$$

Para completar el modelo es necesario especificar la actualización de las propensiones, es decir, las probabilidades de escoger cada una de las diferentes alternativas. En este caso, si el jugador i escoge la acción j en el período n , entonces la probabilidad de escoger la j -ésima acción se incrementa, mientras que las otras probabilidades se mantienen inalteradas. Sea $U_n^i(s)$ el pago obtenido por el jugador i en el período n y sea $\sigma_{j,n}^i$ el incremento de la probabilidad para el jugador i al escoger la j -ésima alternativa, entonces podemos escribir la regla de actualización de las propensiones de la siguiente manera:

$$q_{j,n+1}^i = q_{j,n}^i + \sigma_{j,n}^i \quad \text{para } j = 1, \dots, m^i \quad (2)$$

Una formulación alternativa propuesta por Arthur y seguida por Posch, asume que en cada período las probabilidades son normalizadas. Todas las propensiones son multiplicadas por el factor $C(n+1)/Q_{n+1}^i$ para $C > 0$. Así, para el jugador i la normalización genera el siguiente resultado:

$$q_{j,n+1}^i = \frac{(q_{j,n}^i + \sigma_{j,n}^i)C(n+1)}{nC + U_n^i} \quad \text{para } j = 1, \dots, m^i \quad (3)$$

Como consecuencia de la normalización en que cada punto $Q_n^i = nC$ para el jugador i . Calculando la actualización de las frecuencias relativas presentadas en la ecuación (1) a partir de la ecuación (3), se obtienen las frecuencias relativas:

$$x_{j,n+1}^i = x_{j,n}^i + \frac{(q_{j,n}^i + \sigma_{j,n}^i)C(n+1)}{nC + U_n^i} \quad (4)$$

Calculando los puntos fijos, es decir, cuando $x_{j,n+1}^i = x_{j,n}^i$ se obtiene lo siguiente:

$$U_n^i = f_i^{-1}[q_{j,n}^i, \sigma_{j,n}^i, Cn] \quad (5)$$

³¹ Ver Arthur, Ermoliev y Kaniovski (1985) y Agliardi (1998), sección 2.4

En este caso, el esquema de Urna de Polya no se utiliza para determinar patrones de elección, como se lo hacen Arthur y Posch. Lo que interesa en esta documento son los pagos que genera el proceso de aprendizaje realizado por individuos que trabajan de manera aislada y que no tienen en cuenta las decisiones de los demás inventores. En este caso, la acción escogida es j que describe el proceso de innovación tecnológica realizado por el inventor i , en el momento n .

La variable x_n experimenta *path dependence*, que de acuerdo con lo señalado previamente cuando se especificó la dinámica de total de la acción j . Es decir, que el proceso de innovación tecnológica realizado por inventores experimenta *path dependence*. De hecho, la trayectoria particular de x_n es una secuencia de cambios que puede tener efectos permanentes sobre la variable, ya que las variables que experimentan *path dependence* exhiben persistencia como efecto de la trayectoria aleatoria que ha seguido y puede tener efectos permanentes en ausencia de futuros shocks.

El modelo aquí desarrollado generaliza a los planteados por Posch y Arthur.³² En este caso, la elección es realizada por un inventor que escoge una opción entre un conjunto posible de j alternativas. Las opciones son un material o un procedimiento a escoger en cada momento. El inventor observa el pago que obtiene a partir de su elección y dependiendo del resultado, actualiza su elección. Al comienzo muchas acciones pueden ser exploradas con el propósito de obtener más información acerca de sus consecuencias. Sin embargo, con el fin de obtener un pago mayor, el inventor comenzará a explotar la alternativa que le permite alcanzar el mayor pago de acuerdo con un criterio previamente establecido. Este reforzamiento de las mejores acciones, sin embargo, no necesariamente garantiza convergencia a acciones que le representa el máximo valor esperado a través del tiempo.

La acción seleccionada en el largo plazo depende de factores aleatorios al comienzo del proceso, es decir, que este proceso de aprendizaje exhibe *path dependence*. Este tipo de procesos también implica múltiples equilibrios, como se acaba de mostrar, debido a que el proceso es *self-reinforcement* y se generan *feedbacks positivos*. Asimismo, existe la posibilidad de que el comportamiento no se pueda anticipar debido a que depende de eventos estocásticos al inicio del proceso.³³ También es importante destacar que una vez una solución es alcanzada, es difícil salir de ahí, es decir, que el proceso exhibe *lock in*.³⁴ Finalmente, en este tipo de procesos, el resultado obtenido puede no ser el mejor, es decir, que existen posibles ineficiencias, todo ello originado por las características que se acaban de señalar. De hecho, todas estas características son propias de los sistemas complejos, tal como lo demandaba Nelson del análisis formal de la innovación tecnológica, pero en este caso referidas únicamente a las realizadas por inventores durante la Primera y Segunda Revolución Industrial.

³² Ver Arthur (1994a) para un análisis de los procesos de aprendizaje con autoreforzamiento, que de acuerdo con la clasificación señalada, son procesos de aprendizaje conducccionista.

³³ Agliardi (1998), capítulo I hace una presentación de los procesos que experimentan *feedbacks positivos*.

³⁴ El caso más citado es el David (1985), sobre el QWERTY, sin embargo, aquí el problema se plantea para las ideas de producir o rutinas más que para bienes que las materializan.

4.2 Los procesos de aprendizaje social

Como se señaló anteriormente dentro de la teoría de juegos existe un proceso de aprendizaje en el que los jugadores solo conocen sus propias oportunidades, pero desconocen el pago que obtendrán para cada una de las estrategias. En muchos casos el jugador solo conoce la secuencia de sus pasadas elecciones, pero no los pagos que va a recibir, y aunque eventualmente puede conocer las estrategias jugadas por los otros jugadores, no conoce el pago que ellos recibirán. De este tipo de aprendizaje conductista al que pertenecen los procesos de aprendizaje individual de experimentación o respuesta estímulo, descritos en la sección anterior, también hacen parte los **'procesos de aprendizaje social'**.

Los procesos de aprendizaje social se pueden caracterizar como juegos en los cuales en cada período un porcentaje de la población se retira del juego y es reemplazada por nuevos miembros. Sin embargo, existen otras interpretaciones, como por ejemplo, que los jugadores pierden la memoria, que no recuerdan sus experiencias pasadas o sencillamente que no revisan sus estrategias a partir de las experiencias pasadas, pues las consideran irrelevantes o menos valiosas que aquellas que efectivamente tuvieron éxito, es decir, de las que generaron el mayor pago. En este caso, en lugar de seguir los patrones derivados de su experiencia pasada, los nuevos jugadores desarrollan sencillas reglas para escoger una estrategia específica.

En este tipo de juegos los individuos cambian de estrategia si el pago que genera otra estrategia es mayor. Así, la elección de una nueva estrategia se toma con base en la clasificación de las estrategias de acuerdo con los pagos, de mayor a menor. En estos modelos de aprendizaje social, cada jugador escoge su estrategia teniendo en cuenta más el pago que genera una estrategia en un momento determinado que los pagos que ha recibido su estrategia en el pasado. De hecho, la elección de un jugador depende del comportamiento de los otros jugadores y de las estrategias que ellos han jugado que le han reportado el mayor pago de todos en el momento en el cual se hace la elección. Es decir, que la elección de las estrategias se hace a través de un proceso aprendizaje por imitación y solo tiene en cuenta las estrategias que han tenido éxito y descarta las que fallaron, tanto las propias como las de los otros jugadores.

Dentro de este grupo de modelos, es importante destacar los desarrollados por Banerjee, Binmore y Samuelson, Ellison y Ellison y Fudenberg.³⁵ En el modelo desarrollado por Ellison y Fudenberg, por ejemplo, se considera que la experiencia de los demás jugadores, en particular la de los vecinos, resulta determinante en la elección, que en el caso de la tecnología, implicaría la rutina que se va a utilizar. Este tipo de modelos es apropiado para analizar la innovación tecnológica desarrollada a lo largo del Siglo XX y finales de la Segunda Revolución Industrial, debido a que existe una creciente interacción entre los miembros de la población y se establecen estándares, es decir, *alta dimensionalidad y alta complementariedad* de las rutinas productivas.

Específicamente, mientras que la innovación tecnológica realizada por los inventores, durante la Primera y la Segunda Revolución Industrial, se presentó a partir de un conjunto de interacciones de unas pocas tecnologías, que no siempre se complementaban entre sí, la innovación tecnológica del Siglo XX, se construyó sobre una gran cantidad de tecnologías, para las cuales la posibilidad de conocer y apropiar el conocimiento por parte de un individuo es bastante limitada e incluso en muchas ocasiones, también para un solo grupo. Las características señaladas sobre la innovación tecnológica durante el Siglo XX y finales

³⁵ Los artículos son de Banerjee (1992), Binmore- Samuelson (1997), Ellison (1993) y Ellison-Fudenberg, (1993)

del Siglo XIX, pueden ser incorporadas en un modelo de aprendizaje social en el que las decisiones sobre las rutinas productivas dependen del entorno en el cual se desarrollan. Específicamente, los jugadores observan tanto las estrategias escogidas por sus vecinos como los pagos que ellos reciben y revisan sus decisiones de manera periódica en lugar de tomar decisiones del tipo 'una vez y para siempre'. Es importante destacar que en este tipo de juegos los jugadores son heterogéneos de tal forma que para la misma información, no necesariamente todos toman la misma decisión.

En estos modelos de aprendizaje social no se asume que los jugadores son completamente racionales, sino, que operan bajo racionalidad acotada, al igual que los jugadores de los procesos de aprendizaje individual. Los jugadores utilizan reglas sencillas, que no demandan cálculos tan sofisticados como los procesos de actualización bayesiana, que resultan demasiado complicados para ser realistas en el caso de la innovación tecnológica. Otro aspecto que es importante destacar, tiene que ver con el hecho de que las elecciones tecnológicas, en cada momento, son diferentes a las que se han tomado previamente, debido a que el entorno es cambiante. Lo cambiante del entorno se puede ver a través de la mayor dimensionalidad del conocimiento y a las diferentes relaciones que se dan entre sus partes, es decir, el mayor o menos grado de complementariedad.

De hecho, como se verá más adelante, un alto grado de complementariedad implica que las decisiones de los jugadores tengan que incorporar las decisiones de sus oponentes. Estos modelos son del tipo reglas de dedo o *Win stay- lose shift*, desarrollados por Posch y Lettau y Uhlig.³⁶ En el modelo desarrollado por Ellison y Fudenberg, por ejemplo, se considera una población homogénea de jugadores escogiendo entre dos tipos de rutinas productivas. En cada período del juego solo una parte de los jugadores tiene la oportunidad de revisar la elección de sus estrategias, mientras que la parte restante, continúa utilizando la rutina que ha utilizado en el período previo.

El modelo de Ellison y Fudenberg inicia con una regla relativamente simple, en la cual los jugadores ignoran, al menos en parte, las experiencias (entendidas éstas como las elecciones previamente escogidas y los pagos recibidos) y escogen la estrategia que ha generado un mayor pago en el período anterior. También plantean dos modelos, en el primero la elección de una rutina específica en un momento determinado, no depende de la rutina que es más usada en promedio por la población, sino de la que genera el mayor pago.

En el segundo modelo, los jugadores dan una alta ponderación a la estrategia que es más utilizada por los otros jugadores, pero no consideran la que genera el mayor pago. La explicación en este caso, tiene que ver con los estándares que se generan ya sea por externalidades de red o por complementariedades estratégicas, que, en términos generales representan un alto grado de complementariedad entre las diferentes rutinas productivas. No obstante, es importante señalar que el hecho de que una rutina productiva sea utilizada por la mayor parte de los jugadores en un momento, no significa que ésta sea la mejor elección posible. La alta complementariedad, que en este caso es el resultado de escoger las estrategias que han elegido los otros jugadores resulta definitiva en la dinámica posterior. De manera intuitiva, una rutina que es popular hoy, es probable que lo haya sido en el pasado, en especial si era altamente complementaria, de tal manera que las elecciones al comienzo del proceso pueden determinar el resultado en las rondas posteriores del juego (*path dependence*). Dicho de otra manera, la 'popularidad' de una rutina hoy, puede ser el resultado de la popularidad que ha tenido en el pasado, pero esto no significa que sea la mejor, ni la que ha generado el mayor pago en la ronda inmediatamente anterior.

³⁶ Ver para más detalle Posch (1998) y Lettau y Uhlig (1995)

Este modelo de aprendizaje social resulta adecuado para describir el proceso de innovación tecnológica del Siglo XX. Específicamente, el establecimiento de estándares es el resultado de alta complementariedad entre las diferentes rutinas productivas, esto hace que la elección de una rutina no sea independiente de las que han resultado exitosas en el pasado y de las que son más utilizadas en el momento de escoger la estrategia, es decir, que es un proceso de creciente interacción. El proceso de aprendizaje social descrito por Ellison y Fudenberg refleja en gran medida las anteriores características y permitiría modelar de manera satisfactoria el proceso de innovación tecnológica del Siglo XX.

Sin embargo, el modelo que aquí se propone, no solo permite modelar el proceso de innovación tecnológica, sino que permite comparar los resultados con los obtenidos en el proceso de aprendizaje individual. Aunque aquí se toman algunas ideas del modelo de Ellison y Fudenberg, en particular con la estructura espacial de los procesos de innovación tecnológica. Este tipo de análisis es válido para actividades como la informática y la electrónica, en las que, como se señaló en el capítulo IV, se han presentado configuraciones espaciales en donde el proceso de innovación es más rápido, como ocurre en Silicon Valley.

Existen otros abordajes del problema del aprendizaje a partir de vecinos en modelos experimentales desarrollados por Duffy y Feltovich. Por su parte, Kirman plantea la importancia de las interacciones locales en los procesos de aprendizaje y la conformación de redes. De otro lado, Anderlini e Ianni, desarrollan un modelo de aprendizaje de los vecinos y *path dependence*, en el que analizan las propiedades en el largo plazo de procesos de aprendizaje en los que las interacciones son locales. En este caso, Anderlini-Ianni consideran un juego simétrico con dos jugadores y dos estrategias, en el que existen complementariedades estratégicas con los vecinos. El modelo hace parte de la literatura reciente sobre juegos evolucionarios y procesos de aprendizaje que se caracterizan porque los jugadores reaccionan de manera adaptativa a las circunstancias a las que se enfrentan. Debido a que en estos modelos los jugadores tienen limitaciones computacionales e informacionales, responden con una regla de comportamiento muy simple, que depende del comportamiento de la variable en el momento presente y en el pasado inmediato.³⁷

El modelo que aquí se presenta también es de naturaleza skinneriana, pero en este caso, el jugador g escoge una acción en el período n a partir de la estrategia que generó el mayor pago en el período inmediatamente anterior para el resto de los jugadores $-g$. En el caso en que el pago que el jugador g recibió en el período anterior se mayor que el de los otros jugadores, es decir, si $q_{j,n-1}^{-g} < q_{j,n-1}^g$, entonces el jugador g elegirá su propia estrategia y el proceso se comportará de manera similar al proceso de aprendizaje individual.

En el caso contrario, la regla de decisión se rige por la siguiente expresión:

$$x_{j,n}^g = \frac{q_{j,n-1}^{-g}}{\sum_{k \neq i}^N q_{j,n-1}^{-g}} \quad (6)$$

Donde $q_{j,n-1}^{-g}$ representa la estrategia que generó el mayor pago en el período anterior para los jugadores diferentes a g en el momento $n-1$. En este juego, mientras mayor sea el valor

³⁷ Luca Anderlini y Antonella Ianni (1996).

recibido, mayor será la probabilidad de que la estrategia j sea la estrategia escogida por el jugador g en el momento n . Por su parte, $\sum_{k \neq g}^N q_{j,n-1}^{-g}$ representa el valor total de los pagos recibidos por los demás jugadores en el período $n-1$, es decir, el período anterior, al de análisis.

Como en el proceso de aprendizaje individual, se requiere la actualización de las propensiones, es decir, las probabilidades de escoger cada una de las diferentes alternativas en los períodos posteriores, retomando algunos resultados del proceso de aprendizaje individual podemos obtener lo siguiente:

$$\begin{aligned} q_{j,n}^g &= q_{j^*,n-1}^{-g} \\ Q_n^g &= \sum_{k \neq o}^N q_{j,n-1}^{-g} \end{aligned} \quad (7)$$

Por lo tanto, $q_{j,n+1}^g = q_{j^*,n}^{-g} + \sigma_{j^*,n}^{-g}$ y normalizando como en el proceso de aprendizaje individual, se obtiene la siguiente expresión:

$$q_{j,n+1}^g = \frac{(q_{j^*,n}^{-g} + \sigma_{j^*,n}^{-g})C(n+1)}{nC + U_n^g} \quad (8)$$

Por último, es necesario calcular la actualización de las frecuencias relativas presentadas en la ecuación (6) a partir de la ecuación (8), obteniéndose lo siguiente:

$$x_{j,n+1}^g = x_{j,n}^g + \frac{(q_{j^*,n}^{-g} + \sigma_{j^*,n}^{-g})C(n+1)}{nC + U_n^g} \quad (4)$$

Calculando los puntos fijos, es decir, cuando $x_{j,n+1}^g = x_{j,n}^g$ se obtiene lo siguiente:

$$U_n^g = f_g^{-1}[q_{j^*,n}^{-g}, \sigma_{j^*,n}^{-g}, Cn] \quad (5)$$

En este juego los jugadores no tiene acceso a toda la historia de los pagos recibidos. Este supuesto es plausible en la medida en que los jugadores revisan sus escogencias con poca frecuencia o sencillamente, ganan muy poco revisando la historia y prefieren mirar únicamente el período inmediatamente anterior, en particular, el que recibe el mayor pago, si éste es mayor que el pago que recibió el jugador i , por jugar la estrategia j en el momento $n-1$. De hecho, el que un individuo escoja la rutina que está generando el pago más alto da información acerca de la historia pasada del proceso y puede servir como una aproximación de ésta. El resultado es similar al obtenido en el proceso de aprendizaje individual, pero incorpora un elemento adicional que tiene que ver con el nivel de interacción y es que dentro del pago aparece la estrategia de sus oponentes que generó el mayor pago. Este aspecto determina que en el proceso se presenta una *alta dimensionalidad*. No obstante, hasta el momento no se ha incorporado de manera explícita el análisis de la complementariedad, este aparece en la siguiente sección.

4.3 Estabilidad evolucionaria de los procesos de innovación tecnológica

Considere que el proceso de innovación tecnológica se lleva a cabo por parte de dos tipos de jugadores i y g . Los jugadores i son inventores que trabajan de manera aislada, no interactúan y sus inventos no son complementos entre sí. Por su parte, los jugadores g son grupos de Investigación y Desarrollo (I+D) en los que existe una alta interacción entre sus miembros y además interactúan con otros grupos de (I+D). Sus innovaciones hacen parte de sistemas más complejos, es decir, que existe alta complementariedad con las otras innovaciones.

Dadas las anteriores características, se puede considerar un juego simétrico, con dos jugadores que actúan bajo racionalidad acotada que juegan dos estrategias. El juego se realiza de manera repetida y en cada momento del juego, un jugador es emparejado de manera aleatoria para jugar con otro. Sea p el porcentaje de los jugadores de tipo i y $(1-p)$ los jugadores de tipo g . En un emparejamiento aleatorio, la probabilidad de ser emparejado con un jugador tipo i es p y con un jugador de tipo g es $(1-p)$

La matriz de pagos del juego es la siguiente:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{c} i \quad g \end{array} \\ \begin{array}{c} i \\ g \end{array} & \begin{array}{|cc} \hline a_n^i, a_n^i & d, 0 \\ \hline 0, d & b_n^g, b_n^g \\ \hline \end{array} \end{array}$$

a_n^i representa el pago para el jugador i en el momento n . Asimismo, $a_n^i = [1 - \Theta]U_n^i$ donde U_n^i es el pago que recibe el jugador i en el momento n . Asimismo, este pago está determinado por $U_n^i = f_i^{-1}[q_{j,n}^i, \sigma_{j,n}^i, Cn]$ como se vio en la anterior sección. Por último, Θ representa la probabilidad de éxito que otro inventor diferente, $-i$, desarrolle un invento que sea sustituto perfecto del desarrollado por el jugador i . Específicamente, el evento que el jugador $-i$ desarrolle una innovación es generada por un proceso de Poisson con probabilidad de éxito θ_i . Si $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m$ son m distintos eventos gobernados por procesos de Poisson independientes con probabilidades de éxito $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$ la probabilidad de éxito

$$\text{conjunto es } \sum_{i=1}^m \theta_i = \Theta$$

De otro lado, b_n^g representa el pago para los jugadores tipo g en el momento n . En este caso $b_n^g = [1 - \Theta]U_n^g + \varepsilon [U_n^{-g}]$ donde U_n^g es el pago para jugador tipo g en el momento n . A su

vez, $U_n^g = f_g^{-1}(q_{j,n}^{-g}, \sigma_{j,n}^{-g}, Cn)$ corresponde al proceso de urna de Polya presentado en la sección anterior. Sin embargo, a diferencia del proceso realizado por los jugadores tipo i , el pago incluye el término $\varepsilon [U_n^{-g}]$, con $\varepsilon > 0$. Este término representa el pago adicional que se obtendría un jugador tipo g cuando su innovación es complementaria de otras innovaciones, es decir, cuando hace parte de un estándar, que en este caso se representa por el mayor pago recibido por los demás grupos, es decir, los $-g$ jugadores. Por último en la matriz de pagos d representa un pago positivo menor que a_n^i y b_n^g .

En un emparejamiento aleatorio los pagos esperados para cada uno de los tipos de jugadores i y g , denotados u_i , u_g , son respectivamente:

$$\begin{aligned} u_i &= pa_n^i + (1-p)d \\ u_g &= p(0) + (1-p)b_n^g \end{aligned}$$

La dinámica de réplica establece que si un tipo de jugador obtiene un pago superior a la media, su porcentaje en la población aumenta. Por el contrario, si un tipo de jugador obtiene un pago inferior al pago medio su porcentaje en la población disminuye. Esta dinámica es consecuencia de que los aquellos jugadores que obtienen pagos inferiores a la media querrán imitar a los tipos de jugadores que obtienen ganancias superiores a la media. En la medida en que los jugadores actúan bajo racionalidad acotada, no todos los que obtienen pagos inferiores al pago medio cambiarían de manera inmediata, pero al final todos los tipos de jugadores aún presentes en la población acabarían obteniendo la ganancia media. La ecuación de la dinámica de réplica se expresa formalmente de la siguiente manera:

$$\frac{dp}{dt} = p[u_i - \bar{u}]$$

En esta ecuación dp/dt representa la tasa de cambio del porcentaje de jugadores tipo i en la población, y \bar{u} , representa el pago medio de la población. Por lo tanto, la tasa de cambio de la población de jugadores tipo i es proporcional al porcentaje presente, es decir, p de la población. Así, el pago medio en la población es igual a

$$\bar{u} = p[u_i] + (1-p)[u_g]$$

Sustituyendo los correspondientes valores se obtiene lo siguiente:

$$p[1-p][pa_n^i + (1-p)d + (1-p)b_n^g]$$

Los puntos de puntos fijos que sean evolucionariamente estables requieren que:

$$\frac{dp}{dt} = F(p^*) = 0$$

$$\frac{dF(p^*)}{dp} < 0$$

Por lo tanto, de acuerdo con la ecuación (b) y por ejemplo, con valores $a_n^i=3$ $b_n^g=40$ y $d=29$ Los puntos fijos son $p_1^* = 0$; $p_2^* = 1$; $p_3^* = 0.4$. Verificando la segunda propiedad, se tiene que

$$\frac{dF(1)}{dp} < 0$$

$$\frac{dF(0)}{dp} < 0$$

$$\frac{dF(0.4)}{dp} > 0$$

Por lo tanto, solo $p_1^* = 0$; $p_2^* = 1$ son evolucionariamente estables. Esto significa que todos los jugadores escogen la estrategia $p^*=1$, es decir, todos son inventores. O que todos deciden agruparse en grupos de I+D, es decir, $p^*=0$. Desde el punto de vista de los pagos la estrategia (g,g) domina a la estrategia (i,i) . No obstante, ambos equilibrios son posibles y eventualmente puede ocurrir que se adopte el equilibrio (i,i) que no siendo el mejor de todos puede prevalecer.

El equilibrio que se alcance depende del punto de partida del proceso. Así, si la proporción inicial de jugadores tipo i , es decir, de inventores, $p < 0.4$ la población se dirige hacia el equilibrio donde cada jugador escoge la estrategia g , es decir, que lo mejor que pueden hacer los inventores aislados es formar grupos de I+D. De manera análoga, si $p > 0.4$ entonces, la población escoge la estrategia i , es decir, que la mejor alternativa para quienes hacen parte de grupos de I+D es trabajar de manera aislada, pero en este caso obtienen un pago menor que si fueran mayoría. Resumiendo, si cualquier punto del intervalo $[0,1]$ tiene la misma probabilidad de ser el punto inicial del proceso de aprendizaje, entonces la mayoría de las veces el proceso de innovación se llevaría a cabo por parte de inventores. La razón por la cual se observa este resultado es que en la dinámica del replicador si un tipo de jugador obtiene una ganancia que está por encima de la media, su porcentaje en la población aumenta. Si la ganancia está por debajo de la media, entonces la población disminuye. De hecho, los jugadores que obtienen ganancias inferiores a la media imitan a los que obtienen un pago superior a la media hasta que todos imitaran y terminarían obteniendo la ganancia media.

5. Conclusiones

El análisis epistemológico del conocimiento tecnológico muestra que los análisis neoclásicos, marxistas y evolucionarios -en especial aquellos fundamentados en la transcripción literal de la biología a la economía- no capturan la esencia del proceso de innovación tecnológica. Ya que éste se caracteriza porque se presenta bajo racionalidad acotada, pero a diferencia de los procesos biológicos, existe intencionalidad en el cambio, aunque persiste la aleatoriedad de los resultados. Bajo estas condiciones, es preciso identificar desde la perspectiva histórica, aquellas características que combinadas con la conceptualización evolucionaria, permiten formalizar el proceso de innovación tecnológica. No obstante, a lo largo de este capítulo, se integran tres elementos: primero, el análisis descriptivo; segundo, la conceptualización evolucionaria, tanto en su parte metodológica como teórica, y tercero, el desarrollo formal, utilizando un subconjunto de juegos evolucionarios.

Asimismo, es necesario identificar diversos procesos de aprendizaje tecnológico desde la perspectiva histórica, para luego asociarlos con los procesos de aprendizaje desde la perspectiva de la teoría de juegos. En particular, se mostró que dentro de ésta última, se pueden identificar procesos de aprendizaje conductista, tanto de tipo individual como del tipo social, que resultan útiles para describir los procesos de innovación tecnológica identificados a partir del análisis histórico. Específicamente, se mostró que los procesos de innovación tecnológica desarrollados por inventores, que actuaban de manera relativamente aislada, cuyos resultados no hacían parte de sistemas tecnológicos complejos desarrollados durante la Primera y Segunda Revolución Industrial, pueden ser formalizados como procesos de aprendizaje conductista realizado individualmente. La baja complementariedad y la baja interacción de este tipo de innovaciones es la razón por la que los procesos de aprendizaje individual con auto-reforzamiento son bastante útiles en la descripción de estos procesos.

Por su parte, los procesos de innovación tecnológica desarrollados a finales del siglo XIX y durante el siglo XX, se pueden caracterizar también como procesos de aprendizaje conductista, pero desarrollado no individualmente, sino a nivel social. La alta complementariedad de dichos procesos, hace que las decisiones de los jugadores, en este caso firmas con grupos de I+D, fueran mucho más interactivas. En particular, la existencia de estándares hace que los procesos de innovación tecnológica presenten alta interacción, que de acuerdo con los modelos presentados, en muchos casos es de naturaleza local. Finalmente, es importante destacar que para entender el proceso de innovación tecnológica, es necesario entender cómo ha cambiado el proceso de aprendizaje tecnológico.

BIBLIOGRAFIA

- Agliardi, Elettra (1998), *Positive Feedbacks Economies*, McMillan Press.
- Anderlini, Luca y Antonella Ianni (1996), Path dependence and Learning form Neighbors, *Games and Economic Behavior*, 13, p. 141-177
- Anderson, Philip W., Kenneth J. Arrow and David Pines (1988) The Economy as an Evolving Complex System. *The Proceedings of the Evolutionary Paths of the Global Economy Workshop*. Santa Fe Institute Studies in the Science of Complexity.
- Arrow, Kenneth (1962), The Economic Implications of learning by doing, *Review of Economic Studies*, No. 29, 1, p. 155-173;
- Arrow, Kenneth (1991) *Returns to Scale, Information and Economic Growth*, Technical Report No. 15, Stanford Institute for Theoretical Economics, Stanford University.

- Arthur, W. Brian (1994) *Increasing Returns and Path Dependence in the Economy*, The University of Michigan Press,
- Arthur, W. Brian (1994a) Path dependence, Self-Reinforcement and Human Learning, en *Increasing Returns and Path Dependence in the Economy*.
- Arthur, W. Brian (1994b), Inductive Reasoning and Bounded Rationality, *American Economic Review, Papers and Proceedings*, Vol 84, p. 406
- Arthur, W. Brian, Yu M. Ermoliev y Yu M. Kaniovski (1985), On Generalized Urn Schemes of Polya Kind, *Cybernetics*, 19
- Arthur, W. Brian, Steven Durlauf and David Lane (1997) *The Economy as an Evolving Complex System II*, Proceedings Volume XXVII
- Banerjee, Abjitt (1992), A Simple Model of Herd Behavior, *Quarterly Journal of Economics*, Agosto, p. 797-817
- Bassanini, Andrea (1997), *Localized Technological Change and Path dependence Growth*, IIASA Interim Report.
- Binmore, Ken y Larry Samuelson (1997), Muddling through: Noisy equilibrium selection, *Journal of Economic Theory*, 74, p. 235-265;
- Borgers, Tilman y R. Sarin (1995), *Learning Through reinforcement and replicator dynamics*, Working Paper, University College, London.
- Bush R.R. y A. Mosteller (1951) *A Mathematical Model for Simple Learning*, *Psychological Review*, Vol. 58, 313-323
- David, Paul (1975), *Technical Choce, Innovations and Economic Growth*, Cambridge University Press.
- David, Paul (1985), Clio and the Economics of QWERTY, *American Economic Review*, 75, may: 332-337.
- David, Paul (1989), *Computer and Dynamo: The Modern Productivity Paradox in a Not-Too-Distan Mirror*, Center of Economic Policy and Research, No. 172, Stanford University.
- David, Paul (1990) The Dynamo and the Computer: An Historical Perspective on the Modern Productivity Paradox. *American Economic Review*, Vol. 80, Issue 2, *Papers and Proceedings of the Hundred and Second Annual Meeting of the American Economic Association*, 355-361
- David, Paul (1999) The Political Economy of Public Science, en *A contribution to The Regulation of Science and Technology*, edited by Helen Lawton Smith, Macmillan Publishers, London,
- David, Paul (2000) Path dependence and varieties of learning in the evolution of technological practice, en John Ziman (ed.) *Technological Innovation as an Evolutionary Process*, Cambridge University Press.
- Dosi, Giovanni, L. Marengo y G. Fagiolo (1997), Alternative methodologies for modelling evolutionary dynamics, Working Paper IIASA, International Institute for Applied Systems Analysis, Laxemburg, Austria.
- Duffy, John y Nick Feltovich (1999), Does observations of others affect learning in strategic enviroments? And experimental study, *International Journal of Game Theory*, 28, p. 131-152
- Durlauf, Steven (1991), *Path Dependence in Aggregate Output*, Stanford Institute for Theoretical Economics, Technical Report No. 7
- Ellison, Gleen (1993), Learning Local Interactions an Coordination, *Econometrica*, Vol 61, No. 5,p. 1047-1071
- Ellison, Gleen y Drew Fudenberg, (1993), Rules of Thumb for Social Learning, *Journal of Political Economy*, Vol 101, No. 4, p. 612-643
- Elster, Jon (2000), *El cambio tecnológico. Investigaciones sobre la racionalidad y la transformación social*. Gedisa editorial
- Friedman, Daniel (1998a) Evolutionary economics goes mainstream: A review of the theory of learning in games, *Journal of Evolutionary Economics*, Vol. 8 pp. 423-432, p. 424
- Friedman, Daniel (1998b), On economic applications of evolutionary game theory, *Journal of Evolutionary Economics*, 8, pp. 15-43
- Fudenberg, Drew y David Levine (1997) *The Theory of Learning in Games*, MIT Press.

- Hart, Sergiu (1999) Evolutionary Dynamics and Backward Induction, Working Paper, Center for Rationality and Interactive Decision Theory; Departments of Economics and Mathematics, The Hebrew University of Jerusalem.
- Holland, John (1988) The Global Economy as an Adaptive Process, en *The Economy as an Evolving Complex System*, Anderson, Arrow y Pines (eds). Addison-Wesley Publishing Company
- Jablonka, Eva y John Ziman (2000) *Biological evolution: Processes and Phenomena*, en J.Ziman Technological Innovation as an Evolutionary Process, Cambridge University Press
- Kalai, Ehud y Ehud Lehrer (1993), Rational Learning leads to Nash Equilibrium, *Econometrica*, Vol. 61, No. 5
- Kirman, Alan (1997), The Economy as an Evolving Network, *Journal of Evolutionary Economics*, Vol 7, p. 339-353
- Lettaue, Martin y Harald Uhlig (1995) Rules of Thumb and Dynamic Programming , WP Center for Economic Research , Tilburg Universtity , The Netherlands
- Mokyr, Joel (1990), *The Lever of the Riches*, Oxford University Press,
- Mokyr, Joel (1997) Are we living in the Middle of an Industrial Revolution? *Federal Reserve Bank of Kansas City*, Vol. 82, No. 2 Second Quarter
- Mokyr, Joel (1998b), Induced technical innovation and medical history: An Evolutionary approach, *Journal of Evolutionary Economics* 8
- Mokyr, Joel (2000), Evolutionary phenomena in technological change en John Ziman (ed). *Technological Innovation as an Evolutionary Process*, Cambridge University Press.
- Nelson, Richard (1995), Recent Evolutionary Theorizing About Economic Change, *Journal of Economic Literature*, Vol. XXXIII, pp. 48-90
- Nelson, Richard (2000) Selection criteria an selection processes in cultural evolution theories, en John Ziman (ed.) *Technological Innovation as an Evolutionary Process*, Cambridge University Press.
- Parry, William (1988) Ergodic theory, en *The New Palgrave. A dictionary of Economics*, McMillan Press, Vol. I, p. 184-197
- Pemantle, Robin (1991), When are touchpoints limits for generalizade Polya Urns?, *Proceedings of The American Mathematical Society*, Vol. 113, No. 1, Septiembre
- Posch, Martin (1997), Cycling in stochastic learning algorithm for formal form games, *Journal of Evolutionary Economics*, No. 7, p. 193.
- Posch, Martin (1998) *Win Stay- Lose shift. An elementary Learning Rule for Normal form Games*, WP, University of Vienna
- Rosenberg, Nathan (1982) *Inside in the Black Box Technology and economics* Cambridge University Press.
- Rosenberg, Nathan (1994) *Exploring in the Black Box: Technology, economics and history*, Cambridge University Press.
- Simon, Herbert (1988), Bounded rationality, en *The New Palgrave: A dictionary of Economics*, Mc Millan Press, Vol I, p. 266
- Stahl, Dale (1999), Evidence based rules and learning in symmetric normal-form games, *International Journal of Game Theory*, No. 28.
- Vega-Redondo, Fernando (1996) *Evolution games an economic behavior*, Oxford University Press.
- Waldrop, Michael (1992), *Complexity: The Emerging Science at the Edge of Order and Chaos*, Simon & Schuster,
- Walliser, Bernard (1998) A spectrum of equilibration processes in game theory, *Journal of Evolutionary Economics*, Vol. 8, p. 68
- Weibull, Jorgen (1995), *Evolutionary Game Theory*, MIT Press
- Weisbuch, Gerard (1991), *Complex Systems Dynamics: An Introduction to Automata Networks*. Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity
- Ziman, John (ed.) (2000), *Technological Innovation as an Evolutionary Process*, Cambridge University Press.