



Documentos de trabajo sobre
ECONOMÍA REGIONAL

**Los ciclos ganaderos en
Colombia, 1950-2001**

Por: Gerson Javier Pérez V.

No. 46

Junio, 2004



BANCO DE LA REPÚBLICA

CENTRO DE ESTUDIOS ECONÓMICOS REGIONALES (CEER) - CARTAGENA

ISSN 1692 - 3715

La serie **Documentos de Trabajo Sobre Economía Regional** es una publicación del Banco de la República – Sucursal Cartagena. Los trabajos son de carácter provisional, las opiniones y posibles errores son de responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

Los ciclos ganaderos en Colombia, 1950-2001*

GERSON JAVIER PÉREZ V. **

Cartagena de Indias, junio de 2004

* El autor es economista del Centro de Estudios Económicos Regionales (CEER) del Banco de la República, Cartagena. Para comentarios favor dirigirse al correo electrónico gperezva@banrep.gov.co o al teléfono (5) 6600808 ext. 151. Este documento puede ser consultado en la página web del Banco de la República www.banrep.gov.co (ruta de acceso información económica/documentos e informes/economía regional/documentos de trabajo sobre economía regional).

** El autor agradece los valiosos comentarios de Adolfo Meisel, Margarita Vega, Maria Aguilera y Jaime Bonet, por los valiosos comentarios en la elaboración de este documento. De igual forma se agradece al CEGA por el suministro de la información y a la Central Ganadera S.A., en especial a Juan David Barreto, martillo de la subasta y gran conocedor del sector ganadero, quien muy amablemente me suministró información valiosa y que enriqueció mi visión del sector.

Resumen

El comportamiento cíclico del sector ganadero en Colombia es uno de los hechos más evidentes en la economía. En este trabajo se presenta un modelo que describe el proceso por el cual los ganaderos toman la decisión de destinar al animal para consumo (sacrificio) o para capitalización (crianza), y que lleva al comportamiento cíclico en el sector. De esta manera se ofrece una forma alternativa para realizar proyecciones futuras sobre algunas de las más importantes variables. El sistema inicial de ecuaciones permitió expresar el modelo teórico en términos de modelos ARMA para el inventario, el sacrificio y la crianza. Los resultados obtenidos fueron bastante favorables en dos aspectos: el primero es que los valores estimados de los parámetros aproximan muy de cerca los valores teóricos; en segundo lugar, las proyecciones realizadas lograron capturar las variaciones cíclicas de las variables y sus magnitudes, de tal manera que es posible utilizarlos para realizar pronósticos confiables de las variables.

Palabras clave: Ciclo ganadero, modelos ARMA, pronósticos.

Clasificación JEL: C52, C53, Q11, Q12.

TABLA DE CONTENIDO

I. INTRODUCCIÓN	2
II. DESCRIPCIÓN DEL CICLO GANADERO EN COLOMBIA	5
III. UN MODELO PARA EL CICLO GANADERO	9
A. Supuestos simplificadores	10
B. Dinámica de la población ganadera	11
IV. RESULTADOS PARA EL CASO COLOMBIANO	17
A. Estimación del <i>stock</i> de crianza	17
B. Modelos ARMA	21
V. CONCLUSIONES	26
REFERENCIAS	28
APÉNDICE 1: Solución de las ecuaciones en diferencia	30
APÉNDICE 2: Caracterización de las raíces cúbicas	31
APÉNDICE 3: Transformación de los modelos ARIMA del stock de crianza y del stock de sacrificio	32
APÉNDICE 4: Encontrando las raíces de los polinomios de orden tres para el sacrificio y para la crianza	34
APÉNDICE 5: Series estadísticas utilizadas	38

I. INTRODUCCIÓN

La ganadería representa una de las actividades más importantes en Colombia, no sólo por sus aportes directos en la alimentación, sino además por todas aquellas actividades derivadas a partir de la transformación de sus productos. Esto demuestra que la actividad ganadera no sólo realiza aportes directos a la economía, a través de la generación de empleo y utilidades al sector rural, sino aportes indirectos a través de la producción industrial.

Durante las décadas del cincuenta y sesenta, el gasto real total en carne de res representó cerca del 70% del gasto total en carnes, al mismo tiempo que el consumo per cápita fue de cerca de 18 kilogramos. A partir de los años setentas la participación de la carne de res en el gasto se redujo hasta representar cerca del 40% a finales de la década pasada, mientras que el consumo per cápita no presentó mayores variaciones durante cincuenta años (ver Galvis (2000)). Ya para el año 2001, el consumo per capita se ha reducido a 16 kilogramos. La principal razón para la reducción es el posicionamiento de la carne de pollo en la dieta de los colombianos, no sólo por la tendencia a reducir el consumo de carnes rojas, sino además por el importante mejoramiento de la productividad y competitividad del sector avícola en los últimos años. Esto ha llevado a una caída en el precio de la carne de pollo en relación al de la carne de res.

Desde hace varias décadas surgió el interés por el estudio del sector ganadero, desde la construcción de las principales variables de análisis¹, estudios detallados a nivel de la microeconomía ganadera², descripción de las ferias de ganado en el país³ y el análisis de los ciclos ganaderos.

¹ Lorente (1990), a través de la construcción de un modelo para la población ganadera, realizó estimaciones de algunas de las más importantes variables del sector. Posteriormente, Kalmanovitz (1999) realizó una reconstrucción bastante cuidadosa de algunas variables del sector ganadero para el período 1915-1950. Más recientemente Lorente y Vargas (2002) realizaron una reconstrucción de las series de sacrificio de ganado vacuno para el período comprendido entre 1954 y 2001.

² Entre los más recientes trabajos se destacan los de Vilorio (2003, 2004), Lorente y Vargas (2003) y algunos otros trabajos realizados por importantes entidades como el CEGA y Fedegan.

³ Bonet (1998) en su documento, destaca la importancia del ganado cordobés en la Feria de Ganados de Medellín durante gran parte de la segunda mitad del siglo veinte.

Desde hace algunas décadas gran parte de los estudios del sector pecuario se han centrado en corroborar la existencia del ciclo del ganado vacuno, llevando a cabo una descripción detallada de este fenómeno y, evaluando y explicando la dinámica económica y de mercado que lo caracterizan.

Quizá el esfuerzo más importante sobre el ciclo ganadero ha sido el de Lorente (1990), quien desarrolló un modelo que describe el comportamiento de la población ganadera con el fin de explicar la dinámica de los inventarios en cada momento del tiempo a través de los nacimientos, muertes naturales y extracción histórica. El autor tuvo en cuenta las condiciones biológicas de los animales y los cambios en los sistemas de producción. La metodología parte de la estimación de la tasa de natalidad y mortalidad, además de los inventarios por edad y sexo. Como resultados se obtuvieron series coherentes de la población ganadera teniendo en cuenta el sexo y la edad de los animales.

A comienzos de la década de los ochenta la Federación Antioqueña de Ganaderos (Fadegan) publicó un trabajo sobre los ciclos ganaderos en Colombia, en donde se describe el comportamiento del sector, la importancia de la Feria de Ganados de Medellín y la duración media del ciclo. En el documento también se analizaron algunas medidas anticíclicas, las cuales tienen en cuenta factores como el crédito y la tributación, como posibles medidas reguladoras del ciclo. En la parte final del documento los autores presentaron las proyecciones de algunas de las variables del sector.

Una década más tarde, Balcazar *et al.* (1990) realizaron un trabajo bastante detallado sobre el sistema de producción bovina en Colombia, dentro de los que se encuentran el extractivo, pastoreo extensivo tradicional y mejorado y el de confinamiento, entre otros. Los autores, conscientes de la diversidad en la organización técnica y productiva de las fincas ganaderas, aún aquellas que poseen el mismo sistema productivo, realizaron una clasificación de las características productivas en las fincas de ganado bovino. Dentro de estas características se destacan el entorno (suelos, infraestructura y tenencia de la tierra), condiciones internas y condiciones del sistema productivo (natalidad, mortalidad y capacidad de carga), las cuales permiten un mejor entendimiento del comportamiento de la población ganadera.

A nivel internacional vale la pena considerar el trabajo de Rosen (1987) quién, a través de un modelo dinámico, examinó el efecto de sustitución intertemporal en el manejo óptimo de la población ganadera. Los resultados indican que este efecto explica sólo una parte del comportamiento cíclico de las series ganaderas, planteando además la necesidad de tener en cuenta la evolución de la edad y sexo como factores determinantes de la formación del ciclo ganadero.

Más recientemente, Nerlove y Fornari (1998) desarrollaron un modelo de expectativas cuasi-rationales que aplicaron a la oferta ganadera de los Estados Unidos, como un instrumento entender mejor los ciclos ganaderos. Para tal fin utilizan información trimestral y mensual desde 1944. Los resultados obtenidos muestran que el modelo de expectativas cuasi-rationales describe la dinámica ganadera y, por lo tanto, permite un mejor entendimiento de la formación de los ciclos en el sector.

En uno de los trabajos más recientes sobre modelos de ciclos ganaderos, Aadland (2002) construye un modelo dinámico de optimización, a través del cual se describe el ciclo ganadero en los Estados Unidos. El autor realizó algunos ajustes a los modelos anteriores en cuanto a distribución de edad de los animales para la crianza y a la microfundamentación. Además, se tuvieron en cuenta choques de precios exógenos, decisiones de inversión y comportamientos individuales de optimización, los cuales son capaces de generar en forma endógena la aproximación del ciclo ganadero de diez años.

De esta manera, pese al gran número de estudios que se han realizado sobre el sector ganadero en el país, existe una gran necesidad de abordar el tema de los ciclos a través de modelos y metodologías alternativas, con el fin de aproximar cada vez mejor el comportamiento dinámico del sector y poder realizar proyecciones mucho más confiables. La realización de este tipo de trabajos es en este momento un paso natural del proceso, ya que la primera etapa, que corresponde a la construcción, empalme y actualización de las series históricas, se ha ido superando con gran éxito gracias al aporte de investigadores

como Luis Lorente y Salomón Kalmanovitz, y con el aporte de entidades como el CEGA y Fedegan.

El principal objetivo de este trabajo es el análisis riguroso del comportamiento del ciclo ganadero en Colombia, de tal manera que permita realizar proyecciones confiables de sus principales variables. Para tal fin se sigue el modelo planteado por Rosen *et al.* (1994), quienes analizan el ciclo con base en las decisiones del stock de crianza por parte de los ganaderos. En el modelo se tendrá en cuenta la relación de retroalimentación existente entre la fertilidad de los animales y las decisiones de consumo por parte de los agentes, lo cual lleva a cambios en la estructura demográfica de la población ganadera cuando se enfrentan a choques exógenos en los costos de producción y demanda.

II. DESCRIPCIÓN DEL CICLO GANADERO EN COLOMBIA

La formación del ciclo ganadero se ve afectada no sólo por las decisiones económicas de los productores e intermediarios, sino además por las características biológicas de los animales. El ciclo comienza desde el momento de la gestación, a partir del cual los agentes inician el proceso de generación de expectativas de la rentabilidad futura que le generará el nacimiento de un nuevo animal. De igual forma, factores como el sexo y la tecnología disponible para la crianza y el levante del animal, son de gran importancia.

El ganadero toma la decisión de criar un animal incentivado por los precios actuales de los animales destetados⁴, esperando que el precio futuro de venta del animal sea igual o superior a los precios actuales. Para tal fin, dedicará un mayor número de hembras para la crianza⁵, lo cual lleva a que en el futuro se aumente la oferta de ganado cebado, presionando los precios a la baja, lo que hace que se reduzcan los incentivos para la crianza. Sin embargo, el proceso no termina ahí, ya que el bajo nivel de precios reduce las utilidades

⁴ El término hace referencia a aquellos animales que después de cierto tiempo son separados de su madre para comenzar un proceso de crianza en donde el alimento principal del animal deja de ser la leche.

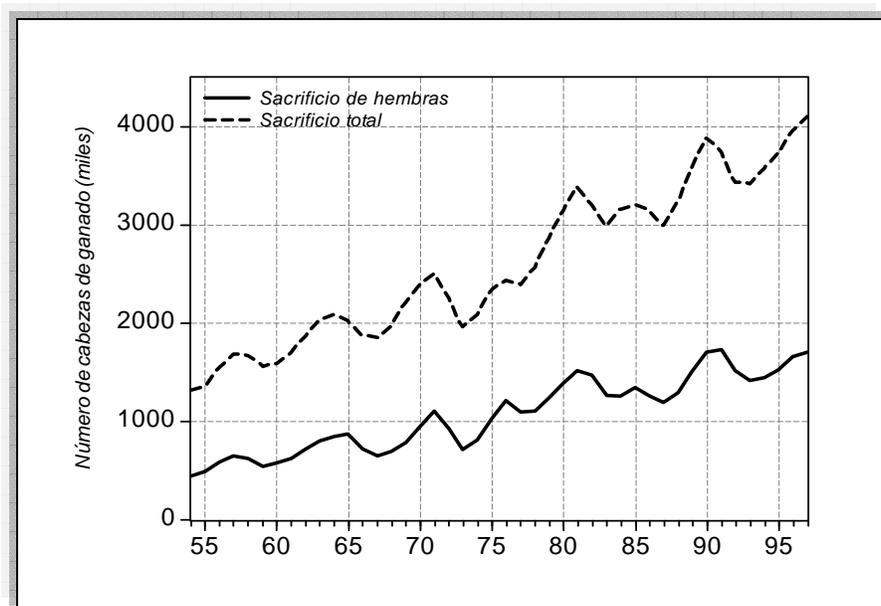
⁵ Este proceso se denomina *retención*.

del ganadero, el cual tendrá que optar, muchas veces, por vender hembras cebadas para sacrificio⁶ (Fadegan (1980)).

Este proceso de formación del ciclo ganadero deja ver claramente que las hembras juegan un papel preponderante. La razón es que cuando la situación actual de mercado muestra una baja oferta y precios altos, los ganaderos ven una gran oportunidad de invertir en el ganado como bien de capital⁷.

El Gráfico 1 muestra el comportamiento del sacrificio total de ganado en Colombia, comparándolo con el sacrificio de hembras desde comienzos de la segunda mitad del siglo pasado.

Gráfico 1
Sacrificio total versus sacrificio de hembras
(1954-2001)



Fuente: CEGA. Cálculos del autor.

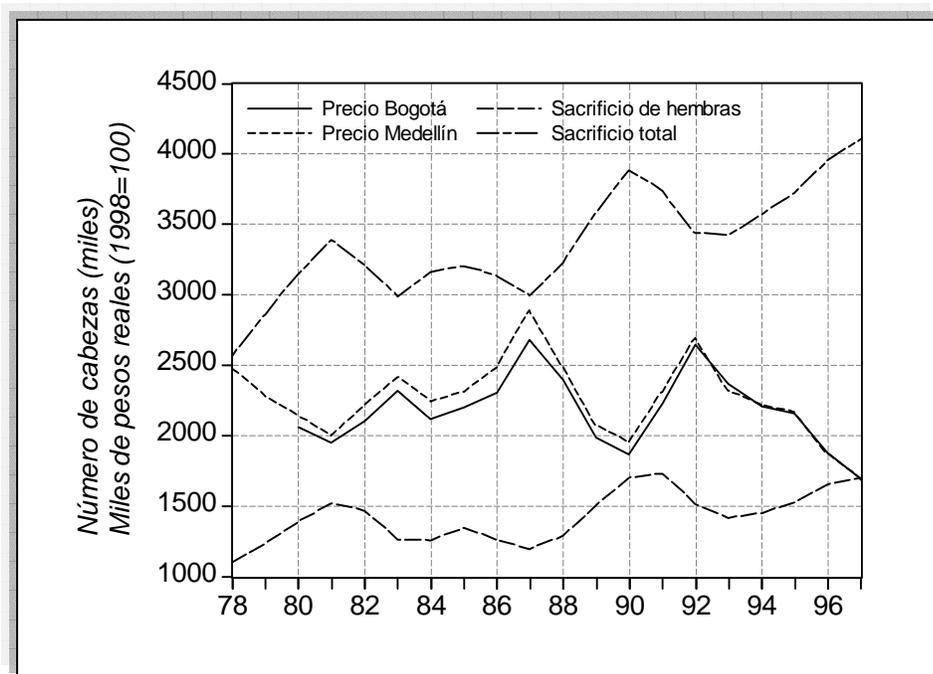
⁶ Este proceso se conoce como *liquidación*.

⁷ Más adelante podrá verse cómo el ganado presenta características de bien de consumo y bien de capital en el mercado.

Es posible observar el marcado comportamiento cíclico de las dos variables durante todo el período, en donde se pueden ver claramente seis ciclos completos. El primer ciclo corresponde a la distancia de las dos primeras cumbres de las variables, en este caso, 1957-1964, para una duración de siete años. El segundo ciclo comprende el período 1964-1971 (siete años), el tercero entre 1971-1976 (cinco años), el cuarto entre 1976-1981 (cinco años), el quinto entre 1981-1985 (cuatro años) y el sexto el período comprendido entre 1985 y 1990 (cinco años). De modo que en promedio la duración de los ciclos ganaderos es de cerca de cinco años.

El Gráfico 2 muestra cómo las series de sacrificio ajustan perfectamente al comportamiento esperado, al compararlas con los precios del ganado en pie.

Gráfico 2
Sacrificio versus precios del ganado en pie en Bogotá y Medellín (1978-2001)



Fuente: CEGA. Cálculos del autor.

Los precios presentan también un comportamiento cíclico a lo largo del tiempo⁸ y justamente contrario al comportamiento del sacrificio. Aquí se puede ver que en el momento en el que el sacrificio es mayor, lo que equivale a una mayor oferta en el mercado, los precios llegan a sus más bajos niveles. Lo contrario ocurre para los niveles bajos de sacrificio (menor oferta en el mercado), para los cuales existe un precio alto que responde a esa baja oferta del bien.

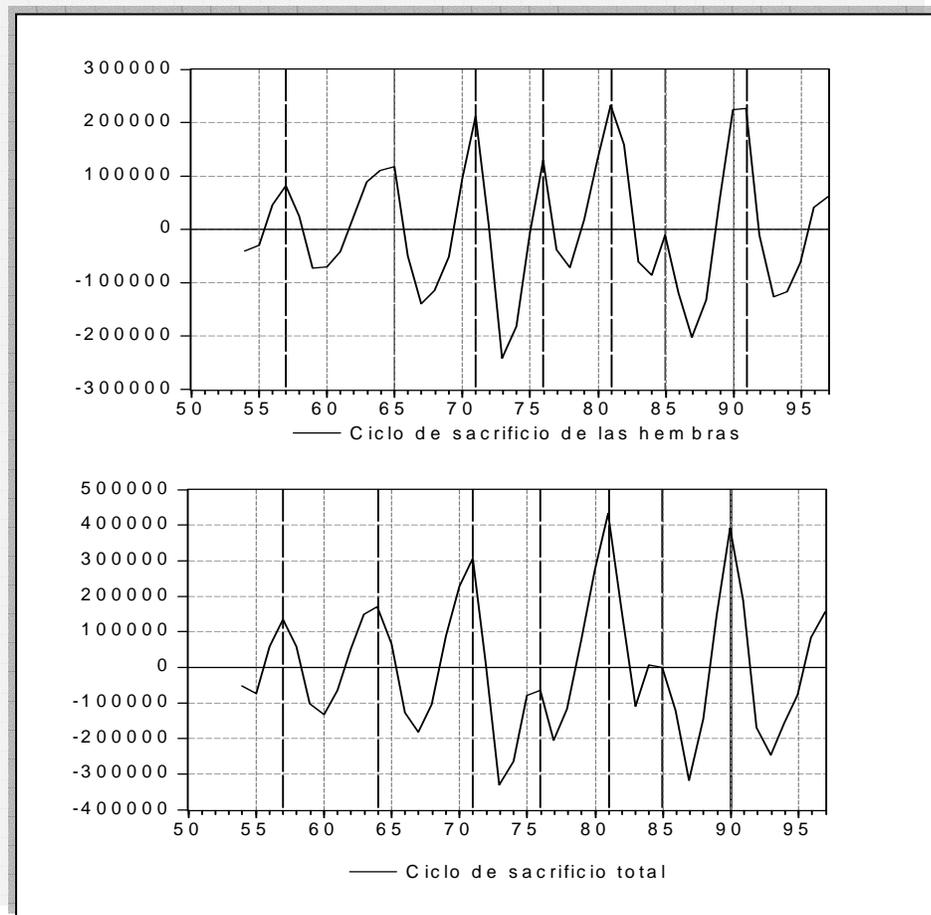
Un ejercicio complementario es el de descomponer la serie de sacrificio en sus componentes de tendencia y ciclo⁹. El Gráfico 3 muestra los resultados del cálculo para el ciclo.

Es posible notar la importancia del sacrificio de las hembras sobre el sacrificio total, no sólo en cuanto a su coincidencia en los períodos sino además en la duración del ciclo. Sin embargo, lo interesante no está en el hecho de anunciar y describir que existe un ciclo en el sector ganadero en Colombia, sino más bien en aprovechar la información histórica existente para aproximar el comportamiento futuro. En la siguiente sección se describe un modelo para el ciclo ganadero y se presentan los resultados para Colombia.

⁸ Los precios reales corresponden a los del ganado macho por kilo en pie en Medellín (Feria de Ganados de Medellín) y en Bogotá (Frigorífico Guadalupe).

⁹ La descomposición de la serie se llevó a cabo a través de la metodología de Hodrick y Prescott (1997).

Gráfico 3
Resultados para el cálculo del ciclo del sacrificio
(1954-2001)



Fuente: Cálculos del autor.

III. UN MODELO PARA EL CICLO GANADERO

El modelo de ciclos ganaderos que se considera en el presente documento es el desarrollado por Rosen, Murphy y Scheinkman (1994). Con este trabajo se formalizó por primera vez el comportamiento de las variables del sector. El objetivo es reproducir y explicar de la manera más cercana a la realidad el ciclo ganadero en Colombia durante las últimas cinco décadas, ofreciendo algunas explicaciones sobre los determinantes de este comportamiento.

Una de las principales características del modelo es que considera al ganado como bien de doble finalidad: bien de consumo y bien de capital. En el primer caso, se reconoce la posibilidad del sacrificio, mientras que con la segunda se considera la posibilidad que el ganado sea destinado para la crianza, ya sea con fines de producción directa (leche) o indirecta, como gestante de nuevos animales.

Este tipo de caracterización del bien es de gran importancia en la dinámica de los ciclos ya que es el manejo de estas dos decisiones, junto con características biológicas, como los períodos de gestación de los animales, lo que finalmente mantiene la dinámica entre las variables.

A. Supuestos simplificadores

Como en la mayoría de los casos en los que trata de modelarse el comportamiento empírico de las variables económicas, siempre es útil y necesario hacer uso de supuestos simplificadores. Si fuera posible realizar algún ordenamiento cronológico del ciclo, el primer hecho sería el período de gestación del animal, que biológicamente es de nueve meses, pero que para este caso se considera de un año.

Posteriormente, luego del nacimiento del animal, se considera un período de dos años al final del cual estará biológicamente disponible para ser destinado a dos actividades: la crianza o el consumo. La decisión final de la cual depende el futuro del animal, y que por supuesto asume el ganadero, es uno de los más importantes determinantes para la formación del ciclo.

Un aspecto en el que vale la pena hacer claridad es el género del animal. El ganadero enfrenta dos situaciones distintas de acuerdo a si el animal de dos o más años de edad es un macho o es una hembra. Generalmente a esta edad los animales que son sacrificados son todos los machos y tan sólo una fracción de las hembras. La razón es que estas últimas

también pueden destinarse a la producción de leche, así como para gestar nuevos animales. En la práctica sólo un reducido número de machos se destina a la crianza, con el fin de servir como reproductor. Por ello se hace el supuesto de que los machos van a ser tratados como hembras destinadas al sacrificio, que junto con el hecho de considerar a todos los animales adultos homogéneos, no altera en gran medida la esencia del comportamiento de la población ganadera¹⁰.

B. Dinámica de la población ganadera

Como se anotó anteriormente, de cada animal destinado a la crianza nacen g becerros¹¹ luego de un período de tiempo (un año), para después esperar que pasen dos años adicionales de tal forma que le permita al animal adquirir las condiciones físicas adecuadas para servir como bien de consumo (sacrificio) o como bien de capital (crianza).

$$(1) \quad k_t = x_t + c_t$$

En donde:

k_t : Número total de animales maduros al comienzo del período t .

x_t : Número de animales destinados a la crianza.

c_t : Número de animales destinados al sacrificio.

La ecuación (1) muestra la relación entre los stocks ganaderos básicos, es decir, indica que el stock total de ganado no es otra cosa que la suma de aquellos animales destinados a la crianza y aquellos destinados al sacrificio.

Además se tiene que:

¹⁰ Cuando se habla de homogeneidad de los animales se hace referencia a aspectos fisiológicos como raza, edad y apariencia.

¹¹ En donde g debe ser estrictamente menor que la unidad, ya que corresponde a la tasa de natalidad.

$$(2) \quad y_t = x_t + gx_{t-1} + gx_{t-2}$$

En donde:

y_t : Número de cabezas de ganado de todos los stocks.

gx_{t-1} : Número de becerros nacidos en t que entran al conducto¹².

gx_{t-2} : Número de becerros nacidos en $t-1$ y que continúan como “de un año”.

Esta definición viene del hecho que todos los animales maduros dan nacimiento a g becerros con un rezago de un año que corresponde a la gestación.

La ecuación (2) indica que el conteo total de cabezas de ganado es la suma de los animales maduros, los recién nacidos y que son menores de un año, y los mayores de un año y que son menores de dos años.

Vale la pena hacer claridad sobre la diferencia que existe entre k_t y y_t . La primera se refiere al conteo de animales maduros (de dos años), mientras que la segunda se refiere al número de animales desde el mismo nacimiento del animal.

La siguiente ecuación del modelo describe la dinámica de crianza del sector:

$$(3) \quad x_t = (1 - \delta)x_{t-1} + gx_{t-3} - c_t$$

En donde:

δ : Representa la tasa de mortalidad en el sector.

De modo que el número de animales destinados para la crianza hoy es igual al *stock* de crianza de ayer descontado de las muertes por causas naturales, más los animales que acaban de alcanzar los dos años de edad menos el número de becerros destinados para sacrificio¹³.

¹² Se refiere al período de dos años transcurridos antes de seleccionar a los animales para sacrificio o para crianza.

¹³ Cabe anotar que gx_{t-2} no se tiene en cuenta ya que corresponde al número de animales de apenas un año y que todavía se encuentran en proceso de maduración, que no pueden contarse aún dentro de los animales que conforman el *stock* de crianza y que además son de al menos dos años de edad. Por otro lado gx_{t-3} corresponde a todos los animales de dos años de edad y que acaban de terminar el proceso de maduración.

El ganadero como agente económico racional debe establecer cuáles serían sus retornos para cada una de las decisiones que tome, por ejemplo, si decide vender el animal para sacrificio debe tener en cuenta el retorno que implica esa toma de decisión.

$$(4) \quad q_t = p_t - m_t$$

En donde:

q_t : Retorno neto del momento t que percibe el ganadero al destinar al animal para sacrificio.

p_t : Precio al que el ganadero está dispuesto a vender al animal.

m_t : Costos de maduración del animal¹⁴.

A partir de éste resultado es posible ahora definir la ecuación (5):

$$(5) \quad E_t [\beta(1 - \delta)q_{t+1} + \beta^3 gq_{t+3}]$$

En donde:

E_t : Indica el valor esperado condicional a la información disponible hasta el momento t .

β : Factor de descuento¹⁵.

La cual representa el valor esperado hoy del retorno futuro del ganadero al destinar cada animal para el sacrificio. El primer término indica el valor descontado de los retornos de la crianza de los animales en edad madura un período adelante, mientras que el segundo indica el valor descontado de las crías de las vacas dentro de tres períodos (uno de gestación y dos de maduración).

Si a este valor del retorno se le descuentan los costos de mantenimiento del animal se obtienen los retornos netos.

¹⁴ También se conocen como *costos de finalización*.

¹⁵ Este se define como $\beta = \frac{1}{(1+i)}$; en donde i corresponde a la tasa de interés.

$$(6) \quad q_t = E_t[\beta(1-\delta)q_{t+1} + g\beta^3q_{t+3} - z_t]$$

$$z_t = h_t + \beta g \gamma_0 h_{t+1} + \beta^2 g \gamma_1 h_{t+2}$$

En donde:

z_t : Costos de mantenimiento descontados.

h_t : Costo unitario de mantenimiento de un adulto.

$\gamma_0 h_t$: Costos de mantenimiento de los animales recién nacidos.

$\gamma_1 h_t$: Costos de mantenimiento de los animales de un año.

El siguiente paso es definir la ecuación de demanda correspondiente¹⁶.

$$(7) \quad c_t = \alpha_0 - \alpha p_t + d_t = \alpha_0 - \alpha q_t - \alpha m_t + d_t$$

En donde:

d_t : Representa los choques de demanda.

De esta forma el sistema completo está conformado por las ecuaciones: (1), (2), (3), (6) y (7), con las cuales se llega a un sistema de dos ecuaciones en diferencias de orden tres:

Ecuación de stocks:

$$(8) \quad x_t - (1-\delta)x_{t-1} - gx_{t-3} = -\alpha_0 + \alpha q_t + \alpha m_t - d_t$$

Ecuación de oferta:

$$(9) \quad E_t[q_t - \beta(1-\delta)q_{t+1} - g\beta^3q_{t+3} + h_t + \beta g \gamma_0 h_{t+1} + \beta^2 g \gamma_1 h_{t+2}] = 0$$

¹⁶ Rosen *et. al* (1994) mencionan que ofrecer una especificación determinada para el comportamiento de la demanda es bastante *problemático* y, debido a que la dinámica poblacional es lineal, la demanda se supone de la misma forma.

Para la solución del sistema se asume que la alimentación para el mantenimiento de los animales tiene un precio fijo en el mercado, es decir, que este insumo se ofrece elásticamente en el mercado, de tal forma que dentro del sistema anterior esta variable pasa a ser exógena. Del mismo modo se asume como elástica la oferta de carne a un precio q_t ¹⁷.

Permitiendo que los choques $\{d_t, m_t, h_t\}$ sigan un proceso autorregresivo de orden uno¹⁸, suprimiendo las constantes y haciendo uso de los operadores de rezago en las ecuaciones (8) y (9), se obtiene:

$$(10) \quad (1 - \phi_1 L)(1 - \phi_2 L)(1 - \phi_3)x_t = \alpha q_t + \frac{\varepsilon_t^m}{1 - \rho_m L} - \frac{\varepsilon_t^d}{1 - \rho_d L}$$

$$(11) \quad E_t \left[(1 - \lambda_1^{-1} L^{-1})(1 - \lambda_2^{-1} L^{-1})(1 - \lambda_3^{-1} L^{-1})q_t + (1 + \beta g \lambda_0 L^{-1} + \beta^2 g \lambda_1 L^{-2}) \frac{\varepsilon_t^h}{1 - \rho_h L} \right] = 0$$

De esta manera ϕ_i y λ_i ($i=1,2,3$) corresponden a las tres raíces de cada una de las ecuaciones cúbicas. En ambos casos el resultado indica la existencia de dos raíces imaginarias y una real para cada una de las siguientes ecuaciones:¹⁹

$$(12) \quad \phi^3 - (1 - \delta)\phi^2 - g = 0$$

$$(13) \quad g\beta^3 \lambda^3 + (1 - \delta)\beta\lambda - 1 = 0$$

¹⁷ Una condición implícita adicional en las ecuaciones (8) y (9) es que la tasa de natalidad sea superior a la tasa de mortalidad, así como también que el retorno de la reproducción supere el retorno del sacrificio a un determinado precio de estado estacionario.

¹⁸ El proceso AR(1) se supone estacionario, es decir que en una representación como $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + \mu_t$, $|\rho| < 1 \quad \forall \varepsilon_t = d_t, m_t, h_t$.

¹⁹ En el Apéndice 1 al final del documento se presenta la explicación de este resultado. Debe recordarse además la respuesta cíclica producida por la existencia de las raíces complejas. En el Apéndice 2 se presenta una explicación más detallada de estos resultados.

El comportamiento cíclico surge por varias razones. La primera, debido a los efectos demográficos que se presentan a causa de la distribución de la edad de los animales. La segunda razón tiene que ver con la toma de decisiones por parte de los ganaderos, que afectan los inventarios de animales destinados para la crianza, generando directamente variaciones en el número futuro de nacimientos.

Rosen *et. al* (1994) solucionan el problema por medio de un procedimiento recomendado por Sargent (1979), el cual consiste en tomar hacia adelante las raíces inestables del sistema y hacia atrás las raíces estables²⁰.

$$(14) \quad (1 - \lambda_1 L)(1 - \phi_2 L)(1 - \phi_3 L)x_t = \Omega_t$$

$$(15) \quad c_t = (\phi_1 - \lambda_1)(1 - \phi_2 L)(1 - \phi_3 L)x_t - \Omega_t$$

En donde:

$$\Omega_t = \frac{(\rho_d - \lambda_1)\varepsilon_t^d}{(\phi_1 - \rho_d)(1 - \rho_d L)} - \frac{(\rho_m - \lambda_1)\varepsilon_t^m}{(\phi_1 - \rho_m)(1 - \rho_m L)} - \left[\frac{\alpha \Gamma \lambda_1}{(\phi_1 - \rho_h)(1 + r^2 \rho_h^2 + 2r\rho_h \cos \theta)} \right] \left(\frac{\varepsilon_t^h}{1 - \rho_h L} \right)$$

$$\Gamma = 1 + \beta \rho_h \gamma_0 g + \beta^2 \rho_h^2 \gamma_1 g$$

$$\phi_j = re^{\pm i\theta}, \text{ para } j = 2, 3$$

Es posible notar que la solución arroja una ecuación autónoma para el *stock* de crianza, pero no ocurre lo mismo con el consumo, por lo que ésta puede obtenerse a partir de la combinación entre las ecuaciones (3) y (14).

$$(16) \quad (1 - \lambda_1 L)c_t = -(1 - \phi_1 L)\Omega$$

²⁰ Rosen *et. al* encuentran en su documento como raíces estables: la raíz real en (12) y las dos raíces complejas en (13). Mientras que las raíces inestables correspondientes son las restantes.

IV. RESULTADOS PARA EL CASO COLOMBIANO

A. Estimación del *stock* de crianza

Uno de los cálculos fundamentales en el análisis del ciclo ganadero es aquel que aproxima el número de animales maduros (de dos o más años) que son destinados para la crianza.

Conociendo el *stock* ganadero total, que en este caso corresponde al inventario ganadero durante el período de análisis, es posible estimar, a través de la relación planteada en la ecuación (2), el número de cabezas de ganado correspondiente al *stock* de crianza. En términos del operador de rezago la relación entre el inventario y el *stock* de crianza sería:

$$y_t = x_t(1 + gL + gL^2)$$

De dónde es posible obtener el proceso correspondiente al *stock* de crianza:

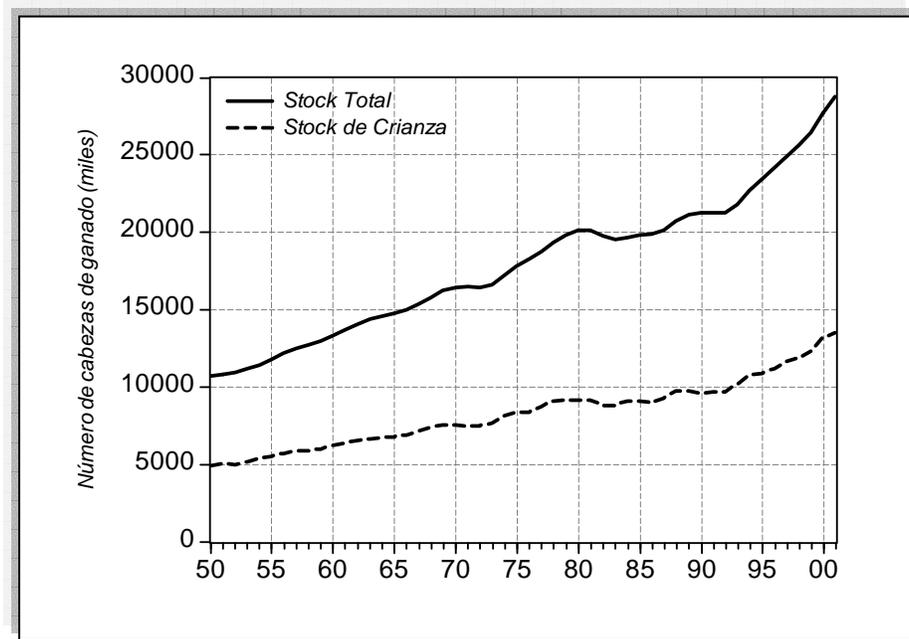
$$x_t = \frac{y_t}{1 + gL + gL^2}$$

Para ello es necesario establecer las dos condiciones iniciales, correspondientes a los dos primeros períodos, que en este caso sería para 1950 y 1951²¹. Luego se calcula la tasa de crecimiento promedio del inventario para el período total²², para posteriormente generar el proceso que permite calcular el *stock* de crianza para el período 1953-2001.

²¹ Se supone una tasa de natalidad del 60%. Cabe anotar que este parámetro de productividad varía de acuerdo al tipo de sistema de producción que adopte cada productor. Se ha encontrado que en Colombia la tasa de natalidad varía entre el 43% y el 80% (Balcázar (1990)). Además, se tuvieron en cuenta las estimaciones realizadas por Lorente (1990).

²² Esta tasa de crecimiento se calcula como el coeficiente de la tendencia de una regresión cuya variable dependiente es el logaritmo del inventario y en donde las variables independientes son la constante y una tendencia lineal.

Gráfico 4
Stock total versus stock de crianza
 (1950-2001)



Fuente: CEGA. Cálculos del autor.

En el Gráfico 4 es posible observar el comportamiento del *stock* de crianza del ganado vacuno en Colombia. Una propiedad importante es que en su construcción se tuvieron en cuenta no sólo características biológicas explícitas, dadas por el número de rezagos, sino además características indirectas y no menos importantes, como es el caso de la tasa de natalidad.

El siguiente paso importante consiste en determinar la validez empírica del modelo teórico. Una forma sencilla de hacerlo es mediante la estimación de la relación establecida en (1), en donde se define al número de animales maduros (de 2 o más años) como la suma de aquellos animales destinados a la crianza y aquellos destinados al consumo (número de animales sacrificados):

$$(17) \quad k_t = x_t + c_t = (1 - \delta)x_{t-1} + gx_{t-3}$$

La Tabla 1 muestra los resultados de la regresión que tiene como variable dependiente el stock de animales maduros²³ y como variables independientes rezagos del número de animales destinados a crianza²⁴.

²³ Este puede asociarse al stock de capital de los ganaderos ya que como se dijo anteriormente, es en el momento en que los animales alcanzan su madurez cuando los ganaderos deciden si destinarlos a la crianza o si por el contrario los destinan para sacrificio (consumo).

²⁴ Las estimaciones se realizaron teniendo en cuenta varios valores para la tasa de natalidad del ganado, con el fin de tener en cuenta escenarios diferentes acerca del cambio tecnológico del sector.

Tabla 1
Resultados de la estimación
1954-2001

Modelo estimado:

$$k_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \beta_3 x_{t-3}$$

k_t = Stock total de animales maduros

x_{t-i} = Rezagos del stock de crianza ($i=1,2,3$)

Coeficientes		Desv. Estándar	Coeficientes		Desv. Estándar
$g = 0.6$			$g = 0.7$		
β_0	73946.9	59635.3	β_0	65726.6	60088.0
β_1	0.69	0.20	β_1	0.55	0.19
β_2	-0.22	0.23	β_2	-0.22	0.21
β_3	0.44	0.22	β_3	0.64	0.21
R^2	0.25		R^2	0.24	
$g = 0.8$			$g = 0.9$		
β_0	58156.9	59660.4	β_0	51537.9	57619.4
β_1	0.44	0.17	β_1	0.39	0.16
β_2	-0.26	0.19	β_2	-0.29	0.17
β_3	0.85	0.20	β_3	1.00	0.19
R^2	0.30		R^2	0.43	

Fuente: Cálculos del autor.

Si el modelo teórico está explicando adecuadamente el comportamiento empírico del ciclo en el sector ganadero, los resultados de la regresión deben mostrar los siguientes resultados: (1) la constante debe ser estadísticamente igual a cero; (2) el parámetro que acompaña al primer rezago β_1 debería ser significativo y estar aproximando el valor de $(1 - \delta)$; (3) el segundo rezago debe ser no significativo; (4) el tercer rezago debe ser significativo y aproximar el valor de la tasa de natalidad g .

La estimación muestra que para todos los valores de g la constante no es significativa, reafirmando lo planteado teóricamente. De igual forma, los demás resultados están mostrando un comportamiento bastante cercano a lo que plantea la teoría. El valor del parámetro que acompaña al primer rezago β_1 resultó significativo, y en todos los casos, muy cercano al valor teórico de 0.9. Esto puede comprobarse calculando los intervalos de confianza para cada caso. Excepto para el caso de β_1 cuando $g = 0.9$, las pruebas de hipótesis están de acuerdo a lo esperado.²⁵

También se encontró que para todos los diferentes valores de g el segundo rezago no resultó significativo como era de esperarse. Finalmente, el coeficiente β_3 resultó siempre significativo y, al igual que en el caso de β_1 , muy cercano a su valor teórico, dentro de los valores considerados en el intervalo de confianza y aumentando para los mayores valores de g . De este modo, todo parece estar indicando, excepto por la constante, que el modelo presenta una especificación tal que está describiendo en forma adecuada la realidad del ciclo ganadero.

B. Modelos ARMA

²⁵ Las pruebas de hipótesis sobre los parámetros fueron aceptadas al menos al 1% de significancia.

A partir de transformaciones las ecuaciones (14) y (16)²⁶ se encuentra que los modelos para el consumo y para la crianza se convierten en modelos ARMA(4,3) y ARMA(6,2), respectivamente. Recordando además que de (2) se obtiene $x_t = \frac{y_t}{1 + gL + gL^2}$, que combinada con la representación ARMA del *stock* de crianza se obtiene una representación ARMA(6,4) para el inventario de ganado.

Si se supone que un solo choque es el que afecta a las variables, es decir, suponiendo $\rho_d = \rho_m = \rho_h = \rho$, los modelos para las tres variables consideradas se convierten en los siguientes modelos: (1) modelo AR(4) para el *stock* de crianza, (2) modelo ARMA(2,1) para el *stock* de sacrificio, y (3) modelo ARMA(4,2) para el inventario total (ver Apéndice 3).

La Tabla 2 resume los resultados obtenidos al estimar los diferentes modelos ARIMA para cada una de las tres variables. Las tres primeras columnas muestran los valores teóricos esperados para cada uno de los coeficientes de los modelos y para cada una de las variables. Las siguientes tres columnas presentan los coeficientes estimados tanto para los componentes autorregresivos como para los de promedio móvil.

²⁶ Esta transformación consiste en multiplicar cada término por $(1 - \rho_d L)(1 - \rho_m L)(1 - \rho_h L)$.

Tabla 2
Estimación de modelos ARIMA

Componentes ²⁷	Valores teóricos			Estimadores		
	Inventario	Crianza	Sacrificio	Inventario	Crianza	Sacrificio
<i>AR(1)</i>	0.56	0.56	1.42	1.18 (0.20)	0.79 (0.15)	0.58 (0.20)
<i>AR(2)</i>	-0.18	-0.18	-0.49	-0.02 (0.23)	-0.48 (0.17)	-0.50 (0.15)
<i>AR(3)</i>	0.37	0.37		-0.55 (0.23)	0.61 (0.17)	
<i>AR(4)</i>	0.27	0.27		0.38 (0.15)	-0.14 (0.15)	
<i>MA(1)</i>	0.6	0		0.18 (0.17)		0.20 (0.25)
<i>MA(2)</i>	0.6	0		-0.74 (0.16)		
<i>Raíces del polinomio autorregresivo</i>	$-.43 \pm .61i$.82,.6	$-.43 \pm .61i$.82,.6	.82 .6	$.47 \pm .55i$.99,-.74	$-.16 \pm .77i$.85,.28	$.29 \pm .65i$
<i>Estadístico Q</i>				0.50	0.15	0.22

Fuente: Cálculos del autor.

Para los parámetros se asumieron los siguientes parámetros: tasa de natalidad (g) igual a 0.6, tasa de mortalidad (δ) igual a 0.1, factor de descuento (β) igual a 0.952 y choque de efecto intermedio (ρ) igual a 0.6.

Para el caso del stock de inventario, los resultados indican en la parte autorregresiva que, excepto para el tercer rezago para el cual se esperaba un coeficiente con signo positivo, los estimadores no sólo aproximan la dirección sino además la magnitud de los efectos rezagados. En el caso de la parte de promedio móvil los valores esperados se alejan bastante de los estimados. Estos resultados podrían estar indicando que el modelo teórico no necesariamente está capturando en forma adecuada el comportamiento del inventario

²⁷ El término AR(p) corresponde a los componentes autorregresivo, en donde p indica el número de rezagos de la variable. De la misma forma el término MA(q) representa los componentes de promedio móvil, en donde q indica el número de rezagos de los términos de error.

ganadero. No obstante, como se mostrará más adelante los resultados para la estimación de esta variable se aproximan bastante al comportamiento observado.

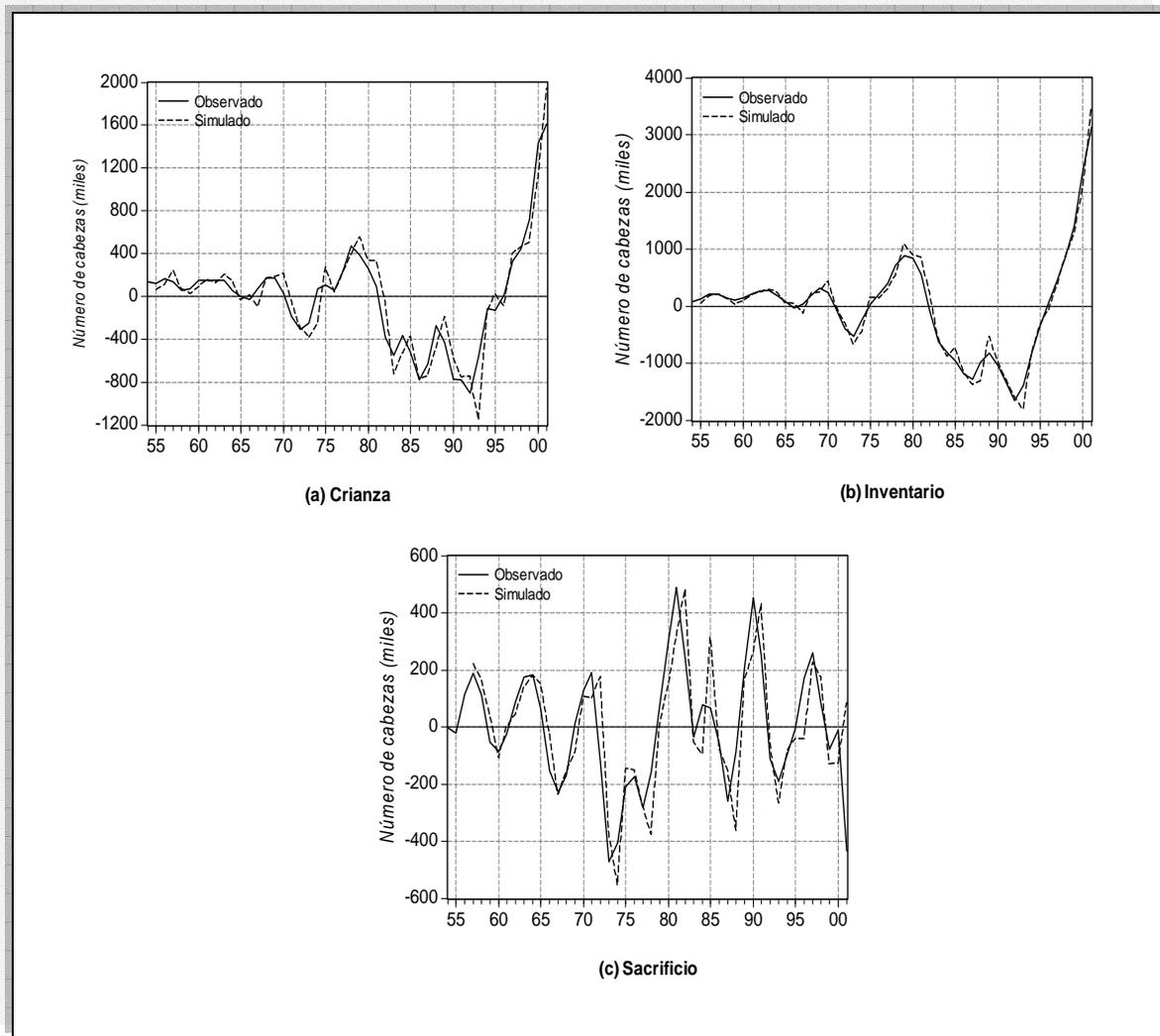
Para el caso del stock de crianza, los resultados muestran estimadores cercanos a los valores teóricos, excepto para el caso del cuarto rezago en el cual el valor estimado cambia de signo con respecto al valor de referencia. Sin embargo, este coeficiente no resultó significativo. Al igual que en el caso del inventario, los estimadores permitieron encontrar una simulación de la variable bastante cercana a la observada.

Los resultados encontrados para el *stock* de sacrificio fueron favorables en cuanto a la dirección del efecto y su magnitud, excepto para el primer rezago el cual se aleja un poco del valor esperado.

Uno de los aspectos más importantes cuando se lleva a cabo un trabajo en economía es el que tiene que ver con los pronósticos. Tratar de establecer el comportamiento futuro de las variables analizadas con un alto grado de certeza requiere que las proyecciones estén fundamentadas en una adecuada descripción de las variables relacionadas y de su entorno. Hasta este momento las relaciones económicas planteadas por el modelo de ciclos ganaderos han mostrado resultados bastante favorables en cuanto a las magnitudes y a los signos esperados; el siguiente paso es verificar si estos parámetros aproximan en forma adecuada el comportamiento observado de las variables. En el Gráfico 6 se muestran estos resultados²⁸.

²⁸ Para efectos de comparación de los resultados a las variables les fue removida la constante y la tendencia.

Gráfico 5
Comparación de variables observadas y simuladas
(1950-2001)



Fuente: Cálculos del autor.

Es evidente que para el caso de las tres variables, aplicando los modelos ARMA teóricos, los resultados obtenidos predicen bastante bien la dinámica de comportamiento observado. Es posible notar además que el modelo no sólo captura en forma adecuada los distintos períodos de retención y liquidación de ganado en el sector sino también su magnitud. Cabe destacar que estos resultados son bastante positivos teniendo en cuenta la complejidad de la formación de los ciclos ganaderos.

V. CONCLUSIONES

El ciclo ganadero depende fundamentalmente de los períodos comprendidos entre retención y liquidación. Sin embargo, estos se ven afectados exógenamente por factores de la economía en general, tales como el crecimiento del producto y el comportamiento de la demanda. De modo que un período de auge económico, que estará acompañado del aumento en la demanda de carne de bovino, inducirá a un aumento en los precios y por lo tanto prolongará la retención (o en su defecto reducirá el tiempo de liquidación de animales).

La evidencia presentada en el documento sugiere que, a pesar de los supuestos simplificadores, el modelo predice bastante bien la dinámica del ciclo de ganado en Colombia. Este se basó fundamente en el ciclo de vida del ganado bovino desde el momento mismo del nacimiento, e incluso desde su proceso de gestación. El animal desde que nace y hasta antes de los dos años es sometido a un proceso de levante. A partir de los dos años, el destino del animal será el sacrificio o la crianza. El factor decisivo para considerar a las hembras para la crianza o para sacrificio depende de varios factores económicos de inversión, tales como los precios actuales y la expectativa futura de su comportamiento, por parte de los ganaderos, quienes decidirán si retener o liquidar.

Los resultados encontrados en el documento dejaron ver que la estimación del stock de crianza se ajusta a los planteamientos teóricos del modelo. Esto se debe a la cercana relación de esta variable con el stock total de animales. Los resultados de la estimación del modelo de capital de los ganaderos arrojaron valores coherentes y cercanos a los valores teóricos.

Para tratar de aproximar el proceso generador de las variables se llevaron las relaciones teóricas a una forma simplificada de modelos ARMA, los cuales arrojaron resultados bastante favorables. Los modelos generaron estimadores muy cercanos a los valores teóricos, al igual que permitieron realizar proyecciones que se ajustan bien a los valores

observados para cada una de las variables, capturando en cada momento no sólo el período del ciclo sino además la magnitud del cambio.

Vale la pena profundizar en el estudio de modelos de este tipo que consideren las diferentes distribuciones de edad de los animales, así como edades diferentes en las que los ganaderos toman la decisión de destinar a los animales a crianza o a sacrificio. También es de gran importancia llegar a considerar la interrelación de las variables del sector con variables que representen la situación económica general.

REFERENCIAS

AADLAND, David, “Cattle Cycles, Heterogenous Expectations and the Age Distribution of Capital”, en *Documentos de trabajo*, núm. 0211002, Washington University in St. Louis, julio de 2002.

BALCAZAR, Alvaro; ARIAS, Jairo; HURTADO, Ricardo, “Sistemas de producción bovina en Colombia”, en *Coyuntura Agropecuaria*, vol. 6, núm. 4, CEGA, enero de 1990, pp. 83-119.

BONET, Jaime, “El ganado costeño en la Feria de Medellín, 1950-1997”, en *Documentos de trabajo sobre economía regional*, núm. 5, Banco de la República, octubre de 1998.

EZEQUIEL, Mordecai, “Cobweb Theorem”, en *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 52, núm. 2, febrero de 1938, pp. 255-280.

FEDRACIÓN ANTIOQUEÑA DE GANADEROS (FADEGAN), *Los ciclos ganaderos en Colombia*, FADEGAN, 1980.

FEDEGAN, *La ganadería bovina en Colombia 2001-2002*, FEDEGAN, 2002.

GALVIS, Luis A., “La demanda de carnes en Colombia: un análisis econométrico”, en *Documentos de trabajo sobre economía regional*, núm. 13, Banco de la República, enero de 2000.

HODRICK, Robert J.; PRESCOTT, Edward C., “Postware U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation”, en *Journal of Money Credit and Banking*, vol. 29, núm. 1, febrero de 1997, pp. 1-16.

KALMANOVITZ, Salomón, “La producción agropecuaria colombiana 1915-1950”, en *Borradores de economía*, núm. 116, Banco de la República, marzo de 1999.

KALMANOVITZ, Salomón; LÓPEZ, Enrique, “Patrones de desarrollo y fuentes de crecimiento de la agricultura”, en *Borradores de economía*, núm. 288, Banco de la República, mayo de 2004.

LORENTE, Luis, “Un modelo de población ganadera”, en *Coyuntura Agropecuaria*, vol. 7, núm. 2, CEGA, segundo trimestre de 1990, pp. 137-185.

LORENTE, Luis, “El uso de modelos para reconstruir y validar información económica”, en *Coyuntura Colombiana*, vol. 13, núm. 2B, CEGA, pp. 13-32, 1996.

LORENTE, Luis; VARGAS, Carmiña, “Análisis y reconstrucción de series de sacrificio de ganado: Colombia 1954-2001” en *Documentos de trabajo*, núm. 10, CEGA, 2002.

LORENTE, Luis; VARGAS, Carmiña, “Producción de leche en Colombia 1954-2001”, en *Documentos de trabajo*, núm. 12, CEGA, 2003.

NERLOVE, Marc; FORNARI, Ilaria, “Quasi-rational Expectations, an Alternative to Fully Rational expectations: An Application to US beef cattle supply”, en *Journal of Econometrics*, vol. 83, núm. 1-2, marzo-abril de 1998, pp. 129-161.

ROSEN, Sherwin, “Dynamic Animal Economics”, en *American Journal of Agricultural Economics*, vol. 69, núm. 3, agosto de 1987, pp. 547-557.

ROSEN, Sherwin; MURPHY, Kevin; SCHEINKMAN, Jose A., “Cattle Cycles”, en *Journal of Political Economy*, vol. 102, núm. 3, junio de 1994, pp. 468-492.

SARGENT, Thomas, *Macroeconomic Theory*, Academic Press, Nueva York, 1979.

VARGAS, Andrés; LORENTE, Luis, “Modelo de inventarios ganaderos: Colombia 1950-1997”, en *Coyuntura Colombiana*, vol. 14, núm. 2, CEGA, 1997, pp. 161-214.

VILORIA, Joaquin, “Ganadería bovina en las llanuras del caribe colombiano”, en *Documentos de trabajo sobre economía regional*, núm. 40, Banco de la República, octubre de 2003.

VILORIA, Joaquin, “La economía ganadera en el departamento de Córdoba”, en *Documentos de trabajo sobre economía regional*, núm. 43, Banco de la República, marzo de 2004.

APÉNDICE 1: Solución de las ecuaciones en diferencia

De (8) se tiene que el polinomio de la parte autorregresiva para el *stock de crianza* (x_t) es:

$$x_t - (1 - \delta)x_{t-1} - gx_{t-3} = 0,$$

la cual corresponde además a la solución homogénea. Reemplazando x_t por ϕ^t y sustituyendo este resultado en la ecuación homogénea:

$$\phi^t - (1 - \delta)\phi^{t-1} - g\phi^{t-3} = 0$$

Dividiendo por ϕ^{t-3} para obtener la ecuación característica se tiene que:

$$\phi^3 - (1 - \delta)\phi^2 - g = 0$$

El mismo procedimiento se utiliza para el cálculo de la ecuación característica en (9) para el retorno neto. En este caso, primero se rezaga el polinomio de tal forma que se actualice el mayor adelanto al período actual.

$$q_{t-3} - \beta(1 - \delta)q_{t-2} - g\beta^3 q_t = 0$$

Reemplazando q_t por λ^t :

$$\lambda^{t-3} - \beta(1 - \delta)\lambda^{t-2} - g\beta^3 \lambda^t = 0$$

Dividiendo por λ^{t-3} y cambiando el signo a ambos lados se tiene la siguiente ecuación característica:

$$\lambda^3 g\beta^3 + \lambda\beta(1 - \delta) - 1 = 0$$

APÉNDICE 2: Caracterización de las raíces cúbicas

La caracterización de las raíces en una ecuación se determina de acuerdo al valor que tome el discriminante de cada una de ellas. Así por ejemplo teniendo una ecuación cúbica en su forma general:

$$x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0$$

para la cual:

$$Q = \frac{3a_2 - a_1^2}{9}$$

$$R = \frac{9a_1a_2 - 27a_3 - 2a_1^3}{54}$$

$$S = \sqrt[3]{R + \sqrt{Q^3 + R^2}}$$

$$T = \sqrt[3]{R - \sqrt{Q^3 + R^2}}$$

el discriminante tomaría el valor $Q^3 + R^2$. De modo que se presentan los siguientes tres casos:

- i) El discriminante es mayor que cero, lo cual indica la existencia de una raíz real y dos complejas.
- ii) El discriminante es igual a cero, indicando en este caso que todas las raíces son reales y al menos dos de ellas son iguales.
- iii) El discriminante es menor que cero, caso para el cual todas las raíces resultan ser reales y distintas.

APÉNDICE 3: Transformación de los modelos ARIMA del stock de crianza y del stock de sacrificio

a. Modelo ARIMA para el *stock* de crianza

A partir del modelo ARMA (6,2),

$$(1 - \rho_d L)(1 - \rho_m L)(1 - \rho_h L)(1 - \lambda_1 L)(1 - \phi_2 L)(1 - \phi_3 L)x_t = (1 - \rho_m L)(1 - \rho_h L) \frac{(\rho_d - \lambda_1)}{(\phi_1 - \rho_d)} \varepsilon_t^d$$

$$+ (1 - \rho_d L)(1 - \rho_h L) \frac{(\rho_m - \lambda_1)}{(\phi_1 - \rho_m)} \varepsilon_t^m - (1 - \rho_d)(1 - \rho_m L) \frac{\alpha \Gamma \lambda_1}{(\phi_1 - \rho_h)(1 + r^2 \rho_h^2 + 2r\rho_h \cos \theta)} \varepsilon_t^h$$

bajo el supuesto $\rho_d = \rho_m = \rho_d = \rho$, es decir, asumiendo un modelo con un solo choque, el modelo se convierte en un modelo AR(4):

$$(1 - \lambda_1 L)(1 - \phi_2 L)(1 - \phi_3 L)(1 - \rho L)x_t = w_t$$

En donde w_t es una expresión para la parte de promedio móvil en un solo choque.

b. Modelo ARIMA para el *stock* de sacrificio

De igual modo, a partir del modelo ARMA(4,3),

$$(1 - \rho_d L)(1 - \rho_m L)(1 - \rho_h L)(1 - \lambda_1 L)c_t = -(1 - \phi_1 L)(1 - \rho_m L)(1 - \rho_h L) \frac{(\rho_d - \lambda_1)}{(\phi_1 - \rho_d)} \varepsilon_t^d$$

$$+ (1 - \phi_1 L)(1 - \rho_d L)(1 - \rho_h L) \frac{(\rho_m - \lambda_1)}{(\phi_1 - \rho_d)} \varepsilon_t^m$$

$$+ (1 - \phi_1 L)(1 - \rho_d L)(1 - \rho_m L) \frac{\alpha \Gamma \lambda_1}{(\phi_1 - \rho_h L)(1 + r^2 \rho_h^2 + 2r\rho_h \cos \theta)} \varepsilon_t^h$$

y bajo el mismo supuesto, se convierte en un modelo ARMA(2,1):

$$(1 - \lambda_1 L)(1 - \rho L)c_t = \tilde{w}_t + bc\tilde{w}_{t-1}$$

En donde, \tilde{w}_t corresponde a una expresión de la parte de media móvil en términos de un solo choque.

c. Modelo ARIMA para el inventario

Debido a la relación directa entre el inventario total y el *stock* de crianza, bajo el supuesto planteado, el primero se convierte en un modelo ARMA(4,2):

$$(1 - \lambda_1 L)(1 - \phi_2 L)(1 - \phi_3 L)(1 - \rho L)y_t = w_t + gw_{t-1} + gw_{t-2}$$

Para este caso w_t se define de la misma forma que en el caso del *stock* de crianza debido a la relación existente entre estas dos variables.

APÉNDICE 4: Encontrando las raíces de los polinomios de orden tres para el sacrificio y para la crianza

a. Crianza

Partiendo del polinomio en (12):

$$\phi^3 - (1 - \delta)\phi^2 - g = 0$$

Estableciendo los parámetros se tiene el siguiente polinomio de orden tres:

$$\phi^3 - 0.9\phi^2 - 0.6 = 0$$

El siguiente paso es encontrar las tres raíces, dos complejas y una real. Si se tiene en cuenta la siguiente forma general del polinomio:

$$x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0$$

las dos raíces complejas pueden ser calculadas como:

$$\phi^2 = -\frac{1}{2}(S + T) - \frac{1}{3}a_1 + \frac{1}{2}i\sqrt{3}(S - T)$$

$$\phi^3 = -\frac{1}{2}(S + T) - \frac{1}{3}a_1 - \frac{1}{2}i\sqrt{3}(S - T)$$

$$Q = \frac{0.81}{9} = -0.09$$

$$R = \frac{-27(-0.6) - 2(0.9^3)}{54} = \frac{16.2 + 1.458}{54} = 0.273$$

$$S = \sqrt[3]{0.273 + \sqrt{-0.09^3 + 0.273^2}} = \sqrt[3]{0.54466155} = 0.8166618$$

$$T = \sqrt[3]{0.273 - \sqrt{-0.09^3 + 0.273^2}} = \sqrt[3]{0.0014} = 0.111868$$

Hallando ϕ^2 y ϕ^3 se tiene:

$$\phi^2 = -\frac{1}{2}(0.9285298) + \frac{1}{3}(0.09) + 0.61036934i$$

$$\phi^3 = -\frac{1}{2}(0.9285298) + \frac{1}{3}(0.09) - 0.61036934i$$

De donde:

$$\phi^2 = -0.4342649 + 0.61036934i$$

$$\phi^3 = -0.4342649 - 0.61036934i$$

Calculando la raíz real:

$$\phi^1 = 0.9285298 + 0.03$$

$$\phi^1 = 0.9585298$$

b. Sacrificio

Partiendo del polinomio en (13):

$$g\beta^3\lambda^3 + (1 - \delta)\beta\lambda - 1 = 0$$

Estableciendo los parámetros se tiene el siguiente polinomio de orden tres:

$$0.51768\lambda^3 + 0.8568\lambda - 1 = 0$$

Normalizando por el coeficiente de λ^3 :

$$\lambda^3 + 1.6550764\lambda - 1.9316952 = 0$$

De modo que las raíces pueden ser calculadas de la misma forma que en el caso anterior, para lo cual se tiene:

$$Q = \frac{3(1.6550764)}{9} = 0.551692$$

$$R = \frac{27(1.9316952)}{54} = 0.965847$$

$$S = \sqrt[3]{0.965847 + \sqrt{0.1679152 + 0.93286043}} = \sqrt[3]{2.01502556} = 1.26306835$$

$$T = \sqrt[3]{0.965847 - \sqrt{0.1679152 + 0.93286043}} = \sqrt[3]{-0.08333156} = -0.43678713$$

Hallando λ^2 y λ^3 se tiene:

$$\lambda^2 = -\frac{1}{2}(0.82628122) + \frac{1}{2}(2.94423606)i$$

$$\lambda^3 = -\frac{1}{2}(0.82628122) - \frac{1}{2}(2.94423606)i$$

De donde:

$$\lambda^2 = -0.41314061 + 1.4721803i$$

$$\lambda^3 = -0.41314061 - 1.4721803i$$

Calculando la raíz real:

$$\lambda^1 = 1.26306835 - 0.43678713i$$

$$\lambda^2 = 0.82628122$$

APÉNDICE 5: Series estadísticas utilizadas

Año	Inventario	Sacrificio	Crianza
1950	10.705.430		4.934.066
1951	10.840.360		5.019.038
1952	10.959.980		4.988.119
1953	11.158.020		5.153.726
1954	11.445.370	1.312.539	5.360.264
1955	11.796.930	1.353.763	5.488.538
1956	12.183.530	1.547.911	5.674.250
1957	12.486.880	1.681.211	5.789.209
1958	12.727.340	1.663.271	5.849.265
1959	12.985.600	1.556.622	6.002.516
1960	13.335.390	1.581.074	6.224.321
1961	13.703.550	1.703.480	6.367.449
1962	14.066.590	1.873.140	6.511.530
1963	14.376.040	2.018.541	6.648.654
1964	14.586.250	2.084.719	6.690.140
1965	14.788.340	2.022.892	6.785.063
1966	14.980.090	1.866.677	6.894.968
1967	15.351.680	1.851.328	7.143.661
1968	15.802.030	1.970.401	7.378.854
1969	16.237.080	2.207.150	7.523.573
1970	16.459.210	2.385.939	7.517.755
1971	16.469.340	2.506.349	7.444.545
1972	16.441.810	2.250.365	7.464.432
1973	16.607.360	1.958.820	7.661.975
1974	17.205.170	2.084.560	8.129.326
1975	17.781.230	2.339.415	8.306.450
1976	18.261.810	2.433.384	8.400.346
1977	18.744.860	2.384.181	8.720.784
1978	19.371.780	2.566.968	9.099.104
1979	19.843.070	2.861.024	9.151.138
1980	20.110.830	3.147.634	9.160.685
1981	20.126.030	3.391.174	9.138.937
1982	19.790.880	3.200.074	8.811.107
1983	19.548.880	2.983.962	8.778.854
1984	19.664.650	3.157.267	9.110.673
1985	19.821.740	3.204.555	9.088.025
1986	19.895.450	3.135.987	8.976.233
1987	20.109.260	2.994.508	9.270.708
1988	20.711.380	3.228.015	9.763.218
1989	21.168.610	3.581.010	9.748.257
1990	21.256.410	3.883.553	9.549.526
1991	21.263.280	3.738.327	9.684.612
1992	21.246.270	3.436.553	9.705.789
1993	21.819.360	3.417.548	10.185.122
1994	22.705.580	3.572.073	10.771.036
1995	23.474.810	3.720.728	10.901.118

1996	24.188.290	3.955.595	11.184.999
1997	24.890.910	4.103.935	11.639.241
1998	25.589.710	3.985.170	11.895.166
1999	26.434.630	3.881.587	12.313.987
2000	27.692.320	4.006.991	13.166.830
2001	28.779.870	3.642.962	13.491.381

Fuente: CEGA para el inventario y el sacrificio, y cálculos propios para la crianza.

APÉNDICE 6: Series proyectadas

Año	Inventario	Sacrificio	Crianza
1950			
1951			
1952			
1953			
1954			
1955	11.750.548		5.410.728
1956	12.189.907		5.604.069
1957	12.520.515	1.649.192	5.873.456
1958	12.755.046	1.654.753	5.840.262
1959	12.949.470	1.586.604	5.940.836
1960	13.303.704	1.499.848	6.143.049
1961	13.717.932	1.667.762	6.349.544
1962	14.063.083	1.772.943	6.463.716
1963	14.410.277	1.927.740	6.678.949
1964	14.661.063	2.028.211	6.745.975
1965	14.783.353	2.056.634	6.725.973
1966	15.053.209	1.948.790	6.906.752
1967	15.192.577	1.792.793	6.942.252
1968	15.854.561	1.931.598	7.348.440
1969	16.178.561	2.060.386	7.502.229
1970	16.664.830	2.316.980	7.669.951
1971	16.522.256	2.371.302	7.553.503
1972	16.551.276	2.507.329	7.442.902
1973	16.474.360	2.016.410	7.491.096
1974	16.997.186	1.896.589	7.767.496
1975	17.893.634	2.364.152	8.441.728
1976	18.175.268	2.419.745	8.342.101
1977	18.641.755	2.351.092	8.665.423
1978	19.182.980	2.315.720	8.978.354
1979	20.041.107	2.764.975	9.279.410
1980	20.130.555	2.956.422	9.200.600
1981	20.398.657	3.190.041	9.333.440
1982	20.086.561	3.416.413	9.093.002
1983	19.574.304	2.939.505	8.566.185
1984	19.572.659	2.958.919	8.894.326
1985	20.037.253	3.425.644	9.196.234
1986	19.906.402	3.099.310	8.936.333
1987	19.977.576	3.080.555	9.107.965
1988	20.353.222	2.930.168	9.503.884
1989	21.430.774	3.520.870	9.945.858
1990	21.286.198	3.675.277	9.703.419
1991	21.276.053	3.906.282	9.658.407
1992	21.270.703	3.477.515	9.808.584
1993	21.360.052	3.327.440	9.538.228
1994	22.660.346	3.574.394	10.696.509

1995	23.440.943	3.675.538	10.996.516
1996	24.004.477	3.735.091	11.030.880
1997	24.754.865	4.062.394	11.665.002
1998	25.530.925	4.073.268	11.858.419
1999	26.229.230	3.827.870	12.040.996
2000	27.327.214	3.890.565	12.788.337
2001	29.015.880	4.161.790	13.763.723

Fuente: Cálculos del autor.

ÍNDICE "DOCUMENTOS DE TRABAJO SOBRE ECONOMIA REGIONAL"

<u>No.</u>	<u>Autor</u>	<u>Título</u>	<u>Fecha</u>
01	Joaquín Viloría de la Hoz	Café Caribe: la economía cafetera en la Sierra Nevada de Santa Marta	Noviembre, 1997
02	María M. Aguilera Díaz	Los cultivos de camarones en la costa Caribe colombiana	Abril, 1998
03	Jaime Bonet Morón	Las exportaciones de algodón del Caribe colombiano	Mayo, 1998
04	Joaquín Viloría de la Hoz	La economía del carbón en el Caribe colombiano	Mayo, 1998
05	Jaime Bonet Morón	El ganado costeño en la feria de Medellín, 1950 – 1997	Octubre, 1998
06	María M. Aguilera Díaz Joaquín Viloría de la Hoz	Radiografía socio-económica del Caribe Colombiano	Octubre, 1998
07	Adolfo Meisel Roca	¿Por qué perdió la Costa Caribe el siglo XX?	Enero, 1999
08	Jaime Bonet Morón Adolfo Meisel Roca	La convergencia regional en Colombia: una visión de largo plazo, 1926 - 1995	Febrero, 1999
09	Luis Armando Galvis A. María M. Aguilera Díaz	Determinantes de la demanda por turismo hacia Cartagena, 1987-1998	Marzo, 1999
10	Jaime Bonet Morón	El crecimiento regional en Colombia, 1980-1996: Una aproximación con el método <i>Shift-Share</i>	Junio, 1999
11	Luis Armando Galvis A.	El empleo industrial urbano en Colombia, 1974-1996	Agosto, 1999
12	Jaime Bonet Morón	La agricultura del Caribe Colombiano, 1990-1998	Diciembre, 1999
13	Luis Armando Galvis A.	La demanda de carnes en Colombia: un análisis econométrico	Enero, 2000
14	Jaime Bonet Morón	Las exportaciones colombianas de banano, 1950 – 1998	Abril, 2000
15	Jaime Bonet Morón	La matriz insumo-producto del Caribe colombiano	Mayo, 2000
16	Joaquín Viloría de la Hoz	De Colpuertos a las sociedades portuarias: los puertos del Caribe colombiano	Octubre, 2000
17	María M. Aguilera Díaz Jorge Luis Alvis Arrieta	Perfil socioeconómico de Barranquilla, Cartagena y Santa Marta (1990-2000)	Noviembre, 2000
18	Luis Armando Galvis A. Adolfo Meisel Roca	El crecimiento económico de las ciudades colombianas y sus determinantes, 1973-1998	Noviembre, 2000
19	Luis Armando Galvis A.	¿Qué determina la productividad agrícola departamental en Colombia?	Marzo, 2001
20	Joaquín Viloría de la Hoz	Descentralización en el Caribe colombiano: Las finanzas departamentales en los noventas	Abril, 2001
21	María M. Aguilera Díaz	Comercio de Colombia con el Caribe insular, 1990-1999.	Mayo, 2001
22	Luis Armando Galvis A.	La topografía económica de Colombia	Octubre, 2001
23	Juan David Barón R.	Las regiones económicas de Colombia: Un análisis de <i>clusters</i>	Enero, 2002
24	María M. Aguilera Díaz	Magangué: Puerto fluvial bolivarense	Enero, 2002
25	Igor Esteban Zuccardi H.	Los ciclos económicos regionales en Colombia, 1986-2000	Enero, 2002
26	Joaquín Vilorda de la Hoz	Cereté: Municipio agrícola del Sinú	Febrero, 2002

27	Luis Armando Galvis A.	Integración regional de los mercados regionales en Colombia, 1984-2000	Febrero, 2002
28	Joaquín Viloría de la Hoz	Riqueza y despilfarro: La paradoja de las regalías en Barrancas y Tolú	Junio, 2002
29	Luis Armando Galvis A.	Determinantes de la migración interdepartamental en Colombia, 1988-1993	Junio, 2002
30	María M. Aguilera Díaz	Palma africana en la Costa Caribe: Un semillero de empresas solidarias	Julio, 2002
31	Juan David Barón R.	La inflación en las ciudades de Colombia: Una evaluación de la paridad del poder adquisitivo	Julio, 2002
32	Igor Esteban Zuccardi H.	Efectos regionales de la política monetaria	Julio, 2002
33	Joaquín Viloría de la Hoz	Educación primaria en Cartagena: análisis de cobertura, costos y eficiencia	Octubre, 2002
34	Juan David Barón R.	Perfil socioeconómico de Tubará: Población dormitorio y destino turístico del Atlántico	Octubre, 2002
35	María M. Aguilera Díaz	Salinas de Manaure: La tradición wayuú y la modernización	Mayo, 2003
36	Juan David Barón R. Adolfo Meisel Roca	La descentralización y las disparidades económicas regionales en Colombia en la década de 1990	Julio, 2003
37	Adolfo Meisel Roca	La continentalización de la Isla de San Andrés, Colombia: Panyas, raizales y turismo, 1953 - 2003	Agosto, 2003
38	Juan David Barón R.	¿Qué sucedió con las disparidades económicas regionales en Colombia entre 1980 y el 2000?	Septiembre, 2003
39	Gerson Javier Pérez V.	La tasa de cambio real regional y departamental en Colombia, 1980-2002	Septiembre, 2003
40	Joaquín Viloría de la Hoz	Ganadería bovina en las Llanuras del Caribe colombiano	Octubre, 2003
41	Jorge García García	¿Por qué la descentralización fiscal? Mecanismos para hacerla efectiva	Enero, 2004
42	María M. Aguilera Díaz	Aguachica: Centro Agroindustrial del Cesar	Enero, 2004
43	Joaquín Viloría de la Hoz	La economía ganadera en el departamento de Córdoba	Marzo, 2004
44	Jorge García García	El cultivo de algodón en Colombia entre 1953 y 1978: una evaluación de las políticas gubernamentales	Abril, 2004
45	Adolfo Meisel R. Margarita Vega A.	La estatura de los colombianos: un ensayo de antropometría histórica, 1910-2002	Mayo, 2004
46	Gerson Javier Pérez V.	Los ciclos ganaderos en Colombia, 1950-2001	Junio, 2004