

Cálculo del ranking acumulado para la encuesta de expectativas de inflación y tasa de cambio nominal, a través de una prueba no paramétrica¹

Wilmer O. Martínez R.²
Manuel D. Hernández B.³

Resumen

En este documento se presenta una metodología para el cálculo del Ranking acumulado de las entidades financieras que participan en la encuesta mensual de expectativas de inflación y tasa de cambio nominal (TRM), realizada por el Banco de la República. La metodología se basa en la prueba estadística no paramétrica propuesta por Jonckheere (1954), que consiste en un sistema de hipótesis de igualdad de distribuciones de probabilidad acumulada con alternativa de ordenamiento estricto para k muestras ($k \geq 2$). La metodología busca determinar el orden óptimo con el cual se rechaza la hipótesis nula, esto último se hace por medio de permutaciones. Ésta metodología es implementada en el programa R.

Palabras claves:

Encuesta de expectativas económicas, Prueba de hipótesis no paramétrica, Prueba de Jonckheere.

Clasificación JEL: C12, C14, D00, D21.

¹“La serie Borradores de Economía es una publicación de la Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la República. Los trabajos son de carácter provisional, las opiniones y posibles errores son responsabilidad exclusiva de los autores y sus contenidos no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva”.

²*Profesional. Sección Estadística, Banco de la República*

³*Profesional en Estadística. Sección Estadística, Banco de la República*

Abstract

This paper presents a methodology to calculate the accumulated Ranking of financial institutions participating in the monthly survey of expectations of inflation and exchange rate, performed by the Banco de la República. The methodology is based on the nonparametric test proposed by Jonckheere (1954), which consists of a system of hypotheses of equal cumulative distributions of probability with strict alternative ordering to k samples ($k \geq 2$). The methodology determines the optimum order which rejects null hypothesis, the latter is done by means of permutations. This methodology is implemented in the R.⁴

1. Introducción

El Banco de la República (BR) realiza desde el año 2003 una encuesta de expectativas de algunas variables macroeconómicas, llamada *encuesta de expectativas de inflación y tasa de cambio*, la cual esta dirigida únicamente al sector financiero y bursátil, con una periodicidad mensual. El formulario busca establecer las expectativas de los informantes a partir de los siguientes tres tópicos: Inflación, Tasa de Cambio y Tasa de Intervención del Banco de la Republica⁵. Las preguntas relacionadas con expectativas de inflación sirven para evaluar la inflación esperada en el horizonte de la meta del BR, al final del año en curso, teniendo en cuenta que la inflación posiblemente se verá influenciada por las expectativas de la misma. De esta manera, para la variable inflación se busca conocer las estimaciones para el mes en curso (variación mensual del IPC), a Diciembre del año en curso (Variación Anual), en doce meses (Variación Anual) y a Diciembre del año siguiente (Variación Anual).

El cálculo y publicación del ranking, una práctica común en este tipo de encuestas a nivel internacional (ver metodología de cálculo del Ranking de Argentina o el de Brasil), tiene como objetivo generar los incentivos adecuados para que los participantes pongan en la encuesta sus mejores estimaciones

⁴Agradecemos los comentarios de Eliana González jefe sección Estadística.

⁵El cuestionario ha tenido un cambio con el ingreso de nuevas preguntas, sin embargo, conserva su forma actual desde octubre del 2008.

para las variables de interés. En particular, el cálculo del ranking acumulado en el caso de Argentina considera las diferencias absolutas entre el valor real y el valor estimado, para cada informante. Se manejan varios tipos de rankings: en el caso mensual se consideran los últimos seis meses, sin embargo, los distintos meses no tienen el mismo peso relativo, ya que el más reciente es ponderado por 6, el anterior por 5 y así sucesivamente hasta el primer mes del período por 1; en el caso de las variables trimestrales el criterio es el mismo, aunque se tienen en cuenta cuatro trimestres, mientras que para las variables anuales se preparará el ranking con un solo período anual.

En cuanto a Brasil, se publica el ranking acumulado “Top 5” del año (*Enero a Diciembre*). Para este fin, mensualmente se calculan las diferencias absolutas entre el valor real y el estimado para cada encuestado. Al informante que presenta la menor diferencia se le asigna el valor 10 y al de mayor diferencia se le asigna el valor 0, a los demás se les asigna valores entre 0 y 10 realizando una interpolación a través de una recta. Luego, al final del año se calcula el promedio de los puntajes mensuales y de esta manera se obtiene el ranking acumulado anual o de largo plazo.

El Banco de la República, a partir del año 2009 calcula y publica mensualmente el Ranking acumulado sobre doce participaciones, por medio de un ponderador que considera el inverso multiplicativo de los desvíos al cuadrado (θ_{ij}^{-2} , donde θ_{ij} es igual al error de pronóstico del encuestado i en el mes j). Cambiando la escala respecto a la suma del inverso de los desvíos al cuadrado β_j ⁶, el ponderador es $\beta_{ij} = \theta_{ij}^{-2} / \beta_j$. Se puede mostrar que dicho ponderador es teóricamente óptimo, asumiendo que los desvíos son no nulos (ver anexo 1). Una vez obtenido el ponderador para cada encuestado, se asigna una puntuación mediante una estadística de orden de 100 a $100 - (n - 1)$, es decir, al que tiene el ponderador más grande se le asigna un puntaje de 100 y así sucesivamente. Finalmente, el puntaje acumulado para cada entidad es el promedio ponderado de los desvíos β_{ij} multiplicado por la puntuación obtenida en cada mes, luego, se realiza un ordenamiento decreciente en función de dicha puntuación para obtener el ranking acumulado. Ahora bien, cuando la estimación de un informante es exactamente igual al valor observado del mes, se le asigna el desvío mínimo observado dividido en dos⁷, y se procede de la

⁶ $\beta_j = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\theta_{ij}^2}$, siendo n el número total de informantes en el mes j , $j = 1, \dots, 12$.

⁷Esto con el fin que el valor θ_{ij} sea diferente de cero y a su vez sea el error de pronóstico

misma manera para el cálculo del ponderador. Este procedimiento tiene el inconveniente de que cuando una entidad presenta un acierto, a éste se da una importancia relativa muy alta por varios periodos, con lo cual el informante tiende a permanecer bien “rankeado” por varios meses, así, un acierto puede enmascarar un regular desempeño a largo del periodo considerado.

En este documento, se desarrolla una metodología para el cálculo del Ranking acumulado de las entidades financieras que participan en la encuesta mensual de expectativas de inflación y tasa de cambio. La metodología se basa en la prueba estadística no paramétrica propuesta por Jonckheere (1954), que consiste en un sistema de hipótesis de igualdad de distribuciones de probabilidad acumulada con alternativa de ordenamiento estricto para k muestras ($k \geq 2$). La metodología busca determinar el orden óptimo con el cual se rechaza la hipótesis nula, esto último se hace por medio de permutaciones. Ésta metodología es implementada en el programa estadístico R (Dalgaard, 2002).

El resto del documento está organizado de la siguiente manera: en la sección 2 se resume el marco conceptual. En la sección 3 se expone la metodología propuesta para el cálculo del ranking acumulado. Una aplicación con los datos de la encuesta de expectativas de inflación y tasa de cambio, es presentada en la sección 4 y finalmente, en la sección 5 se presentan algunas conclusiones.

2. Marco conceptual

La metodología propuesta en el presente documento tiene como insumo la prueba de hipótesis propuesta por Jonckheere (1954), además un algoritmo basado en permutaciones para el cálculo del ranking acumulado óptimo. A continuación se describe brevemente la prueba de Jonckheere (1954) y el detalle del algoritmo implementado.

2.1. Prueba de Jonckheere

En un diseño experimental de tratamientos es de interés determinar si los resultados obtenidos son estadísticamente significativos, es decir, si hay evidencia estadística para concluir que el efecto de los tratamientos difiere. Se

más pequeño del mes.

tiene entonces el problema de asegurar si los resultados obtenidos por ejemplo, en un análisis de varianza a una vía de clasificación son significativos y en conformidad con una hipótesis sobre el orden de importancia por el tamaño de los efectos producidos por los diferentes tratamientos. Cuando sólo hay dos tratamientos en estudio, el problema es reconocido y tratado en términos de la distinción habitual entre la significancia de las pruebas de una y dos colas. Si el experimentador es indiferente a cuál de los dos tratamientos ofrece los resultados más grandes, una prueba a dos colas se utiliza. Por otro lado, si se espera que un tratamiento en particular sea más eficaz que el otro, una prueba a una sola cola es adecuada. Ahora bien, en la situación en que se tienen más de dos tratamientos y se está interesado en una hipótesis alternativa estricta u ordenada y si además los tamaños de muestra son pequeños, Jonckheere (1954) propone una prueba de hipótesis no paramétrica para extender esta distinción mediante la especificación de una de las muchas alternativas a la hipótesis nula. La prueba propuesta por Jonckheere (1954) se expone a continuación.

Sean $(X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1m_1}), \dots, (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{im_i}), \dots, (X_{k1}, X_{k2}, \dots, X_{km_k})$ k muestras aleatorias de tamaño $m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_k$, provenientes de poblaciones con funciones de distribución continua acumuladas $F_1(X), F_2(X), \dots, F_i(X), \dots, F_k(X)$ respectivamente, y dispuestos de tal manera que el primer sufijo de las X está en el orden de la hipótesis alternativa

$$F_1(X) < F_2(X) < \dots < F_i(X) < \dots < F_k(X), \quad \text{para todo } X \quad (1)$$

En general, si $X_{i\alpha_i}$ es el α_i -ésimo valor en la i -ésima muestra de una población con f.d.a. $F_i(X)$, se desea probar la hipótesis que $F_i(X) = F_j(X)$, ($i, j = 1, \dots, k; i \neq j$), contra la alternativa que $F_i(X) < F_j(X)$ ($i < j$) para todo X .

Sea

$$p_{i\alpha_i j\alpha_j} = \begin{cases} 1 & \text{si } X_{i\alpha_i} < X_{j\alpha_j} \\ 0 & \text{si } X_{i\alpha_i} > X_{j\alpha_j} \end{cases}$$

donde $i = 1, \dots, k-1; j = 1+i; \alpha_j = 1, \dots, m_j$.

Sea

$$p_{ij} = \sum_{\alpha_i=1}^{m_i} \sum_{\alpha_j=1}^{m_j} p_{i\alpha_i j\alpha_j},$$

y finalmente, sea

$$S = 2 \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k p_{ij} - \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k m_i m_j$$

Este es el estadístico S propuesto por Jonckheere (1954) para probar la hipótesis nula contra la alternativa de funciones de distribución acumuladas ordenadas, esto es, si $F_i(X) < F_j(X)$ para todo X , entonces es obvio que si M_i y M_j son medianas de la distribución, $M_i < M_j$. Por otra parte, las formas de las dos distribuciones pueden ser idénticas. Se cree que la presente prueba es más sensible a diferencias de localización de las distribuciones poblacionales que a diferencias en el parámetro de escala.

3. Metodología de cálculo

Con el cálculo del ranking acumulado se busca establecer el orden en el cual las entidades encuestadas, en promedio los últimos doce meses, se han acercado más en sus pronósticos al dato observado de inflación y con la menor dispersión posible. Para tal fin, se realiza una prueba de hipótesis de igualdad en distribución con alternativa ordenada, de tal manera que rechazando dicha hipótesis nula, para un cierto nivel de significancia, se establece el orden óptimo de las entidades en sus pronósticos.

Ahora bien, la prueba de Jonckheere (1954), expuesta anteriormente, permite probar este sistema de hipótesis, siempre y cuando se haya establecido el orden adecuado. Además, bajo el supuesto que el conjunto de pronósticos de cada una de las entidades encuestadas constituye una muestra y entre sí se trata de muestras independientes.

Puesto que el objetivo es establecer el orden óptimo y, la prueba de Jonckheere (1954) permite establecer si un orden dado es adecuado o no, se estableció un procedimiento basado en las $k!$ permutaciones, para el caso de k muestras. Esto es, suponga que se tienen tres muestras k_1 , k_2 y k_3 , sin pérdida de

generalidad del mismo tamaño, entonces las $3! = 6$ hipótesis alternativas ordenadas posibles son:

$$\begin{aligned}k_1 &< k_2 < k_3 \\k_1 &< k_3 < k_2 \\k_2 &< k_1 < k_3 \\k_2 &< k_3 < k_1 \\k_3 &< k_2 < k_1 \\k_3 &< k_1 < k_2,\end{aligned}$$

las cuales se pueden transformar en tres alternativas si únicamente se hace la prueba a cola superior y luego a cola inferior, por tanto en este caso se tienen 3 posibles permutaciones⁸. De esta manera cuando se rechace la hipótesis nula con el p -valor mínimo, éste indicará la hipótesis alternativa más probable y por ende el orden óptimo.

Puesto que cuando el número de muestras aumenta en consecuencia el número de permutaciones crece muy rápido. En el caso de la aplicación empírica, que se presenta en la siguiente sección, se tienen 18 muestras en promedio disponibles cada mes, con lo que $18!/2 = 3.20 \times 10^{15}$, es el número de pruebas alternativas a verificar. Para manejar este gran número de pruebas se implementa el siguiente algoritmo:

1. Se inicia el proceso con un número pequeño de muestras, dicha cantidad depende de la homogeneidad de las mismas, esto es, entre más homogéneas sean las muestras mayor es el número de grupos que deben ser incluidos para determinar un orden inicial. Además, se debe tener en cuenta el tiempo de máquina⁹.
2. Determinar las entidades con las cuales se inicia el procedimiento, para ello se calcula una suma ponderada de los errores absolutos de pronóstico, análogo a la metodología utilizada por Argentina. Es decir, a la puntuación más reciente se le asigna el valor de 12, a la anterior 11 y así sucesivamente hasta la última el valor 1, de esta manera se da mayor ponderación a las estimaciones más recientes.

⁸En el caso de k muestras son necesarias $k!/2$ permutaciones.

⁹A manera de ejemplo, para el caso de 9 muestras el tiempo aproximado en un ordenador de 32 bits es de 15', mientras que con 10 muestras el tiempo es de 120' aproximadamente.

3. Una vez establecido un orden inicial, se adiciona una a una las demás muestras, de acuerdo con el orden establecido en el paso anterior. De esta manera, si por ejemplo el orden inicial se estableció con nueve muestras, para la décima muestra solamente se tienen 19 hipótesis alternativas posibles como se muestra en el Cuadro 1.

Cuadro 1: Esquema de la hipótesis alterna para el cálculo del Ranking acumulado

10 > 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 8 > 9
10 = 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 8 > 9
1 > 10 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 8 > 9
1 > 10 = 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 8 > 9
1 > 2 > 10 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 8 > 9
1 > 2 > 10 = 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 8 > 9
1 > 2 > 3 > 10 > 4 > 5 > 6 > 7 > 8 > 9
1 > 2 > 3 > 10 = 4 > 5 > 6 > 7 > 8 > 9
1 > 2 > 3 > 4 > 10 > 5 > 6 > 7 > 8 > 9
1 > 2 > 3 > 4 > 10 = 5 > 6 > 7 > 8 > 9
1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 10 > 6 > 7 > 8 > 9
1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 10 = 6 > 7 > 8 > 9
1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 10 > 7 > 8 > 9
1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 10 = 7 > 8 > 9
1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 10 > 8 > 9
1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 10 = 8 > 9
1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 8 > 10 > 9
1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 8 > 10 = 9
1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 8 > 9 > 10

4. Aplicaciones

A continuación se exponen tres ejercicios de simulación, los cuales muestran el desempeño de la metodología propuesta, además una aplicación con datos reportados por algunas entidades informantes de la encuesta mensual de expectativas de inflación y TRM.

4.1. Ejercicio de simulación 1

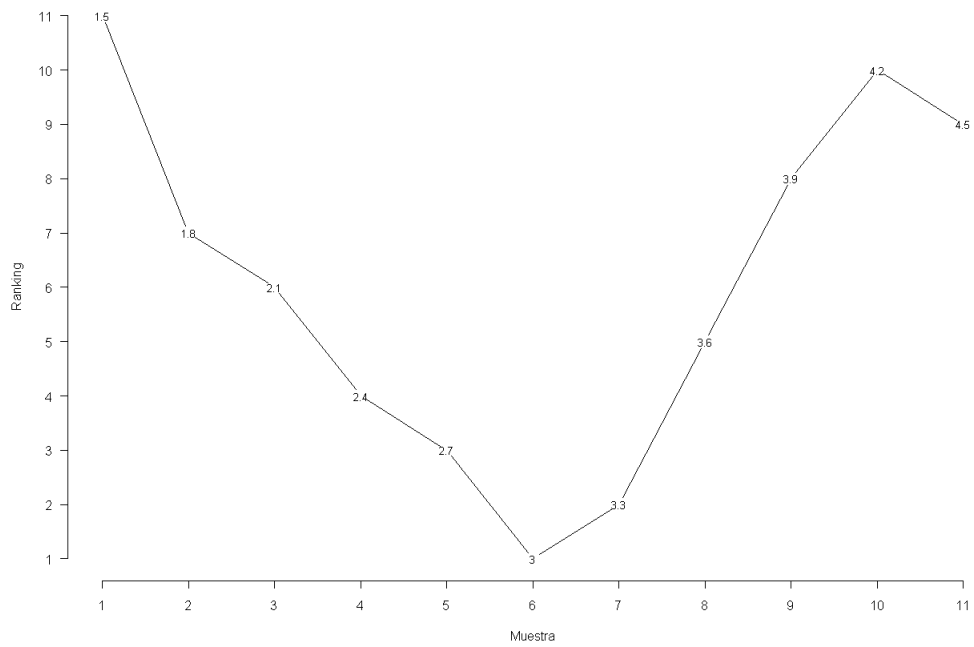
El primer ejercicio de simulación busca evaluar la metodología del cálculo de ranking acumulado, cuando el parámetro de localización de las funciones de distribución acumuladas, de las cuales provienen los datos, varía alrededor del parámetro de localización real, mientras el parámetro de escala está fijo. Esto es, se simula una muestra de tamaño 12^{10} , de la distribución normal con parámetros de localización y escala 3 y 0.5, respectivamente, dicha muestra representa los datos reales, en adelante *muestra base*. Por otra parte, se simulan muestras con distribución normal cuyo parámetro de localización varía en el intervalo $[1.5, 4.5]$ con incrementos de 0.3 y parámetro de escala fijo e igual a 0.5, para un total de once muestras. Cada una de las muestras es comparada contra la muestra base y con dichas diferencias se procede a calcular el ranking acumulado. En el paso anterior se obtienen once grupos de comparación, los cuales son ordenados descendientemente en función de la suma ponderada de los errores absolutos de pronóstico, como se indicó en el paso 2. de la sección anterior. Posteriormente, se toman los 9 primeros y se calcula el orden inicial. Finalmente, se incorporan las muestras 10 y 11 como se indica en la tabla 1. Los resultados que se presentan en la figura 1, permiten apreciar que el orden óptimo o el ranking acumulado corresponde a lo esperado, es decir, los grupos que generan las diferencias más pequeñas, por construcción, son los grupos 4 a 8, por tanto estas muestras son las que tienen mayor exactitud en sus datos respecto a la muestra base. Además, el p -valor obtenido cuando se incorporan las muestras 10 y 11 son 1.22×10^{-5} y 5.31×10^{-8} , respectivamente, lo cual ofrece suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula.

4.2. Ejercicio de simulación 2

El segundo ejercicio de simulación consiste en fijar el parámetro de localización y variar el parámetro de escala. La muestra base es simulada de la misma manera como en el caso anterior, en cuanto al parámetro de escala, éste varía en el intervalo $[0.5, 5]$ con incrementos de 0.5, para un total de 10 muestras. Los resultados de este ejercicio se presentan en la figura 2. En este caso los resultados permiten concluir que a mayor dispersión en los pronósticos, mayor es el error de pronóstico, por tanto es posible afirmar que la

¹⁰Dado que el tamaño de cada uno de los grupos considerados para el cálculo del ranking son muestras de tamaño 12 periodos.

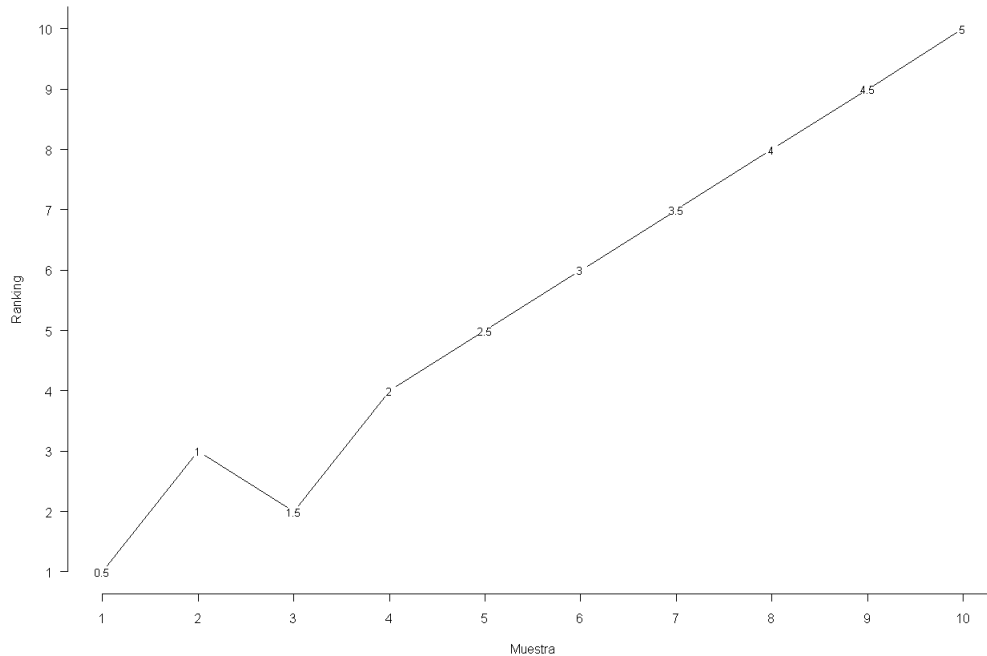
Figura 1: Ranking simulación 1



Los valores en la gráfica corresponden a la media con la cual se simuló cada una de las muestras.

Fuente: Cálculos propios de los autores.

Figura 2: Ranking simulación 2



Los valores en la gráfica corresponden a la desviación estándar con la cual se simuló cada una de las muestras.

Fuente: Cálculos propios de los autores.

prueba detecta cambios en variabilidad. En este caso el p -valor al incorporar la muestra 10 fue 2.27×10^{-5} , lo cual nuevamente, ofrece la suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula y por tanto encontrar un orden óptimo.

4.3. Ejercicio de simulación 3

El tercer ejercicio de simulación es un caso análogo al ejercicio de simulación 1, salvo que en este caso se varía el tamaño de muestra ($n = 6, 8, 18$ y 24), estos tamaños se escogieron alrededor del tamaño de muestra considerados en los dos ejercicios anteriores, con el fin de determinar cómo se comporta

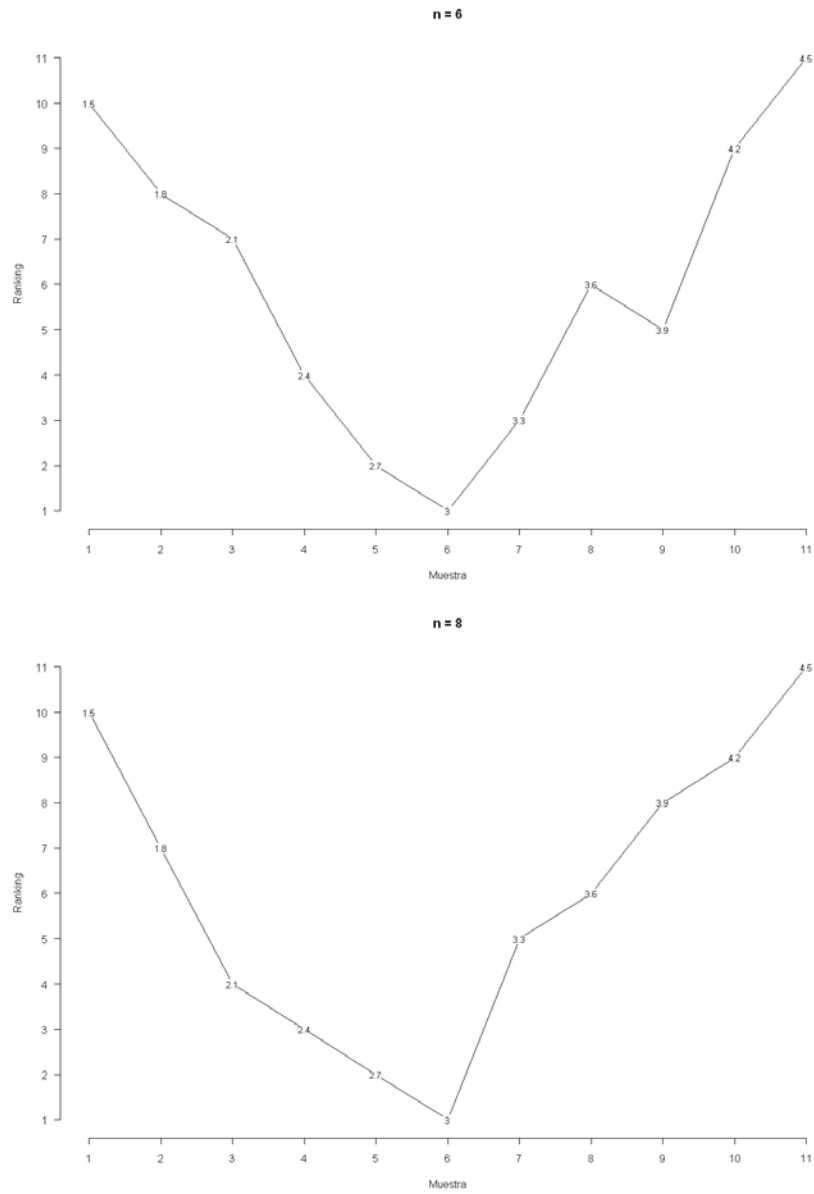
la prueba cuando el tamaño de muestra disminuye y aumenta. En las figuras 3 y 4, se presentan los resultados obtenidos, allí se indican los tamaños de muestras y en general se observa que la prueba no paramétrica es robusta a muestras pequeñas, con lo cual la metodología permite establecer el ranking de acuerdo con lo que se espera.

4.4. Aplicación con datos de la encuesta mensual de expectativas de inflación y TRM

A continuación se realiza la aplicación de la metodología propuesta a los datos reportados por las entidades informantes de la encuesta. Por confidencialidad en los datos se selecciona aleatoriamente una muestra de 15 entidades que usualmente responden la encuesta de expectativas de inflación y TRM en un periodo continuo de doce meses. Los datos son comparados respectivamente con el dato de inflación observado en cada periodo. A partir de los errores absolutos de pronósticos se calcula la suma ponderada de las 12 últimas participaciones, esto es, a la diferencia absoluta más reciente se le asigna una ponderación de 12, a la anterior 11 y así sucesivamente hasta la primera diferencia del periodo considerado, a la cual se le asigna un peso de 1. Cada uno de estos valores es dividido $\frac{n(n+1)}{2}$, siendo en este caso $n = 12$, el número de meses considerados para el cálculo del ranking acumulado. Luego, se ordenan de menor a mayor las entidades en función de la suma ponderada calculada anteriormente. De esta manera se inicia el cálculo del ranking con las primeras nueve entidades¹¹, posteriormente se adiciona una a una las demás. Los resultados obtenidos se resumen en los Cuadros 2 y 3. En particular se observa que el orden óptimo no coincide totalmente con el orden inicial, es decir, el orden obtenido con la suma de los errores de pronóstico ponderados, difiere del ordenamiento inicial para las entidades 6, 7 y 8. En cuanto al p -valor en todos los casos, se tiene suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula a favor del orden establecido.

¹¹Se incrementa considerablemente el tiempo de maquina requerido para realizar el proceso de ranking al considerar más de nueve entidades en el proceso inicial.

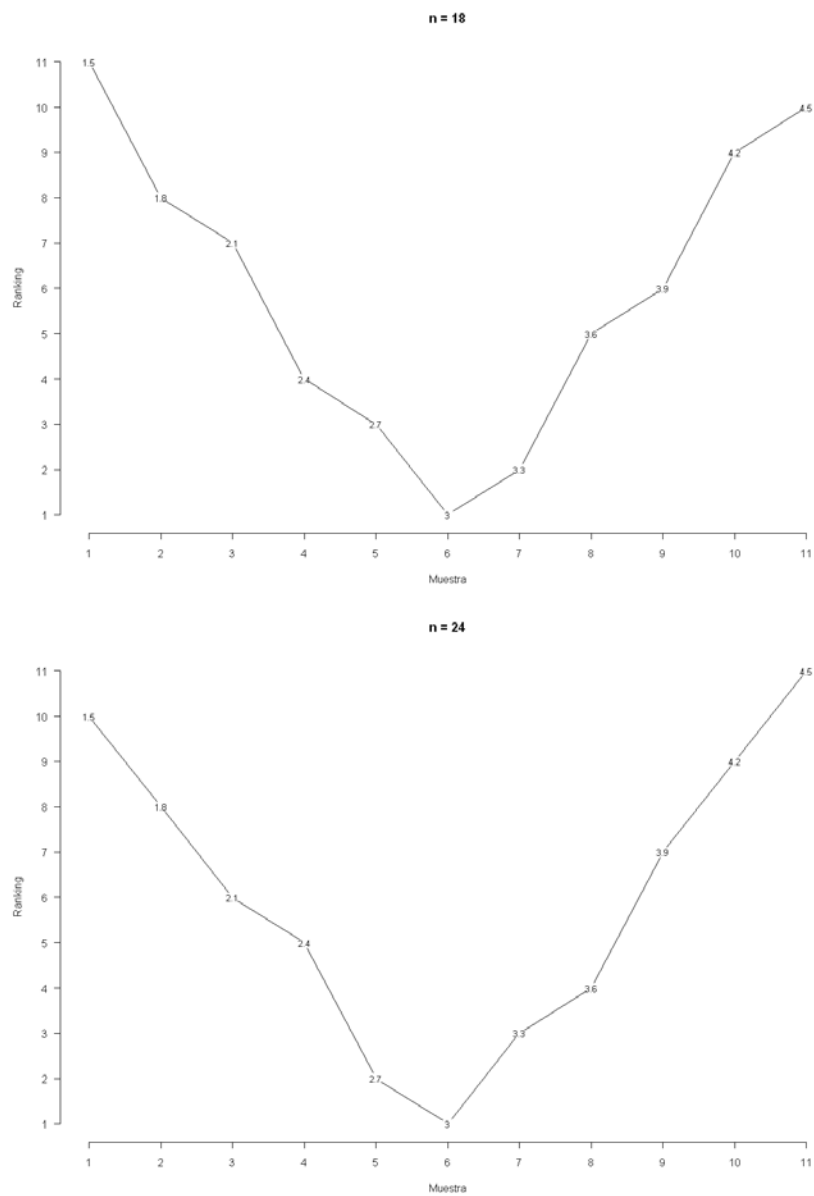
Figura 3: Ranking simulación 3



Los valores en la gráfica corresponden a la media con la cual se simuló cada una de las muestras.

Fuente: Cálculos propios de los autores.

Figura 4: (Cont.) Ranking simulación 3



Los valores en la gráfica corresponden a la media con la cual se simuló cada una de las muestras.

Fuente: Cálculos propios de los autores.

Cuadro 2: Resultados, cálculo del Ranking acumulado para una muestra aleatoria de entidades que responden a la encuesta de expectativas de inflación y TRM

Entidad	SAP	Ranking
Entidad 1	10.97	1
Entidad 2	12.23	2
Entidad 3	12.59	3
Entidad 6	15.56	4
Entidad 7	15.59	5
Entidad 4	14.01	6
Entidad 5	15.29	7
Entidad 10	16.28	8
Entidad 15	18.12	9
Entidad 9	16.26	10
Entidad 13	16.64	11
Entidad 11	16.44	12
Entidad 8	16.10	13
Entidad 12	16.63	14
Entidad 14	16.83	15

SAP: Suma de los errores absolutos ponderados.

4.5. Estudio de caso: cálculo de las expectativas de pronóstico de inflación mensual de la encuesta a partir del ranking acumulado

A partir de la información recolectada en la encuesta mensual de expectativas de inflación y TRM se calculan varios estadísticos de tendencia central y dispersión, entre ellos: el promedio, la desviación estándar, el coeficiente de variación, por nombrar algunos. Lo anterior para la mayoría de las variables medidas con el fin de conocer las expectativas del sector financiero y bursátil y caracterizar la distribución de éstas.

En particular en la figura 5 se presentan el comportamiento de la inflación observada entre los meses junio de 2010 - noviembre de 2011, el promedio de los pronósticos de los encuestados en cada mes y el pronóstico combinado de los cinco primeros, de acuerdo con el ranking acumulado, para éste último se considera como medida de tendencia central la mediana dado que es una medida más robusta que la media en el caso de muestras pequeñas.

Cuadro 3: p -valor obtenido cuando se adicionan las entidades 10 - 15

Entidad	p -valor
10	0.0185525
11	0.0186336
12	0.0159161
13	0.0163610
14	0.0153501
15	0.0143456

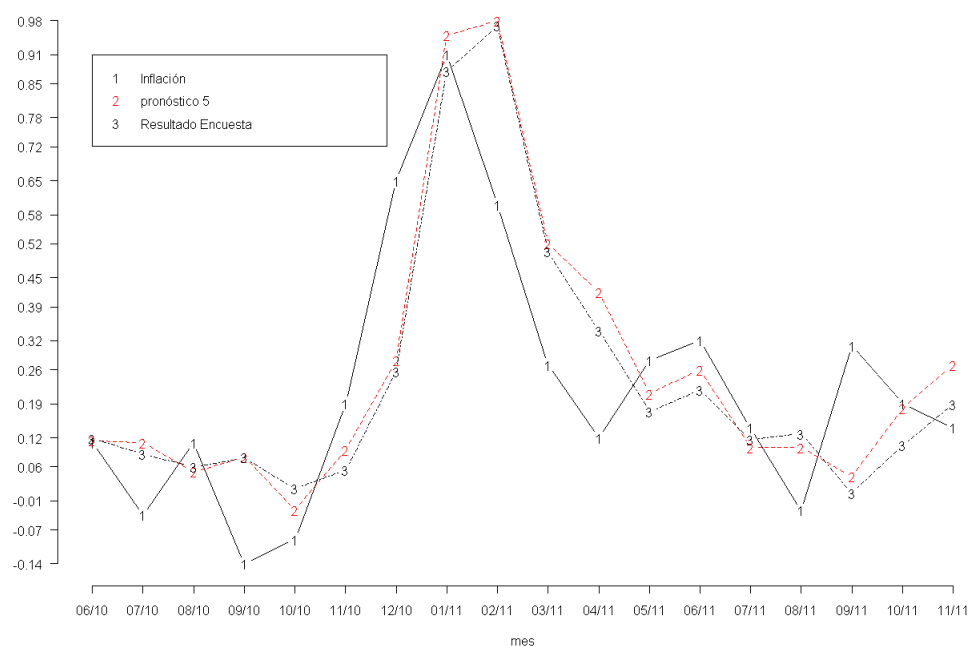
En la figura 5 se observa por una parte, que en la mayoría de los casos el pronóstico combinado de los cinco primeros (*pronóstico5*), de acuerdo con el ranking acumulado, es más próximo al valor real que el promedio de los pronósticos de todos los informantes. Por otra parte, en los casos en que se aleja se tiende a parecer al pronóstico promedio a excepción de noviembre de 2011, en el cual, el *pronóstico5* se aleja considerablemente del valor observado, esto debido a que para este mes las expectativas del ranking cinco¹² fueron en conjunto mayores al valor observado de inflación. Lo anterior permite afirmar que el pronóstico obtenido de acuerdo con el ranking acumulado se comporta relativamente mejor frente al promedio de todos los informantes (ver cuadro 4).

Cuadro 4: Evaluación de las expectativas de pronóstico

Estadístico	Pronóstico5	Resultado Encuesta
EM	-0.038	-0.014
EAM	0.147	0.152
RECM	0.188	0.189
RECMF	1.598	1.647
U-THEIL	0.650	0.652

¹²Los cinco primeros del ranking acumulado.

Figura 5: Inflación, pronósticos de inflación con los primeros cinco a partir del ranking acumulado y pronósticos de inflación con los resultados de la encuesta



Inflación: inflación observada, pronóstico 5: mediana de los pronósticos de los primeros cinco según ranking acumulado, Resultado Encuesta: promedio de los pronósticos de todos los participantes.

Fuente: Cálculos propios de los autores.

5. Conclusiones

La metodología propuesta para el cálculo del ranking acumulado, permite determinar el orden óptimo de los informantes de la encuesta mensual de expectativas de inflación y TRM, dado que, en primer lugar asigna mayor ponderación a la información más reciente. Segundo, considera una prueba estadística de hipótesis no paramétrica que es robusta en muestras pequeñas, de esta manera se puede garantizar que el ranking acumulado publicado es justo, ya que ordena óptimamente los informantes con menor sesgo y menor varianza en sus pronósticos.

Considerando las cinco primeras entidades financieras según el ranking acumulado, se calculó una combinación de pronósticos tomando la mediana de estos, la cual en la mayoría de los meses, en el periodo considerado, resultó ligeramente mejor al promedio de las expectativas de todos los informantes de la encuesta.

A partir de lo observado, la metodología propuesta también puede ser implementada para la evaluación de los pronósticos de inflación, en el sentido que permite generar un ranking de los mejores modelos de pronóstico.

Referencias bibliográficas

1. Jonckheere A. R. (1954), A Distribution-Free k-Sample Test Against Ordered Alternatives. *Biometrika*, Vol. 41, pp. 133-145.
2. Banco Central de la República Argentina, Relevamiento de expectativas de Mercado (REM) - Metodología: <http://www.bcra.gov.ar>, consulta: Octubre 2011
3. Banco Central de Brasil. <http://www.bcb.gov.br/?METODOLOGIA>, consulta: Noviembre 2011
4. Peter Dalgaard (2002). *Introductory Statistics With R*. Springer, New York.

Anexo 1.

Forma de Cálculo de los Ponderadores para el Ranking Acumulado

El ordenamiento acumulado se obtiene mediante:

$$R_{acumulado} = \sum_{i=1}^n w_{ij} R_{ij},$$

donde:

n : Número de entidades.

R_i : Orden que el informante i obtuvo en la encuesta mensual j .

w_{ij} : Ponderación del informante i en el mes j .

Las ponderaciones óptimas en cada mes se obtienen de minimizar la siguiente función objetivo:

$$w_{opt,i} = \min \left\{ \sum_{i=1}^n (w_i \theta_i)^2 \right\}, i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Sujeto a la restricción:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (2)$$

donde θ_i es la desviación del valor reportado por la entidad i con respecto al verdadero valor.

Luego la solución es:

$$w_{opt,i} = \frac{(\theta_i^2)^{-1}}{\sum_{i=1}^n (\theta_i^2)^{-1}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Método de maximización.

Para encontrar el valor óptimo del ponderador, se hace uso de los multiplicadores de Lagrange de la siguiente manera:

Minimizar la función objetivo (1):

$$f = f(w_1, w_2, \dots, w_n) = \sum_{i=1}^n (w_i \theta_i)^2 \quad (4)$$

Sujeto a la restricción:

$$g = g(w_1, w_2, \dots, w_n) = \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (5)$$

Haciendo uso de los multiplicadores de Lagrange, se deriva respecto al k -ésimo ponderador la siguiente función:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial w_k} (f + \lambda(1 - g)) &= \frac{\partial}{\partial w_k} \left(\sum_{i=1}^n (w_i \theta_i)^2 + \lambda \left(1 - \sum_{i=1}^n w_i \right) \right) \\ &= 2(w_k \theta_k) \theta_k - \lambda \end{aligned} \quad (6)$$

Igualando a cero la expresión (6) para encontrar el máximo:

$$\rightarrow 2(w_{opt,i} \theta_i) \theta_i - \lambda = 0$$

Despejando $w_{opt,i}$:

$$w_{opt,i} = \frac{\lambda}{2\theta_i^2} \quad (7)$$

Haciendo uso de la restricción (5) en ecuación (7), se obtiene:

$$\lambda = \frac{2}{\sum_{i=1}^n (\theta_i^2)^{-1}} \quad (8)$$

Reemplazando (8) en (7) se encuentra en valor óptimo del ponderador:

$$w_{opt,i} = \frac{(\theta_i^2)^{-1}}{\sum_{i=1}^n (\theta_i^2)^{-1}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

Ahora bien, para verificar que el valor del estimador es un mínimo, se calcula la segunda derivada respecto al k -ésimo ponderador:

$$\frac{\partial}{\partial w_k^2} (f + \lambda(1 - g)) = 2\theta_k^2 > 0$$