

Precio del petróleo y el ajuste de las
tasas de interés en las economías
emergentes

Por: Paula Andrea Beltrán-Saavedra

Núm. 901
2015

Borradores de ECONOMÍA



tá - Colombia - Bogotá - Col



Precio del petróleo y el ajuste de las tasas de interés en las economías emergentes*

Paula Andrea Beltrán-Saavedra**

Resumen

La caída en el precio internacional del petróleo tiene implicaciones importantes en el ciclo económico en las economías exportadoras de petróleo. De hecho, la literatura de ciclos económicos en economías emergentes presenta como hechos estilizados el comportamiento contracíclico de las tasas de interés y la vulnerabilidad ante choques en los precios de los *commodities*. Este documento presenta un modelo de equilibrio general, dinámico y estocástico (DSGE) para una economía pequeña, abierta y exportadora de petróleo para analizar el efecto de la caída del precio del petróleo. El canal a través del cual un choque negativo en el precio del crudo impacta el ciclo es un mecanismo de acelerador financiero que, endógenamente, genera un aumento en la prima de financiamiento que enfrenta la economía. Este mecanismo se deriva de un problema microfundamentado donde el sector petrolero se financia mediante intermediarios financieros internacionales. Varias extensiones del modelo se calibran para Colombia. Ante una caída en el precio del petróleo, se encuentra un aumento en el diferencial de tasas de interés, una depreciación de la tasa de cambio real y una caída en el producto. Las dinámicas simuladas del modelo calibrado para Colombia logran un ajuste adecuado para el producto y la prima de riesgo.

Palabras Clave: Modelos de ciclos de negocios; Economías emergentes; Fricciones financieras; Commodities; Choques de petróleo

Clasificación JEL: E32; E44; F41 ; H68; Q43.

*La serie Borradores de Economía es una publicación de la Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la República. Los trabajos son de carácter provisional, las opiniones y posibles errores son responsabilidad exclusiva del autor y sus contenidos no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

**Profesional del Departamento de Modelos Macroeconómicos, Banco de la República. Correo electrónico de contacto: pbeltrsa@banrep.gov.co. Agradezco especialmente a Jesús Bejarano, Andrés González, Franz Hamann, Joao Hernández, Diego Rodríguez, Juan Sebastián Rojas, Juan Pablo Zárate y los demás miembros del Departamento de Modelos Macroeconómicos del Banco de la República por sus comentarios y sugerencias. A Nestor Espinosa por su colaboración con los datos suministrados.

1. Introducción

Entre 2009 y la primera mitad de 2014, el precio del petróleo tuvo una tendencia creciente. Para junio de 2014, el precio del petróleo tuvo su pico, con 115 dólares por barril; pero a finales de ese año, cayó a un nivel menor a 70 dólares. Desde diciembre de 2014 hasta el primer semestre de 2015, se ha mantenido en los niveles más bajos, después de los alcanzados durante la crisis del 2008. La reversa en los precios de los *commodities* tienen implicaciones macroeconómicas importantes especialmente para las economías emergentes. El efecto de una caída en el precio del petróleo para una economía pequeña y abierta depende fundamentalmente de si es importadora o exportadora neta de *commodities*.

En particular, los países exportadores de bienes básicos son altamente susceptibles a cambios en los precios internacionales, y sus movimientos en los mercados financieros están influenciados por estas cotizaciones. Estos precios tienen repercusiones sobre los flujos de capital y los ingresos petroleros, y por lo tanto determinan la posición externa de la economía. Los efectos de la caída del precio del petróleo incluyen una reducción en los términos de intercambio, en los ingresos externos por exportaciones y en inversión extranjera, una depreciación de la tasa de cambio y un aumento en las primas de financiamiento para los países exportadores de petróleo.

Este último hecho lo documenta el IIF (Institute of International Finance) en su reporte de diciembre de 2014 (Ver IIF(2014)). En este trabajo muestran que si bien las primas de riesgo han aumentado para países productores y no productores de petróleo, el impacto ha sido significativamente mayor en el caso de los países productores de crudo. González et. al (2013) ya habían advertido sobre la relación inversa entre la prima de riesgo y el precio del petróleo durante el período entre 1997 hasta 2012 para Colombia, que es una economía pequeña, abierta y exportadora de petróleo. Su metodología de identificación de los choques de precio de petróleo sigue a Hamilton (2003). A partir de esta estrategia, realizan un estudio de eventos para caracterizar las respuestas macroeconómicas ante el choque petrolero en Colombia. González et. al (2013) muestran que un choque grande y positivo en el precio del crudo lleva a un *boom* no sólo de ingreso, sino también de crédito. En su trabajo exploran la relación del diferencial de tasas de interés y el precio de los *commodities* en el marco de un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico, el cual incluye una prima de riesgo a la Uribe (2004) aumentada por las reservas petroleras.

De manera que la reciente caída en el precio del petróleo, no solo implica una disminución importante en el ingreso de las economías exportadoras de petróleo, sino que también hace menos laxas las condiciones crediticias. Teniendo en cuenta lo anterior, el presente trabajo

analiza el impacto de un choque negativo en el precio de los *commodities* sobre la economía explorando el canal de la prima de financiamiento externo. La contribución principal de este documento consiste en la incorporación de un mecanismo financiero microfundamentado para el sector petrolero, del cual se deriva la dinámica para la tasa de interés que enfrenta la economía. En este modelo, los productores de petróleo se financian con el exterior, atrayendo flujos de capital a la economía destinados a la producción de crudo, que es una actividad riesgosa.

La intuición del modelo reside en que los productores de petróleo necesitan usar financiamiento externo para cumplir con sus contratos de corto plazo, pensando en cuál será la realización de la valoración del crudo. Los productores de petróleo en las economías que vamos a analizar no afectan el mercado internacional del petróleo, como es el caso de muchos pequeños productores como Colombia. De manera que, tanto los productores de petróleo como los intermediarios financieros están sujetos a la volatilidad de los precios internacionales. La decisión conjunta de los productores y los intermediarios va a depender entonces de la relación entre los precios presentes y futuros de petróleo, y de la rentabilidad otorgada por la tasa libre de riesgo.

Para motivar esta intuición, considere el caso de Ecopetrol, la firma estatal colombiana con mayor participación en el sector petrolero en este país. Ecopetrol ha aumentado su deuda hasta un 2.9 % del PIB para septiembre de 2014. La proporción de deuda externa dentro de este total es de más del 80 %. Este incremento en la deuda externa de Ecopetrol coincidió en su momento con niveles relativamente altos de la cotización del crudo en los mercados internacionales y una tasa de interés libre de riesgo baja. Para ese momento no se esperaba la caída de más del 50 % en el precio del petróleo.

El modelo captura el hecho de que una caída en el precio del petróleo hace menos rentable financiar proyectos petroleros, *ceteris paribus*; y, por lo tanto, para mantener el mismo nivel de financiamiento se requiere una tasa de rentabilidad mayor sobre los proyectos. Este hecho se traslada a la tasa de interés de la economía, porque, en equilibrio, debe garantizarse no arbitraje entre el uso de recursos en el sector petrolero y el mercado de deuda doméstica. De esta forma, este documento contribuye a la literatura en la medida en que permite comprender cómo el canal de toma de riesgo magnifica el impacto en la economía de un choque en el precio del petróleo.

La literatura de los ciclos económicos en las economías emergentes ha mostrado que los períodos de tasas de interés bajas han estado asociados a periodos de expansión económica, mientras que altas tasas de interés a caídas grandes en la actividad económica (Ver Uribe y

Yue (2006), y Neumeyer y Perri (2005)). Por otro lado, los estudios empíricos sobre las crisis en los mercados emergentes muestran que las tasas de interés y los precios de los *commodities* son relevantes en la explicación del ciclo de estas economías (Ver por ejemplo Calvo, Leiderman y Reinhart (1996), Izquierdo, Romero y Talvi (2008) y Calvo, Izquierdo y Mejía (2008)). El presente trabajo aporta a esta literatura al presentar un posible mecanismo que, de forma endógena, genera tasas de interés correlacionadas negativamente con la actividad económica y el precio de los *commodities*.

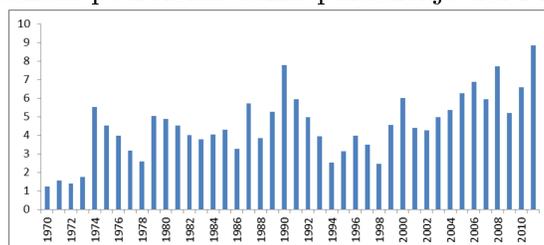
El modelo propuesto captura endógenamente cómo afecta el precio del petróleo el diferencial de tasas de interés que enfrenta la economía, y es robusto ante diferentes extensiones. En particular, si se incluyen costos de operación endógenos el efecto del precio del petróleo sobre la tasa de interés doméstica se mantiene o se amplifica. El modelo puede aproximarse a los datos del diferencial de tasas de interés y del producto para el caso de Colombia, que es una economía con una participación del sector petrolero dentro de las exportaciones cercana al 30 %, y que ha tenido una participación promedio de 6 % dentro producto. Al ser una economía emergente, abierta y productora del crudo, nos servirá en este documento como referencia para ilustrar los mecanismos que operan en el modelo.

A continuación, se hará un recuento de algunos hechos estilizados para esta economía entorno a la relación entre el ciclo económico, el precio del petróleo y el diferencial de tasas de interés. Luego, se explica en detalle el mecanismo propuesto en el marco de un modelo estilizado, con el cual se ilustran potenciales efectos de choques en el precio del petróleo. Posteriormente, se presentan las extensiones a este modelo básico. La sección final concluye.

2. Hechos estilizados para Colombia

La Figura 1 presenta la evolución de la participación del sector petrolero en el PIB para Colombia. Se observa que dicha participación fluctuó entre el 4 y el 9 por ciento del PIB en la década de los 2000. Los ingresos petroleros constituyeron, además, cerca del 20 % de los ingresos totales del gobierno. Al ser una de las principales fuentes de financiamiento del gobierno y generador de regalías, la actividad extractiva tiene un impacto importante en el ciclo del consumo. De la misma forma, la balanza comercial aumenta en épocas de auge gracias a las exportaciones del crudo.

Figura 1: Evolución de las rentas petroleras
Rentas petroleras como porcentaje del PIB



Fuente: Banco Mundial

A continuación se enuncian algunos hechos estilizados para Colombia:

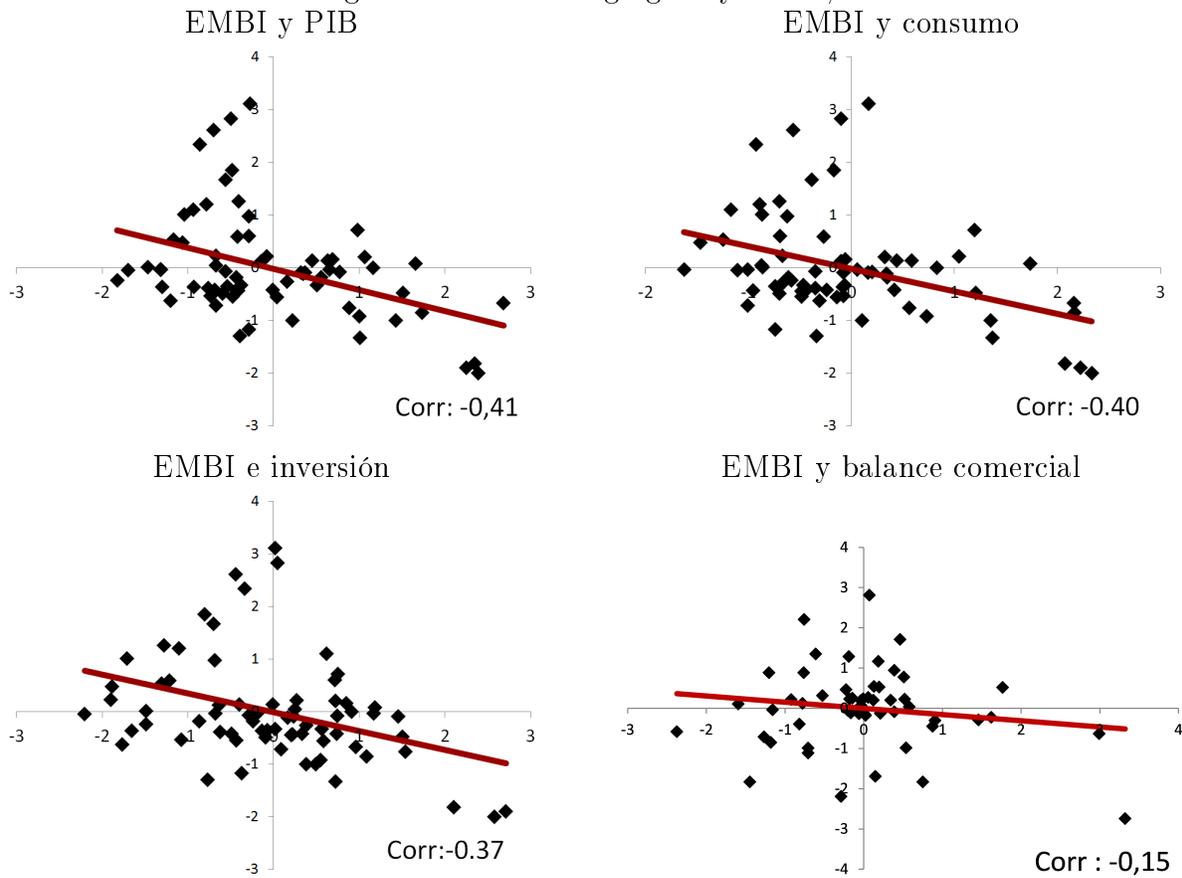
1. *Comportamiento contracíclico de la prima de riesgo :*

En la figura 2, se presenta el ciclo de los componentes del PIB y el del EMBI. Se puede observar un comportamiento contracíclico de la prima de riesgo para Colombia. Es decir, en épocas de auge, la prima de riesgo tiende a estar por debajo de la tendencia. Esta correlación está ampliamente mostrada por la literatura. En particular, en el caso del consumo se observa que esta relación se acentúa en el período de bonanza de 2006, donde bajas tasas de interés estuvieron asociadas a un crecimiento en el componente cíclico del consumo, mientras que con la crisis de 2008, se experimentó un aumento importante en los diferenciales de tasas de interés asociados a la mayor caída en el ciclo del consumo desde 1999. De forma similar sucede con la inversión.

2. *Existe una correlación negativa entre el precio del petróleo y el EMBI*

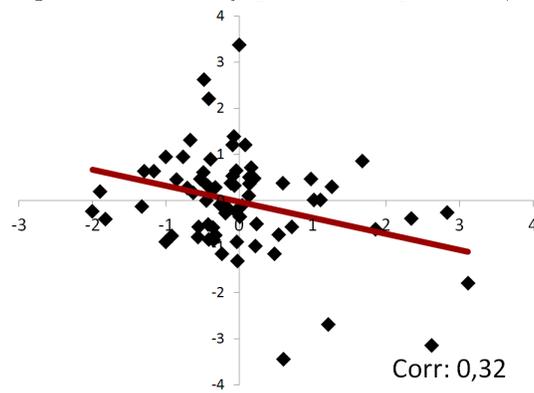
Por otra parte, se muestra que ante un ciclo negativo en el EMBI, es decir, un diferencial de tasas menor, el precio del petróleo está casi siempre en un ciclo positivo. La correlación entre el precio del petróleo y el diferencial de tasas es negativa y significativa. Lo anterior es evidencia de que en épocas de auge, Colombia, al ser un país productor de petróleo, experimenta precios altos de este *commodity*, y, además, enfrenta unas tasas de interés internacionales más bajas. Este canal puede exacerbar el ciclo económico, en la medida en que aumenta la demanda agregada con un choque en los ingresos percibidos por el sector petrolero, y además relaja las condiciones de financiamiento.

Figura 2: Demanda agregada y EMBI/*



/* En las figuras anteriores se presenta el componente cíclico (estandarizado) de cada componente de la demanda agregada vs. el componente cíclico del EMBI entre 1997Q4 y 2015Q1

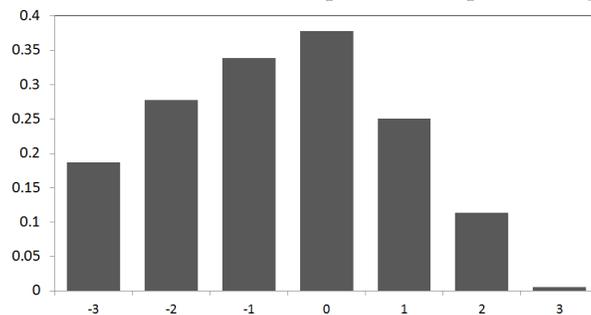
Figura 3: EMBI y precio del petróleo/*



/* En la Figura anterior se presenta el componente cíclico (estandarizado) del EMBI vs. el componente cíclico del precio del petróleo entre 1997Q4 y 2015Q1

3. El precio del petróleo se adelanta al ciclo, y además es procíclico

Figura 4: Correlación entre el precio del petróleo y el PIB

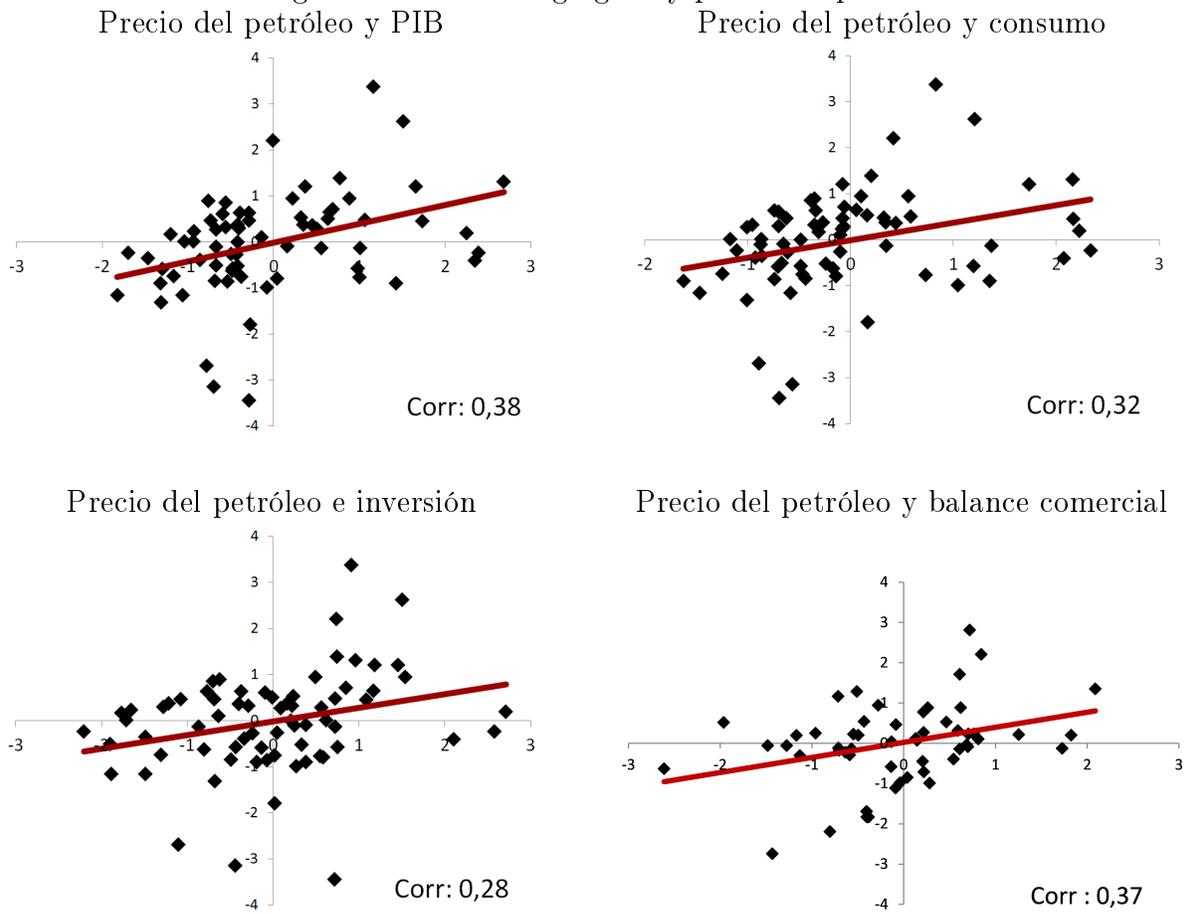


La figura 4 muestra el correlograma del componente cíclico del PIB y del petróleo. Primero, se observa que contemporáneamente existe una correlación positiva entre ambos componentes. Además, el precio del petróleo se adelanta al ciclo. En la figura 5 se presenta el componente cíclico de cada uno de los componentes de la demanda agregada y el componente cíclico del petróleo. Se observa una relación positiva para todos los componentes del PIB y el precio del petróleo. Es plausible que se presente un efecto ingreso sobre el país cuando la economía mundial se encuentra en un *boom* de precios de los *commodities*, y así mismo se experimentan caídas en el ingreso cuando estos inician su ciclo negativo. Como consecuencia, al depender de estos ingresos petroleros, se observa una alta volatilidad macroeconómica. La correlación entre la inversión y los precios del petróleo se puede explicar por los importantes flujos de capital que ingresan al país como inversión extranjera directa para la extracción de petróleo. Además, la actividad petrolera implica grandes cantidades de capital importado, como muestran López et. al (2012).

3. Modelo

Este es un modelo de ciclos reales con una fricción financiera en el sector de producción del *commodity*. La economía tiene tres tipos de agentes: los hogares, las firmas petroleras y los intermediarios financieros internacionales. A partir de un contrato financiero de las firmas petroleras, que necesitan financiar por adelantado unos costos de operación, se obtiene un diferencial de tasas de interés que depende del choque del precio del petróleo. Los

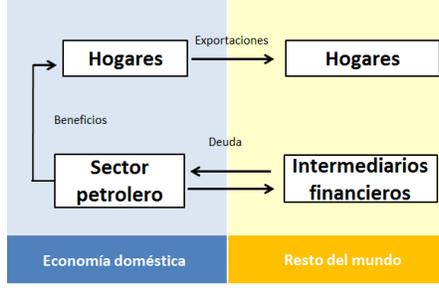
Figura 5: Demanda agregada y precio del petróleo



intermediarios financieros son neutrales al riesgo, y por tanto adquieren el riesgo asociado a la operación petrolera a través de este contrato.

En una primera parte, se considerará una versión simple del modelo que permite ilustrar cómo opera el mecanismo fundamental a través del contrato petrolero. Posteriormente, se considerarán extensiones al modelo básico. La figura 6 ilustra la economía artificial.

Figura 6: Modelo básico



3.1. Descripción del modelo

3.1.1. Los hogares

En la economía existe un continuo de hogares idénticos. Las preferencias de los hogares dependen del consumo, C_t . La función de utilidad instantánea del hogar es U_t , que mapea las preferencias del agente. Se asumirá en adelante, como es usual, que los agentes son aversos al riesgo. Para suavizar el consumo, los hogares pueden adquirir activos D_{t+1} en el mercado de bonos domésticos a una tasa R_t . El ingreso, Y_t , es estocástico en esta versión del modelo. Las firmas petroleras transfieren a los hogares los beneficios Π_t en cada período. La restricción presupuestal en cada período para los hogares es

$$C_t + D_{t+1} = R_t D_t + Y_t + \Pi_t \quad (1)$$

El problema de los hogares consiste en maximizar el valor esperado de su utilidad futura, sujeto a la restricción presupuestal. Para esto, escoge un nivel de activos D_{t+1} , y de consumo C_t tal que

$$\begin{aligned} & \text{máx} && E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i U_t(C_t) \\ & \{D_{t+1}, C_t\} && \\ & && \text{s.a} \end{aligned}$$

$$C_t + D_{t+1} = R_t D_t + Y_t + \Pi_t$$

Para la forma funcional de la utilidad se tomara una función de utilidad CRRA:

$$U_t(C_t) = \frac{1}{1-\sigma} (C_t)^{1-\sigma} - \frac{1}{1-\sigma} \quad (2)$$

3.1.2. Las firmas productoras de petróleo

Hay un continuo de firmas petroleras, $i \in (0, 1)$, quienes usan tierra L^i en el proceso de producción. Para producir deben pagar unos costos kL^i , los cuales deben pagarse por adelantado, ex-ante a la realización de la producción.¹A continuación se explica en detalle la secuencia de eventos relacionados con los productores de petróleo.

1. Cuando el mercado de bienes cierra, al final del período t , los productores de petróleo deben pagar kL^i . La firma petrolera puede usar dos fuentes para cubrir los costos. Por un lado, puede usar los recursos que dejó el período anterior tras el pago de dividendos, los llamaremos N_t^i . La segunda fuente de financiamiento consiste en recursos de inversionistas extranjeros, B_{t+1}^i . De lo anterior, se deriva la ecuación de flujo de caja resultante para un productor de petróleo:

$$kL^i = N_t^i + B_{t+1}^i \quad (3)$$

2. Una vez pagan estos costos fijos, ocurre el proceso de extracción. La producción de petróleo depende de la tierra y de un choque idiosincrático de productividad. Intuitivamente, el productor petrolero antes de ir al pozo no conoce cuánto petróleo tendrá, pero conoce su distribución. La realización de la producción entonces va a depender de la magnitud del pozo y de la suerte del productor. La función de producción es la siguiente:

$$Oil_{t+1}^i = \left(\omega_{t+1}^i L^i \right) \quad (4)$$

Donde ω_t^i es un choque idiosincrático. En adelante asumiremos que ω_t^i tiene una función de distribución log-normal con desviación estándar σ_t , la cual sigue un proceso exógeno.

3. Cuando ocurre la producción, el petróleo se vende a un precio $\frac{P_{t+1}^{oil}}{P_{t+1}}$ exógeno. Después de que esto sucede, el productor de petróleo repaga la deuda contraída con los inversionistas y otorga dividendos a los hogares.

3.1.3. Los intermediarios financieros

Como se mencionó anteriormente, se asumirá que los intermediarios financieros son neutrales al riesgo y además operan en competencia perfecta. Estos intermediarios establecen un

¹Por ahora nos abstraeremos de la decisión de tenencia de tierra y asumiremos unos costos constantes de producción. En las extensiones al modelo se incluirá un costo de operación endógeno al modelo.

contrato con los productores de petróleo a un período. A continuación se describe el contrato óptimo.

Definición del contrato óptimo El contrato óptimo entre los productores de petróleo y los intermediarios está definido por un conjunto $\{\bar{\omega}_{t+1}, Z_{t+1}\}$, donde Z_{t+1} es la tasa de retorno a los inversionistas al final del período, y $\bar{\omega}_{t+1}$ es un umbral de productividad. Intuitivamente, ambas partes deben fijar la tasa de rentabilidad efectiva que se cobrará, que es Z_{t+1} . Además, el intermediario determinaría cuál va a ser el nivel de riesgo que está dispuesto a aceptar. Esto último lo captura la elección de $\bar{\omega}_{t+1}$. Bajo el contrato óptimo, los productores de petróleo con una realización de $\omega_{t+1}^i < \bar{\omega}_{t+1}$, hacen default, por tanto el intermediario los embarga. Monitorear a las firmas productoras que no pagan tiene un costo proporcional a la riqueza. Los productores de petróleo con una realización de $\omega_{t+1}^i \geq \bar{\omega}_{t+1}$, pagan la deuda.

El contrato óptimo debe garantizar, por un lado, que ambas partes quieran participar. Por otra parte, debe garantizar que sea creíble, es decir, que cualquiera que sea la realización de la productividad del productor de petróleo, el intermediario tenga la garantía de que se comportará de acuerdo a los incentivos del contrato establecido. Esta última condición se garantizará por construcción del contrato, pues se tendrá en cuenta el comportamiento óptimo de las firmas petroleras (Este problema lo consideraremos más adelante). La primera condición sobre la participación de ambas partes se garantiza si:

1. Se cumple la restricción de participación para los bancos:

$$E_t \{Z_{t+1}B_{t+1} - R_t^*B_{t+1}\} \geq 0 \quad (5)$$

Esta condición se cumple en igualdad en el equilibrio, dado que los bancos operan en competencia perfecta. Note que los bancos tienen como costo de oportunidad relevante un activo libre de riesgo, que otorga una tasa R_t^* .

2. Se cumple la restricción de incentivos para los productores de petróleo:

$$\Pi_t^i \left(\omega_{t+1}^i \right) - Z_{t+1}B_{t+1} \geq 0 \quad \forall i \quad (6)$$

A continuación se irá en detalle en la construcción del contrato, teniendo en cuenta las anteriores dos restricciones.

Condición de cero beneficios para los intermediarios financieros Cuando el productor de petróleo decide pagar su deuda (su realización de productividad supera el umbral

del contrato), los recursos captados por el intermediario son $Z_{t+1}B_{t+1}$. En caso contrario, los intermediarios pueden monitorear la producción de petróleo, a un costo μ proporcional a los ingresos de la firma petrolera. Esto es, el costo de monitorear es $\mu\omega_{t+1}^i \frac{P_{t+1}^{oil}}{P_{t+1}} L^i$. De lo anterior, la condición de cero beneficios puede escribirse como sigue:

$$\underbrace{Z_{t+1}B_{t+1} \times \Pr\left(\omega_{t+1}^i \geq \bar{\omega}_{t+1}\right)}_{\text{Repago de la deuda}} + \underbrace{(1 - \mu)\text{E}_t \left\{ \omega_{t+1}^i \frac{P_{t+1}^{oil}}{P_{t+1}} L^i \mid \omega_{t+1}^i < \bar{\omega}_{t+1} \right\}}_{\text{Beneficios si el deudor no paga su deuda}} = \underbrace{R_t^* B_{t+1}}_{\text{Costo de fondeo}} \quad (7)$$

Note que el contrato requiere que se cumpla

$$\text{E}_t \{Z_{t+1}B_{t+1}\} = \text{E}_t \left\{ \bar{\omega}_{t+1} \frac{P_{t+1}^{oil}}{P_{t+1}} L^i \right\} \quad (8)$$

Es decir, que las firmas petroleras participen en el contrato. Sea F_{t+1} la probabilidad de que la realización ω_{t+1} esté por debajo del umbral del contrato, esto es, la probabilidad de no repago de la deuda, $F_{t+1} = \int_0^{\bar{\omega}_{t+1}} \partial F(\omega) \partial \omega$. Y sea G_{t+1} el valor esperado de la realización ω_{t+1} condicional en que no hay repago, $G_{t+1} = \int_0^{\bar{\omega}_{t+1}} \omega dF(\omega)$. Definiendo $\Gamma_{t+1} = \bar{\omega}_{t+1} (1 - F_{t+1}) + G_{t+1}$, la condición de cero beneficios es²:

$$(\Gamma_{t+1} - \mu G_{t+1}) L^i = R_t^* B_{t+1} \quad (9)$$

La anterior condición es fundamental en el modelo, en la medida en que el intermediario le prestará a las firmas petroleras, al menos hasta recuperar su inversión en un activo libre de riesgo. Una caída en el precio del petróleo, dado todo lo demás constante, implicaría un endurecimiento de las condiciones financieras del contrato, es decir, un umbral mayor dentro del contrato óptimo. Los intermediarios estarían dispuestos a financiar proyectos con mayor rentabilidad promedio.

El problema del productor de petróleo El problema de la firma productora de petróleo consiste en maximizar los beneficios esperados de la producción petrolera. El productor petrolero maximiza la producción sujeto a la restricción del flujo de caja, y a las condiciones del contrato financiero, es decir, la condición de cero beneficios para los intermediarios y la condición del contrato óptimo. Para esto, escoge cuántos recursos propios dejar y la tasa de

²Para ver la derivación, diríjase al apéndice

interés de retorno de los intermediarios. La tasa de descuento del productor de petróleo es el multiplicador de lagrange de la restricción presupuestal de los hogares, λ_t .

La firma escoge las condiciones del contrato financiero y cuántos recursos propios dejar para el siguiente período, para maximizar los dividendos esperados, sujeto a las restricciones del contrato óptimo. Note que el valor presente de los dividendos esperados es:

$$\mathbb{E}_t \sum_j^{\infty} \beta^j \lambda_{t+j} \Pi_t^i = \mathbb{E}_t \sum_j^{\infty} \beta^j \lambda_{t+j} \left[\frac{P_{t+j}^{Oil}}{P_{t+j}} \omega_{t+j}^i L^i - Z_{t+j} B_{t+j} - N_{t+j} \right] \quad (10)$$

Es decir, los dividendos que transfiere a los hogares consisten en el valor de su producción después del pago de la deuda y de garantizar unos recursos para la operación futura.³

3.1.4. Equilibrio y restricciones agregadas

Definición. El equilibrio de esta economía es un conjunto de precios $\left\{ \frac{P_t^{oil}}{P_t}, R_t, R_t^*, Z_{t+1} \right\}$ y de cantidades $\{Y_t, L^i, B_t, D_t, C_t, NX_t, N_t\}$ tal que:

- Los hogares resuelven el problema de maximización del consumo.
- Las firmas petroleras resuelven el contrato óptimo.
- La restricción agregada de recursos es

$$Y_t + \frac{P_t^{oil}}{P_t} L = C_t + kL + NX_t \quad (11)$$

Donde NX_t son las exportaciones netas.

- La balanza de pagos es⁴

$$NX_t - \Gamma_t(\omega) \frac{P_t^{oil}}{P_t} L + B_t = 0 \quad (12)$$

- El mercado de deuda doméstica se vacía ,

$$D_t = 0 \quad (13)$$

³El resultado de este problema de maximización puede encontrarse en el apéndice.

⁴Ver derivación en el apéndice

- El precio del petróleo, la tasa de interés externa, la producción doméstica y la varianza del choque idiosincrático siguen procesos exógenos.

El diferencial de tasas de interés En equilibrio, se obtiene ⁵:

$$\frac{R_t}{R_t^*} = \frac{\Gamma(\bar{\omega}_{t+1})}{\Gamma'(\bar{\omega}_{t+1}) - \mu G'_t(\bar{\omega}_{t+1})} \quad (14)$$

De lo anterior se observa que la diferencia entre la tasa de interés doméstica y la tasa de interés externa libre de riesgo, depende del umbral de riesgo definido en el contrato financiero. Este umbral depende de cuánta deuda resulta óptima en el equilibrio, que a su vez está determinada por el nivel del precio del petróleo (contemporáneo y futuro). Esta condición puede entenderse como una condición de paridad de intereses aumentada por riesgo.

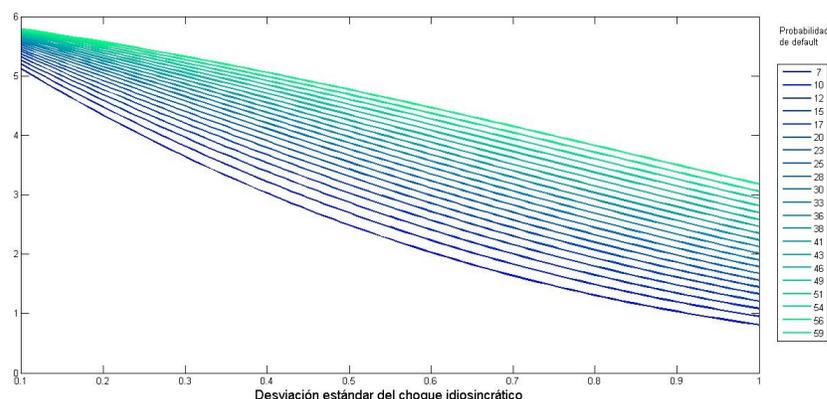
Recuerde que Γ se definió anteriormente como el valor efectivo esperado por los intermediarios financieros sin tener en cuenta los costos asociados a monitorear los productores en default. De forma que el numeral de la condición anterior es el beneficio marginal de los intermediarios obtenido al aumentar la rentabilidad promedio de los proyectos; en tanto el denominador, tiene en cuenta que existe un costo marginal de aumentar la rentabilidad promedio, pues hace más riesgosa la exploración y por tanto los costos asociados al no pago. De manera que la condición de paridad de intereses derivada implica que la tasa de interés doméstica debe cumplir un umbral tal que iguala el retorno esperado de invertir en el negocio petrolero, teniendo en cuenta un diferencial adicional ocasionado por el riesgo en que incurren los intermediarios financieros. Las propiedades de este diferencial serán analizadas más adelante.

3.2. Calibración y estado estacionario

Se utilizó la distribución lognormal, la cual es una distribución estándar en la literatura. El modelo se calibró consistente con los datos de la economía colombiana, tal que la razón de las rentas petroleras a PIB sea del 6 %, cercano al promedio anual desde 1990. La probabilidad de default se calibró en 20 % anual, consistente con la calificación de crédito para Colombia. La razón de deuda a PIB se calibró en 1.4 %, valor en que se ubicaron los flujos de capital hacia este sector durante 2011. Además, el diferencial de tasas de interés real se calibró en 100 puntos básicos para el spread anualizado, consistente con el promedio histórico del diferencial de 200 puntos básicos para el EMBI, una tasa de interés nominal doméstica de

⁵Ver apéndice para la derivación

Figura 7: Estado estacionario de la deuda, riesgo y probabilidad de default



5.5% , y una tasa de interés externa de 1,5% . Para el modelo base, se calibró σ , el inverso de la elasticidad de sustitución, igual a 1, esto es una función de utilidad logarítmica. La persistencia del choque de petróleo se calibró en 0.8, y fue estimada usando el precio del WTI desde 1990. Así mismo, el precio relativo del petróleo en estado estacionario se calibró en 1.26.

La figura 7 muestra el estado estacionario de la deuda para la calibración del diferencial de tasas en 100 puntos básicos. Se presenta la relación en estado estacionario con la varianza del proceso del choque idiosincrático del sector petrolero. Como se observa, para un nivel de default dado, un aumento en la incertidumbre implica un menor porcentaje de deuda a PIB. Esto refleja el hecho estilizado de que economías consideradas muy riesgosas tienen una menor tolerancia a la deuda. A la luz del modelo, lo anterior puede explicarse por la probabilidad de pago de las firmas petroleras. Dado un diferencial de tasas de interés, un aumento en la varianza en el choque idiosincrático representa un aumento en la tasa de default de las firmas petroleras. Por la condición de participación de los intermediarios financieros, un incremento en la tasa de default implica una reducción en los recursos prestados al sector petrolero en agregado.

Ahora bien, en esta misma figura se observa que para mayores niveles de default, mayor es el nivel de deuda en estado estacionario. Esto sucede porque el diferencial de tasas de interés explicado se encuentra fijo. Dado un spread y una incertidumbre del choque idiosincrático, los intermediarios financieros están dispuestos a aumentar sus beneficios mediante un incremento en la rentabilidad promedio de los desembolsos otorgados, y así mismo en la probabilidad de no pago de las firmas petroleras.

3.3. Choque transitorio en el precio del petróleo

Retomando el equilibrio anterior, y simplificando algunas ecuaciones del equilibrio, se encuentra que se deben cumplir las siguientes condiciones en el período t :

$$Y_t + \frac{P_t^{oil}}{P_t} L - \Gamma_t(\omega) \frac{P_t^{oil}}{P_t} L + kL = C_t + N_t$$

$$\frac{R_t}{R_t^*} = \frac{\Gamma'(\bar{\omega}_{t+1})}{\Gamma'(\bar{\omega}_{t+1}) - \mu G_t'(\bar{\omega}_{t+1})}$$

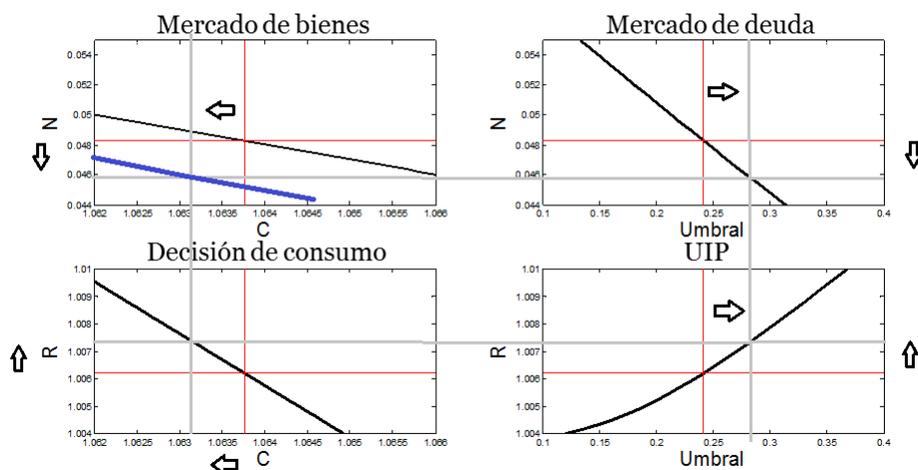
$$E_t \left\{ (\Gamma_{t+1} - \mu G_{t+1}) \frac{P_{t+1}^{oil}}{P_{t+1}} L^i \right\} = E_t \{ R_t^* (kL - N_t) \}$$

$$C_t^{-\sigma} = \beta E_t R_t C_{t+1}^{-\sigma}$$

La primera, corresponde a la restricción agregada de recursos; la segunda, la condición de paridad de intereses aumentada por riesgo; la tercera, la condición de cero beneficios de los intermediarios; la cuarta, la ecuación de Euler de los hogares. En el cuadro 1 se ilustran estas cuatro condiciones. Con las líneas negras se grafican las ecuaciones presentadas como sigue:

- En el panel superior izquierdo, la restricción agregada de recursos, que muestra que los recursos pueden distribuirse en la economía para consumir o para la producción petrolera.
- En el panel inferior izquierdo, se caracteriza la ecuación de Euler de los hogares, donde se tiene que el consumo depende negativamente de la tasa de interés del mercado de deuda doméstica. La elasticidad de la demanda por consumo depende de la elasticidad intertemporal de sustitución.
- En el panel superior derecho, se ilustra la condición de cero beneficios, que caracteriza el equilibrio en el mercado de deuda con los intermediarios financieros. Note que el umbral óptimo del contrato financiero depende negativamente de los recursos propios usados por las firmas petroleras. De otra forma, depende positivamente del nivel de deuda.
- En el panel inferior derecho, se muestra la condición de paridad de intereses aumentada por riesgo, que caracteriza una condición de no arbitraje entre usar los recursos en el sector petrolero o en el mercado de deuda doméstica.

Cuadro 1: Caída en el precio del petróleo



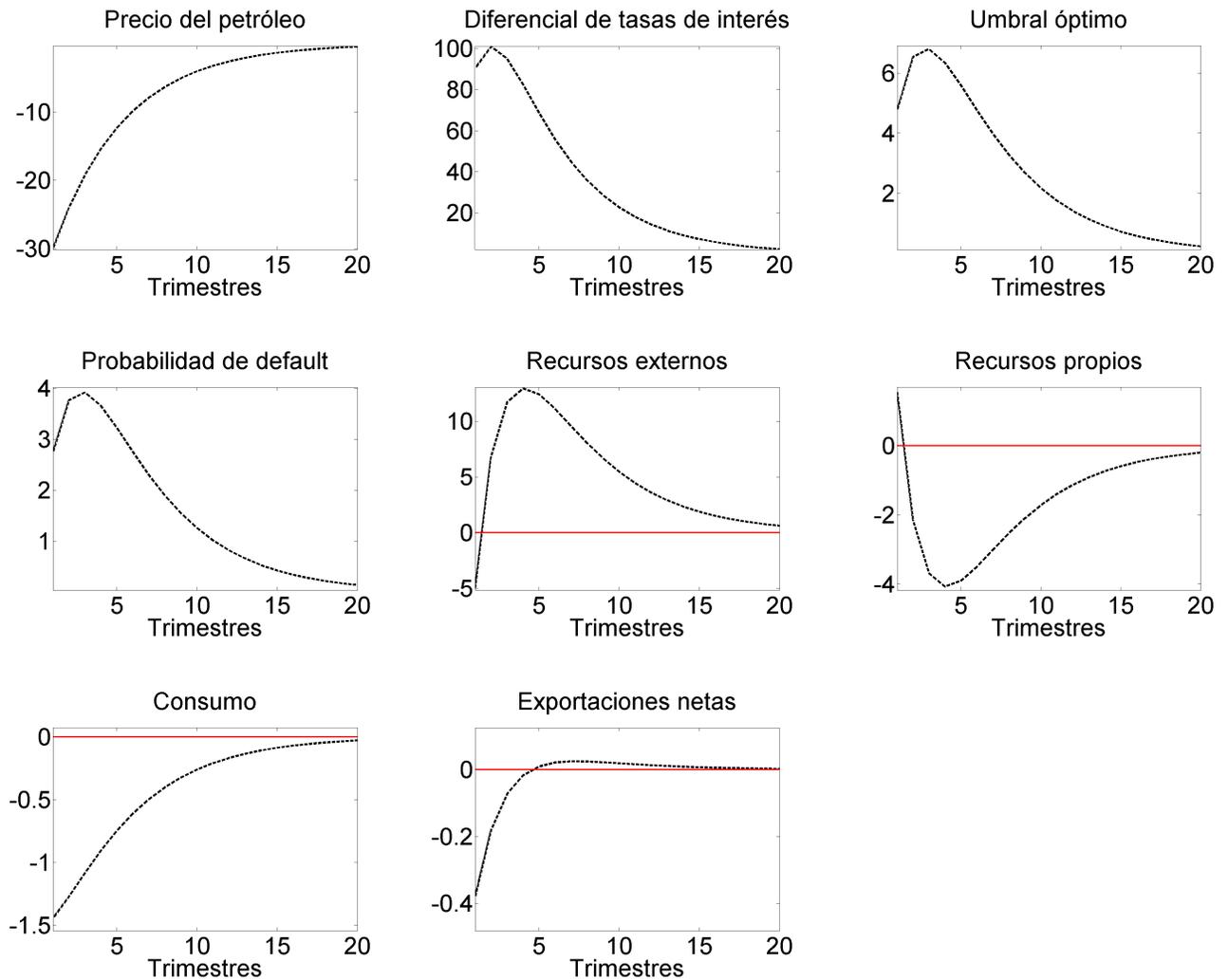
Suponga un choque negativo en el precio del petróleo contemporáneo, que se ilustra con la línea sólida azul. En rojo se presenta un equilibrio inicial, y el nuevo equilibrio se ilustra en gris. Una caída en el precio del petróleo implica, dado todo lo demás constante, un desplazamiento de la restricción presupuestal agregada a la derecha. Esto es, hay menos recursos para consumir o para el sector petrolero. Esto implica una caída de la restricción presupuestal, asociado a un menor nivel de consumo y a tasas de interés mayores en la economía. Por la condición de paridad de intereses aumentada por riesgo, en equilibrio, el umbral del contrato financiero debe aumentar para garantizar un mayor retorno promedio a los intermediarios financieros externos. A su vez, esto implica (bajo el supuesto de no persistencia del choque) una disminución en la deuda, pues los intermediarios financieros están dispuestos a financiar menos proyectos, en la medida en que la probabilidad de default aumenta.⁶

Se simuló un choque negativo en el precio del petróleo del 30%. La siguientes figura presenta los resultados de esta simulación, donde el eje vertical mide el impulso respuesta como desviación del estado estacionario para todas las variables excepto para la tasa de interés doméstica, que se ilustra en puntos básicos. En la figura 8 se muestra el efecto de un choque sobre el diferencial de tasas de interés trimestralizado, el cual es cercano a un aumento de 90 puntos básicos en la tasa de interés anualizada ante un choque de 30% en el precio del petróleo. Este incremento se explica a la luz del modelo por un aumento en el umbral óptimo que determina el contrato de la deuda, asociado a un incremento en la probabilidad

⁶El supuesto de no persistencia se hizo para simplificar la explicación del mecanismo. Es plausible una situación con aumentos en la deuda y reducción de los recursos propios si se incrementa la persistencia. Esto se verá más adelante.

de default de cerca de 3 puntos porcentuales. Con esta calibración en particular, el choque es muy persistente y es la razón por la cual cae la deuda en principio, y luego aumenta. La dinámica contraria sucede con el uso de recursos propios. La figura también ilustra los efectos sobre el consumo y las exportaciones netas. Por un lado, el consumo cae debido al aumento en los recursos debido a las transferencias del sector petrolero, y al aumento en las tasas de interés. La caída en el consumo es cercano al 1.5%. Las exportaciones netas caen hasta cerca de 0.5%, por la caída de las exportaciones petroleras.

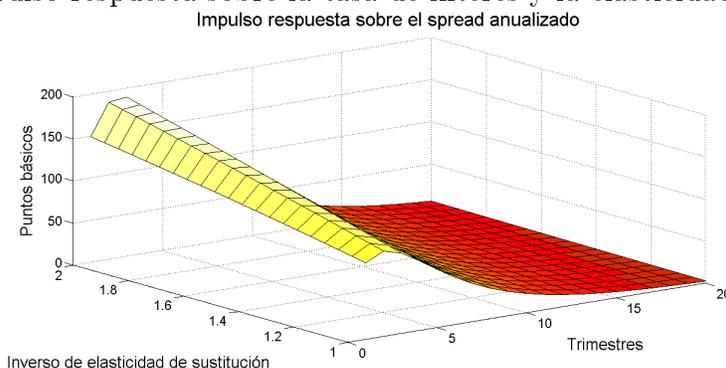
Figura 8: Impulso respuesta ante un choque en el precio del petróleo



El efecto del choque de petróleo sobre el diferencial de tasas de interés depende en gran

medida de la elasticidad de sustitución de los hogares y de la persistencia del choque petrolero. Cuanto más grande es σ , menor es la elasticidad de sustitución intertemporal de los hogares. Para $\sigma = 1$, el consumo responderá uno a uno con aumentos en la tasa de interés real. Entre mayor sea este parámetro, habrá menos sensibilidad a los cambios en las tasas de interés. Es decir, los hogares prefieren mantener invariante el consumo período a período. La figura 9 ilustra el impulso respuesta sobre el spread anualizado para diferentes valores de σ . Para menores elasticidades de sustitución, el efecto sobre los spreads es de mayor magnitud. Lo anterior puede entenderse como el precio que pagan los hogares por evitar fluctuaciones en su consumo es mayor, y por lo tanto las tasas de interés deben aumentar mucho más. De otra forma, el precio pagado a los intermediarios por asumir la incertidumbre es más grande entre menos elasticidad haya en el consumo.

Figura 9: Impulso respuesta sobre la tasa de interés y la elasticidad de sustitución

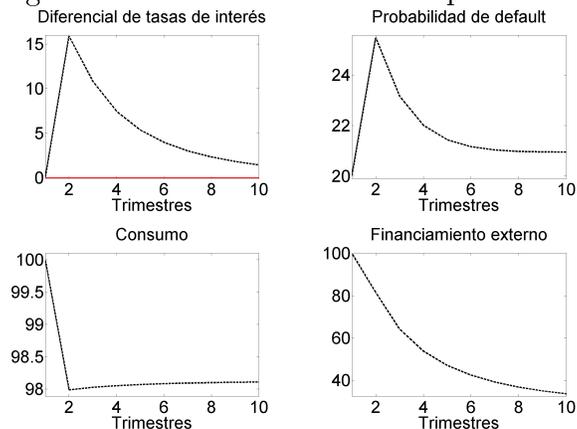


3.4. Choque permanente en el precio del petróleo

Hasta el momento, hemos analizado los efectos de un choque transitorio en el precio del petróleo. A continuación se ilustrará el caso de un choque permanente en el precio, contemplando la posibilidad de un nuevo estado estacionario con precios del petróleo más bajos, y un mayor riesgo asociado al sector petrolero. Los precios del petróleo han caído 30 %, y se espera que se mantengan bajos por un período prolongado. La figura 10 muestra el efecto una caída de 30 % en un nuevo estado estacionario del precio del crudo, un aumento de estado estacionario de 1 % anual en la probabilidad de default y un aumento en el riesgo idiosincrático asociado al sector. Como resultado, se observa una reducción permanente en el consumo de 2 % respecto al estado estacionario inicial. El financiamiento externo cae, pues no es rentable para los inversionistas otorgar recursos para el sector petrolero. La prima

de riesgo aumenta 15 puntos básicos. La probabilidad de default aumenta en impacto en 25 puntos básicos, y luego se mantiene por encima del estado estacionario anterior. Estos resultados están en la vía de la intuición de que una caída permanente en el precio del petróleo reduce permanentemente el ingreso, y aumenta el diferencial de tasas de interés en el ajuste de la economía.

Figura 10: Efectos de un cambio permanente



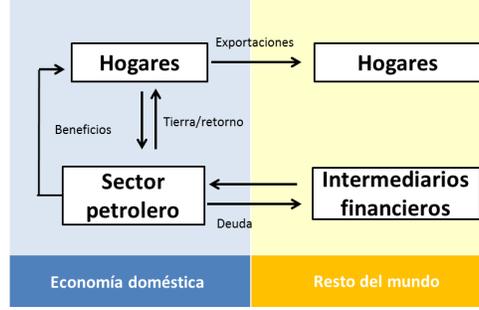
4. Extensiones

El modelo anterior es un modelo ilustrativo de los potenciales efectos de un canal financiero por el cual se propaga el impacto del choque petrolero. El modelo no incorpora costos endógenos de operación del sector petrolero. En las siguientes subsecciones se considerarán extensiones al modelo básico que incorporan un mecanismo endógeno de determinación de los costos del sector petrolero, y que impactan la actividad real a través de la demanda de capital y trabajo.

4.1. Modelo con capital fijo

En esta extensión del modelo básico se cambia el supuesto de los costos fijos para el sector petrolero. En particular, se permite un mecanismo endógeno, a través de la decisión de tenencia de capital fijo. Los hogares son dueños de este capital (puede verse como la tierra), y perciben una renta por adelantado por parte de las firmas petroleras. La figura 11 ilustra el modelo en detalle.

Figura 11: Modelo con capital fijo (tierra)



4.1.1. Los hogares

Para suavizar el consumo, los hogares pueden adquirir activos D_{t+1} en el mercado de bonos domésticos a una tasa R_t , o aumentar su tenencia de tierra, L_t^H . La tierra tiene un precio $\frac{P_t^L}{P_t}$ y renta r_t^L . Este capital es fijo, esto es, no se deprecia. Todo lo demás continúa como en el modelo básico. La nueva restricción presupuestal de los hogares es

$$C_t + D_{t+1} + \frac{P_t^L}{P_t}(L_t^H - L_{t-1}^H) = R_t D_t + Y_t + \Pi_t + r_t^L L_{t-1}^H \quad (15)$$

El problema de los hogares consiste en maximizar el valor esperado de su utilidad futura, sujeto a la restricción presupuestal. Para esto, escoge un nivel de deuda D_{t+1} , de consumo C_t y de tierra, L_t^H .

4.1.2. El problema del productor de petróleo

El productor de petróleo decide ahora cuánto capital fijo rentar, y la renta debe pagarla por adelantado. Estos costos son $r_t^L L_{t-1}^i$. El problema de los intermediarios financieros continúa invariante. El problema del productor de petróleo es entonces similar al del modelo básico, salvo por la escogencia de tierra. De lo anterior resulta una condición adicional:

$$\left\{ (1 - \Gamma(\bar{\omega}_{t+1})) \frac{P_{t+1}^{oil}}{P_{t+1}} \bar{L} \right\} - R_t E_t \{N_{t+1}\} = 0 \quad (16)$$

Esto implica que los beneficios de rentar la tierra para la producción petrolera deben ser iguales al costo de oportunidad de invertir recursos propios en el mercado de deuda doméstica. Es entonces una condición de no arbitraje. Las demás condiciones de primer orden son similares a las del problema anterior.

4.1.3. Choque en el precio del petróleo

Como en el modelo anterior, se simuló un choque negativo en el precio del petróleo. La parametrización es idéntica al modelo anterior. Un aumento en el precio del petróleo tiene como implicación una caída en las tasas en magnitudes y dinámicas bastante similares al modelo básico. La novedad en este modelo es la caída en la tasa de renta del capital fijo que usan las firmas petroleras en su actividad productiva, pero en menor magnitud de la caída en el precio del petróleo. Esto es consistente con una caída en el precio de estos activos cerca del 12 veces del tamaño del choque⁷. Definiendo:

$$\text{Ex}_t = \frac{\frac{P_t^{\star oil}}{P_t} \gamma_{oil} + (1 - \gamma_{oil})}{\frac{P_t^L}{P_t}} \quad (17)$$

Una medida de tasa de cambio real⁸, donde en el numerador se encuentra un índice de precios de los bienes transables, y en el denominador el índice de precios de la tierra, siendo γ_{oil} la fracción del petróleo sobre el PIB total. El impulso respuesta para esta medida se presenta en la figura 14 del anexo. Se experimenta un aumento del indicador de precios relativos Ex_t ante un choque negativo del precio del petróleo. Lo anterior es consistente con la literatura empírica de choques de términos de intercambio para las economías emergentes.

4.2. Modelo con trabajo y capital

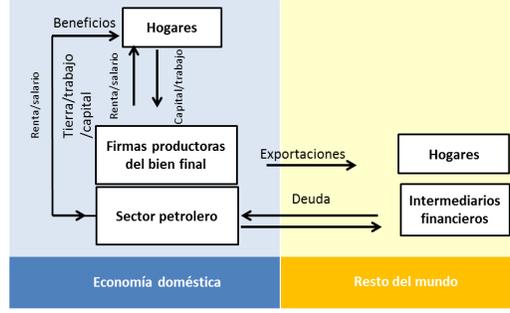
El modelo anterior no incorpora decisiones de trabajo ni de capital variable dentro de la producción doméstica.⁹ En esta extensión del modelo, la producción del bien final y del petróleo requieren de trabajo y capital variable. La siguiente figura ilustra las dinámicas del modelo.

⁷Ver apéndice para las ilustraciones

⁸Note que la tierra no es un bien de consumo, por lo tanto no es exactamente una tasa de cambio real, pero puede aproximarse a la relación de precios de los bienes transables a no transables.

⁹Note que bajo preferencias GHH, el efecto de incorporar trabajo es nulo. En tanto, si las preferencias fuesen KPR, un aumento en el precio del petróleo implicaría una caída en la producción y en la decisión de trabajo, lo cual no es consistente con los datos.

Figura 12: Modelo con capital y trabajo



4.2.1. Los hogares

Las preferencias de los hogares dependen del consumo, C_t , y el trabajo h_t . La función de utilidad instantánea del hogar es :

$$U_t(C_t, h_t) = \frac{1}{1 - \sigma} \left(C_t + \frac{h_t^{1+\gamma}}{1 + \gamma} \right)^{1-\sigma} - \frac{1}{1 - \sigma} \quad (18)$$

Donde γ es el inverso de la elasticidad de la demanda laboral. Estas preferencias se conocen como GHH, y tienen como propiedad eliminar el efecto renta de las decisiones de oferta laboral. Para suavizar el consumo, los hogares pueden comprar activos D_{t+1} en el mercado de bonos domésticos. Además, los hogares pueden comprar o vender tierra L_{t+1}^H a un precio $\frac{P_t^L}{P_t}$, y reciben una renta r_t^L . El hogar recibe W_t por cada hora de trabajo, una renta r_t^k por el capital K_t , y las firmas le transfieren los beneficios Π_t cada período. La restricción presupuestal de los hogares es

$$C_t + \frac{P_t^L}{P_t} (L_{t+1}^H - L_t^H) + \frac{P_t^k}{P_t} I_t + D_{t+1} = R_t D_t + W_t h_t + r_t^k K_t + r_t^L L_t^h + \Pi_t \quad (19)$$

El problema de los hogares consiste en maximizar el valor esperado de su utilidad futura, sujeto a la restricción presupuestal. Para esto, escoge un nivel de deuda D_{t+1} , de bienes de inversión I_t , de tierra L_{t+1}^h , consumo C_t y trabajo h_t . El problema asociado es:

$$\begin{aligned} & \text{máx} && E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \nu_t U_t(C_t, h_t) \\ & \{D_{t+1}, L_{t+1}^H, C_t, h_t\} && \\ & && \text{s.a} \end{aligned}$$

$$C_t + \frac{P_t^L}{P_t} (L_{t+1}^h - (1 - \delta^L) L_t^h) + \frac{P_t^k}{P_t} I_t + D_{t+1} = R_t D_t + W_t h_t + r_t^k K_t + r_t^L L_t^h + \Pi_t$$

4.2.2. Firmas productoras de capital

Los productores de capital operan en un mercado competitivo. El capital es producido usando el capital depreciado del período anterior y bienes de inversión nueva. El capital nuevo se vende a los empresarios a un precio $\frac{P_t^K}{P_t}$. La tecnología de los productores de capital está descrita por la siguiente función

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t - \frac{\varphi}{2} \left(\frac{K_{t+1}}{K_t} - 1 \right)^2 K_t \quad (20)$$

Donde φ es un costo de ajuste del capital. El problema de maximización de las firmas es

$$\max_{K_{t+1}, I_t} E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \left\{ \frac{P_t^K}{P_t} K_{t+1} - \frac{P_t^K}{P_t} (1 - \delta)K_t - I_t \right\} \quad (21)$$

Sujeto a la función de producción.

4.2.3. Firmas productoras del bien final

Las firmas productoras del bien final, Y_t , operan en competencia perfecta. La tecnología de producción combina capital y trabajo como sigue

$$Y_t = A_t (K_t^d)^\alpha (h_t^d)^{1-\alpha} \quad (22)$$

Donde A_t es un choque tecnológico estacionario. La firma renta el capital a una tasa r_t^k y pagan un salario w_t por hora trabajada. El problema de las firmas productoras del bien final consiste en maximizar sus beneficios, escogiendo una demanda de capital, K_t^d , y trabajo, h_t^d , a precios de mercado.

4.2.4. Firmas petroleras

El problema de las firmas petroleras es similar al modelo anterior. Vamos a introducir capital y trabajo en la función de producción como sigue¹⁰:

$$Oil_{t+1}^i = \text{mín} \left\{ \omega_{t+1}^i L_t^i, \frac{1}{\nu_k} K_{t+1}^{oil}, \frac{1}{\nu_{lab}} h_{t+1}^{oil} \right\} \quad (23)$$

Donde ν_k, ν_{lab} representan la participación del capital y el trabajo respecto al capital fijo. La firma petrolera paga por adelantado la renta de la tierra, r_t^L y una vez produce paga la renta del capital y los salarios. Posteriormente paga la deuda con los intermediarios financieros. El productor tiene dos problemas asociados: Uno intertemporal, de decisión sobre el contrato de deuda; y uno intratemporal de decisión sobre cuánto trabajo y capital usar después de que conoce el choque idiosincrático. La solución de este problema se encuentra en el apéndice, y es similar al problema del modelo básico.

4.2.5. Equilibrio y restricciones agregadas

El equilibrio es un conjunto de precios $\left\{ \frac{P_t^{oil}}{P_t}, R_t, R_t^*, Z_{t+1}, \frac{P_t^K}{P_t}, \frac{P_t^L}{P_t}, r_t^L, r_t^k, W_t \right\}$ y de cantidades $\{Y_t, L^i, B_t, D_t, C_t, NX_t, N_t, Oil_t, K_t, K_t^{oil}, K_t^d, I_t, h_t, h_t^d, h_t^{oil}\}$ tal que:

- Los hogares resuelven el problema de maximización del consumo.
- Las firmas petroleras resuelven el contrato óptimo.
- Las firmas productoras de bienes finales resuelven el problema de maximización de beneficios.
- Las firmas productoras de capital resuelven el problema de maximización de beneficios.
- La restricción agregada de recursos es

$$Y_t + \frac{P_t^{oil}}{P_t} L = C_t + kL + NX_t \quad (24)$$

- La balanza de pagos es

¹⁰Esta función de producción supone cero elasticidad de sustitución entre los factores productivos. Este supuesto es plausible en el corto plazo para el sector petrolero. La incorporación de este supuesto hace más sencilla la derivación del contrato financiero en caso de incluir otros factores productivos. Además, la participación del capital fijo es cerca del 55% de la producción petrolera. Por otra parte, el capital que interviene en la producción petrolera tiene características distintas del capital típicamente usado en la producción de bienes finales.

$$NX_t - \Gamma_t(\omega)Util_tL + B_t = 0 \quad (25)$$

Donde $Util_t$ son las utilizadas por pozo generadas por la firma petrolera.

- El mercado de deuda doméstica se vacía:

$$D_t = 0 \quad (26)$$

- El mercado de trabajo se vacía;

$$h_t = h_t^d + h_t^{oil} \quad (27)$$

- El mercado de capital se vacía:

$$K_t = K_t^d + K_t^{oil} \quad (28)$$

- El mercado de tierra se vacía:

$$\int L_t^H = \int L_t^i = \bar{L} \quad (29)$$

- El precio del petróleo, la tasa de interés externa, la producción doméstica y la varianza del choque idiosincrático son exógenos.

4.2.6. Choque en el precio del petróleo

Se realiza la simulación de un choque en el precio del petróleo. La calibración es la misma del modelo inicial. La elasticidad de Frish se calibró en 0.8, como en Prada et. al (2011) y la elasticidad de sustitución $\sigma = 2$. Los costos de ajuste de la inversión se fijaron en $\kappa = 5,7$ y la depreciación en $\delta = 0,025$, como en Bustamante et al (2012). Para calibrar los parámetros ν_{lab} y ν_k se usaron las proporciones de capital y trabajo en el sector estimadas en 5.4 para la relación capital/trabajo, siendo un 55% el capital fijo. Estas participaciones se tomaron de López et. al (2012) .

Las figuras 15 y 16 ilustran el impacto de una caída en del precio del petróleo. En este modelo, una caída en el precio del petróleo del 30% implica un aumento en la tasa de interés anualizada cerca de 500 puntos básicos, consistente con el aumento de la probabilidad de default cercana a 10 puntos básicos. Lo anterior sucede debido a que los intermediarios financieros aumentan el umbral óptimo del contrato mucho más, dada la condición de cero

beneficios. Esto ocurre porque, además de la caída en el precio del petróleo, la renta del capital también está aumentando. Lo anterior implica que las utilidades efectivas tras el pago de rentas y nóminas amplifica el efecto del choque de precios. De manera que los intermediarios financieros deben restringir las condiciones crediticias para las firmas petroleras más de lo que lo hacían en las versiones de las secciones previas. Los efectos sobre la renta del capital fijo y el precio son similares a la sección anterior. Una caída en el precio del petróleo implica una caída en el precio relativo del capital fijo y en las rentas, pero menor al efecto sobre las utilidades.

El choque de petróleo genera una caída el consumo, debido no sólo al efecto ingreso a través de menores recursos, sino también debido al incremento de la tasa de interés real. El efecto es sin embargo, sustancialmente mayor en el caso de la inversión, que cae en impacto cerca de 1.5 % y continúa cayendo hasta 3 %. La producción del bien final cae, así como lo hace la demanda de trabajo. Lo anterior va en línea con lo presentado en la sección 1, donde se observa alta correlación entre la demanda agregada y el precio del petróleo. Uno de los canales más relevantes resulta ser el aumento en la tasa de interés doméstica que se amplifica debido a la interacción con variables macroeconómicas como la tasa de interés del capital, como se mencionó anteriormente.

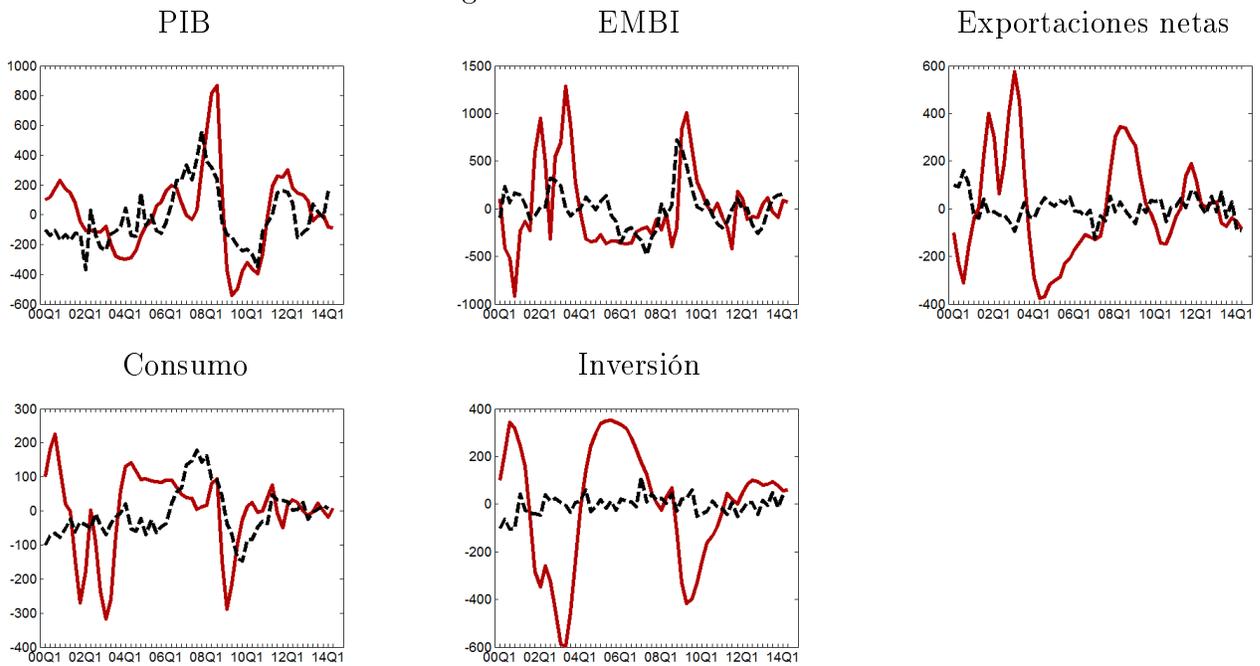
4.2.7. Datos simulados

En esta subsección se presentan los resultados de la simulación del modelo usando los choques para el precio del petróleo (Brent) y como proxy del riesgo se usó la serie de Bloom et.al (2010) que corresponde al choque estructural de incertidumbre. En la figura 13 se presenta en la línea punteada el componente cíclico de la variable correspondiente a cada panel, y con la línea roja se presenta los resultados de la simulación. Se normalizó a 100 la primera observación en cada caso.

De estos resultados se encuentra que el ajuste del modelo es adecuado en cuanto a las dinámicas del PIB y el EMBI principalmente, para los cuales las dinámicas de las series simuladas y las observadas siguen las mismas tendencias. En el caso del consumo, los resultados son mixtos. Sólo a partir de la crisis el modelo parece tener un buen ajuste con respecto a esta variable. Es de esperarse teniendo en cuenta el incremento en el riesgo global y las dinámicas del precio del petróleo durante este período post-crisis.

Lo mismo parece suceder con las exportaciones netas. Esto se observa particularmente desde 2010, momento a partir del cual el precio internacional del petróleo tuvo una recuperación importante respecto a la crisis. Las exportaciones netas durante este período

Figura 13: Simulaciones EMBI



aumentaron gracias a exportaciones tradicionales como el crudo, en un momento donde tanto la cantidad producida como el precio del petróleo estaban en auge. El modelo en cambio es particularmente deficiente en la explicación de las dinámicas de la inversión. Esta variable experimenta una alta volatilidad observada que no captura el modelo. Es sólo a partir de 2012 que parecieran tener tendencias parecidas la serie simulada y la observada.

5. Conclusiones

En este documento se presenta un modelo donde de manera endógena, el precio del petróleo tiene un impacto sobre el diferencial de tasas de interés. A través de un contrato financiero entre unos agentes aversos al riesgo y los intermediarios financieros, se obtiene que las tasas de interés aumentan ante un choque negativo contemporáneo en el precio del petróleo. Con un modelo sencillo se explica cómo el consumo cae debido al efecto ingreso debido no sólo a menores transferencias del sector petrolero, sino también a través del incremento en las tasas de interés. El efecto depende en gran medida de la elasticidad de sustitución de los hogares y de la persistencia del choque. Entre más inelástico sea el consumo, mayor será el impacto sobre los diferenciales de las tasas de interés.

Cuando se incorpora al modelo un costo de operación endógeno, se encuentra que la tasa

de cambio real se deprecia. El efecto sobre el diferencial de tasas se mantiene en un modelo donde se incorpora trabajo y capital. En este modelo es clave el uso de los factores en el sector petrolero, que amplifica el efecto sobre las utilidades de los petroleros, y, por tanto, implica que los intermediarios financieros relajan más las condiciones del contrato de deuda. Estos mecanismos de amplificación son usados en la literatura de economías emergentes para explicar la volatilidad del ciclo económico. El modelo se simula con choques observados y se encuentra un ajuste adecuado para el diferencial de tasas de interés y la producción final. Para futuros trabajos, sería de interés incorporar un mecanismo que logre hacer un ajuste mejor sobre la volatilidad de la inversión.

Igualmente, el modelo permite comprender la propagación del choque petrolero a través de un canal de tipo financiero para una economía pequeña y abierta que exporta petróleo. La existencia de este canal amplifica los choques macroeconómicos a la actividad real a través de la prima de financiamiento. Para trabajos futuros, resulta entonces relevante estudiar y cuantificar la importancia de este canal dentro de las economías emergentes. En particular, se podría revisar la sostenibilidad de los ingresos petroleros y la toma de riesgo del sector.

Finalmente, para trabajos futuros es relevante una extensión relevante es la inclusión del canal fiscal dentro del modelo. Para esto, sería interesante observar cómo interactúan las fricciones financieras con la reacción fiscal del gobierno, y las respuestas macroeconómicas ante una eventual reducción del presupuesto del gobierno. Estos efectos son reducidos en el marco de un modelo donde todos los hogares son ricardianos, cuando el gasto productivo es menor al gasto no productivo, como es usual en estas economías. Sin embargo, los efectos podrían ser amplificados dentro de un modelo donde los agentes no ricardianos tengan un rol.

Referencias

- [1] Mark Aguiar and Gita Gopinath. Emerging Market Business Cycles: The Cycle Is the Trend. *Journal of Political Economy*, 115:69–102, 2007.
- [2] Akinci. Financial frictions and macroeconomic fluctuations in emerging economies. *Mimeo, Federal Reserve Board of Governors.*, 2012.
- [3] González Andrés, Franz Hamann, and Diego Rodríguez. Macroprudential policies in a commodity exporting economy. Forthcoming.
- [4] Sergio V Barone and Ricardo Descalzi. Endogenous risk premium and terms of trade shocks: evidence for developing countries. *Revista de economía*, 19(2):7–39, 2012.

- [5] Ben S. Bernanke, Mark Gertler, and Simon Gilchrist. The financial accelerator in a quantitative business cycle framework. In J. B. Taylor and M. Woodford, editors, *Handbook of Macroeconomics*, volume 1 of *Handbook of Macroeconomics*, chapter 21, pages 1341–1393. Elsevier, 1999.
- [6] Martin Bodenstein, Christopher J. Erceg, and Luca Guerrieri. Oil shocks and external adjustment. *Journal of International Economics*, 83(2):168–184, March 2011.
- [7] Christian Bustamante and Luis E. Rojas. Constant-Interest-Rate Projections and Its Indicator Properties. Borradores de Economía 696, Banco de la Republica de Colombia, March 2012.
- [8] Guillermo A. Calvo, Alejandro Izquierdo, and Luis Fernando Mejía. Systemic Sudden Stops: The Relevance of Balance-Sheet Effects and Financial Integration. Research Department Publications 4581, Inter-American Development Bank, Research Department, July 2008.
- [9] Guillermo A. Calvo, Leonardo Leiderman, and Carmen M. Reinhart. Inflows of Capital to Developing Countries in the 1990s. *Journal of Economic Perspectives*, 10(2):123–139, Spring 1996.
- [10] Luis Cato and Roberto Chang. Monetary Rules for Commodity Traders. *IMF Economic Review*, 61(1):52–91, April 2013.
- [11] Lawrence J. Christiano, Mathias Trabandt, and Karl Walentin. Introducing financial frictions and unemployment into a small open economy model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 35(12):1999–2041, 2011.
- [12] Andrés Fernández and Adam Gulán. Interest rates and business cycles in emerging economies: The role of financial frictions. Research Discussion Papers 23/2012, Bank of Finland, June 2012.
- [13] Javier Garcia-Cicco, Roberto Pancrazi, and Martin Uribe. Real Business Cycles in Emerging Countries? *American Economic Review*, 100(5):2510–31, December 2010.
- [14] Mark Gertler and Kenneth Rogoff. North-South lending and endogenous domestic capital market inefficiencies. *Journal of Monetary Economics*, 26(2):245–266, October 1990.

- [15] Andrés González, Martha Rosalba López Piñeros, Norberto Rodríguez, and Santiago Téllez. Fiscal Policy in a Small Open Economy with Oil Sector and non-Ricardian Agents. BORRADORES DE ECONOMIA 010483, BANCO DE LA REPÚBLICA, February 2013.
- [16] Luca Guerrieri and Matteo Iacoviello. OccBin: A Toolkit for Solving Dynamic Models With Occasionally Binding Constraints Easily. Finance and Economics Discussion Series 2014-47, Board of Governors of the Federal Reserve System (U.S.), July 2014.
- [17] Luca Guerrieri, Matteo Iacoviello, and Raoul Minetti. Banks, Sovereign Debt, and the International Transmission of Business Cycles. *NBER International Seminar on Macroeconomics*, 9(1):181 – 213, 2013.
- [18] Jens Hilscher and Yves Nosbusch. Determinants of sovereign risk: Macroeconomic fundamentals and the pricing of sovereign debt*. *Review of Finance*, 14(2):235–262, 2010.
- [19] Alejandro Izquierdo, Randall Romero, and Ernesto Talvi. Booms and Busts in Latin America: The Role of External Factors. Research Department Publications 4569, Inter-American Development Bank, Research Department, February 2008.
- [20] Enrique López, Enrique Montes, Aarón Garavito, and María Mercedes Collazos. La economía petrolera en Colombia Marco legal - contractual y sus principales efectos sobre la actividad económica del país (parte I). BORRADORES DE ECONOMIA 009315, BANCO DE LA REPÚBLICA, February 2012.
- [21] Juan Pablo Medina and Claudio Soto. Oil Shocks and Monetary Policy in an Estimated DSGE Model for a Small Open Economy. Working Papers Central Bank of Chile 353, Central Bank of Chile, December 2005.
- [22] Enrique G. Mendoza and Vivian Z. Yue. A General Equilibrium Model of Sovereign Default and Business Cycles. *The Quarterly Journal of Economics*, 127(2):889–946, 2012.
- [23] Pablo A. Neumeyer and Fabrizio Perri. Business cycles in emerging economies: the role of interest rates. *Journal of Monetary Economics*, 52(2):345–380, March 2005.
- [24] Guillermo Perry and Mauricio Olivera. El impacto del petróleo y la minería en el desarrollo regional y local en Colombia. WORKING PAPERS SERIES. DOCUMENTOS DE TRABAJO 009070, FEDESARROLLO, May 2010.

- [25] Juan David Prada Sarmiento and Luis Eduardo Rojas Dueñas. La elasticidad de Frisch y la transmisión de la política monetaria en Colombia. BORRADORES DE ECONOMIA 005404, BANCO DE LA REPÚBLICA, March 2009.
- [26] Stephanie Schmitt-Grohe and Martin Uribe. Closing small open economy models. *Journal of International Economics*, 61(1):163–185, October 2003.
- [27] Martin Uribe and Vivian Z. Yue. Country spreads and emerging countries: Who drives whom? *Journal of International Economics*, 69(1):6–36, June 2006.

Apéndice

A. Descripción de los datos

Para Colombia, los datos usados corresponden a cuentas nacionales (reales) desde 1997Q4 hasta 2014Q4. Estos datos se obtuvieron originalmente del DANE. A estas series se les sacó el componente cíclico usando un filtro de Hodrick y Prescott. El precio del petróleo corresponde al precio real (deflactado por la inflación de Estados Unidos) del BRENT . La balanza comercial se obtuvo del DANE. El EMBI Colombia promedio trimestral se obtuvo del Banco Central de Chile.

B. Modelo básico

1. Condición de cero beneficios:

A continuación se deriva la condición de cero beneficios presentada en el cuerpo del documento. Sea F_{t+1} la probabilidad de que la realización ω_{t+1} esté por debajo del umbral

del contrato, esto es, la probabilidad de no repago de la deuda, $F_{t+1} = \int_0^{\bar{\omega}_{t+1}} \partial F(\omega) \partial \omega$.

Y sea G_{t+1} el valor esperado de la realización ω_{t+1} condicional en que no hay repago, $G_{t+1} = \int_0^{\bar{\omega}_{t+1}} \omega dF(\omega)$. La condición de cero beneficio puede escribirse como sigue:

$$[1 - F_{t+1}] Z_{t+1} B_{t+1} + (1 - \mu) G_{t+1} \frac{P_{t+1}^{oil}}{P_{t+1}} L^i = R_t^* B_{t+1}$$

Note que por la definición del contrato,

$$Z_{t+1}B_{t+1} = \bar{\omega}_{t+1} \frac{P_{t+1}^{oil}}{P_{t+1}} L^i \quad (30)$$

Definiendo $\Gamma_{t+1} = \bar{\omega}_{t+1} (1 - F_{t+1}) + G_{t+1}$, la condición de cero beneficios es:

$$(\Gamma_{t+1} - \mu G_{t+1}) L^i = R_t^* B_{t+1}$$

2. Derivación de las condiciones de optimalidad de las firmas:

Los beneficios esperados de la firma son $E_t[1 - \Gamma(\bar{\omega}_{t+1})] \frac{P_{t+1}^{oil}}{P_{t+1}} L$. El problema relevante de las firmas es maximizar :

$$E_t \left\{ \lambda_t \left((\omega_t^i - \bar{\omega}_t) \frac{P_t^{oil}}{P_t} L^i - N_t \right) + \beta \lambda_{t+1} \left([1 - \Gamma(\bar{\omega}_{t+1})] \frac{P_{t+1}^{oil}}{P_{t+1}} L^i - N_{t+1} \right) \right\}$$

sujeto a la condición de cero beneficios de los bancos y a la condición de contrato óptimo respectivamente :

$$E_t \left\{ (\Gamma_{t+1} - \mu G_{t+1}) \frac{P_{t+1}^{oil}}{P_{t+1}} L^i \right\} = E_t \{ R_t^* B_{t+1} \} \quad (31)$$

$$Z_{t+1}B_{t+1} = \bar{\omega}_{t+1} \frac{P_{t+1}^{oil}}{P_{t+1}} L^i \quad (32)$$

De la solución de este problema se encuentra que:

a) La condición de primer orden respecto a la riqueza neta :

$$\underbrace{E_t (\lambda_t + \Upsilon_t E_t \{ R_t^* + (\Gamma'(\bar{\omega}_{t+1}) - \mu G_t'(\bar{\omega}_{t+1})) Z_{t+1} \})}_{\text{Costo marginal}}$$

$$= \underbrace{E_t (\beta \lambda_{t+1} \{ \Gamma'(\bar{\omega}_{t+1}) \} Z_{t+1})}_{\text{Beneficio marginal}}$$

El beneficio marginal de dejar recursos para mañana consiste en el aumento en los beneficios esperados debido a una mejora en los términos del contrato financiero, esto es, gracias a caídas en el umbral óptimo definido en el contrato. El costo marginal consiste en por un lado, cuánta utilidad dejan de percibir los hogares

por la apropiación de estos recursos por parte de las firmas, λ_t , y por otro, por el cambio necesario en los beneficios de los intermediarios para que se cumpla la restricción de participación. La decisión óptima para la firma es dejar unos recursos N_t^* tal que los costos marginales sean iguales a los beneficios marginales.

b) La condición de primer orden respecto a la tasa del préstamo:

$$\underbrace{E_t \left[\Upsilon_t (\Gamma'(\bar{\omega}_{t+1}) - \mu G'_t(\bar{\omega}_{t+1})) \frac{P_{t+1}^{oil}}{P_{t+1}} L_t \frac{\partial \bar{\omega}_{t+1}}{\partial Z_{t+1}} \right]}_{\text{Beneficio marginal}}$$

$$\underbrace{E_t \left[\beta \lambda_{t+1} \{ \Gamma'(\bar{\omega}_{t+1}) \} \frac{P_{t+1}^{oil}}{P_{t+1}} L_t \frac{\partial \bar{\omega}_{t+1}}{\partial Z_{t+1}} \right]}_{\text{Costo marginal}}$$

Costo marginal

De forma similar sucede con la condición de primer orden respecto a la tasa de los préstamos. Por un lado, el costo marginal de una tasa más alta consiste en la reducción de los beneficios futuros vía el pago de la deuda. Por otro lado, el beneficio marginal de aumentar la tasa de los préstamos consiste en la caída en los beneficios necesaria para que se cumpla la restricción de participación de los intermediarios financieros.

c) La condición de euler de los hogares $\lambda_t = \beta E_t R_t \lambda_{t+1}$, implica que la tasa de interés debe ser igual a la tasa marginal de sustitución entre consumo presente y futuro. Note que esta depende de la elasticidad de sustitución de los hogares.

Note que usando la condición de primer orden respecto a la tasa del préstamo, podemos despejar Υ_t . Usando este resultado en la condición de primer orden respecto a la riqueza, encontramos

$$E_t \left(\lambda_t + \beta \lambda_{t+1} \{ \Gamma'(\bar{\omega}_{t+1}) \} E_t \left\{ R_t^* (\Gamma'(\bar{\omega}_{t+1}) - \mu G'_t(\bar{\omega}_{t+1}))^{-1} + Z_{t+1} \right\} \right) = E_t (\beta \lambda_{t+1} \{ \Gamma'(\bar{\omega}_{t+1}) \} Z_{t+1})$$

$$E_t \left(\lambda_t + \beta \lambda_{t+1} \{ \Gamma'(\bar{\omega}_{t+1}) \} E_t \left\{ R_t^* (\Gamma'(\bar{\omega}_{t+1}) - \mu G'_t(\bar{\omega}_{t+1}))^{-1} \right\} \right) = 0$$

Usando la ecuación de Euler y la anterior ecuación se obtiene

$$\frac{R_t}{R_t^*} = \frac{\Gamma'(\bar{\omega}_{t+1})}{\Gamma'(\bar{\omega}_{t+1}) - \mu G'_t(\bar{\omega}_{t+1})} \quad (33)$$

3. Derivación de la balanza de pagos

a) Retome la restricción presupuestal de los hogares

$$C_t + D_{t+1} = R_t D_t + Y_t + \Pi_t$$

En el equilibrio

$$C_t = Y_t + \Pi_t$$

Note que los beneficios agregados de las firmas petroleras son

$$\Pi_t = \frac{P_t^{oil}}{P_t} L - \Gamma_t(\omega) \frac{P_t^{oil}}{P_t} L - N_t$$

Definiendo $NX_t = Y_t + \frac{P_t^{oil}}{P_t} L - C_t - kL$, se obtiene

$$-\Gamma_t(\omega) \frac{P_t^{oil}}{P_t} L - N_t - kL + NX_t = 0$$

Usando que $N_t = kL - B_t$

$$NX_t + B_t - \Gamma_t(\omega) \frac{P_t^{oil}}{P_t} L = 0 \quad (34)$$

Que es la balanza de pagos del texto.

C. Modelo con costos endógenos (tierra)

D. Modelo con capital y trabajo

1. El problema de la firma petrolera

La solución del problema intratemporal de la firma es:

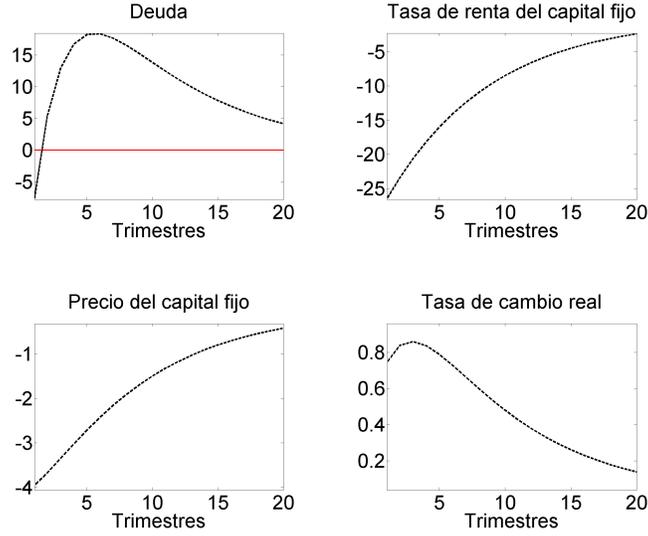
$$h_{t+1}^{oil} = \nu_{lab} \omega_{t+1}^i L_t^i \quad (35)$$

$$K_{t+1}^{oil} = \nu_k \omega_{t+1}^i L_t^i \quad (36)$$

Definiendo las utilidades tras el pago de factores,

$$\text{Util}_{t+1} = \frac{P_{t+1}^{oil}}{P_{t+1}} - \nu_{lab} W_{t+1} - \nu_k r_{t+1}^k \quad (37)$$

Figura 14: Impulso respuesta ante un choque en el precio del petróleo (a)



* Para todas las variables se presenta el impulso respuesta relativo al choque

El problema del productor de petróleo es maximizar

$$\lambda_t ((\omega_t^i - \bar{\omega}_t)L_t^i - N_t) + \beta\lambda_{t+1} ([1 - \Gamma(\bar{\omega}_{t+1})]Util_{t+1}L_t^i - N_{t+1}) \quad (38)$$

Sujeto a las restricciones de participación y de contrato óptimo:

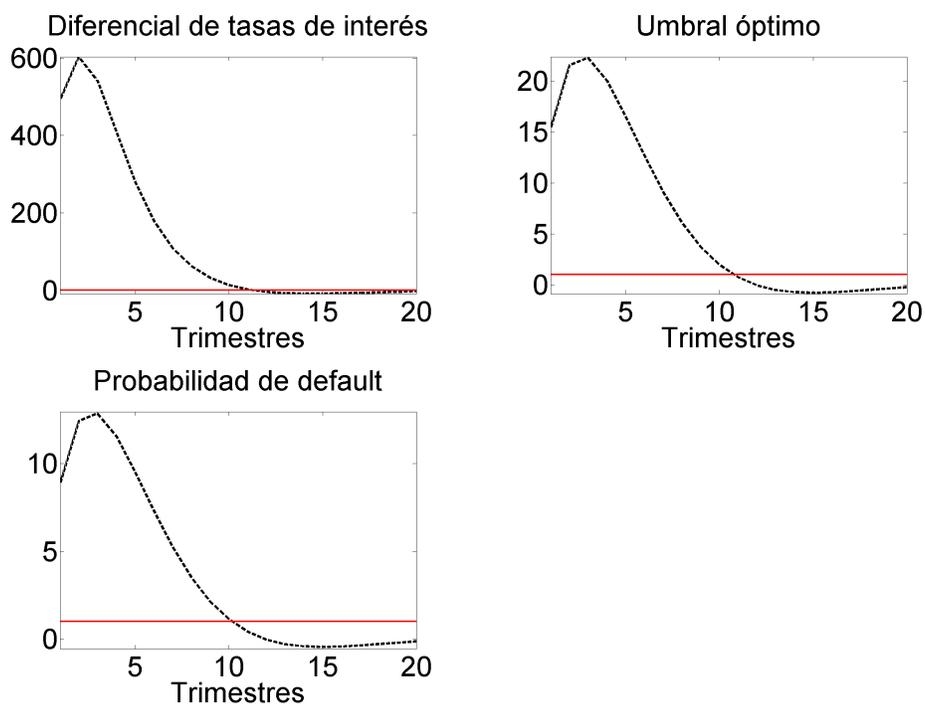
$$(\Gamma_{t+1} - \mu G_{t+1}) Util_{t+1}L_t^i = R_t^* B_{t+1} \quad (39)$$

$$Z_{t+1}B_{t+1} = \bar{\omega}_{t+1}Util_{t+1}L_t^i \quad (40)$$

La solución de este problema es similar a la del modelo anterior.

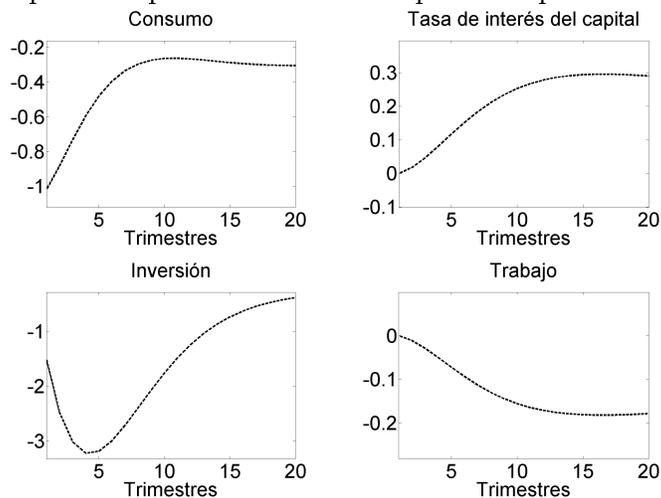
2. Impulso respuesta

Figura 15: Impulso respuesta ante un choque en el precio del petróleo (a)



* Para todas las variables se presenta el impulso respuesta relativo al choque

Figura 16: Impulso respuesta ante un choque en el precio del petróleo (b)



* Para todas las variables se presenta el impulso respuesta relativo al choque



Este documento puede ser
consultado en
[http://www.banrep.gov.co/
publicaciones/pub_borra.htm](http://www.banrep.gov.co/publicaciones/pub_borra.htm)

