



ENSAYOS

sobre política económica

La relación entre salarios y precios en Colombia: un análisis econométrico

Martha Misas A.
Hugo Oliveros C.

Revista ESPE, No. 26, Art. 02, Diciembre de 1994
Páginas 69-91



Los derechos de reproducción de este documento son propiedad de la revista *Ensayos Sobre Política Económica* (ESPE). El documento puede ser reproducido libremente para uso académico, siempre y cuando nadie obtenga lucro por este concepto y además cada copia incluya la referencia bibliográfica de ESPE. El(los) autor(es) del documento puede(n) además colocar en su propio website una versión electrónica del documento, siempre y cuando ésta incluya la referencia bibliográfica de ESPE. La reproducción del documento para cualquier otro fin, o su colocación en cualquier otro website, requerirá autorización previa del Editor de ESPE.

La relación entre salarios y precios en Colombia: un análisis econométrico

Martha Misas A.
Hugo Oliveros C.*

Resumen

Este documento tiene dos propósitos. El primero está vinculado con el análisis de la relación entre salarios y precios en Colombia, utilizando para ello varios indicadores mensuales de precios y salarios. El segundo, de carácter pedagógico, está asociado con la presentación de diferentes alternativas metodológicas que permiten, no sólo, revisar la relación ya mencionada en el contexto de corto y largo plazo, sino establecer un ordenamiento apropiado en la construcción de pruebas de causalidad, mostrando los problemas originados al no considerar la existencia de una relación de largo plazo en el análisis de la relación (Precios - Salarios). La evidencia empírica confirma la existencia de dicha relación de largo plazo y de relaciones de causalidad bidireccional entre las variables.

* Las opiniones expresadas en este documento son de la exclusiva responsabilidad de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva. Se agradecen las sugerencias y comentarios de José Darío Uribe E. Este artículo fue publicado en Borradores Semanales de Economía No. 7.

I Introducción

El presente trabajo está motivado por los resultados encontrados por Alvaro Montenegro (1994), investigador del Centro de Estudios sobre Desarrollo Económico, en su análisis de la relación entre el salario mínimo legal y el índice de precios al consumidor, así como por la posibilidad de investigar esta relación empleando otros indicadores de precios y de salarios e introducir algunos elementos de carácter metodológico, recientemente presentados¹, en la ya vieja aunque importante discusión de causalidad.

Montenegro, mediante pruebas de causalidad de Granger, realizadas sobre cifras anuales de los últimos 13 años, concluye que la relación entre el crecimiento anual del salario y el de los precios es unidireccional y que ésta va de precios a salarios. Como veremos en este trabajo, las restricciones de carácter metodológico que imponen las pruebas de Granger utilizadas por Montenegro son demasiado fuertes y dejan de lado elementos econométricos tan importantes como la posible relación de largo plazo entre las variables. Al considerar esta relación y utilizar información mensual para el período 1982-1994 (marzo) se encuentra una relación bidireccional entre el salario mínimo (SALM) y el índice de precios al consumidor total nacional (IPCT), así como entre los salarios industriales (SALI) y el IPCT y el índice de precios básicos (IPCC)². Así mismo, los resultados de un análisis de corto plazo muestran relaciones bidireccionales entre el IPCT y SALM, y unidireccionales de SALM a IPCC.

El análisis de corto plazo de la relación entre precios y salarios se lleva a cabo usando métodos tradicionales de series de tiempo como son: las pruebas de Pierce y Haugh y los test de causalidad de Granger bajo representaciones VAR(p) de series estacionarias. Con el fin de evaluar la validez de los resultados anteriores se prueba la existencia o no de relaciones de largo plazo, utilizando para ello las pruebas de cointegración uniecuacional de Engle-Yoo (1987) bajo el esquema de Dickey - Fuller y los test de cointegración en sistemas de ecuaciones sugeridos por Johansen (1988). El hallazgo de relaciones de largo plazo exige que en el análisis de causalidad se considere un enfoque de largo plazo, es decir, que se incluya la restricción encontrada.

El artículo está organizado en dos partes, además de la presente introducción. En la segunda, se presentan algunos elementos básicos, tanto de la teoría econométrica como estadística utilizados en el desarrollo del trabajo, así como los resultados. En la última se presentan las conclusiones.

¹ Véase Johansen (1988), Lutkepohl (1991) y Lutkepohl y Reimers (1992) entre otros.

² El IPCC resulta de excluir del IPCT el grupo de alimentos, los servicios estatales y el transporte.

II Metodología y resultados

En esta sección se presentan tanto los resultados encontrados en el análisis de la relación de causalidad entre salarios y precios como algunos de los elementos teóricos básicos de las pruebas utilizadas en la identificación de la relación. Existe un interés especial por mostrar, como en el caso de salarios y precios, y para cualquier par de series, las pruebas de causalidad deben desarrollarse a partir de la eliminación secuencial de posibles fuentes de perturbación.

En la sección A se señalan las pruebas de Pierce y Haugh y los test de causalidad de Granger bajo el esquema de corto plazo. Estas pruebas se ven sesgadas al no considerar las restricciones de largo plazo entre las variables, en caso de que éstas existan. En la sección B se evalúa la existencia y estabilidad de las relaciones de largo plazo entre las variables de salarios y precios. Dado que en la sección anterior se prueba la existencia de cointegración, se procede a evaluar nuevamente, en la sección C, las relaciones de causalidad incluyendo las restricciones de largo plazo. Por último, en la sección D se presentan los resultados de un análisis de impulso respuesta.

A) Análisis bajo corto plazo

1. Prueba de Pierce y Haugh

El estadístico U de Pierce y Haugh se basa en la correlación cruzada de los residuales, v^1 y v^2 , de los modelos ARIMA univariados de las series bajo análisis y se construye de la siguiente forma:

$$U = T \sum_{\tau=-n}^m r^2_{\tau}(v^1, v^2) \quad (1)$$

donde r_{τ} representa al coeficiente de correlación cruzada al rezago τ de las series de residuales. El estadístico permite evaluar la existencia de relaciones de causalidad de dos series a través de sus series generadoras. Bajo la hipótesis nula, H_0 : inexistencia de relación entre las variables, U se distribuye χ^2 con $(m+n+1)$ grados de libertad.

En el cuadro 1 se presentan las pruebas sobre existencia de raíces unitarias llevadas a cabo sobre los cambios anuales de los logaritmos de las diferentes series de precios y salarios (variaciones anuales). Es de señalar, que la determinación de los órdenes de integración (estacional y no estacional) se hace necesaria para llevar a cada serie a condiciones de estacionariedad. Condiciones requeridas para alcanzar especificaciones parsimoniosas, tanto en los modelos ARMA como en los modelos VAR, los cuales serán usados en las pruebas que involucran tanto el corto como el largo plazo.

Cuadro 1
Pruebas de raíz unitaria
(DICKEY - FULLER)

Variable	Test	Valor Crítico (1.0%)	Rezagos	Ljung-Box
Salarios Industrial. (SALI)	$\tau_r = -3.858$	-4.029	0	0.871
IPC-Total (IPCT)	$\tau_\mu = -1.577$	-3.485	12	0.152
IPC-Sin Alimentos (IPSA)	$\tau_\mu = -1.240$	-3.485	12	0.198
IPC-Básico (IPCC)	$\tau_\mu = -1.390$	-3.485	13	0.904

Los resultados de las pruebas de Dickey y Fuller, presentados en el cuadro 1, permiten concluir que las “variaciones anuales”, aproximadas a través de las diferencias de orden 12 del logaritmo de las series, del salario industrial y de las distintas definiciones de precios son integradas de orden 1, I(1), es decir, requieren una diferenciación para lograr la condición de estacionariedad mencionada anteriormente.

En el cuadro 2 se muestran las estimaciones de los modelos ARIMA para el salario industrial y las diferentes definiciones de precios. Es importante señalar que las diferenciaciones de orden (1) presentes en todos los modelos son coherentes con los resultados encontrados en las pruebas de raíz unitaria ya mencionadas.

Cuadro 2
Modelos ARIMA

Variables	Modelo	Ljung-Box (P-value)	STD del Residuo
IPCT	$(1-0.313B^{11})(1-B)(1-B^{12})LIPCT_t = (1+0.472B^1)(1-0.723B^{12})\xi_t$ (3.71) (-6.1) (11.2)	0.635	0.0067
IPSA	$(1-0.303B^1)(1-0.180B^{11})(1-B)(1-B^{12})LIPSA_t = (1-0.434B^{12})\xi_t$ (3.6) (2.1) (5.4)	0.747	0.0045
IPCC	$(1-0.169B^1)(1-B)(1-B^{12})LIPCC_t = \xi_t$ (1.96)	0.927	0.0061
SALI	$(1+0.159B^1)(1-B)(1-B^{12})LSALI_t = \xi_t$ (-1.85)	0.558	0.0146

No se reporta modelo para la serie de salario mínimo legal puesto que su doble diferenciación genera una serie ruido blanco.

Al examinar los “P-values” asociados con la estadística U, presentados en el cuadro 3, se observa que sólo existe una relación de causalidad unidireccional significativa, ésta es, de precios a salarios, a través del índice de precios básicos (IPCC) y del índice de salario industrial (SALI). De otro lado, en el contexto de relaciones de causalidad bidireccional se encuentra, nuevamente, sólo una significativa al examinar la relación entre el salario mínimo legal y el IPCT.

Cuadro 3

**P-values pruebas de causalidad
(PIERCE y HAUGH)**

Variables	Causalidad unidireccional		Causalidad bidireccional			
	S→P	P→S	P↔S			
Rezagos	(0,1)	(-1,0)	(-12,12)	(-6,6)	(-3,3)	(-1,1)
SALI - IPCT	0.314	0.293	0.964	0.892	0.588	0.477
SALI - IPSA	0.118	0.347	0.662	0.470	0.198	0.214
SALI - IPCC	0.980	0.025*	0.935	0.689	0.267	0.060*
SALM - IPCT	0.789	0.860	0.007*	0.087*	0.897	0.859
SALM - IPSA	0.387	0.357	0.163	0.956	0.782	0.558
SALM - IPCC	0.261	0.287	0.138	0.954	0.754	0.422

*Significativa al 10%

Una vez finalizado el examen de las relaciones de causalidad entre salarios y precios a través de un esquema simple de correlaciones cruzadas, como el sugerido por Pierce y Haugh, se procede a evaluar dichas relaciones bajo una especificación VAR. Esta última permite involucrar directamente en el análisis las variables de precios y salarios, y no a sus series generadoras como el método anterior.

2. Pruebas de Granger bajo VAR(p)

Las pruebas de causalidad de Granger se construyen a partir de la estimación de un modelo de vectores autorregresivos de orden p, como el siguiente:

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11,p} & \phi_{12,p} \\ \phi_{21,p} & \phi_{22,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-p} \\ y_{2t-p} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \phi_{11,p} & \phi_{12,p} \\ \phi_{21,p} & \phi_{22,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-p} \\ y_{2t-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde Y_{1t} y Y_{2t} representan los indicadores de precios y salarios, respectivamente. El orden del VAR se determina a partir de los criterios de información tradicionales de Akaike y Schwarz.

Las pruebas de causalidad se construyen mediante la estadística F que evalúa la significancia conjunta de los parámetros asociados a cada una de las regresiones del sistema. Es decir, el análisis de una posible relación de causalidad de precios (Y_{1t}) a salarios (Y_{2t}) se lleva a cabo a través de la prueba F de significancia conjunta de los parámetros $\phi_{21,1} \dots \phi_{21,p}$.

Los resultados sobre la determinación del orden del sistema VAR, así como las pruebas de causalidad bajo este esquema, se presentan en el cuadro 4. El criterio de información utilizado en la determinación de la longitud del rezago del VAR es el de Akaike, en la medida en que se incluye un conjunto de información más amplio. Las variables que se utilizan en la determinación del orden del VAR, así como en su estimación, corresponden a las series estacionarias; es decir, a las series de cambios del crecimiento anual de salarios y precios³.

Como se observa en el cuadro, en el caso del salario industrial y los diferentes indicadores de precios, se tiene que sistemáticamente cada una de las series se explica por sí misma; en otras palabras, el poder explicativo adicional de la otra es nulo. Por el contrario, al considerar en el análisis el salario mínimo legal, SALM, como indicador de salarios se tiene causalidad bidireccional con el IPCT, causalidad de salarios a precios con el IPCC y ninguna relación con IPSA.

Con el fin de asegurar que las representaciones VAR son correctas y por ende, los resultados obtenidos en las pruebas de causalidad anteriormente mencionadas, se hace necesario comprobar si existe o no una relación de largo plazo entre las variables de análisis. Su existencia implicaría una modificación sustancial en la estimación de los parámetros del sistema, en la medida en que dicha relación debe ser involucrada como una restricción de largo plazo. Dado que la nueva estimación arroja un conjunto de parámetros y matrices de varianza-covarianza diferentes, las pruebas de causalidad deben ser nuevamente desarrolladas.

³ Véase, Judge et al. (1988) y Montenegro (1990).

Cuadro 4
Identificación y test de causalidad bajo
estimación VAR(p) tradicional

Variables	Akaike CI / P	Schwarz CI / P	P→P	Test F de Causalidad (P-value)		
				S→P	P→S	S→S
SALI - IPCT	-17.82 / 2	-17.72 / 1	0.000	0.984	0.857	0.111
SALI - IPSA	-19.05 / 2	-18.94 / 1	0.030	0.948	0.231	0.077
SALI - IPCC	-19.64 / 2	-19.53 / 1	0.003	0.608	0.560	0.105
SALM - IPCT	-19.81 / 8	-19.66 / 1	0.002	0.000	0.000	0.958
SALM - IPSA	-20.96 / 1	-20.87 / 1	0.015	0.393	0.557	0.917
SALM - IPCC	-21.57 / 3	-21.45 / 1	0.000	0.059	0.759	0.990

B) Pruebas sobre existencia de relaciones de largo plazo

Con el propósito de establecer la existencia de relaciones de largo plazo entre las series de salarios y precios, se utilizan dos alternativas de análisis. En la primera, se considera el esquema tradicional de Engle y Yoo (1987) donde se lleva a cabo una estimación uniecuacional que depende del criterio de normalización considerado relevante. La prueba de cointegración consiste en estimar una regresión de la primera diferencia de los residuos de la regresión que involucra los precios en función de los salarios o viceversa, contra los residuos rezagados un período y un conjunto de rezagos del residuo diferenciado. Se utiliza el estadístico t asociado al residuo rezagado un período y se compara contra los valores críticos encontrados por los autores mencionados.

Según Engle y Granger (1987), un vector de variables X_t , conformado por series integradas del mismo orden, en este caso 1, está cointegrado o en equilibrio cuando existe un vector de constantes α , ($\alpha \neq 0$) mediante el cual se puede lograr una combinación lineal de X_t integrada de orden cero, así:

$$Z_t = \alpha' X_t \quad ; \quad Z_t \sim I(0) \quad (3)$$

en el caso particular que nos ocupa, el vector de variables X_t está conformado por las series Y_{1t} y Y_{2t} , que representan las “variaciones anuales” de los diferentes indicadores de precios y salarios, respectivamente, y que, como ya se mostró, son integradas de orden 1, $I(1)$. De

otro lado, como lo señalan Engle y Granger (1987), la existencia de cointegración permite derivar un modelo para la primera diferencia del vector X_t , ∇X_t , en el cual, además de involucrar los cambios contemporáneos y/o rezagados de las primeras diferencias de las componentes de X_t se introduce a V_t rezagado como otra de las variables explicativas, para conformar de esta manera lo que en la literatura se conoce como un modelo de corrección de errores, (ECM), tal como sigue:

$$W_t = \sum_{i=0}^p \Gamma_i (1-B) X_{t-i} - \rho (\alpha' X_{t-1}) \tag{4}$$

siendo en este caso, Γ_i un vector 1×2 , y $\Gamma_0 = [0 \ 1]$ por ejemplo en el caso de que la normalización sea hecha por Y_{2t} ; ρ un escalar y W_t una serie de residuales ruido blanco.

La otra alternativa, conocida como análisis de cointegración en sistemas de ecuaciones, expuesta recientemente por Johansen (1988); Lutkepohl (1992) y Lutkepohl y Reimers (1992), se encuentra vinculada con la posibilidad de probar, primero, la existencia al menos de un vector de cointegración dentro de la representación VAR(p)⁴ y segundo, de estimar el sistema VAR(p) con las variables cointegradas a partir de un modelo de corrección de errores vectorial VEC(p-1). De tal forma que el VAR(p) puede ser representado de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11,1} & \phi_{12,1} \\ \phi_{21,1} & \phi_{22,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \phi_{11,p} & \phi_{12,p} \\ \phi_{21,p} & \phi_{22,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-p} \\ y_{2t-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + V_t$$

y el VEC(p-1), equivalente al VAR(p) anterior, tal como sigue:

$$\begin{bmatrix} \nabla y_{1t} \\ \nabla y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{11,1} & \delta_{12,1} \\ \delta_{21,1} & \delta_{22,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla y_{1t-1} \\ \nabla y_{2t-1} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \delta_{11,p-1} & \delta_{12,p-1} \\ \delta_{21,p-1} & \delta_{22,p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla y_{1t-p+1} \\ \nabla y_{2t-p+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-p} \\ y_{2t-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$\nabla X_t = C + D_1 \nabla X_{t-1} + \dots + D_{p-1} \nabla X_{t-p+1} + \Pi X_{t-p} + V_t$$

donde se tiene que $D_1 = -I + \phi_1 + \dots + \phi_p$, siendo I una matriz idéntica de orden 2 y :

$\pi = -(I - \phi_1 - \dots - \phi_p)$, que representa la restricción de largo plazo, la cual puede ser vista como el producto de las matrices α , de ajuste, y β , de cointegración.

⁴ La prueba, desarrollada por Johansen (1988), permite evaluar, de una manera secuencial la existencia de uno o más vectores de cointegración.

Como se observa, existe un paralelismo entre el mecanismo de corrección de errores descrito por Engle y Granger, y utilizado en la primera alternativa, y el propuesto por Johansen. Sin embargo, los resultados derivados de una especificación amplia como la VEC permiten llegar a conclusiones mejor soportadas, en la medida en que se consideran todos los posibles desequilibrios de largo plazo y no el único implícito en la normalización exigida en el contexto tradicional de cointegración.

La prueba de Johansen sobre cointegración multivariada se basa en la solución de la ecuación característica que se conforma a partir del cálculo de las matrices de covarianza de los residuos de dos regresiones que describen el comportamiento de los vectores ∇X_t y X_{t-p} en función de los cambios rezagados del vector X_t , ∇X_{t-i} , con i variando desde 1 hasta $p-1$. La ecuación característica se describe como sigue:

$$|\lambda S_{pp} - S_{po} \ S_{po}' \ S_{op} \ S_{op}'| = 0 \quad (7)$$

siendo

$$S_{ij} = T^{-1} \sum_{t=1}^T R_{it} \ R_{jt}', \quad i, j = 0, p \quad (8)$$

y R_{ij} los residuos de las regresiones anteriormente mencionadas. Tanto los valores propios, $\lambda_i \ i=1, \dots, n^s$, como los vectores propios asociados a la solución de (7) son utilizados en la construcción de la prueba y de la matriz Π , respectivamente.

Existen dos maneras equivalentes, aunque diferentes, de construir la prueba de Johansen sobre existencia de r **vectores de cointegración**. La primera de ellas se conoce como la estadística de la traza “trace statistics” y se construye de la siguiente forma:

$$\eta_r = T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \lambda_i) \quad r = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (9)$$

la segunda, denominada la estadística del máximo valor propio “maximal eigenvalue” tiene la siguiente representación:

$$\zeta_r = T \ln(1 - \lambda_{r+1}) \quad r = 0, 1, \dots, n-1 \quad (10)$$

Bajo la hipótesis nula de r vectores de cointegración, Johansen (1988) y Osterwald -Lenum (1992), asumiendo que en (6) el vector de residuales sigue un proceso gaussiano no correlacionado, construyen valores críticos para las pruebas (9) y (10). Una vez evaluados los resultados de estas pruebas, se procede a estimar el sistema bajo el método de máxima verosimilitud utilizando la representación VEC⁶, donde la longitud de su rezago se deter-

5 Donde n representa el número de variables consideradas en el análisis, en este caso n es igual a 2 y hace referencia a la dupla conformada por el indicador de precios Y_{1t} , y el indicador Y_{2t} .

6 La estimación bajo VEC sólo tiene sentido si $r \geq 1$.

mina a través de los criterios de información de Akaike y Schwarz sobre la especificación VAR de las series estacionarias.

En el cuadro 5 se presentan los resultados de las pruebas de cointegración uniecuacional. Como se aprecia en el cuadro, existen únicamente relaciones de cointegración entre el índice de salario industrial SALI y el índice de precios al consumidor sin alimentos (IPSA) y entre SALI y el índice de precios básico (IPCC).

Los resultados de las pruebas de Johansen sobre cointegración en sistemas de ecuaciones se presentan en el cuadro 6. Al utilizar el índice de salario industrial SALI, como la variable de salario, se puede concluir que existe cointegración entre éste y todos los indicadores de precios utilizados⁷.

Cuadro 5
Resultados del análisis de cointegración uniecuacional
Pruebas de ENGLE - YOO

	Vector de cointegración	Prueba	Rezago	Ljung-Boxs 1/
SALI - IPCT	[-0.5831, 1]	-2.808	1	0.372
SALI - IPSA	[-0.8757, 1]	-3.370	0	0.749
SALI - IPCC	[-0.9444, 1]	-3.598	0	0.898
SALM - IPCT	[-1.03, 1]	-2.375	12	0.971
SALM - IPSA	[-1.58, 1]	-1.578	0	0.678
SALM - IPCC	[-1.71, 1]	-1.403	0	0.910

* Cointegración a un nivel de significancia del 10.0% con valor crítico de -3.077.
1/ Calculado considerando 24 rezagos.

En el caso del salario mínimo, se observa tan solo una relación de cointegración con el índice de precios al consumidor total nacional IPCT. De acuerdo con las relaciones de cointegración encontradas, las estimaciones VEC se presentan en el Anexo 1.

En el cuadro 7, se presentan los resultados del test de consistencia del espacio de cointegración para los últimos cuatro años. Esta prueba sugerida por Hansen y Johansen (1992) se construye a partir de las estimaciones restringidas y no restringidas de los valores propios en submuestras; la restricción consiste en introducir los r vectores de cointegración obtenidos para un período específico, en este caso la muestra completa, en la determinación de la solución de la ecuación característica definida en (7) en cada una de las submuestras de análisis. La descripción matemática de la prueba es como sigue:

⁷ Obsérvese que al comparar de manera secuencial las estadísticas η_r y ζ_r con los valores críticos existirá evidencia para rechazar la hipótesis nula si dichas estadísticas son mayores que sus respectivos valores críticos.

$$TC = t^* \sum_{i=1}^r \ln \left[\frac{1-\rho_i(t)}{1-\lambda_i(t)} \right], \quad t = T_0, \dots, T \quad (11)$$

donde ρ y λ representan los valores propios de las versiones restringida y no restringida, respectivamente. Bajo la hipótesis nula de estabilidad, TC se distribuye χ^2 con $(p-r)*r$ grados de libertad. Como se observa, en todos los casos los espacios de cointegración evaluados en cada submuestra son consistentes con la restricción de la muestra total, en otras palabras, existe estabilidad en las relaciones de largo plazo encontradas.

Cuadro 6
Resultados del análisis de cointegración
Pruebas de JOHANSEN

Variables	Hipótesis nula	Hipótesis alterna	Estadística	Valor Crítico (10.0%)
Basado en el máximo valor propio ζ_r				
SALI - IPCT	$r = 0$	$r = 1$	12.98	12.91
	$r = 1$	$r = 2$	3.72	6.50
SALI - IPSA	$r = 0$	$r = 1$	16.21	12.91
	$r = 1$	$r = 2$	0.96	6.50
SALI - IPCC	$r = 0$	$r = 1$	17.60	12.91
	$r = 1$	$r = 2$	0.48	6.50
Basado en la estadística de la traza η_r				
SALI - IPCT	$r = 0$	$r \geq 1$	16.70	15.66
	$r = 1$	$r = 2$	3.72	6.50
SALI - IPSA	$r = 0$	$r \geq 1$	17.16	15.66
	$r = 1$	$r = 2$	0.96	6.50
SALI - IPCC	$r = 0$	$r \geq 1$	18.09	15.66
	$r = 1$	$r = 2$	0.48	6.50
Basado en el máximo valor propio ζ_r				
SALM - IPCT	$r = 0$	$r = 1$	27.64	12.91
	$r = 1$	$r = 2$	2.33	6.50
SALM - IPSA	$r = 0$	$r = 1$	6.05	12.91
	$r = 1$	$r = 2$	0.55	6.50
SALM - IPCC	$r = 0$	$r = 1$	5.71	12.91
	$r = 1$	$r = 2$	0.83	6.50
Basado en la estadística de la traza η_r				
SALM - IPCT	$r = 0$	$r \geq 1$	29.97	15.66
	$r = 1$	$r = 2$	2.32	6.50
SALM - IPSA	$r = 0$	$r \geq 1$	6.60	15.66
	$r = 1$	$r = 2$	0.55	6.50
SALM - IPCC	$r = 0$	$r \geq 1$	6.55	15.66
	$r = 1$	$r = 2$	0.83	6.50

Cuadro 7
Pruebas de estabilidad del espacio de cointegración
P-VALUES

Período	Número de Obs.	LIPCT	ILSAL LIPSA	LIPCC	LSALM LIPCT
82/90	95	0.726	0.248	0.192	0.098
82/91	107	0.887	0.844	0.749	0.696
82/92	119	0.956	0.995	0.946	0.954
82/93	131	1.000	0.947	0.952	0.937

C) Pruebas de causalidad bajo largo plazo

Las pruebas de causalidad se examinan en el contexto de sistemas de ecuaciones bajo cointegración, dado que éste es un esquema óptimo que permite involucrar todos los desequilibrios de largo plazo, a diferencia del análisis de cointegración uniecuacional que usa tan sólo el desequilibrio dado por la normalización seleccionada o la representación VAR tradicional que olvida las posibles restricciones de largo plazo.

La prueba se construye a partir de la representación VAR(p) derivada de la VEC, y tiene la siguiente formulación:

$$C \text{ vector } (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p) = C\Phi = c \tag{12}$$

$$\lambda_w = (C\Phi - c)' (C \sum_{co} C')^{-1} (C\Phi - c) \sim \chi^2(n)$$

donde \sum_{co} es la matriz de varianza-covarianza de la representación VAR(p)⁸.

En este contexto, los resultados presentados en el cuadro 8 sobre la prueba λ_w muestran la existencia de una relación de retroalimentación, o “*feedback*”, entre el índice de salario industrial y los índices de precios al consumidor total nacional, y el de precios básico, y entre el salario mínimo y el IPCT. En tanto que, en el caso del índice de salarios industriales SALI y el índice de precios sin alimentos IPSA, se presenta una relación de causalidad unidireccional de precios a salarios.

⁸ Véase Lutkepohl (1991), “Testing for Granger Causality”, p. 378.

Como lo señala Lutkepohl (1991), a partir de la especificación VAR, derivada de la VEC definida en (6) y presentada en el anexo 1, es posible desarrollar un análisis de impulso respuesta.

Cuadro 8
Pruebas de causalidad bajo representación bivariada
(Estimación VAR COINTEGRADA - JOHANSEN)

Causalidad	P-Value
SALI → IPCT	0.000
SALI → IPSA	0.866
SALI → IPCC	0.000
IPCT → SALI	0.000
IPSA → SALI	0.000
IPCC → SALI	0.000
SALM → IPCT	0.000
IPCT → SALM	0.000

D) Análisis de impulso respuesta

Otra aplicación asociada a las representaciones VAR(p) es la determinación de los patrones de respuesta o conductas de reacción de un sistema ante un impacto o “*shock*” recibido por una de sus variables. Dentro de la metodología VAR, lo anterior se conoce como análisis de impulso respuesta y existen dos formas de estimación. En la primera, se parte de la representación de media móvil⁹ del sistema, sin considerar la posible correlación contemporánea entre las diferentes componentes del vector V_t en (5), hecho que oscurece la interpretación de los impulsos respuesta. La segunda, elimina el problema anterior mediante la ortogonalización de las componentes de V_t ¹⁰. Los resultados del análisis de impulso respuesta presentados a continuación se basan en esta última alternativa, dado que ésta permite eliminar el problema de correlación contemporánea asegurando, de esta forma, la independencia entre los distintos errores del sistema¹¹.

⁹ Véase Sims (1980), (1981) y Judge et al. (1988).

¹⁰ Este proceso se lleva a cabo a través de la ortogonalización de la matriz de varianzas-covarianzas de V_t , Σ_v , premultiplicando (5) por una matriz W que proviene de la descomposición de Choleski de Σ_v y encontrando la representación de media móvil implícita en la re-estimación del VAR

¹¹ Esta segunda alternativa impone, en el proceso de ortogonalización, un esquema recursivo en el mecanismo de propagación de los impactos que debe ser considerado cuidadosamente en el análisis de los resultados. Este mecanismo depende, exactamente, del tipo de matriz W (triangular superior o inferior) derivada en la descomposición de Choleski.

En los gráficos siguientes aparecen las respuestas de las variables de precios y salarios a impactos en cada una de ellas. Es importante señalar que, con el propósito de eliminar los efectos de nivel, tanto del impacto como de la respuesta, estos son normalizados a partir de dividir la respuesta original, medida en desviaciones estándar, por la desviación estándar de la variable de impacto en el momento cero.

En los gráficos 1A, 2A y 3A se presentan las respuestas del sistema a un impacto de 1.0% en la variable de salario, SALI. Como se observa, el salario responde de manera decreciente y su respuesta, 12 meses después, es de 0.302%, 0.065% y 0.096% al considerar en el sistema bivariado IPCT, IPSA e IPCC respectivamente, mientras que los indicadores de precios responden de forma contraria y su respuesta, un año después, es de 0.29%, 0.042% y 0.107% en el caso de IPCT, IPSA e IPCC respectivamente.

Bajo el mismo esquema, pero golpeando las variables de precios, IPCT, IPSA e IPCC se tiene que las respuestas del índice de salario industrial SALI, presentadas en los gráficos 1B, 2B y 3B, son crecientes y alcanzan, 12 meses después, niveles alrededor de 0.80%, en tanto que las respuestas de los indicadores de precios se ubican alrededor de 1.25% un año después.

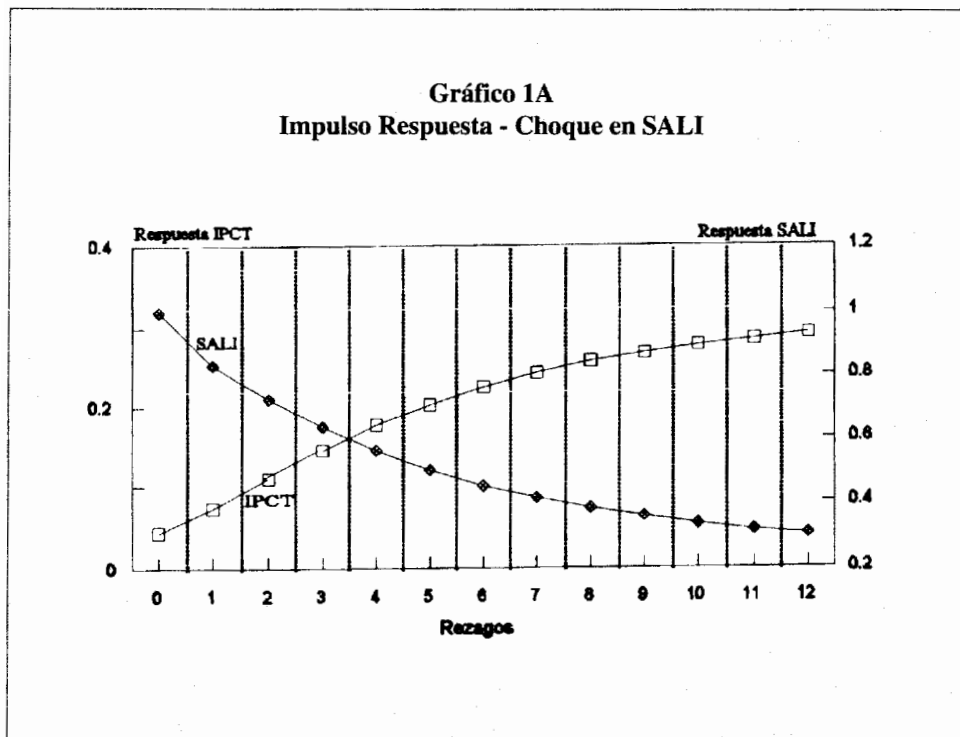


Gráfico 1B
Impulso Respuesta - choque en IPCT

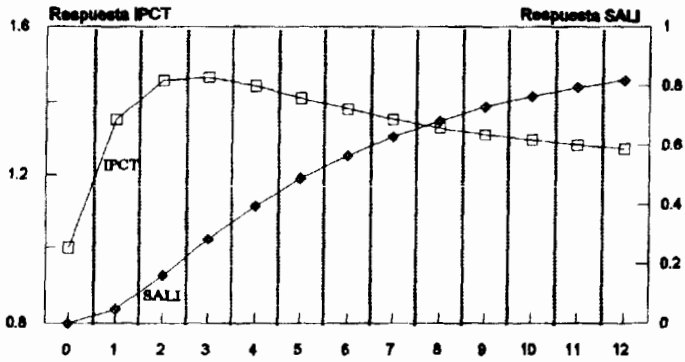


Gráfico 2A
Impulso Respuesta - Choque en SALI

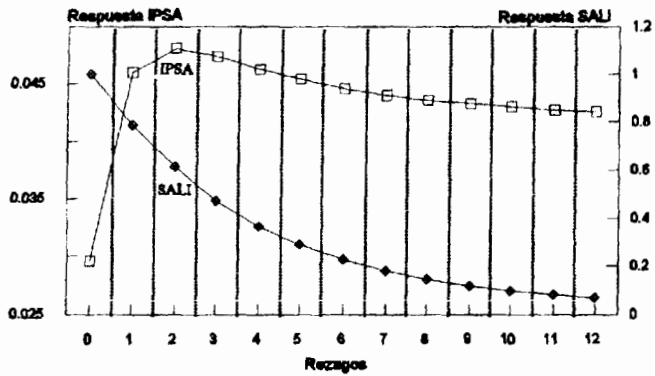


Gráfico 2B
Impulso Respuesta - choque en IPSA

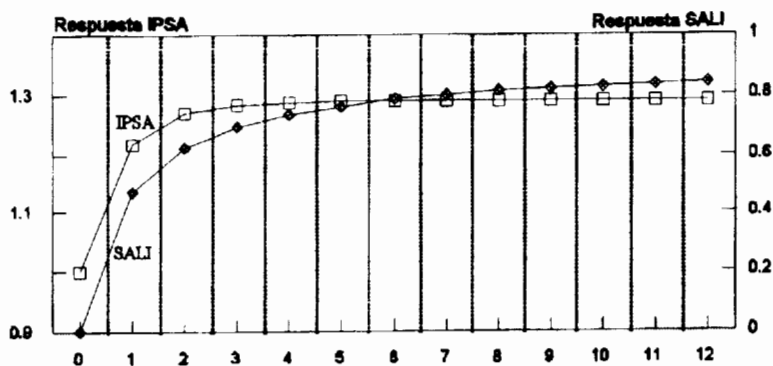


Gráfico 3A
Impulso Respuesta - choque en SALI

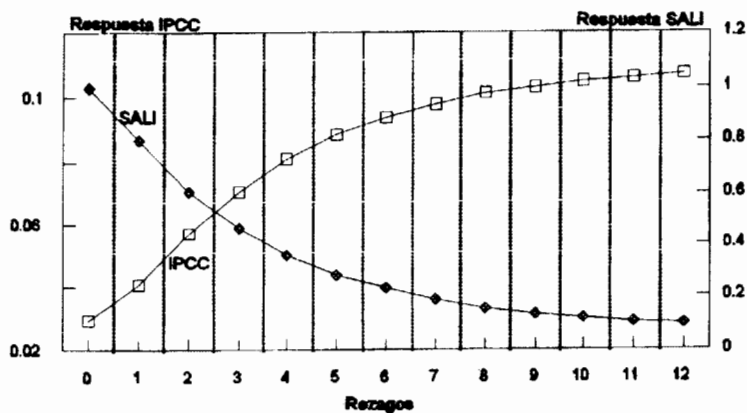
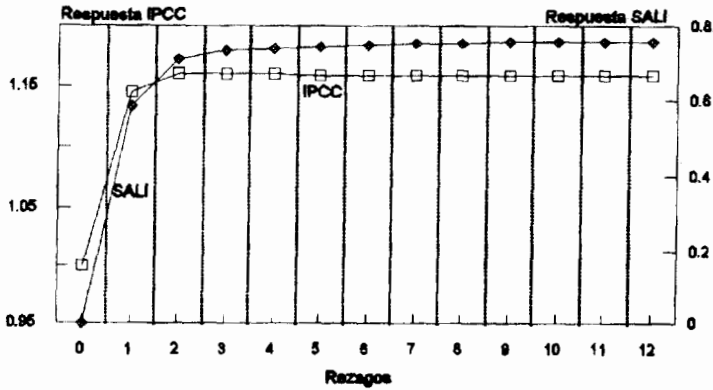


Gráfico 3B
Impulso Respuesta - choque en IPCC



Al considerar el salario mínimo legal y el IPCT, como indicadores de salarios y precios respectivamente, se observa un comportamiento creciente, aunque atípico. Un impacto de 1.0% en SALM se traduce 12 meses después en, aproximadamente, 0.6% en el indicador de precios. De otro lado, un choque de 1.0% hoy en la variable de precios, IPCT, produce una respuesta de 0.5% en los salarios un año después. Debido a que no se encontraron relaciones de largo plazo entre SALM e IPSA, y entre SALM e IPCC, no se llevan a cabo los análisis de impulso respuestas para dichos sistemas.

Es importante señalar que en todos los casos discutidos hasta aquí, el uso de una matriz triangular superior implica necesariamente que la respuesta de los salarios a los choques en la variable de precios sea de carácter rezagado y no contemporáneo; esto en la medida en que las variables entran como la pareja (precios, salarios) en el vector X_{it} . De otro lado, y considerando que los impulsos respuesta presentados provienen de la ortogonalización de la matriz de varianza covarianza del VAR(p), la cual no es única, y de la normalización de las respuestas a partir de los errores estándar de las variables de impacto, lo que interesa para el análisis es la caracterización de la dinámica que siguen las variables a partir de un impacto unitario, hoy, en la variable de choque. Es por esta razón que tan solo se discuten los resultados en este contexto y sobre un horizonte de un año.

Gráfico 4A
Impulso Respuesta - choque en SALM

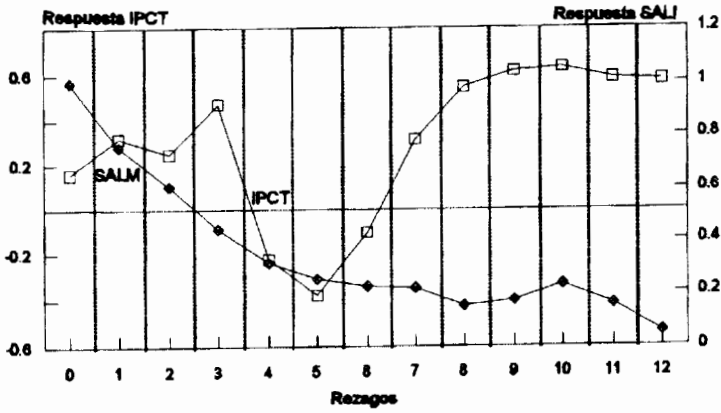
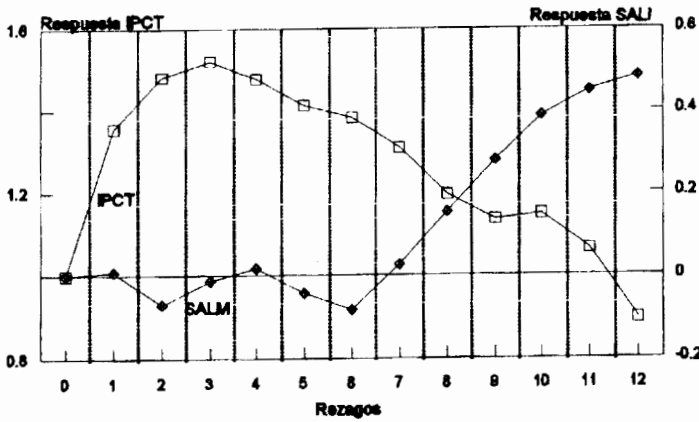


Gráfico 4B
Impulso Respuesta - choque en IPCT



III Conclusiones

Los propósitos de este trabajo fueron, primero, evaluar la existencia de relaciones de causalidad entre algunos indicadores mensuales de precios y salarios¹² para el período comprendido entre enero de 1982 y marzo de 1994 y segundo, mostrar cómo algunos métodos basados en esquemas de corto plazo pueden conducir a conclusiones erróneas, sobre el sentido de la relación de causalidad, cuando se dejan de considerar las posibles relaciones de largo plazo que existen entre las variables de estudio.

El análisis de las relaciones de causalidad se inicia utilizando pruebas asociadas con modelos y métodos que se basan en mecanismos de corto plazo. En primera instancia, se consideró la prueba de Pierce y Haugh, la cual permite evaluar la causalidad mediante la correlación cruzada de las series generadoras de los precios y los salarios, encontrándose tan sólo causalidad unidireccional de precios a salarios a través del índice de precios al consumidor básico y del índice de salario industrial sin trilla de café.

Como segundo método, en el esquema de corto plazo, se utilizaron las pruebas tradicionales de Granger, las cuales se derivan de las estimaciones de modelos de vectores autorregresivos sobre las series de cambios mensuales de las variaciones anuales¹³ de los salarios y los precios. Los resultados permitieron concluir que existe una relación de causalidad bidireccional entre el índice de precios al consumidor total nacional y el salario mínimo legal¹⁴, así como también, una relación unidireccional del salario mínimo legal al indicador de precios básicos; al considerar el salario industrial no se encuentra evidencia alguna sobre relaciones de causalidad.

Con el fin de garantizar la validez de los resultados de corto plazo, se evaluó la presencia de tendencias estocásticas comunes¹⁵ entre las series de salarios y precios. Utilizando, para este propósito, las pruebas de cointegración en sistemas de ecuaciones sugeridas por Johansen (1988), se encontró que existían relaciones de largo plazo estables entre el índice del salario industrial y todos los indicadores de precios y entre el salario mínimo legal y el

¹² Como variables de precios se consideraron: el índice de precios al consumidor total nacional, el índice de precios al consumidor total nacional sin alimentos y el índice de precios básico; y de salarios: el índice de salario industrial sin trilla de café y el salario mínimo legal.

¹³ Las series fueron transformadas mediante la función logaritmo y se utilizaron sobre estas diferenciaciones de orden doce y uno, respectivamente.

¹⁴ Es de señalar, que el resultado de causalidad bidireccional discrepa del encontrado por Montenegro (1994).

¹⁵ La tendencia estocástica común se entiende como la inexistencia de fuerzas o factores económicos que en el largo plazo produzcan divergencias en las conductas de las series bajo análisis. Es decir, en este caso, el comportamiento conjunto de los crecimientos de salarios y precios se mantendrá estable, ya que existe una ley que lo gobierna y que garantiza que cualquier discrepancia o desequilibrio en el corto plazo será corregida.

índice de precios al consumidor. La existencia de dicha relación de largo plazo¹⁶ invalida las pruebas de causalidad derivadas en el esquema de corto plazo.

Los resultados de las pruebas de causalidad de Granger, llevadas a cabo considerando las restricciones de largo plazo, permitieron concluir que existen *relaciones bivariadas o de retroalimentación entre el índice del salario industrial y los indicadores de precios al consumidor total nacional y básico*; como también, *entre el salario mínimo legal y el indicador de precios al consumidor total nacional y una relación unidireccional que va del índice de precios al consumidor sin alimentos al salario industrial sin trilla de café*.

En la medida en que no hubo evidencia para rechazar la hipótesis sobre la existencia de una ley que gobierna en el largo plazo (tan fuerte que impide que las series en el largo plazo se separen de una tendencia común) el comportamiento mensual de los crecimientos anuales de salarios y precios, se evaluó el efecto que tendría sobre las series un año después, el golpear unitariamente una de las variables hoy.

Los resultados en este contexto mostraron que un impacto de 1% hoy en *salarios industriales* produce una respuesta diferencial en precios un año después de: 0.3% en *precios al consumidor total* y 0.08% en promedio para los *precios al consumidor básicos y sin alimentos*. En el caso del salario mínimo el resultado fue sustancialmente diferente, un choque de 1% hoy en el salario se traduce en 0.6% en precios un año después.

Es importante señalar que si las únicas pruebas utilizadas en este trabajo hubiesen sido las del esquema de corto plazo, en lugar de aquellas que se preocupan por introducir convenientemente las relaciones de largo plazo, las conclusiones sobre la existencia y el sentido de la causalidad habrían cambiado significativamente.

De hecho, la existencia de relaciones de largo plazo entre las variables¹⁷ pone de manifiesto la necesidad de escoger métodos y estrategias de análisis más amplios que garanticen que las propiedades estocásticas de las series y sus posibles relaciones se preserven.

Por último, resulta conveniente llamar la atención sobre las limitaciones que tiene el análisis de cointegración uniecuacional y las estimaciones de modelos de vectores autorregresivos en sistemas donde las variables están sujetas a restricciones de largo plazo.

En el primer caso, la existencia de más de un vector de cointegración y/o la imposibilidad de incorporar todos los posibles desequilibrios de largo plazo, de las otras variables

¹⁶ Es importante enfatizar que la existencia de una relación de largo plazo estable implica la de una relación contemporánea.

¹⁷ En la medida en que se emplea una representación de vectores autorregresivos que permite evaluar su existencia e incorporarla adecuadamente.

involucradas en el vector de cointegración, introducen perturbaciones que podrían tener serios costos¹⁸.

En el segundo, el desconocer la presencia de relaciones de largo plazo tiene efectos nocivos en la evaluación de relaciones de causalidad; en general, pérdida de potencia de las pruebas de significancia sobre los parámetros cuando las muestras son pequeñas, dado que las estimaciones de los parámetros de la representación VAR y sus matrices de varianza covarianza son insesgadas y consistentes tan solo asintóticamente, es decir, en muestras grandes. A pesar de que los pronósticos de corto plazo son similares a los obtenidos bajo la inclusión de la restricción de largo plazo, el desempeño en el largo plazo es superior en muestras pequeñas, si se imponen las restricciones de tendencia estocástica común¹⁹.

Bibliografía

Engle, R. y Yoo, B. (1987): "Forecasting and Testing in Cointegrated Systems", *Journal of Econometrics*, Vol. 35.

Engle, R. y Granger, C. (1987): "Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing" *Econometrica*, Vol. 55.

Hansen, H. y Johansen, S. (1992): "Recursive Estimation in Cointegrated VAR Models", Mimeo Institute of Economics and Mathematical Statistics of University of Copenhagen.

Johansen, S. (1988): "Statistical Analysis of Cointegration Vectors", *Long-Run Economic Relationships*, Oxford University Press (Engle-Granger Editors).

Judge, G. et al. (1988): *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*, John Wiley, Second Edition.

Lutkepohl, H. (1991): *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer-Verlag, First Edition.

Lutkepohl, H. y Reimers, H. (1992): "Impulse Response Analysis of Cointegrated Systems", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 16.

Montenegro, A. (1989): "Inversión y PNB: Relaciones de Causalidad", en *Desarrollo y Sociedad*, Vol. 24.

Montenegro, A. (1994): "El Salario Mínimo y la Inflación", en Documento CEDE 095.

Pierce, D. y Haugh, L. (1977): "Causality in Temporal System: Characterization and Survey", *Special Studies Papers Federal Reserve Board*.

Osterwald-Lenum, M. (1992): "A Note with Fractiles of the Asymptotic Distribution of the Maximun Likelihood Cointegration Rank Test Statistics: Four Cases", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*.

¹⁸ Los resultados de las pruebas de cointegración uniecuacionales permiten concluir que existen tan solo 2 de las 4 relaciones de cointegración encontradas. Además, en el caso del salario mínimo señalan que éste no está cointegrado, cuando en las pruebas bajo restricciones de largo plazo, el salario mínimo está cointegrado con el índice de precios al consumidor total nacional.

¹⁹ Véase Engle y Yoo (1987) y Reinsel y Ahn (1988) citados en Lutkepohl (1992).

Anexo 1¹

1.

$$\begin{bmatrix} \nabla \text{IPCT}_t^* \\ \nabla \text{SALI}_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla y_{1t} \\ \nabla y_{2t} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \nabla y_{1t} \\ \nabla y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0023 \\ 0.0104 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.354 & 0.0147 \\ 0.0456 & -0.171 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla y_{1t-1} \\ \nabla y_{2t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0229 & -0.0305 \\ -0.1054 & 0.1403 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-2} \\ y_{2t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{1t} \\ V_{2t} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\Sigma_v = \begin{bmatrix} 7.86\text{E-}5 & 8.64\text{E-}6 \\ 8.64\text{E-}6 & 1.99\text{E-}4 \end{bmatrix}; \quad \Sigma_D = \begin{bmatrix} 0.081 & 0.054 \\ 0.129 & 0.086 \end{bmatrix}; \quad \Sigma_\pi = \begin{bmatrix} 0.019 & 0.026 \\ 0.031 & 0.041 \end{bmatrix}$$

2.

$$\begin{bmatrix} \nabla \text{IPSA}_t^* \\ \nabla \text{SALI}_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla y_{1t} \\ \nabla y_{2t} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \nabla y_{1t} \\ \nabla y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0002 \\ 0.0233 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.2194 & 0.0099 \\ 0.4721 & -0.2252 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla y_{1t-1} \\ \nabla y_{2t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0005 & -0.0007 \\ -0.1561 & 0.2364 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-2} \\ y_{2t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{1t} \\ V_{2t} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\Sigma_v = \begin{bmatrix} 2.42\text{E-}5 & 5.53\text{E-}6 \\ 5.53\text{E-}6 & 1.874\text{E-}5 \end{bmatrix}; \quad \Sigma_D = \begin{bmatrix} 0.084 & 0.031 \\ 0.236 & 0.086 \end{bmatrix}; \quad \Sigma_\pi = \begin{bmatrix} 0.014 & 0.021 \\ 0.038 & 0.057 \end{bmatrix}$$

3.

$$\begin{bmatrix} \nabla \text{IPCC}_t^* \\ \nabla \text{SALI}_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla y_{1t} \\ \nabla y_{2t} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \nabla y_{1t} \\ \nabla y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0015 \\ 0.0271 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1456 & 0.0071 \\ 0.5845 & -0.2140 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla y_{1t-1} \\ \nabla y_{2t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0108 & -0.0164 \\ -0.1645 & 0.2505 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-2} \\ y_{2t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{1t} \\ V_{2t} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\Sigma_v = \begin{bmatrix} 1.37\text{E-}5 & 5.33\text{E-}6 \\ 5.33\text{E-}6 & 1.83\text{E-}5 \end{bmatrix}; \quad \Sigma_D = \begin{bmatrix} 0.052 & 0.023 \\ 0.190 & 0.085 \end{bmatrix}; \quad \Sigma_\pi = \begin{bmatrix} 0.011 & 0.017 \\ 0.040 & 0.061 \end{bmatrix}$$

4.

$$\begin{bmatrix} \nabla \text{IPCC}_t^* \\ \nabla \text{SALM}_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla y_{1t} \\ \nabla y_{2t} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \nabla y_{1t} \\ \nabla y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0074 \\ 0.0248 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.3553 & 0.0955 \\ 0.0080 & -0.2485 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla y_{1t-1} \\ \nabla y_{2t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0015 & -0.0994 \\ -0.0810 & -0.2009 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla y_{1t-2} \\ \nabla y_{2t-2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.0009 & 0.2390 \\ 0.0659 & -0.2422 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla y_{1t-3} \\ \nabla y_{2t-3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.754 & -0.6984 \\ 0.0196 & -0.2826 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla y_{1t-4} \\ \nabla y_{2t-4} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.0061 & -0.0493 \\ -0.0735 & -0.1971 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla y_{1t-5} \\ \nabla y_{2t-5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.572 & 0.2534 \\ -0.0356 & -0.2475 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla y_{1t-6} \\ \nabla y_{2t-6} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -0.193 & 0.3172 \\ 0.1158 & -0.1867 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla y_{1t-7} \\ \nabla y_{2t-7} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0318 & -0.0667 \\ -0.1044 & 0.2193 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-8} \\ y_{2t-8} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} V_{1t} \\ V_{2t} \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_v = \begin{bmatrix} 5.99\text{E-}6 & 3.92\text{E-}6 \\ 3.92\text{E-}6 & 2.41\text{E-}6 \end{bmatrix}; \Sigma_\pi = \begin{bmatrix} 0.031 & 0.065 \\ 0.020 & 0.041 \end{bmatrix}; \Sigma_{D1} = \begin{bmatrix} 0.088 & 0.141 \\ 0.056 & 0.089 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_{D2} = \begin{bmatrix} 0.094 & 0.142 \\ 0.059 & 0.090 \end{bmatrix}; \Sigma_{D3} = \begin{bmatrix} 0.094 & 0.157 \\ 0.059 & 0.099 \end{bmatrix}; \Sigma_{D4} = \begin{bmatrix} 0.085 & 0.156 \\ 0.054 & 0.099 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_{D5} = \begin{bmatrix} 0.083 & 0.170 \\ 0.053 & 0.108 \end{bmatrix}; \Sigma_{D6} = \begin{bmatrix} 0.083 & 0.166 \\ 0.052 & 0.105 \end{bmatrix}; \Sigma_{D7} = \begin{bmatrix} 0.079 & 0.166 \\ 0.050 & 0.105 \end{bmatrix}$$

1/ Las variables acompañadas de * son variaciones anuales Σ_π y Σ_{D1} son las matrices de errores standar asociadas a los coeficientes del sistema