



## REPORTE DE ESTABILIDAD FINANCIERA

---

Marzo de 2008

El problema de incentivos entre las AFP y los afiliados al sistema privado de pensiones

Yanneth Rocío Betancourt G.

## *El problema de incentivos entre las AFP y los Afiliados al sistema privado de pensiones<sup>1</sup>.*

**Yanneth Rocío Betancourt G.<sup>2</sup>**

### **I. Introducción**

Las discusiones recientes con respecto al régimen de pensiones de ahorro individual<sup>3</sup> se han centrado en la conveniencia o no del actual sistema de comisiones, el cual corresponde a un porcentaje fijo sobre los aportes de los afiliados realizados al fondo privado. Un sistema de comisiones adecuado debería garantizar la eficiencia en el manejo de los aportes de los afiliados y la consecuente generación de rendimientos coherentes con los objetivos de los futuros pensionados. De esta forma, el correcto entendimiento de la relación entre los afiliados y las administradoras de los fondos de pensiones es crucial para la determinación del contrato adecuado y el funcionamiento exitoso del sistema.

Bajo este esquema pensional, los afiliados a los fondos de pensiones delegan el manejo de sus aportes (ahorros) a una empresa administradora (AFP), usualmente privada, esperando de ella una buena gestión y unos resultados que le garanticen una pensión acorde con sus ahorros, en contraprestación de una comisión. El afiliado, de esta forma, espera que la administradora del fondo haga el esfuerzo necesario para que sus ahorros sean invertidos eficientemente y tengan un rendimiento adecuado que le garantice una pensión decente. Sin embargo, dado que el afiliado no puede observar ni verificar directamente el desempeño de la AFP y dado que la comisión no depende de los resultados obtenidos por ésta, se puede presentar un comportamiento oportunístico por parte de la administradora quien tiene mayor información y control total sobre el esfuerzo ejercido.

---

<sup>1</sup> Una versión más completa de este documento será publicada próximamente en la serie Borradores de Economía del Banco de la República.

<sup>2</sup> Investigadora Asociada a la Gerencia Técnica, Banco de la República. E-mail: [ybetanga@banrep.gov.co](mailto:ybetanga@banrep.gov.co).

<sup>3</sup> En el esquema de capitalización o de ahorro individual la pensión de cada afiliado corresponde a las cotizaciones hechas durante su vida laboral a una cuenta individual junto con los respectivos rendimientos financieros acumulados durante dicho período,

De esta forma, los intereses de la administradora pueden divergir de los intereses de los afiliados, en la medida en que la primera recibe una compensación por su trabajo independiente de los resultados mientras que lo más importante para los afiliados son los resultados en términos de la rentabilidad de sus ahorros. El problema consiste, entonces, en establecer el contrato adecuado que garantice la participación de la AFP y que haga compatibles los incentivos de ésta con los de los afiliados para así alcanzar el objetivo del sistema pensional. Es así como la relación entre las AFP y los afiliados a los fondos privados de pensiones debería ser analizada desde la teoría de los incentivos, en la medida en que existe información privilegiada por parte de las AFP que conduce a un problema de Riesgo Moral.

Este tipo de problema de información surge una vez los afiliados han escogido la AFP y el contrato ha sido firmado, de tal forma que la AFP puede manipular su comportamiento para alcanzar sus propios objetivos sin que los afiliados tengan forma de controlar las acciones de la AFP<sup>4</sup>. Bajo Riesgo Moral el comportamiento de la AFP se define en términos del esfuerzo necesario que tiene que hacer para cumplir eficientemente con la actividad delegada y generar así el rendimiento óptimo para los ahorros de los futuros pensionados. Este problema de incentivos puede ser resuelto mediante un contrato que incentive al agente a comportarse de tal forma que cumpla el objetivo del principal.

El primer paso para analizar la relación entre los afiliados y la AFP bajo la existencia de Riesgo Moral es la definición del contrato óptimo bajo información completa (*first best*). En este caso el nivel de esfuerzo puede ser directamente incluido en el contrato dado que es observable y verificable, de tal forma que si la AFP no realiza el esfuerzo deseado, los afiliados se darán cuenta y ésta será penalizada. El segundo paso del análisis consiste en

---

<sup>4</sup> Otro tipo de problema de información puede surgir cuando la información privilegiada por parte de las AFP se tiene antes de firmar el contrato, de tal forma que al momento de elegir la AFP los afiliados no tengan la información completa y no puedan diferenciar entre ellas. Este problema de selección adversa, se debería analizar si lo que se busca es determinar el mecanismo adecuado de selección de la AFP por parte de los afiliados, pero no el contrato que debe prevalecer una vez la AFP ha sido elegida. El problema de incentivos también podría ser analizado desde la perspectiva del portafolio delegado, según la cual el principal escoge el porcentaje de su portafolio que desea invertir en cada uno de los activos disponibles en el mercado. Sin embargo, este análisis haría aún más restringido el problema ya que no solo se buscaría que el agente haga el mayor esfuerzo para generar la rentabilidad deseada por el principal, sino que además la debe obtener invirtiendo de acuerdo con el portafolio seleccionado por el principal.

encontrar el mejor contrato bajo información incompleta (*second best*). Esto es cuando la acción o esfuerzo de la AFP no es observable directamente por los afiliados, de tal forma que el contrato debe estar basado en algo que esté relacionado con el esfuerzo y que se pueda verificar, como son los resultados en términos de rentabilidad. En este caso, el contrato debe asegurar la participación de la AFP y debe hacer compatibles los incentivos de la AFP con aquellos de los afiliados.

A continuación se desarrollará el modelo básico de Riesgo Moral<sup>5</sup> aplicado a la relación entre los afiliados al sistema privado de pensiones y las AFP, teniendo en cuenta los dos escenarios anteriores para finalmente comparar el contrato óptimo bajo información incompleta con el contrato vigente actualmente en Colombia.

## **II. El Modelo de Incentivos**

Los modelos de información parten de identificar quien es el principal y quien el agente de la relación. El principal es aquel que delega una actividad a otro individuo dado que tiene una restricción de tiempo o de conocimiento para realizarla él mismo, mientras que el agente es aquel que lleva a cabo la acción delegada y quien tiene por tanto más información al respecto. En nuestro caso particular, los afiliados al sistema privado de pensiones son el *principal* de la relación, quienes al no poder administrar directamente sus aportes para la pensión, ya sea por cuestiones de regulación o por falta de conocimiento, tienen que delegar dicha actividad a un *agente* (la administradora del fondo de pensiones) quien tiene mayor experiencia y por tanto información privilegiada con respecto a dicha actividad.

Esta información privilegiada por parte del agente le permite tener un comportamiento oportunístico en busca de sus propios intereses los cuales suelen ser diferentes a los intereses del principal. En el caso particular de delegación del manejo de los ahorros pensionales, el interés del agente (al ser una empresa privada) es maximizar su propio beneficio, mientras que el interés del principal es maximizar su futura pensión mediante el

---

<sup>5</sup> Ver: Laffont, J.J. and D. Martimort (2002). "The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model". Princeton University Press.

manejo eficiente de sus ahorros. Esto significa que el agente debería buscar la mejor inversión de los ahorros del principal, de tal forma que le garantice la máxima rentabilidad teniendo en cuenta el riesgo que estaría dispuesto a enfrentar, haciendo su máximo esfuerzo en términos de conocimiento y asignación de personal capacitado. El contrato establecido debería entonces tener en cuenta el esfuerzo realizado por el agente, de tal forma que el pago o compensación que se le reconozca dependa de los resultados de dicho esfuerzo. En la medida en que se le dé al agente un pago fijo que no dependa del nivel de esfuerzo ni de los resultados de éste, el agente tendrá incentivos para alejarse del objetivo del principal.

### A. Supuestos

Suponemos un modelo estático de un período, en el cual el principal (afiliado) inicia el período con un ahorro total  $\theta w$ <sup>6</sup> que delega al agente (AFP) para su administración a cambio de un pago o comisión. La estructura de comisiones se supone no lineal, de tal forma que está compuesta por una parte fija que cubre los costos fijos en los que incurre el agente, y por una parte variable que compense el esfuerzo que hace el agente para alcanzar la rentabilidad deseada por el principal<sup>7</sup>. Dado que el esfuerzo se ve reflejado en la rentabilidad generada por el agente, entonces la comisión variable debería ser una función de dicha rentabilidad.

Por simplicidad suponemos que existen solamente dos niveles de esfuerzo por parte del agente. Un nivel positivo  $e=1$ , el cual implica una desutilidad para el agente igual a  $\psi(e=1)=\psi$ , y un nivel nulo de esfuerzo  $e=0$ , el cual tiene cero desutilidad  $\psi(e=0)=0$ . Así mismo, suponemos que la rentabilidad del portafolio es estocástica ( $\tilde{r}$ ), y que se pueden presentar dos posibilidades: una rentabilidad alta  $\tilde{r} = \bar{r}$  y una rentabilidad baja  $\tilde{r} = \underline{r}$ , donde  $\bar{r} > \underline{r}$  y  $\underline{r} \geq 0$ . Adicionalmente, las condiciones del mercado pueden no

---

<sup>6</sup> El principal ahorra una fracción constante  $\theta$  de su ingreso laboral  $w$  a lo largo de su vida productiva.

<sup>7</sup> Además del costo incurrido por hacer esfuerzo (en términos de capacitación y asignación de recursos especializados en el proceso de inversión del portafolio), la AFP tiene que cubrir otro tipo de costos como los costos de publicidad y los costos administrativos que no tienen que ver directamente con la consecución de la rentabilidad del portafolio. Estos costos se pueden denominar fijos dado que son independientes del nivel de esfuerzo y de la rentabilidad.

favorecer el esfuerzo de la AFP y afectar los retornos del portafolio, de tal forma que la rentabilidad puede ser baja a pesar de que la AFP haga esfuerzo o alta sin hacer esfuerzo alguno. Entonces, tendremos que con probabilidad  $\pi_1$  la rentabilidad del portafolio será alta si la AFP hace esfuerzo y con probabilidad  $(1-\pi_1)$  dicha rentabilidad será baja a pesar del esfuerzo realizado por el agente, así:

$$\begin{aligned}\Pr(\tilde{r} = \bar{r} / e = 1) &= \pi_1 \\ \Pr(\tilde{r} = \underline{r} / e = 1) &= (1-\pi_1)\end{aligned}$$

Lo mismo tenemos si la AFP no hace ningún esfuerzo:

$$\begin{aligned}\Pr(\tilde{r} = \bar{r} / e = 0) &= \pi_0 \\ \Pr(\tilde{r} = \underline{r} / e = 0) &= (1-\pi_0)\end{aligned}$$

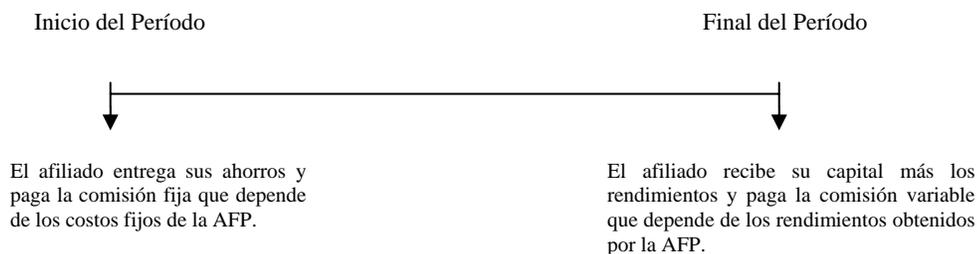
Dado que una rentabilidad alta ( $\bar{r}$ ) es mas probable de conseguir cuando la AFP hace esfuerzo ( $e=1$ ) que cuando no lo hace ( $e=0$ ), entonces tenemos que  $\pi_1 > \pi_0$  y que  $(1-\pi_1) < (1-\pi_0)$ . Esto significa que el esfuerzo mejora la rentabilidad del portafolio en el sentido de *dominancia estocástica de primer orden*, de tal forma que el principal, quien está interesado en conseguir una rentabilidad alta, prefiera la distribución estocástica de la rentabilidad inducida por un esfuerzo positivo que la inducida por un esfuerzo nulo.

De esta forma, al inicio del período el principal debe asegurarse de conseguir su objetivo, en términos de rentabilidad del portafolio, mediante la firma de un contrato con el agente en el cual asegure su participación y se hagan compatibles los incentivos de ambas partes. El afiliado debe entonces pagar una comisión en dos partes, una comisión fija  $t_0$  que cubra todos aquellos costos que no están relacionados con el nivel de esfuerzo del agente, y una comisión variable que dependa de los resultados del esfuerzo, es decir de la rentabilidad obtenida  $t(\tilde{r})$ . Se supone que la comisión fija se paga al inicio del período<sup>8</sup>, de tal forma

---

<sup>8</sup> Este supuesto se hace para hacerlo compatible con la realidad, donde los afiliados pagan la comisión por adelantado.

que son los ahorros netos de esta comisión los que se delegan a la AFP para su administración. Al final del período, una vez se han obtenido los resultados de la gestión de la AFP, el afiliado le paga la comisión variable dependiendo de la rentabilidad obtenida, así:  $\bar{t} = t(\bar{r})$  o  $\underline{t} = t(\underline{r})$ . Tenemos entonces el siguiente timing del problema:



Donde los ahorros netos de la comisión fija son dados por:  $S = \theta w - t_0$ , y los ingresos futuros de los afiliados netos de la comisión variable son:  $W = (1 + \tilde{r})[\theta w - t_0] - t(\tilde{r})$ . Finalmente, suponemos neutralidad al riesgo por parte del afiliado, en la medida en que para cualquier nivel dado de riesgo del portafolio el afiliado prefiere una rentabilidad alta a una baja. De esta forma, el problema del principal consistirá en encontrar el contrato óptimo que le garantice la maximización de sus ingresos futuros netos de las comisiones y que asegure la realización de esfuerzo por parte de la AFP.

Sin embargo, para garantizar la participación del agente en el contrato e incentivarlo a hacer esfuerzo, debemos tener en cuenta que éste enfrenta un riesgo en la medida en que su comisión variable depende de la rentabilidad obtenida, la cual no necesariamente depende del esfuerzo que haga sino de las condiciones del mercado. Esto implica que el agente es adverso al riesgo con respecto a la comisión variable pero no así de la comisión fija, la cual recibe independientemente de su esfuerzo o de la rentabilidad. De esta manera, se supone

que la utilidad de la AFP es separable entre la comisión fija, la comisión variable y el esfuerzo<sup>9</sup>, así:

$$U(t_0, t(\tilde{r}), \psi) = v(t_0) + u(t(\tilde{r})) - \psi(e)$$

Donde:  $u(\cdot)$  es una función creciente y cóncava ( $u' > 0$ ,  $u'' < 0$ ),  $v(t_0) = t_0$  dada la neutralidad al riesgo con respecto a la comisión fija y  $\psi(e) = \begin{cases} \psi & \text{para } e = 1 \\ 0 & \text{para } e = 0 \end{cases}$ .

Finalmente, suponemos que la utilidad de reserva del agente es cero. Así que su restricción de participación será tal que los beneficios de participar en el contrato sean mayores o iguales que los costos fijos. De esta forma, dependiendo si el agente hace o no hace esfuerzo tenemos las siguientes restricciones de participación:

Si hace esfuerzo ( $e = 1$ ):

$$\pi_1 U(t_0, t(\bar{r}), \psi) + (1 - \pi_1) U(t_0, t(\underline{r}), \psi) \geq CF$$

Si el esfuerzo es nulo ( $e = 0$ ):

$$\pi_0 U(t_0, t(\bar{r})) + (1 - \pi_0) U(t_0, t(\underline{r})) \geq CF$$

El contrato óptimo dependerá entonces de si hay o no información completa acerca del esfuerzo realizado por el agente para obtener la rentabilidad deseada por el afiliado.

### **B. Información Completa:**

Cuando hay información perfecta sobre el esfuerzo realizado por el agente, la única restricción que tiene en cuenta el principal es la de participación, ya que el agente puede ser forzado a ejercer el nivel de esfuerzo deseado por el principal. El problema del afiliado será

---

<sup>9</sup> Este supuesto de separabilidad es usual en los modelos básicos de Riesgo Moral dada la facilidad en el análisis. Sin embargo, una extensión puede ser hecha para funciones quasi-separables o No-separables.

entonces la maximización de los ingresos futuros de sus ahorros netos sujeto a la restricción de participación del agente cuando hace esfuerzo:

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & E(W) = \pi_1 [(1+\bar{r})[\theta w - t_0] - \bar{t}] + (1-\pi_1) [(1+\underline{r})[\theta w - t_0] - \underline{t}] \\ t_0, \bar{t}, \underline{t} & \text{s.a. } \pi_1 U(t_0, \bar{t}, \psi) + (1-\pi_1) U(t_0, \underline{t}, \psi) \geq CF \end{array}$$

Dadas las características de la función de utilidad del agente, la restricción de participación se puede reescribir como:

$$t_0 + \pi_1 (u(\bar{t})) + (1-\pi_1)(u(\underline{t})) - \psi - CF \geq 0$$

El Lagrangiano del problema y las condiciones de primer orden son dados por:

$$L = \pi_1 [(1+\bar{r})[\theta w - t_0] - \bar{t}] + (1-\pi_1) [(1+\underline{r})[\theta w - t_0] - \underline{t}] + \lambda [t_0 + \pi_1 (u(\bar{t})) + (1-\pi_1)(u(\underline{t})) - \psi - CF]$$

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{t}} = -\pi_1 + \lambda \pi_1 u'(\bar{t}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \underline{t}} = -(1-\pi_1) + \lambda (1-\pi_1) u'(\underline{t}) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t_0} = -\pi_1 (1+\bar{r}) - (1-\pi_1)(1+\underline{r}) + \lambda t_0 = 0 \quad (3)$$

De (1) y (2) tenemos que:  $\lambda = \frac{1}{u'(\underline{t})} = \frac{1}{u'(\bar{t})}$ , donde  $\lambda$  es el multiplicador de Lagrange y

las tarifas o comisiones variables son tales que:  $u'(\bar{t}) = u'(\underline{t})$ . Esto implica que  $t^* = \bar{t}^* = \underline{t}^*$ , así que la comisión variable es independiente de los resultados en términos de rentabilidad, ya que el principal está seguro que el agente hizo el esfuerzo necesario para conseguir la rentabilidad alta pero por condiciones externas no lo logro. De esta forma, la AFP está asegurada completamente por parte del principal, ya que independientemente de

las condiciones del mercado el agente será compensado por el esfuerzo que haga. Esto se da porque el principal puede observar y verificar el esfuerzo realizado por el agente.

Reemplazando las tarifas óptimas  $t^* = \bar{t}^* = \underline{t}^*$  en la restricción de participación, tenemos que ésta se cumpla con igualdad si las fuentes de utilidad, la comisión fija y la variable, cubren totalmente la desutilidad del esfuerzo y los costos en los que incurre la AFP:

$$t_0 + u(t^*) = CF + \psi \quad (4)$$

Dado que la comisión fija es un pago que se le hace a la AFP independientemente del esfuerzo realizado por ésta, entonces dicho pago debe ser tal que cubra totalmente todos los costos fijos, así que  $t_0^* = CF$ . Por su parte, la comisión variable, al ser un pago que se le da a la AFP con el fin de inducirla a hacer el esfuerzo necesario para alcanzar la rentabilidad deseada por los afiliados, entonces debe compensar totalmente a la AFP por dicho esfuerzo. De esta forma, la utilidad generada por dicha comisión debe ser igual a la desutilidad del esfuerzo,  $u(t^*) = \psi$ . Así, con información completa el principal establece una comisión variable dada por  $t^* = h(\psi)$ , donde  $h$  es la función inversa de la utilidad del agente ( $h = u^{-1}$ ).

Finalmente, el nivel óptimo de esfuerzo que debe ser inducido por el afiliado será aquel que le genere el mayor beneficio esperado. Si el afiliado decide implementar, por parte de la AFP, un nivel positivo de esfuerzo ( $e = 1$ ), el costo para el correspondiente al pago que se le haga a la AFP por dicho esfuerzo, así:  $C^{FB} = h(\psi)$ <sup>10</sup>. El beneficio esperado de inducir esfuerzo será entonces:

$$V_{e=1} = \pi_1 \bar{S} + (1 - \pi_1) \underline{S} - h(\psi)$$

---

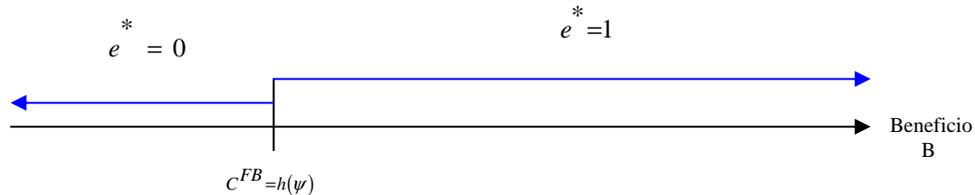
<sup>10</sup> Este costo corresponde al pago esperado que el principal le da al agente:  $C^{FB} = \pi_1 \bar{t}^* + (1 - \pi_1) \underline{t}^*$  donde  $\bar{t}^* = \underline{t}^*$ .

Donde:  $\bar{S} = [(1 + \bar{r})[\theta w - t_0]]$  y  $\underline{S} = [(1 + \underline{r})[\theta w - t_0]]$ .

Por su parte, si el afiliado decide no inducir esfuerzo ( $e = 0$ ), entonces cualquiera que sea la realización de la rentabilidad del portafolio, el principal solo le paga al agente la comisión fija  $t_0$ , y no incurre en ningún costo adicional. El beneficio esperado para el afiliado de no inducir ningún esfuerzo es:

$$V_{e=0} = \pi_0 \bar{S} + (1 - \pi_0) \underline{S}$$

De esta forma, inducir un esfuerzo positivo será la decisión óptima para el afiliado si  $V_{e=1} \geq V_{e=0}$ , lo cual se da cuando:  $(\pi_1 - \pi_0)(\bar{S} - \underline{S}) \geq h(\psi)$ . Entonces el principal preferirá inducir esfuerzo en la medida en que la ganancia de incrementar el esfuerzo de  $e = 0$  a  $e = 1$  es mayor que el costo en el que incurre el principal por inducir al agente a hacer dicho esfuerzo  $C^{FB} = h(\psi)$ . Donde  $(\pi_1 - \pi_0)(\bar{S} - \underline{S})$  captura la ganancia del principal de inducir esfuerzo, la cual viene del hecho que el retorno  $\bar{S}$  surge con mayor probabilidad si el agente hace esfuerzo positivo. Si se denota la ganancia como  $B = \Delta\pi\Delta S$ , entonces el nivel de esfuerzo óptimo de primer mejor será  $e^* = 1$  si y solo si  $B \geq C^{FB}$ . Gráficamente:



Dado que  $\bar{r} > \underline{r}$ , entonces  $\bar{S} > \underline{S}$ , lo que implica que el ingreso para el afiliado de un retorno alto es mayor que el de tener un retorno bajo. Por eso los ingresos del afiliado son crecientes en el rendimiento de su portafolio, y preferirá la distribución estocástica de los rendimientos que es inducida por un nivel de esfuerzo positivo a la distribución inducida por un esfuerzo nulo, para un mismo nivel de riesgo del portafolio. De esta forma, el contrato con información completa asegura que la AFP haga el esfuerzo necesario que le asegure al afiliado la rentabilidad alta deseada mediante el pago de una tarifa variable que

compense el esfuerzo y una tarifa fija que cubra los costos independientes de dicho esfuerzo.

### **C. Información Incompleta:**

En este caso la acción del agente no es observable directamente por el principal. Así que el nivel de esfuerzo realizado por la AFP para obtener el rendimiento alto del portafolio no es controlable ni verificable por el afiliado. Dado que el agente tiene información privilegiada acerca del esfuerzo que realiza, el principal enfrenta un problema de “Riesgo Moral”.

Bajo este contexto de información incompleta, el contrato que debe ofrecer el afiliado debe estar basado sobre aquello que sea observable y que esté relacionado de alguna manera con el esfuerzo realizado por la AFP. Dado que la rentabilidad del portafolio se puede verificar y depende de dicho esfuerzo, el principal le pagará al agente una comisión variable dependiendo de los resultados obtenidos en términos de la rentabilidad,  $t(\tilde{r})$ . Por otra parte, dado que se supone que el problema de información es solo con respecto al esfuerzo que hace la AFP, y no con respecto a los costos fijos (independientes del esfuerzo) en que incurre ésta, el afiliado puede determinar la comisión fija del primer mejor:  $t_0^* = CF$ .

De esta manera, el problema del afiliado es determinar la comisión variable que le debe pagar a la AFP, tal que maximice los ingresos futuros de sus ahorros teniendo en cuenta no solo la restricción de participación, que asegura que la AFP esté interesada en participar en el contrato, sino la restricción de compatibilidad de incentivos, la cual asegura que el agente prefiera hacer esfuerzo a no hacerlo. Esta restricción consiste en comparar la utilidad que tendría el agente cuando hace esfuerzo con aquella que consigue si no lo hace:

$$\pi_1 U(t_0, \bar{t}, \psi) + (1 - \pi_1) U(t_0, \underline{t}, \psi) \geq \pi_0 U(t_0, \bar{t}) + (1 - \pi_0) U(t_0, \underline{t})$$

El problema del principal con información incompleta es el siguiente:

$$\begin{aligned}
\text{Max} \quad & E(W) = \pi_1 [(1+\bar{r})[\theta w - t_0] - \bar{t}] + (1-\pi_1) [(1+\underline{r})[\theta w - t_0] - \underline{t}] \\
\bar{t}, \underline{t} \quad & \text{s.a.} \quad \pi_1 U(t_0, \bar{t}, \psi) + (1-\pi_1) U(t_0, \underline{t}, \psi) \geq CF \quad (\text{RP}) \\
& \pi_1 U(t_0, \bar{t}, \psi) + (1-\pi_1) U(t_0, \underline{t}, \psi) \geq \pi_0 U(t_0, \bar{t}) + (1-\pi_0) U(t_0, \underline{t}) \quad (\text{RI})
\end{aligned}$$

El Lagrangiano del problema y las condiciones de primer orden son dados por:

$$\begin{aligned}
L = & \pi_1 [(1+\bar{r})[\theta w - t_0] - \bar{t}] + (1-\pi_1) [(1+\underline{r})[\theta w - t_0] - \underline{t}] + \lambda [\pi_1 (u(\bar{t})) + (1-\pi_1)(u(\underline{t})) - \psi] \\
& + \mu [\pi_1 u(\bar{t}) + (1-\pi_1)u(\underline{t}) - \psi - \pi_0 u(\bar{t}) - (1-\pi_0)u(\underline{t})]
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{t}} = -\pi_1 + \lambda \pi_1 u'(\bar{t}) + \mu \pi_1 u'(\bar{t}) - \mu \pi_0 u'(\bar{t}) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \underline{t}} = -(1-\pi_1) + \lambda (1-\pi_1) u'(\underline{t}) + \mu (1-\pi_1) u'(\underline{t}) - \mu (1-\pi_0) u'(\underline{t}) = 0 \quad (6)$$

De (5) y (6) tenemos, respectivamente:

$$\lambda + \frac{\mu(\pi_1 - \pi_0)}{\pi_1} = \frac{1}{u'(\bar{t})} \quad (7)$$

$$\lambda - \frac{\mu(\pi_1 - \pi_0)}{(1-\pi_1)} = \frac{1}{u'(\underline{t})} \quad (8)$$

Multiplicando (7) por  $\pi_1$  y (8) por  $(1-\pi_1)$  y sumando las dos ecuaciones tenemos:

$$\lambda = \frac{\pi_1}{u'(\bar{t})} + \frac{(1-\pi_1)}{u'(\underline{t})} > 0$$

Reemplazando  $\lambda$  en (7) encontramos:

$$\mu = \frac{\pi_1(1-\pi_1)}{(\pi_1 - \pi_0)} \left[ \frac{1}{u'(\bar{t})} - \frac{1}{u'(\underline{t})} \right]$$

y dado que la función de utilidad es cóncava,  $u'(\bar{t}) < u'(\underline{t})$ , entonces el multiplicador de Lagrange de la segunda restricción es positivo,  $\mu > 0$ . Como  $\lambda > 0$  y  $\mu > 0$  entonces las dos restricciones se cumplen con igualdad.

Así, resolviendo ambas restricciones y reemplazando una en la otra obtenemos los siguientes comisionados variables bajo información incompleta:

$$\underline{t}^{SB} = h\left(\psi - \frac{\pi_1}{(\pi_1 - \pi_0)}\psi\right)$$

$$\bar{t}^{SB} = h\left(\psi + \frac{(1 - \pi_1)}{(\pi_1 - \pi_0)}\psi\right)$$

Comparando estas comisiones de segundo mejor con las de primer mejor (bajo información completa) tenemos lo siguiente:

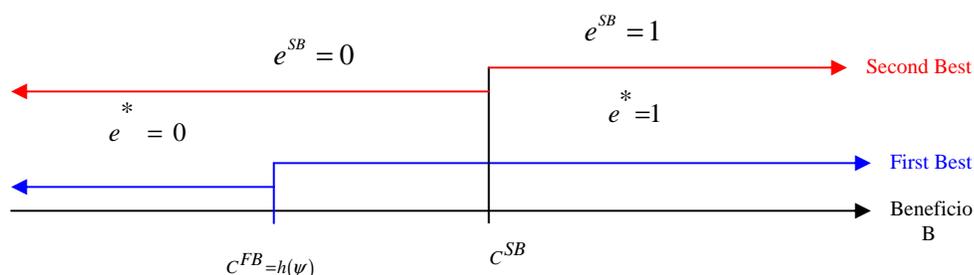
$$\underline{t}^* = h(\psi) > \underline{t}^{SB} = h\left(\psi - \frac{\pi_1}{(\pi_1 - \pi_0)}\psi\right)$$

$$\bar{t}^* = h(\psi) < \bar{t}^{SB} = h\left(\psi + \frac{(1 - \pi_1)}{(\pi_1 - \pi_0)}\psi\right)$$

Esto implica que bajo información incompleta el agente adverso al riesgo no es asegurado completamente, ya que las comisiones variables dependen de los resultados más que del esfuerzo realizado. Es decir que cuando la rentabilidad del portafolio es baja, aunque la AFP haya hecho esfuerzo, el pago será menor que si la rentabilidad es alta y no hizo esfuerzo alguno. Además, para que el agente asuma este riesgo, debe recibir un pago mayor que bajo información completa cuando la rentabilidad es alta. Pero si la rentabilidad obtenida es baja, el afiliado le paga menos a la AFP que bajo información completa, ya que aunque no puede distinguir si dicho resultado es debido a las condiciones del mercado o por

falta de esfuerzo, si sabe que una rentabilidad baja se obtiene con mayor probabilidad cuando el agente no hace esfuerzo alguno.

El costo del principal si decide inducir esfuerzo, bajo el contrato de información imperfecta, corresponde al pago esperado que se le hace al agente:  $C^{SB} = \pi_1 \bar{t}^{SB} + (1 - \pi_1) \underline{t}^{SB}$ . Mientras que el beneficio para el principal de inducir esfuerzo es el mismo que bajo información completa,  $B = \Delta\pi\Delta S$ . Así, inducir un esfuerzo positivo,  $e=1$ , es la decisión óptima del principal si:  $B > C^{SB}$ . Sin embargo, dadas las características de la función de utilidad y por la desigualdad de Jensen el costo bajo riesgo moral es mayor que el costo de primer mejor,  $C^{FB} < C^{SB}$ <sup>11</sup>, lo cual implica que inducir esfuerzo es mas costoso para el principal bajo información incompleta. Gráficamente tenemos:



De lo anterior, se concluye que con riesgo moral el principal le ofrece al agente un contrato  $(t_0, \bar{t}^{SB}, \underline{t}^{SB})$  tal que aunque se induce esfuerzo por parte del agente, hay una subprovisión de éste, ya que inducir esfuerzo ocurre con menos frecuencia que cuando el esfuerzo es observable. Esto se debe a que existe un costo de agencia, el cual corresponde a la pérdida del principal de implementar esfuerzo bajo información incompleta:  $AC = C^{SB} - C^{FB}$ .

<sup>11</sup> De la desigualdad de Jensen y la concavidad de la función de utilidad, tenemos:  $\pi_1 u(\bar{t}^{SB}) + (1 - \pi_1) u(\underline{t}^{SB}) < u(\pi_1 \bar{t}^{SB} + (1 - \pi_1) \underline{t}^{SB})$  lo cual implica que  $h(\psi) < \pi_1 \bar{t}^{SB} + (1 - \pi_1) \underline{t}^{SB}$ , donde  $C^{FB} = h(\psi)$ .

### III. El Caso Colombiano

Aunque en Colombia existe un sistema mixto de pensiones, donde se combina el régimen de prima media con el de capitalización individual, aquí solo nos vamos a enfocar en este último para comparar el contrato actual que tienen los afiliados con su AFP con el contrato de segundo mejor, el cual es el óptimo bajo un escenario de información incompleta con respecto a las acciones de la AFP.

La relación entre la AFP y los afiliados se encuentra regulada por la Superintendencia Financiera, la cual establece el contrato en términos de la rentabilidad mínima exigida a cada AFP y de la comisión pagada por el afiliado a la AFP en contraprestación del manejo de sus ahorros. La regulación además estipula el tipo de activos en los cuales puede invertir la AFP así como el límite máximo de inversión en cada uno. Existe también una exigencia de pensión mínima, la cual debe ser igual a un salario mínimo legal vigente, para lo cual existe un fondo de garantías que se encarga de hacer una redistribución entre aquellos que hacen un aporte alto y aquellos que no pueden ahorrar lo suficiente para alcanzar dicha pensión mínima. Dado que en nuestro contexto teórico el análisis se basa en la estructura de comisiones que hace compatibles los intereses de la AFP con los del afiliado en términos de la rentabilidad deseada, la comparación con el contrato colombiano actual se basará en estos dos aspectos, dejando de lado la composición del portafolio y el tema redistributivo.

En el Régimen de Ahorro Individual Colombiano el aporte de los afiliados es equivalente al 15.5%<sup>12</sup> del ingreso base de cotización (IBC), el cual debe ser mayor o igual al salario mínimo legal mensual vigente. Este aporte se distribuye así: el 11% se destina a la cuenta de ahorro individual, el 3% financia los gastos de administración y las primas para seguros de invalidez y el 1.5% restante se destina al Fondo de Garantía de Pensión Mínima<sup>13</sup>. De esta forma, cada AFP fija libremente el porcentaje de la comisión sobre los aportes de sus

---

<sup>12</sup> Desde enero de 2008 este porcentaje se incrementó a 16.5%. Los empleadores participan obligatoriamente con un 75% sobre la cotización total y los trabajadores con el 25% restante.

<sup>13</sup> La Ley 797 de 2003 establece un nivel mínimo de pensión para los afiliados al RAI, sin embargo cuando el monto total de los ahorros y sus retornos no permite alcanzar ese nivel, se acude a éste fondo común de recursos para financiar a dichos ahorradores.

afiliados, con la restricción de que sumados a la primas de seguros y reaseguros sean equivalentes al 3% del IBC. Esto quiere decir que la comisión que recibe la AFP está estipulada como un porcentaje fijo sobre los ahorros del afiliado, tal que independientemente de los resultados de la AFP en términos de la rentabilidad obtenida, ésta recibe un pago fijo mensual<sup>14</sup>, el cual busca cubrir todos los costos en que incurre la AFP pero que no necesariamente la incentiva a hacer el mayor esfuerzo posible en términos de manejo del portafolio.

Sin embargo, la regulación colombiana por medio de la Ley 100 de 1993 le asegura al afiliado una rentabilidad mínima por parte de la AFP, con el fin de que las inversiones provenientes de sus ahorros se encuentren cubiertas ante el riesgo y volatilidad de los mercados financieros. Dicha rentabilidad mínima es calculada con base en los rendimientos obtenidos por las diferentes AFP y en los rendimientos de un portafolio de referencia calculado por la Superintendencia Financiera que cumple con los límites de inversión previamente establecidos. Así, cuando una AFP no alcanza la rentabilidad mínima, ésta debe responder con sus propios recursos a los afiliados, por medio de la Reserva de Estabilización.

Este esquema de penalización, puede sin embargo ser ineficaz para alinear los incentivos de la AFP con el objetivo de los afiliados, ya que dado que dicha rentabilidad se calcula teniendo en cuenta los resultados de las mismas AFP y de un portafolio ficticio, esta no necesariamente representa los intereses de los afiliados y puede dar otro tipo de incentivos a las AFP. Como lo señala el modelo teórico de incentivos, los afiliados prefieren una rentabilidad alta a una baja para un mismo nivel de riesgo, esto en términos de la frontera eficiente quiere decir que las rentabilidades ubicadas en dicha frontera serán preferidas por los afiliados a todas aquellas que se ubican por debajo. Los resultados de Jara et al. (2005) demuestran que la rentabilidad de los fondos de pensiones está por debajo de la frontera eficiente que considera las restricciones regulatorias colombianas, lo que implica que

---

<sup>14</sup> Sin embargo, dicho pago es variable en términos del nivel de ahorro, es decir que aquellos individuos con un mayor IBC pagan una comisión mayor que la que pagan los individuos que cotizan con un ingreso más bajo.

probablemente la rentabilidad mínima se encuentra también por debajo, de tal forma que esta no representa adecuadamente los objetivos de los afiliados.

Adicionalmente, el mismo estudio muestra que las AFP se ubican en niveles similares de riesgo y de retorno esperado, implicando así la existencia de un comportamiento manada, incitado posiblemente por el cálculo de la rentabilidad mínima, el cual depende de la rentabilidad de los mismos fondos. Así, las AFP tienen incentivos para comportarse de una manera similar y no alejarse demasiado de la rentabilidad mínima, y no a buscar la rentabilidad deseada por los afiliados.

Este análisis poco riguroso del caso colombiano nos lleva a concluir, en principio, que el contrato establecido entre los afiliados al sistema de pensiones y las administradoras de los fondos no es el adecuado comparado con aquel que se debe establecer bajo la presencia de problemas de información, si lo que se busca es alcanzar los objetivos de los afiliados en términos de la maximización de sus ahorros. Sin embargo, un análisis más detallado es necesario para evaluar si la comisión fija determinada por la regulación colombiana cubre los costos no relacionados con el esfuerzo necesario que debe hacer la AFP para obtener la rentabilidad deseada por los afiliados (esto es los costos fijos) o si por el contrario estos costos no son cubiertos en su totalidad. Así mismo, se debería evaluar si la rentabilidad mínima logra el comportamiento deseado por parte de las AFP en términos de los intereses de los afiliados, o si por el contrario se debería considerar otra herramienta de alineación de incentivos como la comisión variable que asegure un buen manejo del portafolio por parte de las AFP.

#### **IV. Conclusiones**

La delegación de la administración de los ahorros de los afiliados al sistema privado de pensiones es analizada en este documento desde la teoría de incentivos, ya que se puede presentar un comportamiento oportunístico por parte de las administradoras de fondos de pensiones (AFP), en la medida en que los afiliados no pueden observar ni controlar el esfuerzo que ellas hacen para invertir adecuadamente sus ahorros. En esta medida, el

afiliado debe firmar un contrato que asegure no solo la participación de la AFP sino que la incentive a realizar el esfuerzo necesario para alcanzar la rentabilidad deseada por los afiliados. Esto implica que se debe establecer un pago o comisión que dependa de algo observable y que este relacionado con dicho esfuerzo, esto es una comisión variable con respecto a la rentabilidad obtenida por la AFP.

En el caso colombiano, sin embargo, el contrato establecido por la regulación garantiza una comisión fija independiente de los resultados de la AFP y una rentabilidad mínima que depende del mismo comportamiento de las AFP y que no está alineado con los objetivos del afiliado. Este análisis muestra desde un punto de vista teórico la necesidad de evaluar el contrato colombiano actual, si lo que se busca con el sistema de ahorro individual es la maximización de los ahorros de los futuros pensionados.

## **Bibliografía**

Laffont, J.J. y D. Martimort (2002). “The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model”. Princeton University Press.

Jara, D., Gómez, C. y Pardo, A. (2005) “Análisis de eficiencia de los portafolio pensionales obligatorios en Colombia”. Revista ESPE, No. 49, Diciembre.