



# REPORTE DE ESTABILIDAD FINANCIERA

---

Septiembre de 2009

Ciclos del riesgo de crédito

Javier Gutiérrez Rueda  
Agustín Saade Ospina

# Ciclos del Riesgo de Crédito\*

Javier Gutiérrez Rueda<sup>†</sup>

Agustín Saade Ospina<sup>‡</sup>

Octubre de 2009

## Resumen

Durante los últimos años el análisis del riesgo de crédito y su dinámica se ha convertido en un tema de alta importancia para la estabilidad del sistema financiero. Es por esto que resulta vital estudiar los co-movimientos que se presentan entre este riesgo y el ciclo económico. En este documento se utiliza un modelo multivariado de componentes no observados con el fin de identificar los ciclos que caracterizan el riesgo de crédito y la actividad económica. Los resultados indican que las fluctuaciones del PIB y el indicador de mora se dan en ciclos de alta y baja frecuencia, y que en ambos casos los movimientos de la actividad económica y el riesgo de crédito ocurren en sentido contrario. Este resultado muestra la importancia de incluir variables que reflejen el estado del ciclo económico en la estimación de probabilidad de incumplimiento.

**Palabras clave:** riesgo de crédito; ciclos de la cartera; ciclo económico; modelo multivariado de componentes no observados.

**Clasificación JEL:** *C30, E32, E44, G32.*

---

\*Los autores agradecen los valiosos comentarios de Juan Carlos Parra, Dairo Estrada y Diego Vásquez, además de las discusiones llevadas a cabo al interior del Departamento de Estabilidad Financiera del Banco de la República. Las opiniones contenidas en este documento son exclusivas de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

<sup>†</sup>Profesional especializado del Departamento de Estabilidad Financiera del Banco de la República. e-mail: jgutieru@banrep.gov.co.

<sup>‡</sup>Profesional especializado del Departamento de Estabilidad Financiera del Banco de la República. e-mail: asaadeos@banrep.gov.co.

# 1. Introducción

Durante los años más recientes la evaluación y medición del riesgo de crédito ha cobrado vital importancia debido a que éste es considerado como una de las principales fuentes de vulnerabilidad e inestabilidad del sistema financiero. Generalmente, los intermediarios financieros se encuentran mayormente expuestos al riesgo de crédito debido a que la cartera representa una gran parte de sus activos. En el caso colombiano, la participación de la cartera dentro de los activos es 66.7%, mientras que las inversiones alcanzan sólo 20%<sup>1</sup>. El estudio del riesgo de crédito puede realizarse desde dos puntos de vista. El primero está relacionado con los determinantes microeconómicos del incumplimiento, mientras que el segundo se ocupa de estudiar la relación que este riesgo tiene con el entorno macroeconómico.

Entre los trabajos pioneros pertenecientes al primer grupo, se encuentra el de Altman (1968) quien utilizó el análisis discriminante (AD) para identificar las empresas que podrían llegar a un estado de quiebra, teniendo en cuenta la composición de su balance general y estado de resultados. Este análisis indica que la rentabilidad del activo (ROA) y la razón entre ventas y activos son las variables que realizan el mayor aporte en la identificación de las empresas que entran en estado de bancarrota.

En esta misma área, Lennox (1999) realizó una comparación entre la capacidad de predicción de los modelos probit, logit y AD. Los resultados indican que los modelos probit y logit correctamente especificados tienen una mayor capacidad de predecir el incumplimiento que el modelo utilizado por Altman (1968).

Así mismo, Ruano-Pardo y Salas-Fumás (2006) utilizan un modelo de selección de Heckman<sup>2</sup> para analizar la probabilidad de incumplimiento y sus determinantes para un conjunto de empresas españolas. Los resultados sugieren que los incentivos de una empresa para incumplir con el pago de sus obligaciones financieras se reducen en la medida en que aumenta el nivel de cobertura<sup>3</sup>, la rentabilidad y la liquidez.

Para el caso colombiano, se encuentra el trabajo de Zamudio (2007) en el que se estima la probabilidad de incumplimiento de las empresas por medio de un modelo logit multinomial.

---

<sup>1</sup>De acuerdo con los datos de la Superintendencia Financiera de Colombia.

<sup>2</sup>El modelo de selección de Heckman es una estimación en dos etapas que tiene como objetivo corregir el sesgo de selección. En la primera etapa se estima un modelo Probit con el fin de estimar la probabilidad de ocurrencia de un evento para un individuo  $i$ . La segunda etapa consiste en la estimación de una ecuación ponderada por las probabilidades estimadas en el primer paso, con el objetivo de solucionar los problemas de selección.

<sup>3</sup>Definido como la razón entre beneficios y deuda.

Los resultados indican que es más probable que una empresa incumpla cuando tiene niveles de liquidez y de rentabilidad bajos.

De la misma manera, Gómez *et al.* (2009) utilizan un modelo de duración<sup>4</sup> para estimar la probabilidad de incumplimiento de los créditos de la cartera comercial del sistema financiero colombiano y encuentran que la liquidez, la composición de la deuda, el tamaño y la eficiencia son las variables más importantes para explicar la migración de los créditos hacia calificaciones más bajas.

Por su parte, los trabajos que caracterizan al segundo grupo buscan identificar las principales fuentes de vulnerabilidad estructural que pueden traducirse en riesgo sistémico (Wong *et al.* (2005)). Para esto se utilizan ejercicios de sensibilidad con el objetivo de evaluar los efectos que tienen cambios adversos en las variables macroeconómicas sobre la estabilidad del sistema financiero. Una primera aproximación fue realizar ejercicios de sensibilidad en los que se aplicaban choques sobre una variable macroeconómica, como lo sugiere el *Financial Sector Assessment Program* (FSAP). No obstante, este tipo de ejercicios no permitía modelar un escenario en el que se presentaran cambios en diversas variables, como ocurre durante los periodos de crisis.

Hoggarth *et al.* (2005) procuran solucionar este problema al utilizar las funciones de impulso respuesta de un modelo VAR<sup>5</sup>, para analizar los efectos que tienen cambios en variables macroeconómicas, como el PIB, la tasa de interés y la inflación, sobre el indicador de mora (IM) –definido como la razón entre cartera vencida y cartera bruta– de los bancos del Reino Unido. De acuerdo con los resultados, existe una relación negativa, significativa y duradera entre los cambios de la actividad económica y el indicador de mora. Adicionalmente, encuentran que los aumentos en la tasa de interés y la tasa de inflación contribuyen al deterioro del IM; no obstante, esta relación no resulta tan duradera como en el caso de la actividad económica.

De manera similar, Alves (2004) realiza un análisis de cointegración (VEC) entre las variables macroeconómicas y la probabilidad de incumplimiento esperado (EDF) del sector corporativo de la Unión Europea<sup>6</sup>. Los resultados muestran evidencia de que las variables macroeconómicas contribuyen a determinar los valores de estado estacionario de la EDF y a definir el perfil de riesgo de los deudores.

Para el caso colombiano se encuentran trabajos como el Amaya (2005), en el que se estima

---

<sup>4</sup>Los modelos de duración permiten la estimación de la probabilidad de que ocurra un evento, así como el tiempo que lleva para que dicho evento acontezca.

<sup>5</sup>Por su sigla en inglés Vector Autoregressive Model.

<sup>6</sup>La EDF es estimada por medio del modelo KMV de riesgo de crédito de Moody's.

la relación de largo plazo entre la actividad económica, las tasas de interés, los precios de la vivienda y los indicadores de mora de las carteras hipotecaria y de consumo, para el periodo comprendido entre 1994 y 2005. Los resultados indican que la actividad económica tiene un efecto significativo sobre los niveles de largo plazo de los indicadores de mora de las dos carteras.

Gutiérrez y Vásquez (2008) complementan el trabajo de Amaya (2005) al extender el análisis para la cartera comercial e incluir la tasa de desempleo como una variable de análisis para cada una de las modalidades de crédito. Los resultados muestran evidencia de una relación negativa y significativa entre el IM de cada cartera y la actividad económica. De la misma manera, se encuentra que el desempleo tiene un rol importante para determinar el nivel de largo plazo del indicador de mora.

Recientemente se empezaron a publicar trabajos que, buscando describir de manera adecuada la relación en los ciclos de la actividad económica y el riesgo de crédito, utilizan modelos de componentes no observados para encontrar las frecuencias que caracterizan estas relaciones. Tal es el caso de Koopman y Lucas (2005), quienes exploran para el caso de los Estados Unidos el nexo entre el incumplimiento a las obligaciones financieras como consecuencia de las quiebras de empresas, el PIB real, y un margen de tasas de interés. Los autores evalúan el periodo comprendido entre 1933 y 1997, y sus resultados muestran evidencia de que los ciclos del riesgo de crédito del sistema financiero coinciden con el ciclo económico de ese país, y que las fluctuaciones del riesgo de crédito ocurren en la dirección opuesta a las de la actividad económica.

El propósito de este trabajo es analizar la dinámica del riesgo de crédito en relación con la evolución de la actividad económica y los *spreads* de las tasas de interés, los cuales son considerados como unos de los principales determinantes de este riesgo. Para esto se utiliza un modelo de componentes no observados con el que se busca identificar los ciclos de cada una de estas variables y analizar los co-movimientos que existen entre las variables alrededor de los ciclos detectados.

El documento se encuentra organizado de la siguiente manera: en la segunda sección se lleva a cabo una breve descripción sobre las variables utilizadas. En la tercera sección se describe la metodología empleada y cada uno de los modelos estimados. En la cuarta sección se presentan los resultados de cada uno de los modelos y se finaliza el documento con algunas conclusiones.

## 2. Datos

Para el análisis empírico que se presenta en este documento se utilizó información proveniente de la Superintendencia Financiera de Colombia, el Departamento Nacional de Estadística (DANE) y el Banco de la República.

El análisis presentado en la sección 4 se realizó en dos periodicidades distintas, dependiendo de la disponibilidad de los datos. El primer periodo analizado tiene una base anual y comprende los años desde 1978 hasta 2008. En este caso, los datos de los balances generales se obtuvieron del Banco de la República y de la Superintendencia Financiera de Colombia, mientras que los de actividad económica del DANE y el Banco de la República. El segundo periodo está caracterizado por datos trimestrales desde junio de 1991 hasta marzo de 2009. Los datos sobre los balances y estados de resultados de los establecimientos de crédito fueron obtenidos de la Superintendencia Financiera de Colombia y los relacionados con la actividad económica del DANE y el Banco de la República.

Para la medición del riesgo de crédito se utilizó un indicador de mora (IM) definido como la razón entre la cartera vencida y la cartera bruta total, el cual se considera como un indicador que refleja la materialización de dicho riesgo. Para modelar la actividad económica se usó el PIB real base 2000. Finalmente, como medida de los precios de intermediación financiera se empleó el margen de intermediación *ex-post* medido como la diferencia entre la tasa activa y la tasa pasiva<sup>7</sup>.

En la figura 1 se presentan cada una de estas variables y en el cuadro 1 las estadísticas descriptivas. Al analizar la serie del PIB anual es posible identificar tres periodos de desaceleración<sup>8</sup>. El primero se presenta a comienzos de la muestra y se extiende de 1978 hasta 1982. El segundo y más fuerte periodo de desaceleración corresponde al periodo de crisis de finales de la década de los 90. El tercero inicia después de 2007 y se prolonga hasta el final de la muestra. Al analizar el comportamiento del IM se observa que este ha exhibido dos lapsos de fuerte aceleración que coinciden con el primer y segundo periodo de desaceleración del PIB. Al finalizar la muestra es posible encontrar un cambio en la tendencia del IM hacia el alza, lo que es coincidente con la desaceleración registrada por la actividad económica. Al analizar los datos trimestrales, se registra un fuerte incremento en la morosidad de los clientes del sistema financiero durante el periodo 1998 y 2000, el cual coincide con el incremento de los precios

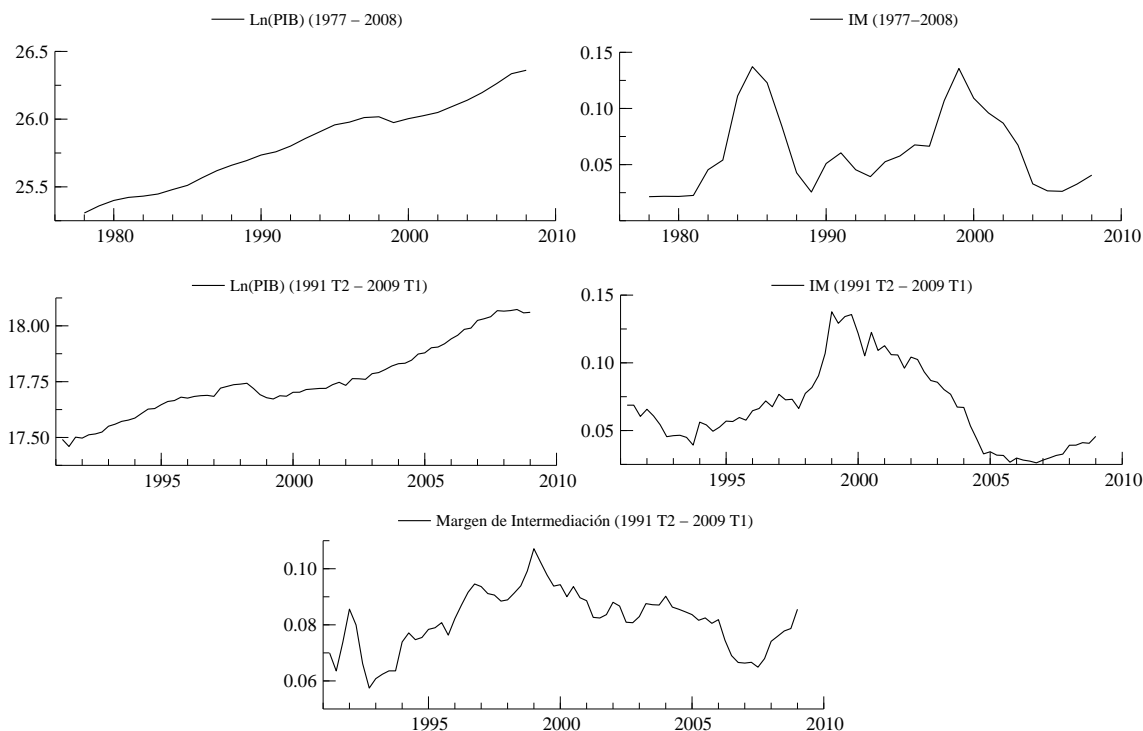
---

<sup>7</sup>Se eligió el margen de intermediación *ex-post* ante la imposibilidad de construir el margen *ex-ante* para antes de 1998.

<sup>8</sup>Estos periodos se ven de manera más clara al analizar la tasa de crecimiento de esta variable.

de intermediación durante dicho lapso de tiempo. Para los últimos trimestres registrados, se observa un incremento en los niveles de incumplimiento que concuerdan con el incremento en el margen de intermediación.

Figura 1: Series de tiempo



Cuadro 1: Estadísticas descriptivas

Variable	Muestra	Obs	Mín	Media	Máximo	Desv. Est.
<i>Crec. PIB</i>	1978 a 2008	31	-4.20 %	3.75 %	8.46 %	2.34 %
<i>IM</i>	1978 a 2008	31	2.14 %	6.16 %	13.7 %	3.50 %
<i>Ln(PIB)</i>	1991 T2 - 2009 T1	72	17.46	17.756	18.073	0.1628
<i>IM</i>	1991 T2 - 2009 T1	72	2.62 %	6.71 %	13.7 %	3.03 %
<i>Margen</i>	1991 T2 - 2009 T1	72	5.74 %	8.14 %	10.7 %	1.05 %

### 3. Metodología

Buscando describir el comportamiento cíclico de la actividad económica (medida con el PIB trimestral), de los niveles de incumplimiento (medidos con el índice de mora), y del margen

de intermediación, además de la manera como interactúan en el ciclo, se optó por modelos econométricos de componentes no observados (véase Harvey (1989) y Koopman y Lucas (2005)).

Para explicar el comportamiento cíclico, los modelos de componentes no observados pueden ser planteados con uno o varios ciclos de diferentes periodos, con tendencia lineal estocástica o sin ésta, o con un ciclo que capture estacionalidad en las series o sin este último componente. Siguiendo a Koopman y Lucas (2005), y teniendo en cuenta las restricciones que impone la bases de datos con las que se cuenta, se plantean los siguientes modelos:

**Modelo 1.** Ciclos conjuntos de PIB e indicador de mora con datos trimestrales, en un modelo con dos componentes cíclicos de distinta frecuencia, una tendencia con nivel fijo y pendiente estocástica, y con un componente fijo que captura la estacionalidad. La base de datos va desde 1991-T2 hasta 2009-T1.

**Modelo 2.** Ciclos conjuntos de PIB e indicador de mora con datos anuales, con un componente cíclico y una tendencia de nivel fijo y pendiente estocástica. Para la estimación de este modelo se aprovecha la existencia de una base de datos con frecuencia anual desde 1977.

**Modelo 3.** Ciclos conjuntos de PIB, indicador de mora, y margen de intermediación bancario, con datos trimestrales. El modelo de tres variables tiene un componente cíclico, y una tendencia con nivel estocástico y pendiente fija, y un componente estacional fijo. La base de datos utilizada va desde 1991-T2 hasta 2009-T1.

Los modelos 1 y 2 permiten esclarecer las características de la relación entre la actividad económica y el incumplimiento, en los ciclos a detectar. Si bien es cierto que una periodicidad trimestral brinda más información que una anual, el modelo 1 sólo puede ser estimado con datos desde la década de los 90's, ante la inexistencia de una serie del IM confiable con periodicidad trimestral antes de 1991. Si la frecuencia de los datos es anual, se puede estimar un modelo desde finales de los años 70.

Por su parte, el modelo 3 permite analizar conjuntamente la relación entre la actividad económica, el incumplimiento, y el costo de la intermediación financiera, además de las frecuencias en las que sus ciclos coinciden. También permite detectar si los ciclos ocurren con movimientos en el mismo sentido, o si por el contrario se mueven de manera inversa. Como es un modelo tri-variado, su interpretación es menos transparente que la de los modelos 1 y 2, pero brinda más información sobre las características de los ciclos del riesgo de crédito. Por



restricciones en la información tanto de margen de intermediación como de IM, la estimación con series trimestrales se hace con datos desde los años 90.

## Modelo 1: PIB e IM. Datos Trimestrales.

Buscando explicar la relación de ciclo entre la actividad económica y el incumplimiento, se plantea un modelo de componentes no observables que incluye dos componentes cíclicos de distinta frecuencia, una tendencia con nivel fijo y pendiente estocástica, y un componente fijo que capture la estacionalidad. La base de datos va desde 1991-T2 hasta 2009-T1. El modelo se especifica como sigue:

$$Y_t = \mu_t + A\Upsilon_t + B\Psi_t + \Gamma_t + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim iid N(0, \Sigma_\epsilon), \quad t = 1 \dots T \quad (1)$$

Donde:

$$Y_t = \begin{bmatrix} PIB_t \\ IM_t \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \text{Actividad económica} \\ \text{Indicador de mora} \end{bmatrix}$$

$$\mu_t = \begin{bmatrix} \mu_{PIB,t} \\ \mu_{IM,t} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \text{Tendencia del PIB} \\ \text{Tendencia del IM} \end{bmatrix}$$

$$\Upsilon_t = \begin{bmatrix} \Upsilon_{PIB,t} \\ \Upsilon_{IM,t} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \text{Componente cíclico de menor periodo para PIB} \\ \text{Componente cíclico de menor periodo para IM} \end{bmatrix}$$

$$\Psi_t = \begin{bmatrix} \Psi_{PIB,t} \\ \Psi_{IM,t} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \text{Componente cíclico de mayor periodo para PIB} \\ \text{Componente cíclico de mayor periodo para IM} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_t = \begin{bmatrix} \Gamma_{PIB,t} \\ \Gamma_{IM,t} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \text{Componente estacional del PIB} \\ \text{Componente estacional del IM} \end{bmatrix}$$

Las matrices  $A$  y  $B$  son, respectivamente, las matrices de carga para el ciclo corto y largo, y describen cómo se relacionan los componentes cíclicos de PIB e IM en cada una de las frecuencias de oscilación. Estas están restringidas a ser triangulares inferiores, con diagonal unitaria. El signo del elemento bajo la diagonal, respectivamente  $\Upsilon_{PIB,IM}$  y  $\Psi_{PIB,IM}$  para  $A$  y  $B$ , describe si los movimientos de los componentes cíclicos de PIB e IM ocurren en la

misma dirección (+) o si se dan con oscilaciones opuestas (-):

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \Upsilon_{PIB,IM} & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \Psi_{PIB,IM} & 1 \end{bmatrix}$$

El componente de tendencia  $\mu$  se modela de como sigue:

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_t \quad (2)$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \nu_t \quad (3)$$

Siguiendo a Koopman y Lucas (2005), se opta por modelar la media  $\mu$  dentro del sistema de variables no observadas, en vez de utilizar un filtro de Hodrick Prescott (HP) previo a la estimación de los ciclos. Se prefirió una metodología *trend-plus*, tal como la introducida por Harvey y Jaeger (1993), por ser más flexible que el filtrado HP, que si bien funciona bien eliminando tendencias de variables con frecuencias bajas como el PIB, no es clara su eficacia para la serie de IM, menos aún dado que se estudian estas dos series conjuntamente. Adicionalmente, un filtro de HP utilizado antes de estimar modelos de ciclos, como el presentado en este documento, puede crear ciclos espurios o distorsionar los estimativos no restringidos del componente cíclico ( $\Upsilon$  y  $\Psi$ ), tal como advierten Harvey y Jaeger.

La variable  $\mu_t$  extrae las frecuencias bajas de las series. Si se le resta éste a la ecuación (1) queda el componente cíclico de las variables:  $\text{Ciclos}_t = A\Upsilon_t + B\Psi_t + \Gamma_t + \epsilon_t$ . Los ciclos  $\Upsilon$  y  $\Psi$  siguen especificaciones estacionarias, y se representan como procesos trigonométricos. La siguiente es la especificación del ciclo de menor periodo  $\Upsilon$  y del ciclo de mayor periodo  $\Psi$ :

$$\begin{bmatrix} \Upsilon_t \\ \Upsilon_t^* \end{bmatrix} = \phi_\Upsilon \left[ \begin{bmatrix} \cos \lambda_\Upsilon & \sin \lambda_\Upsilon \\ -\sin \lambda_\Upsilon & \cos \lambda_\Upsilon \end{bmatrix} \otimes I_2 \right] \begin{bmatrix} \Upsilon_{t-1} \\ \Upsilon_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{\Upsilon,t} \\ \omega_{\Upsilon,t}^* \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{\Upsilon,t} \\ \omega_{\Upsilon,t}^* \end{bmatrix} \sim N \left( 0, I_2 \otimes \begin{bmatrix} \sigma_{\Upsilon,PIB}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\Upsilon,IM}^2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Psi_t \\ \Psi_t^* \end{bmatrix} &= \phi_\Psi \left[ \begin{bmatrix} \cos \lambda_\Psi & \sin \lambda_\Psi \\ -\sin \lambda_\Psi & \cos \lambda_\Psi \end{bmatrix} \otimes I_2 \right] \begin{bmatrix} \Psi_{t-1} \\ \Psi_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{\Psi,t} \\ \omega_{\Psi,t}^* \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \omega_{\Psi,t} \\ \omega_{\Psi,t}^* \end{bmatrix} &\sim N \left( 0, I_2 \otimes \begin{bmatrix} \sigma_{\Psi,PIB}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\Psi,IM}^2 \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

donde,

- $\lambda_\Upsilon$  : parámetro de frecuencia del ciclo corto.
- $\phi_\Upsilon$  : parámetro de persistencia del ciclo corto.  $|\phi_\Upsilon| < 1$ .
- $\lambda_\Psi$  : parámetro de frecuencia del ciclo largo.
- $\phi_\Psi$  : parámetro de persistencia del ciclo largo.  $|\phi_\Psi| < 1$ .

Los choques  $\omega_\Upsilon$ ,  $\omega_\Upsilon^*$ ,  $\omega_\Psi$  y  $\omega_\Psi^*$  no están correlacionados ni autocorrelacionados, y se suponen normales. Dada la especificación de los ciclos  $\Upsilon$  y  $\Psi$ , en cada uno de éstos se modela dos series de tiempo con periodo común  $p$ , siendo  $p_\Upsilon = \frac{2\pi}{\lambda_\Upsilon}$  y  $p_\Psi = \frac{2\pi}{\lambda_\Psi}$  respectivamente.  $p_\Upsilon < p_\Psi$ .

Por su parte, el componente estacional  $\Gamma$  se modela trimestral fijo:

$$\Gamma_t = \begin{bmatrix} \Gamma_M, & \text{si } t \text{ es un marzo} \\ \Gamma_J, & \text{si } t \text{ es un junio} \\ \Gamma_S, & \text{si } t \text{ es un septiembre} \\ \Gamma_D, & \text{si } t \text{ es un diciembre} \end{bmatrix} \quad (6)$$

El sistema de ecuaciones (1) a (6) se puede escribir en un esquema estado-espacio, en el que se estiman las matrices  $T$  y  $Z$  que contienen, entre otros, los parámetros de persistencia y frecuencia de los ciclos:

$$\alpha_t = T\alpha_{t-1} + \nu_t \quad Y_t = Z\alpha_t + \epsilon_t \quad (7)$$

donde,

$$\alpha_t = \begin{bmatrix} \mu_t \\ \Upsilon_t \\ \Upsilon_t^* \\ \Psi_t \\ \Psi_t^* \\ \Gamma_t \end{bmatrix} : \text{ Vector de estados (contiene las variables no observables).}$$

Los parámetros desconocidos del modelo se estiman maximizando la función de verosimilitud asociada. Para el conjunto de observaciones  $Y_1, \dots, Y_t$ , ésta se evalúa utilizando un filtro de Kalman. Una vez estimados los coeficientes, los ciclos  $\Upsilon$  y  $\Psi$  se extraen de las observaciones usando el filtro de Kalman. En la sección de resultados se muestran los estadísticos relevantes. Se estimó éste y los demás modelos utilizando el programa STAMP (Koopman *et al.* (2000)).

## Modelo 2: PIB e IM. Datos Anuales.

Si bien en términos de estimaciones de ciclos una base de datos con frecuencia trimestral es preferible a una con datos anuales, antes de 1992 sólo se dispone de indicadores confiables de morosidad bancaria agregada con frecuencia anual. Buscando aprovechar un mayor horizonte temporal de la base de datos, se estimó un modelo para PIB e IM con periodicidad anual desde 1977 hasta 2008. La especificación es la siguiente:

$$Y_t = \mu_t + B\Psi_t + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim iid N(0, \Sigma_\epsilon), \quad t = 1 \dots T \quad (8)$$

Donde:

$$Y_t = \begin{bmatrix} PIB_t \\ IM_t \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \text{Actividad económica} \\ \text{Indicador de mora} \end{bmatrix}$$

$$\mu_t = \begin{bmatrix} \mu_{PIB,t} \\ \mu_{IM,t} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \text{Tendencia del PIB} \\ \text{Tendencia del IM} \end{bmatrix}$$

$$\Psi_t = \begin{bmatrix} \Psi_{PIB,t} \\ \Psi_{IM,t} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \text{Ciclo del PIB} \\ \text{Ciclo del IM} \end{bmatrix}$$

La matriz  $B$  describe la interacción entre las variables dentro del ciclo. Está restringida a ser

triangular inferior con diagonal de unos, y el elemento bajo la diagonal indica la forma de la co-ciclicidad entre el IM y el PIB:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \Psi_{PIB,IM} & 1 \end{bmatrix}$$

Nuevamente el componente de tendencia  $\mu$  se modela dentro del sistema de variables no observadas:

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta + \nu_t \quad (9)$$

El ciclo  $\Psi$ , por su parte, sigue el siguiente proceso trigonométrico:

$$\begin{bmatrix} \Psi_t \\ \Psi_t^* \end{bmatrix} = \phi_\Psi \left[ \begin{bmatrix} \cos \lambda_\Psi & \sin \lambda_\Psi \\ -\sin \lambda_\Psi & \cos \lambda_\Psi \end{bmatrix} \otimes I_2 \right] \begin{bmatrix} \Psi_{t-1} \\ \Psi_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{\Psi,t} \\ \omega_{\Psi,t}^* \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{\Psi,t} \\ \omega_{\Psi,t}^* \end{bmatrix} \sim N \left( 0, I_2 \otimes \begin{bmatrix} \sigma_{\Psi,PIB}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\Psi,IM}^2 \end{bmatrix} \right)$$

$\lambda_\Psi$  : parámetro de frecuencia del ciclo.

$\phi_\Psi$  : parámetro de persistencia del ciclo.  $|\phi_\Psi| < 1$ .

Los choques  $\omega_\Psi$  y  $\omega_\Psi^*$  se suponen normales, no correlacionados ni autocorrelacionados. El período común de las dos series de tiempo modeladas es  $p_\Psi = \frac{2\pi}{\lambda_\Psi}$ . El sistema de ecuaciones (8) a (10) se puede escribir en un esquema estado-espacio, previo a la estimación por máxima verosimilitud del proceso con un filtro de Kalman:

$$\alpha_t = T\alpha_{t-1} + \nu_t \quad Y_t = Z\alpha_t + \epsilon_t$$

$$\alpha_t = \begin{bmatrix} \mu_t \\ \Psi_t \\ \Psi_t^* \end{bmatrix} : \text{ Vector de estados.}$$

### Modelo 3: PIB, IM, y margen de intermediación. Datos Trimestrales.

Este modelo permite analizar la relación de ciclo entre la actividad económica, el incumplimiento, y el costo de la intermediación financiera, y las frecuencias en las que sus fluctuaciones coinciden. El modelo busca detectar si los ciclos ocurren con movimientos en el mismo sentido, o si por el contrario se mueven de manera inversa. Para la base de datos trimestral desde 1991-T2 a 2009-T1, se estimó un modelo con la siguiente especificación:

$$\begin{aligned}
 Y_t &= \mu_t + B\Psi_t + \Gamma_t + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim iid N(0, \Sigma_\epsilon), \quad t = 1 \dots T & (11) \\
 Y_t &= \begin{bmatrix} PIB_t \\ IM_t \\ Margen_t \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \text{Actividad económica} \\ \text{Indicador de mora} \\ \text{Margen de intermediación } ex\text{-post} \end{bmatrix} \\
 \mu_t &= \begin{bmatrix} \mu_{PIB,t} \\ \mu_{IM,t} \\ \mu_{Margen,t} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \text{Tendencia del PIB} \\ \text{Tendencia del IM} \\ \text{Tendencia del Margen} \end{bmatrix} \\
 \Psi_t &= \begin{bmatrix} \Psi_{PIB,t} \\ \Psi_{IM,t} \\ \Psi_{Margen,t} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \text{Componente cíclico del PIB} \\ \text{Componente cíclico del IM} \\ \text{Componente cíclico del Margen} \end{bmatrix} \\
 \Gamma_t &= \begin{bmatrix} \Gamma_{PIB,t} \\ \Gamma_{IM,t} \\ \Gamma_{Margen,t} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \text{Componente estacional del PIB} \\ \text{Componente estacional del IM} \\ \text{Componente estacional del Margen} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Las matriz  $B$  describe cómo interactúan las tres variables en el ciclo. Para estimar el modelo, se restringe a ser triangular inferior con diagonal unitaria:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \Psi_{PIB,IM} & 1 & 0 \\ \Psi_{PIB,Margen} & \Psi_{IM,Margen} & 1 \end{bmatrix}$$

En la matriz  $B$ , los coeficientes (i)  $\Psi_{PIB,IM}$ , (ii)  $\Psi_{PIB,Margen}$  y (iii)  $\Psi_{IM,Margen}$  representan la forma en que interactúan, en el ciclo, (i) el PIB y el IM, (ii) el PIB y el Margen, y (iii) el IM y el Margen, respectivamente. Si el signo de alguno de estos parámetros es positivo

(+), se tiene que los movimientos de los componentes cíclicos asociados ocurren en la misma dirección. Si, por el contrario, el signo es negativo (-), entonces las oscilaciones se dan en sentido opuesto.

Tal como se hizo con los dos modelos presentados anteriormente, la tendencia  $\mu$  se modela dentro del sistema de variables no observadas:

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_t \quad (12)$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \nu_t \quad (13)$$

El ciclo  $\Psi$  se modela como un proceso trigonométrico:

$$\begin{bmatrix} \Psi_t \\ \Psi_t^* \end{bmatrix} = \phi_\Psi \left[ \begin{bmatrix} \cos \lambda_\Psi & \sin \lambda_\Psi \\ -\sin \lambda_\Psi & \cos \lambda_\Psi \end{bmatrix} \otimes I_3 \right] \begin{bmatrix} \Psi_{t-1} \\ \Psi_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{\Psi,t} \\ \omega_{\Psi,t}^* \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{\Psi,t} \\ \omega_{\Psi,t}^* \end{bmatrix} \sim N \left( 0, I_2 \otimes \begin{bmatrix} \sigma_{\Psi,PIB}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\Psi,IM}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\Psi,Margen}^2 \end{bmatrix} \right)$$

$\lambda_\Psi$  : parámetro de frecuencia del ciclo.

$\phi_\Psi$  : parámetro de persistencia del ciclo.  $|\phi_\Psi| < 1$ .

Los choques  $\omega_\Psi$  y  $\omega_\Psi^*$  no están correlacionados ni autocorrelacionados, y para la estimación se suponen normales.  $\Psi$  modela tres series de tiempo con periodo común  $p_\Psi = \frac{2\pi}{\lambda_\Psi}$ .

El componente estacional  $\Gamma$  se modela trimestral fijo:

$$\Gamma_t = \begin{bmatrix} \Gamma_M, & \text{si } t \text{ es un marzo} \\ \Gamma_J, & \text{si } t \text{ es un junio} \\ \Gamma_S, & \text{si } t \text{ es un septiembre} \\ \Gamma_D, & \text{si } t \text{ es un diciembre} \end{bmatrix} \quad (15)$$

El sistema de ecuaciones (11) a (15) se escribe en un esquema estado-espacio, previa a su estimación:

$$\alpha_t = T\alpha_{t-1} + \nu_t \quad Y_t = Z\alpha_t + \epsilon_t \quad (16)$$

$$\alpha_t = \begin{bmatrix} \mu_t \\ \Psi_t \\ \Psi_t^* \\ \Gamma_t \end{bmatrix} : \text{ Vector de estados.}$$

## 4. Resultados

A continuación se presentan los resultados de las estimaciones de los modelos descritos en la sección 3, que tienen como objetivo identificar los ciclos comunes y describir los co-movimientos de las variables alrededor de los ciclos detectados.

Los resultados de los modelos 1 y 2 se presentan en el cuadro 2. Se encuentra que existe una relación negativa entre los ciclos de la actividad económica y el riesgo de crédito que es estadísticamente significativa. Estos resultados sugieren que durante periodos en los que la actividad económica se encuentra en la parte ascendente de su ciclo, el riesgo de crédito está en la parte descendente del suyo.

Al analizar la relación entre el PIB y el IM con los datos trimestrales, se encontraron dos frecuencias de ciclos significativas. El ciclo de alta frecuencia  $\Upsilon$  tiene un período estimado de 3.7 años y un factor de persistencia  $\phi_\Upsilon = 0.9119$ , siendo estos estimadores significativos al 1 %. Con el fin de determinar la presencia de co-ciclicidad<sup>9</sup> se verifica la matriz de carga A. Los resultados muestran evidencia de un ciclo común entre estas variables dado que el factor de carga  $\Upsilon_{PIB,IM} = -0.8153$  es significativo al 20 %<sup>10</sup>. El valor negativo del mismo sugiere que en esta frecuencia la relación cíclica es inversa, como se puede ver en los paneles que describen los ciclos de corto periodo de la figura 2. Lo anterior resulta intuitivo al considerar que el deterioro de la actividad económica puede generar incrementos en los niveles de morosidad del crédito (ver Hoggarth *et al.* (2005), Amaya (2005), Gutiérrez y Vásquez (2008)).

El ciclo de baja frecuencia para los datos trimestrales tiene un periodo de 12.9 años con un factor de persistencia  $\phi_\Psi = 0.998$ , con un nivel de significancia del 10 % y 1 %, respectivamente. El periodo de este ciclo es similar al encontrado, en promedio, por Misas y Ramírez (2005)<sup>11</sup>.

<sup>9</sup>Se entiende por co-ciclicidad el movimiento simultáneo de los ciclos en una frecuencia determinada.

<sup>10</sup>En los trabajos de análisis de ciclos por medio de componentes no observados es común mostrar significancia hasta el 20 %, especialmente cuando se estudian ciclos del riesgo de crédito.

<sup>11</sup>Misas y Ramírez (2005) utilizan un modelo de cambio de régimen de Markov y encuentran que, en promedio, el régimen de crecimiento se extiende durante 12 años, mientras que el periodo de depresión para Colombia es de aproximadamente 3 años, lo que sugiere que el ciclo económico colombiano es de 15 años.



Tal como en el caso del ciclo de alta frecuencia, en éste se sugiere la existencia de co-ciclicidad negativa de actividad económica e incumplimiento, al tener un factor de carga de  $\Psi_{PIB,IM} = -14.404$ , significativo al 1 %.

Cuadro 2: Estimación ciclo de la actividad económica y el indicador de mora

	Trimestral: 1991T2 - 2009T1		Anual: 1978 - 2008	
<b>Ciclo de Alta Frecuencia</b>				
Periodo ( $2\pi/\lambda_\Upsilon$ )	3.6672 <sup>a</sup>			
$\Phi_\Upsilon$	0.9119 <sup>a</sup>			
Varianza $D_\Upsilon$	0.0038	0.0000		
Matriz de Carga $A$	$\Upsilon_{PIB}$	$\Upsilon_{IM}$		
PIB	1	0		
IM	-0.8153 <sup>d</sup>	1		
<b>Ciclo de Baja Frecuencia</b>				
Periodo ( $2\pi/\lambda_\Psi$ )	12.995 <sup>c</sup>		13.0729 <sup>d</sup>	
$\Phi_\Psi$	0.998 <sup>a</sup>		0.9422 <sup>a</sup>	
Varianza $D_\Psi$	0.0001	0.0000	0.0097	0.0113
Matriz de Carga $B$	$\Psi_{PIB}$	$\Psi_{IM}$	$\Psi_{PIB}$	$\Psi_{IM}$
PIB	1	0	1	0
IM	-14.404 <sup>a</sup>	1	-0.6237 <sup>c</sup>	1
$R_d^2$	0.186	0.330	0.594	0.430
Normalidad	12.846	12.965	1.383	0.856
Error Estand.	0.012	0.006	0.014	0.017
$Q(k)$ :	9.717	20.273	12.667	11.174

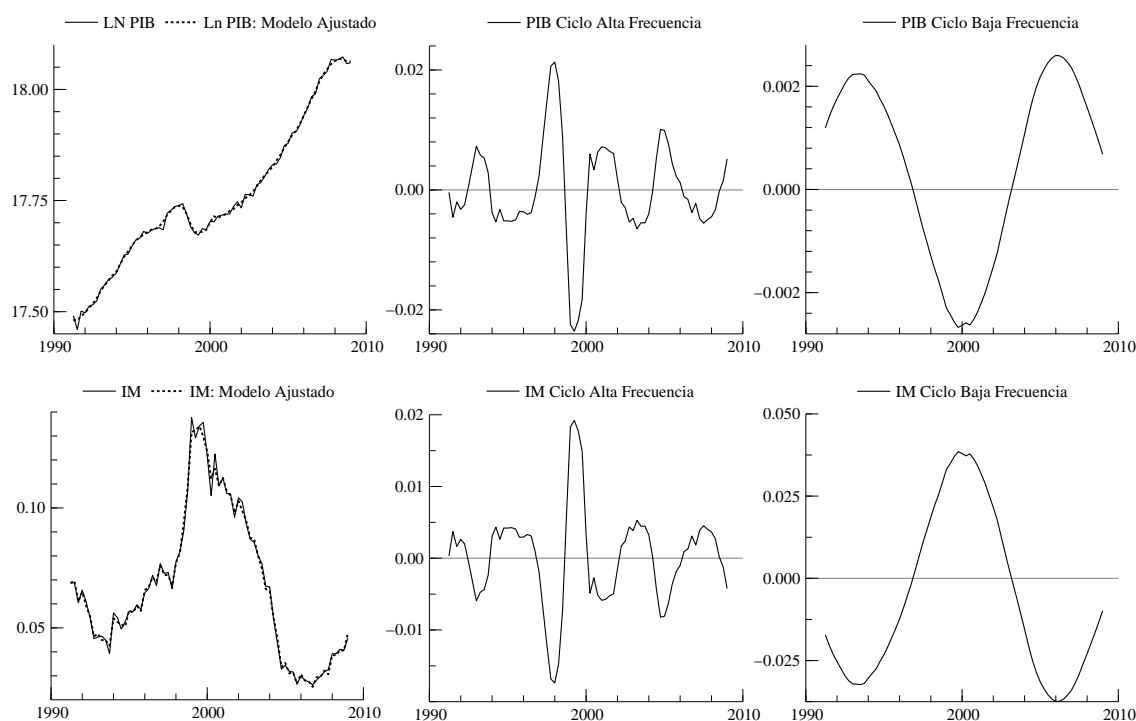
*a, b, c y d* indican significancia al 0.01, 0.05, 0.10 y 0.20, respectivamente.

Fuente: Cálculos de los autores.

Al analizar la base de datos anual, se encuentran resultados robustos y similares a los encontrados en el caso de los datos trimestrales. Tal como se ve en el cuadro 2, con los datos anuales desde 1978 hasta 2008 se encontró un ciclo con periodo de 13.1 años, con una persistencia de  $\phi_\Psi = 0.9422$ , y un nivel de significancia del 20 % y 1 %, respectivamente. Los resultados del modelo anual sugieren la existencia de co-ciclicidad negativa entre el IM y el PIB, como se ve en la gráfica 3. La interacción en el ciclo de estas variables es  $\Psi_{PIB,IM} = -0.6237$ , significativa al 10 %.

Finalmente, buscando verificar la existencia de relación cíclica entre los precios de la intermediación financiera, los incumplimientos y la actividad económica, se planteó un modelo de tres variables con el PIB, el IM, y el margen de la intermediación financiera, aprovechando una base de datos trimestral desde 1991-T2 a 2009-T1. Los resultados de la estimación se presentan en el cuadro 3.

Figura 2: Modelo PIB e IM (Datos trimestrales)

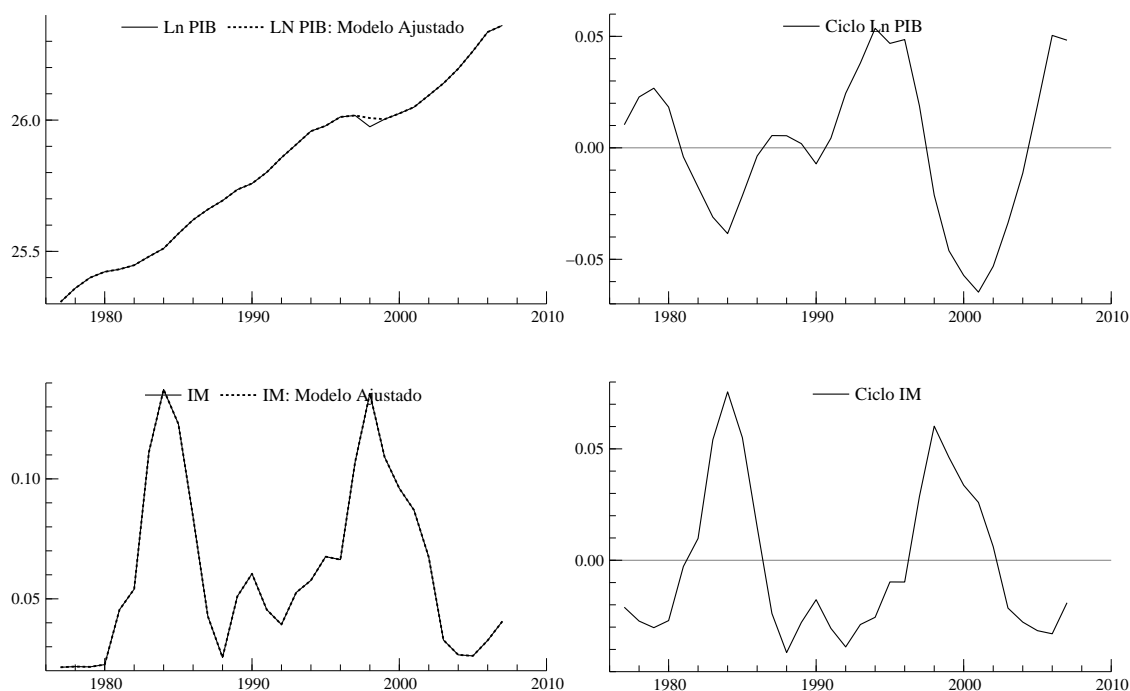


*Nota:* En la primera columna se presentan las series observadas con el modelo ajustado, la segunda muestra el ciclo de alta frecuencia, y la tercera describe el de baja frecuencia.

Al plantear el modelo con tres variables se encuentra evidencia de la existencia de un ciclo de baja frecuencia en el que se mueven las series. Este ciclo tiene un periodo 13.6 años y una persistencia de  $\phi_{\Psi} = 0.9739$ , significativos al 1%. El análisis de la matriz de carga  $B$  indica un co-movimiento negativo entre el PIB y el IM, al exhibir un factor de carga  $\Psi_{PIB,IM} = -1.286$  que es significativo al 10%. Esta relación es evidente al analizar los paneles del ciclo de la figura 4. De la misma manera, los resultados indican que existe co-ciclicidad positiva entre el indicador de mora y el margen de intermediación, lo cual está representado por el factor de carga  $\Psi_{IM,Margen} = 1.5845$ , significativo al 5%, tal como encontró Koopman y Lucas (2005) para el caso de Estados Unidos. Por otro lado, los resultados sugieren que no existe co-ciclicidad entre el PIB y el margen de intermediación dado que el coeficiente asociado no es estadísticamente significativo.

En síntesis, los resultados de los ejercicios sugieren la existencia de ciclos comunes para la actividad económica, el riesgo de crédito y los precios de la intermediación financiera. El ciclo de baja frecuencia tiene una duración cercana a 13 años, y en este hay co-movimientos

Figura 3: Modelo PIB e IM (Datos anuales)



*Nota:* En la primera columna se presentan las series observadas con el modelo ajustado, y en la segunda se muestra el ciclo estimado.

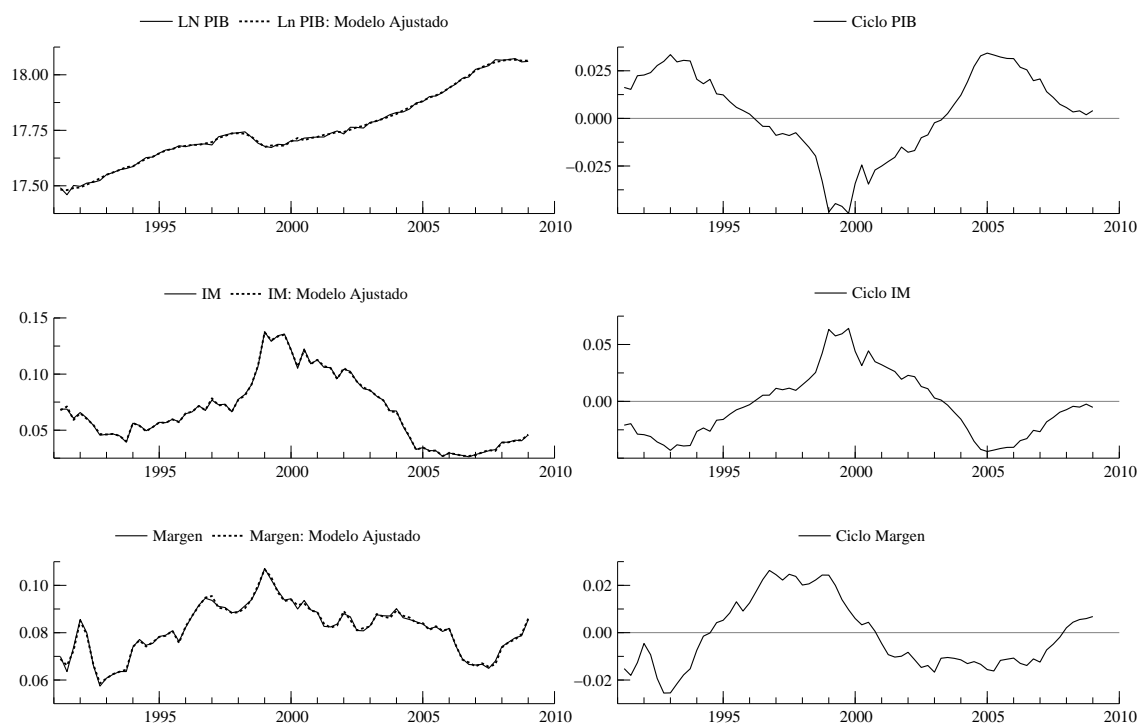
Cuadro 3: Estimación ciclo de la actividad económica, indicador de mora y el margen de intermediación

Trimestral: 1991T2 - 2009T1			
Periodo ( $2\pi/\lambda_\Psi$ )	13.6537 <sup>a</sup>		
$\Phi_\Psi$	0.9739 <sup>a</sup>		
Varianza $D_\Psi$	0.0046	0.0000	0.0031
Matriz de Carga $B$	$\Psi_{PIB}$	$\Psi_{IM}$	$\Psi_{Margen}$
PIB	1	0	0
IM	-1.2861 <sup>c</sup>	1	0
Margen	-0.2602	1.5845 <sup>b</sup>	1
$R_d^2$	0.121	0.199	0.131
Normalidad	8.517	19.370	3.973
Error Estand.	0.012	0.006	0.003
$Q(k)$ :	11.002	17.736	23.322

*a, b, c y d* indican significancia al 0.01, 0.05, 0.10 y 0.20, respectivamente

Fuente: Cálculos de los autores.

Figura 4: Modelo PIB, IM y margen de intermediación (Datos trimestrales)



*Nota:* En la primera columna se presentan las series observadas con el modelo ajustado, y en la segunda se muestra el ciclo estimado.

positivos entre el IM y el margen, y co-movimientos negativos entre la actividad económica y el incumplimiento.

## 5. Conclusiones

En este trabajo se explora la relación existente, en los ciclos, entre la actividad económica, el riesgo de crédito, y los precios de intermediación financiera. Para ello, se utilizó la metodología de componentes no observados multi-variados mediante la cual se estimaron ciclos y co-movimientos alrededor de las frecuencias detectadas, para series de tiempo de PIB, indicador de mora, y margen de intermediación, utilizando bases de datos con periodicidad anual y trimestral.

Los resultados de los ejercicios sugieren la existencia de ciclos comunes para la actividad económica, el riesgo de crédito y los precios de la intermediación financiera. El ciclo de baja

frecuencia tiene una duración cercana a 13 años, y en este hay co-movimientos positivos entre el IM y el margen, y co-movimientos negativos entre la actividad económica y el incumplimiento. En el ciclo de alta frecuencia, que tiene un periodo cercano a 4 años, también se observa una relación inversa entre las fluctuaciones de la actividad económica y el riesgo de crédito.

Lo encontrado en este trabajo corrobora resultados previos de la literatura de riesgo de crédito. Adicionalmente, se brinda evidencia de la necesidad de incorporar, en los modelos de estimación de probabilidades de incumplimiento, el estado de variables macroeconómicas que reflejen el ciclo económico.

## Referencias

- Altman, E. (1968). "Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy". *Journal of Finance*, Vol. 23, No. 4, pp. 589-906.
- Alves, I. (2004). "Sectoral fragility: factors and dynamics". *Bank for International Settlements*, Vol. 22, pp 450-80.
- Amaya, C. (2005). "Evaluación del Riesgo de Crédito en el Sistema Financiero Colombiano". *Banco de la República, Reporte de Estabilidad Financiera*, Diciembre de 2005.
- Gómez, J., Morales, P., Pineda, F., y Zamudio, N. (2009). "An Alternative Methodology for Estimating Credit Quality Transition Matrices". *Journal of Risk Management in Financial Institutions*, forthcoming.
- Gutiérrez, J. y Vásquez, D. (2008). "Un Análisis de Cointegración para el Riesgo de Crédito". *Banco de la República, Reporte de Estabilidad Financiera*, Septiembre 2008.
- Harvey, A. C. (1989). "Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter". *Cambridge: Cambridge University Press*.
- Harvey, A. and Jaeger, A. (1993). "Detrending, stylised facts and the business cycle". *Journal Applied Econometrics*, Vol. 8, 231-47.
- Hoggarth, G., Sorensen, S. y Zicchino L. (2005). "Stress tes of UK banks using VAR approach". *Bank of England, Working Paper No. 282*, November 2005.
- Koopman, S y Lucas, A. (2005). "Business and default cycles for credit risk". *Journal of Applied Econometrics, John Wiley & Sons, Ltd.*, Vol. 20(2), pages 311-323.
- Koopman, S., Harvey, A., Doornik, J. y Shephard, N. (2000). "Stamp 6.0: Structural Time Series Analyser, Modeller and Predictor". *London: Timberlake Consultants*.
- Lennox, C. (1999). "Identifying failing companies: a re-evaluation of the Logit, Probit and DA approaches". *Journal of Economics and Business*. Vol. 46, No. 4, pp. 347-364.
- Misas M. y Ramírez M.T. (2005). "Depressions in the Colombian economic growth during the XX century: A Markov Switching Regime Model". *Banco de la República, Borradores de Economía* No. 340.
- Ruano-Pardo, S. y Salas-Fumás, V. (2006). "Morosidad de la Deuda Empresarial Bancaria en España, 1992-2003". *Banco de España, Documentos de Trabajo* No. 0622.

Wong J., Choi, K. and Fong, T. (2005). “A framework for macro stress testing the credit risk of banks in Hong Kong”. *Hong Kong Monetary Authority Quarterly Bulletin*, December 2005 .

Zamudio, N. (2007). “Determinantes de la Probabilidad de Incumplimiento de las Empresas Colombianas”. *Banco de la República, Borradores de Economía* No. 466.