

La serie "Borradores Semanales de Economía" es una publicación de la Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la República. Los Trabajos son de carácter provisional, las opiniones y posibles errores son responsabilidad exclusiva de los autores y sus contenidos no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

**COSTOS EN BIENESTAR DE LA INFLACION:
TEORIA Y UNA ESTIMACION PARA COLOMBIA**

Por:

Alberto Carrasquilla B.

Arturo Galindo A.

Hilde Patrón B.

1994

No. 3

Para comentarios favor dirigirse a los autores:
Fax: 2865936 - Teléfono 3421035.

**COSTOS EN BIENESTAR DE LA INFLACIÓN:
TEORIA Y UNA ESTIMACION PARA COLOMBIA**

Alberto Carrasquilla B. *
Arturo Galindo A.
Hilde Patrón B.

* Agradecemos los comentarios de Hernando Gómez, Roberto Junguito, Oscar Marulanda, Gabriel Pérez y Manuel Ramírez; desde luego, cualquier error es de nuestra entera responsabilidad. Las opiniones son de los autores y no comprometen a la institución.

I. Introducción

En Colombia y otros países se han hecho esfuerzos por independizar el manejo de la política monetaria y cambiaria respecto de las decisiones del Ejecutivo y del ciclo electoral. Hay una literatura amplia que plantea que este tipo de esfuerzos redundan en beneficios derivados del hecho de que la inflación se reduce (Cukierman, 1992) al permitirse que en la definición de la política de estabilización las autoridades carezcan de incentivos expansionistas que sí tiene el gobierno.

Para efectos analíticos los beneficios de reducir la inflación se pueden dividir en dos tipos no excluyentes de efectos. Primero, el efecto que una tasa de inflación menor –a través de diversos tipos de mecanismos de transmisión– tiene sobre la tasa de crecimiento de la economía a largo plazo¹. Segundo, el efecto de la menor inflación sobre el bienestar de la población, haciendo abstracción del crecimiento mismo. Este último efecto tiene que ver con el hecho de que la inflación castiga el flujo de servicios que prestan el dinero y los activos financieros no indexados.

En este trabajo se presenta una discusión sobre los costos a largo plazo de la inflación que hace abstracción de cualquier efecto sobre la tasa de crecimiento y se concentra en la comparación de estados estacionarios alternativos en los cuales la única diferencia "exógena" es el ritmo inflacionario². El modelo implica que la tasa de inflación específica que se elija provoca ajustes en la escogencia del portafolio, los cuales, dada una función convencional de utilidad, tienen efectos de bienestar cuya magnitud depende de los parámetros estimados. El trabajo parte la maximización de una función de bienestar sujeta a restricciones intertemporales de portafolio similar a la estudiada por Eckstein y Leiderman (1992).

¹ La literatura es bastante amplia. Contribuciones recientes se discuten en De Gregorio (1993), Cozier y Selody (1992) y Fischer (1993), quienes muestran empíricamente que la inflación tiene un efecto negativo sobre el crecimiento económico.

² Para un análisis del efecto en Colombia de la inflación sobre la tasa de crecimiento, veáse Uribe J.D. (1994).

El trabajo se divide en cuatro partes. En la primera parte presentamos el modelo básico y obtenemos las ecuaciones estimables. En la segunda efectuamos la estimación y presentamos los resultados. En la tercera parte efectuamos los ejercicios de dinámica comparativa y en la cuarta parte discutimos los hallazgos y concluimos.

II. El Modelo Básico

Supongamos una economía cerrada en la cual no hay crecimiento poblacional, el producto es exógeno, no hay gobierno y los pobladores son idénticos entre sí³. El problema básico es:

$$\max_{(b_t, m_t)} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(m_t, c_t) \quad (1)$$

$$s. a. \sum_{t=1}^{\infty} c_t + b_{t-1}(1+r_{t-1}) + \frac{m_{t-1}}{(1+\pi_t)} + y_t - m_t - b_t \quad (2)$$

con β un factor de descuento intertemporal, $\beta = 1/(1+\sigma)$, y σ la tasa de descuento; c es la utilidad derivada del consumo, b es el stock de activos financieros, que se puede entender como la riqueza (no monetaria), m los saldos monetarios reales, y y es el ingreso y π es la inflación. La función de utilidad además se define únicamente para valores positivos de c y m . Nótese que el ingreso es exógeno. La inclusión de los saldos reales como un determinante de la función de utilidad directa se encuentra sustentada en los argumentos de Feenstra (1986), quien demuestra que bajo la presencia de una restricción de Clower en su forma más sencilla, y la consideración de costos de transacción semejantes a los de Baumol–Tobin, el problema de maximización es equivalente a aquel en que la utilidad no se encuentra en función del dinero.

Sobre la trayectoria óptima, en cada momento del tiempo tenemos que el problema se puede reescribir de la siguiente manera:

³ Dados estos supuestos, el lector se puede ver tentado a deducir que el beneficio de continuar leyendo es inferior al costo. Como se verá, lo bueno que tiene el modelo es la posibilidad de relajar fácilmente estos supuestos.

$$\begin{aligned} \max_{(b_t, m_t)} L(t) &= U(m_t, c_t) + \beta E_t U(m_{t+1}, c_{t+1}) \\ c_t &= b_{t-1}(1+r_{t-1}) + \frac{m_{t-1}}{1+\pi_t} + y_t - m_t - b_t \\ m_{t+1} &= b_t(1+r_t) + \frac{m_t}{1+\pi_{t+1}} + y_{t+1} - m_{t+1} - b_{t+1} \end{aligned} \quad (3)$$

es decir, las variables de control (b, m) no tienen efecto más allá de dos períodos, incluyendo el actual. Derivando con respecto a m_t y b_t e igualando a cero se tienen las condiciones de primer orden:

$$\frac{dL}{dm_t} = 0 = U_m(t) + U_c(t) \frac{\delta c(t)}{\delta m(t)} + \beta E_t \left[U_c(t+1) \frac{\delta c(t+1)}{\delta m(t)} \right] \quad (4)$$

dividiendo por $U_c(t)$ y reemplazando las derivadas parciales por sus valores se llega a:

$$\frac{U_m(t)}{U_c(t)} + \beta E_t \frac{U_c(t+1)}{U_c(t)} \left(\frac{1}{1+\pi(t+1)} \right) = 1 \quad (5)$$

La ecuación (5) dice que en el máximo, si se sacrifica consumo futuro para elevar el consumo de hoy (se eleva la utilidad del consumo en el futuro, $U_c(t+1)$), en valor presente, debe ser igual a la utilidad de incrementar saldos monetarios presentes, una vez se ha descontado su erosión por la vía de la inflación.

La otra condición de primer orden ($dL/db_t = 0$) se obtiene de manera similar y es más estándar en la literatura:

$$\beta E_t \frac{U_c(t+1)}{U_c(t)} = \frac{1}{(1+r_t)} \quad (6)$$

La ecuación dice que en la trayectoria óptima el valor esperado de la utilidad marginal que se gana al traer consumo futuro al presente, es igual al inverso del factor de interés. Es decir que el beneficio es igual al costo.

III. Estimación

A. Aspectos Metodológicos

Las condiciones de primer orden definen el modelo estimable. Para propósitos de estimación es necesario suponer una función de utilidad. Siguiendo lo convencional en la literatura, planteamos una CRRA (función de aversión relativa al riesgo constante):

$$U(m_t, c_t) = \frac{m_t^\gamma c_t^{(1-\gamma)\theta} - 1}{\theta} \quad (7)$$

Las utilidades marginales asociadas a (7) están dadas por:

$$U_m(t) = \gamma m_t^{(\gamma-1)} c_t^{(\theta(1-\gamma))} \quad (8)$$

$$U_c(t) = (1-\gamma) m_t^\gamma c_t^{(\theta(1-\gamma)-1)} \quad (9)$$

Utilizando (8) y (9) en las ecuaciones (5) y (6) se puede simplificar el modelo estimable obteniendo:

$$\frac{\gamma}{1-\gamma} \frac{c_t}{m_t} + \beta \left[\frac{m_{t+1}}{m_t} \right]^\gamma \left[\frac{c_{t+1}}{c_t} \right]^{\theta(1-\gamma)-1} \left[\frac{1}{(1+r_{t+1})} \right] = 1 \quad (10)$$

$$\beta \left[\frac{m_{t+1}}{m_t} \right]^\gamma \left[\frac{c_{t+1}}{c_t} \right]^{\theta(1-\gamma)-1} = \frac{1}{(1+r_t)} \quad (11)$$

En la estimación de los tres parámetros que surgen de las ecuaciones de Euler, se utilizó el método generalizado de momentos. Este procedimiento es más eficiente que el de una estimación no lineal convencional (Hansen, 1982).

Supongamos que el modelo, en su forma general, sea $\mu=F(X,P)$ con X el vector de variables y P el vector de parámetros. La técnica usual consiste en escoger P tal que se minimize la suma cuadrada de de errores $\Sigma=\mu'\mu$. Al ser simultáneo el modelo es necesario

pensar en una técnica que utilice variables instrumentales contenidas en un vector A. Dichas variables son ortogonales a los residuales del modelo: $E[A'F(X,P)]=0$. Las técnicas convencionales escogen P para minimizar $\mu'A(A'A)^{-1}A'\mu$.

Hansen (1982) muestra que es superior una técnica en etapas en la cual estima convencionalmente el modelo, se guardan los residuales y se computa la siguiente matriz de varianzas y covarianzas (consistente):

$$Q(X, \mu) = \sum_{k=L}^T \sum_{t=1}^T \mu_t X'_{t-k} X_{t-k} \mu_{t-k} \quad (12)$$

Por último se estima el modelo de nuevo, sustituyendo $(A'A)^{-1}$ por el inverso de la matriz Q, minimizando no la suma cuadrada de los residuales, sino el valor absoluto de dicha suma. La diferencia es que, en este caso se utiliza una matriz consistente de varianzas y covarianzas. En el método anterior, no hay garantía de que asintóticamente la matriz estimada converja a la matriz verdadera.

B. Estimación

Utilizando el método generalizado de momentos, calculando la matriz Q a partir de la estimación de (10) con variables trimestrales, se obtienen los siguientes resultados⁴:

Variable	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico t	Significancia
θ	0.726	0.135	5.362	0.0000
γ	0.124	0.052	2.381	0.0172
β	0.964	0.044	21.667	0.0000
J[$\chi^2(1)$] = 0.016 Significancia: 0.8984				

⁴La serie de consumo trimestral corresponde a la de consumo de los hogares y fue tomada de Cubillos y Valderrama (1993). El agregado monetario utilizado fue M2, el cual, al igual que la inflación (IPC) y la tasa de interés (DTF), fue obtenido en el Banco de la República. Para la estimación se utilizó información trimestral desde 1982.I hasta 1992.IV.

Las estimaciones sugieren los siguientes hechos: (a) la tasa de descuento intertemporal del agente colombiano es 3.73%⁵, sugiriendo que una unidad de utilidad en el presente equivale en bienestar a 1.0373 unidades de utilidad dentro de un período (este resultado es consistente con el hecho de que en Colombia las tasas de interés nominales oscilan alrededor del 30%, el valor medio de la tasa de interés de los certificados de depósito a término durante el período analizado fue 33% con una desviación estándar de 0.034); (b) el coeficiente de aversión relativa al riesgo del agente es 0.274⁶ es decir hay aversión al riesgo y la función de utilidad es cóncava (ver apéndice 1); (c) el peso relativo de los saldos reales en la canasta que subyace la función de utilidad intertemporal es de 12.4%; (d) el vector de instrumentos utilizado (constante, tendencia, dummies estacionales, M_{t-1}/M_{t-2} y una dummy que representa el cambio de nivel en la variable monetaria real desde 1986⁷) que implica una restricción de sobreidentificación queda validada según el estadístico J (distribuido como una chi cuadrado) con un grado de libertad que se obtuvo de 0.016 con un nivel de significancia del 90%.

IV. Dinámica Comparativa

A. La Cantidad de Dinero en el Estado Estacionario

Suponemos que hay una inflación de estado estacionario π^* que se asocia con valores de c y m . En este caso, podemos hacer un análisis atinente al efecto sobre bienestar asociado con mayores niveles de inflación de estado estacionario.

⁵ La tasa de descuento intertemporal σ es igual a $(1-\beta)/\beta$.

⁶ El coeficiente de aversión relativa al riesgo se define como: $\rho = - [U''(c) c]/U'(c)$, en nuestro caso $\rho = -(\theta-1)$.

⁷ Ver Carrasquilla y Galindo (1994).

Al evaluar la ecuación (10) en el estado estacionario se llega a:

$$\frac{\gamma}{1-\gamma} \frac{\bar{c}}{\bar{m}} + \frac{\beta(1+\alpha)^{\theta-1}}{(1+\pi)} = 1 \quad (13)$$

con α a tasa de crecimiento constante de estado estacionario. A partir de esta ecuación podemos tener una demanda por dinero:

$$\bar{m} = \bar{c} \left[\frac{\gamma(1+\pi)}{(1-\gamma)(1+\pi-\beta(1+\alpha)^{\theta-1})} \right] \quad (14)$$

Claramente se aprecia que la cantidad de dinero de estado estacionario depende negativamente de la inflación⁸:

$$\frac{\delta \bar{m}}{\delta \pi} = - \frac{\gamma \beta (1+\alpha)^{\theta-1} \bar{c}}{(1-\gamma)(1+\pi-\beta(1+\alpha)^{\theta-1})^2} < 0 \quad (15)$$

B. Inflación y Bienestar

Pasamos ahora a estudiar el efecto sobre el bienestar asociado con niveles alternativos de inflación a largo plazo. Concretamente, reemplazamos la ecuación (14) dentro de la función de bienestar, utilizamos los parámetros calculados en la estimación por el método generalizado de momentos y evaluamos niveles alternativos de inflación. Para efectos de comparar los diferentes estados estacionarios, suponemos que el consumo se mantiene constante, lo cual es equivalente a decir que la inflación no afecta el valor de estado estacionario del PIB o que, si lo afecta negativamente, como sugiere la literatura empírica, estamos subestimando el costo en bienestar de la inflación.

⁸ De aquí el que usualmente se incluya la inflación en estimaciones de demanda por dinero cuando la tasa de interés nominal no refleja la inflación.

En el cuadro siguiente se presentan algunos resultados:

Inflación	Reducción en la Utilidad
5%	7.38%
10%	10.88%
15%	13.09%
19%	14.39%
22%	15.19%
25%	15.87%
30%	16.83%

En el gráfico 1 se observa como disminuye la utilidad de los agentes cuando se incrementa la inflación, partiendo desde una inflación del 0% hasta una del 1000%.

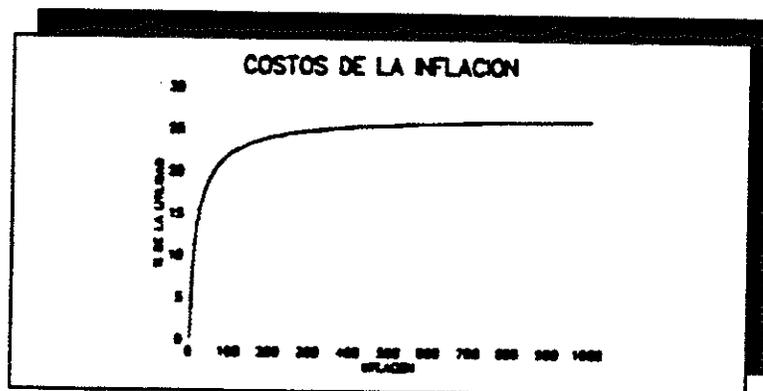


Gráfico 1

Tanto el cuadro como el gráfico 1 sugieren que los beneficios, en términos de utilidad, de reducir la inflación son moderados en la medida en que esta se continúe situando por encima de los niveles internacionales. Reducir la inflación del 22% al 19% representa tan solo un incremento de 0.79% en la utilidad de los agentes, mientras que bajarla al 5% equivale a un aumento en bienestar de 7.8 puntos porcentuales.

Una manera de entender el problema es preguntando en cuanto estaría dispuesto el agente representativo a sacrificar consumo con tal de mantener el mismo nivel de bienestar ante una inflación de estado estacionario mas alta. Tomando la derivada de la función de utilidad con respecto al consumo obtenemos:

$$dU = \frac{(1-\gamma)m^\gamma [c^{1-\gamma}m^\gamma]^{\theta-1}}{c^\gamma} dc \quad (16)$$

utilizando los parámetros ya estimados y los últimos datos de c y m en relación con el PIB (70,12) obtenemos un estimativo del nivel inicial de bienestar (24.33) y de la relación entre dU y dc (0.23 o sea el 0.95%). Para que el bienestar suba a 26.23 (7.8% = 1.89 puntos) sería necesario elevar el consumo 11.6% (8.12 unidades). Bajar la inflación a niveles internacionales es equivalente a elevar el nivel de consumo de los ciudadanos un 11.6%.

4. Conclusiones

Partiendo de un modelo de optimización intertemporal hemos analizado el efecto que tendría sobre el bienestar de un agente representativo cuyos parámetros profundos están definidos con cifras colombianas. Utilizando una función del tipo CRRA y estimando con el método generalizado de momentos deducimos la pérdida en el nivel de bienestar para una sucesión de economías hipotéticas con diferentes tasas de inflación de estado estacionario. Concluimos que bajar la inflación de 22% a 5% eleva el bienestar de la población en 7.8%. Una manera de entender el resultado es explicando que otra forma de elevar 7.8% el bienestar, sería subir el nivel de consumo de los ciudadanos en un 11.6%.

Apéndice 1

Se dice que una función es cóncava cuando la matriz de segundas derivadas (Hesiano) es definida negativa, es decir que sus menores de orden k tengan signo $(-1)^k$. El Hesiano de nuestra función es:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\delta^2 U}{\delta m^2} & \frac{\delta^2 U}{\delta m \delta c} \\ \frac{\delta^2 U}{\delta c \delta m} & \frac{\delta^2 U}{\delta c^2} \end{bmatrix}$$

con,

$$\frac{\delta^2 U}{\delta m^2} = (\gamma\theta - 1) \gamma m^{\gamma\theta - 2} c^{\theta(1-\gamma)}$$

$$\frac{\delta^2 U}{\delta m \delta c} = (\theta(1-\gamma)) \gamma m^{\gamma\theta - 1} c^{\theta(1-\gamma) - 1}$$

$$\frac{\delta^2 U}{\delta c^2} = (\theta(1-\gamma) - 1) (1-\gamma) m^{\gamma\theta} c^{\theta(1-\gamma) - 2}$$

$$\frac{\delta^2 U}{\delta c \delta m} = \theta \gamma (1-\gamma) m^{\gamma\theta - 1} c^{\theta(1-\gamma) - 1}$$

Los menores de primer orden están dados por los elementos de la diagonal principal. Para que estos sean negativos como en efecto se requiere para obtener una función cóncava se necesita que $(\gamma\theta - 1)\gamma$ y $(\theta(1-\gamma) - 1)(1-\gamma)$ sean menores que cero. En nuestro caso $(\gamma\theta - 1)\gamma = -0.109$ y $(\theta(1-\gamma) - 1)(1-\gamma) = -0.31$. Claramente se aprecia que los menores de primer orden son negativos.

El menor de segundo orden (el determinante del hessiano) debe ser positivo; este está dado por:

$$|H| = -\phi m^2 c^{2(\gamma\theta-1)} c^{2(\theta(1-\gamma)-1)} \\ \phi - (1-\gamma)(1-\theta)\gamma$$

Para que el determinante sea positivo se requiere que ϕ sea mayor que cero. En nuestro caso $\phi=0.029$, es decir positivo.

Queda entonces demostrado que la función de utilidad estimada es estrictamente cóncava.

Referencias

- Carrasquilla, A. (1992) "Ajuste Macroeconómico y Tasas de Interés en Colombia" en Apertura Dos Años Después. **Asobancaria**.
- Carrasquilla, A. y A. Galindo (1994) "El Comportamiento Monetario en Colombia: 1980-1993. Una Hipótesis Cambiaria". *Coyuntura Económica*. **Fedesarrollo**. Vol. XX.V. Marzo. No. 1.
- Cozier, B. y J. Selody (1992) "Inflation and Macroeconomic Performance" **Bank of Canada**. Mimeo.
- Cubillos, R. y F.M. Valderrama (1993) "Estimación del PIB Trimestral Según los Componentes del Gasto". Archivos de Macroeconomía. **DNP**. Documento 13.
- Cukierman, A. (1992) Central Bank Strategy, Credibility and Independence. **MIT Press**.
- De Gregorio, J. (1993) "Inflation, Taxation and Long Run Growth". **Journal of Monetary Economics**. 31. 271-298.
- Eckstein, Z. y L. Leiderman (1992) "Seignorage and the Welfare Cost of Inflation" **Journal of Monetary Economics**. 29. Pp 389-410.
- Feenstra, R. (1986) "Functional Equivalence Between Liquidity Costs and the Utility of Money". **Journal of Monetary Economics**. 17. Pp 271-291.
- Fischer, S. (1993) "The Role of Macroeconomic Factors in Growth". **Journal of Monetary Economics**. 32. Pp. 485-512.
- Greene, W. (1993) Econometric Analysis. **Mac Millan**.
- Hansen, L.P. (1982) "Large Sample Properties of Generalized Methods of Moments Estimators" **Econometrica**. 50. Pp 1029-1286.
- Uribe, J.D. (1994). "Inflación y Crecimiento Económico en Colombia". **Borradores Semanales de Economía**. No. 1.