SOBRE LAS CONSECUENCIAS DE LAS AMENAZAS A LA INDEPENDENCIA DEL BANCO CENTRAL

Por:
Hernando Vargas H.

1994 **No. 18**

Para comentarios favor dirigirse al autor:
Fax: 2865936 - Teléfono 3421035.

SOBRE LAS CONSECUENCIAS DE LAS AMENAZAS A LA INDEPENDENCIA DEL BANCO CENTRAL

Hernando Vargas H.*

Santafé de Bogotá, Enero 1995

---

* Subgerencia de Estudios Económicos, Banco de la República. Se agradecen los comentarios y sugerencias de Carlos E. Posada y Carlos Ortiz. Las opiniones expresadas son responsabilidad exclusiva del autor.

I. Introducción

La Constitución Nacional establece que la función primordial del Banco Central (BC) es velar por el mantenimiento de la capacidad adquisitiva de la moneda. Por otra parte, la misma Constitución ordena la coordinación de la política económica general, mientras que la Ley 31 de 1992 dispone que en caso de desacuerdo entre el gobierno (G) y el BC, prevalecerá "la decisión que más favorezca al control de la inflación" (Junguito, 1994, p.7). Este tipo de arreglo claramente fortalece la independencia del BC, al tiempo que se constituye en un obstáculo para un gobierno con objetivos diferentes de los del banco y, en particular, para un G que no asigne importancia a combatir la inflación. En tales circunstancias, existen presiones para limitar o eliminar la independencia del BC. La sola presencia de dichas presiones puede alterar el comportamiento del banco y las expectativas de inflación del sector privado, afectando en consecuencia distintas variables macroeconómicas, entre las cuales se encuentra la tasa de inflación.

Este trabajo ilustra la anterior historia suponiendo que el G puede intentar eliminar o limitar la independencia del BC, y que tal intento tiene una probabilidad de éxito $\theta > 0$. La respuesta del BC ante esta posibilidad es ofrecerle el siguiente acuerdo al G: el BC asigna una mayor ponderación al objetivo del G en la coordinación de la política económica a cambio de que el G no trate de limitar su independencia. Evidentemente, si este acuerdo ha de ser aceptado por ambas partes, el bienestar de los dos participantes no debe decrecer con el mismo. Así, puesto que en la situación inicial el BC tiene el poder de seleccionar los pesos de los objetivos de cada autoridad en la coordinación de la política económica (por ley), bajo el acuerdo descrito asignará al objetivo del G una ponderación tal que éste no tenga un incentivo para eliminar su independencia. Obviamente, el BC ofrecerá este trato si su bienestar mejora con respecto a la alternativa donde el G intenta despojarlo de su independencia.

Dependiendo de la capacidad del G y el BC de cumplir con lo pactado, el "equilibrio" final puede ser cooperativo o no cooperativo. Si el objetivo del G favorece una inflación mayor que la preferida por el banco, el equilibrio cooperativo arrojará un crecimiento del nivel de precios superior al que se presentaría de no existir las presiones para eliminar la independencia del BC. La magnitud de este efecto dependerá del tamaño de θ y del tipo de expectativas de inflación que el sector privado forme. Así, por ejemplo, si la independencia del BC está consignada en una ley, y no constitucionalmente, θ será más alto y mayor será la inflación resultante. Por otra parte, si el público forma sus expectativas de inflación racionalmente (a pesar de no observar las acciones de G y BC), el beneficio de una política expansiva será menor que en el caso de expectativas adaptativas, y, por lo tanto, el G tendrá un menor incentivo para eliminar la independencia del BC.

II. El Modelo.

Supóngase una economía de un período en la cual las autoridades económicas pueden determinar la tasa de inflación. Siguiendo la especificación empleada por Barro y Gordon (1983), se supone que el G y el BC tienen las siguientes funciones objetivo respectivamente:

$$CG = -xo\,\pi^2 + x1\,(\pi - \pi^e) \qquad (1)$$
$$CB = -zo\,\pi^2 + z1\,(\pi - \pi^e) \qquad (2)$$

La diferencia entre las dos funciones está en las distintas ponderaciones ({xo, x1} y { zo, z1}) que cada autoridad asigna a los objetivos de inflación (π) y sorpresa inflacionaria ($\pi - \pi^e$). Las expectativas de inflación π^e pueden ser formadas racional, estática o adaptativamente. En cualquier caso, se supone que el público no puede observar la inflación elegida por las autoridades, y éstas, por lo tanto, consideran a π^e como algo dado (i.e., π^e no cambia si las autoridades alteran π repentinamente).

La coordinación de la política económica se supone surge de la maximización de un promedio ponderado de CG y CB:

$h\ CG + (1-h)\ CB \qquad (3)$

donde h es la ponderación que recibe el objetivo del G[1].

Si existiese una única autoridad económica con el objetivo del G (h=1), entonces la inflación óptima desde su punto de vista estaría dada por la condición de primer orden:

$$\delta CG/\delta\pi = -2\ xo\ \pi + x1 = 0,$$

que implica:

$$\pi^G = x1/(2xo) \qquad (4)$$

De forma similar, una autoridad única con el objetivo del BC (h=0) escoge:

$$\pi^B = z1/(2zo) \qquad (5)$$

Nótese que si al BC le interesa únicamente la inflación ($z1 = 0$, $zo > 0$), la inflación óptima desde su punto de vista será cero. La inflación bajo coordinación de la política económica resulta de maximizar (3) con respecto a π. La condición de primer orden de esta maximización, para un h dado, implica que:

$$\pi(h) = (1/2)\ (h\ x1 + (1-h)\ z1)\ /\ (h\ xo + (1-h)\ zo)$$

Haciendo uso de (4) y (5), $\pi(h)$ puede expresarse también como:

$$\pi(h) = [(1/2)\ x1/xo]\ (h\ xo/(h\ xo + (1-h)\ zo)) + [(1/2)\ z1/zo]\ (h\ zo/(h\ xo + (1-h)\ zo))$$
$$\equiv \pi^G\ \gamma(h) + \pi^B\ (1-\gamma(h)) \qquad (6)$$

[1] Cukierman (1992) y Petit (1990) emplean esta formulación para ilustrar la coordinación de políticas bajo diferentes grados de independencia del BC.

Es decir, la inflación bajo cooperación es un promedio ponderado de las inflaciones óptimas desde el punto de vista del G y el BC, donde las ponderaciones dependen de las preferencias de las autoridades y del peso que cada una de ellas tiene en el proceso de decisión (h). El siguiente resultado se desprende de (6):

Lema 1: Si al BC le interesa más la inflación que al G y a éste le importa más la sorpresa inflacionaria que al banco ($zo > xo$ y $z1 < x1$), entonces:

a) La inflación óptima desde el punto de vista del BC es menor que la inflación óptima del G:

$$\pi^B = z1/(2zo) < x1/(2xo) = \pi^G$$

b) La inflación $\pi(h)$ es creciente en h:

$$\pi'(h) = (x1\ zo - xo\ z1) / (2\ (zo(1-h) + xo\ h)^2) > 0$$

Estos son resultados bastante obvios: Si la inflación es más importante para el BC que para el G, la inflación óptima para el primero será menor que para el último. Por lo tanto, si la ponderación del objetivo del G en la coordinación de política sube (con h), también lo hará la inflación resultante, puesto que se dará mayor peso a la inflación óptima del G.

Como se mencionó en la introducción, la ley establece que la meta única del BC es mantener el poder adquisitivo de la moneda. Al tiempo, exige que la política económica sea coordinada y que, en caso de presentarse conflictos, la decisión final sea aquella que más favorezca el control de la inflación. Con este arreglo institucional en mente, las ecuaciones (1) - (6) implican el siguiente resultado:

Lema 2: Si $z1 = 0$ y $x1, xo, zo > 0$, i.e. si al BC le interesa únicamente la inflación (de acuerdo con el mandato constitucional) y al G le importan la inflación y la sorpresa inflacionaria, entonces, en ausencia de amenazas a la independencia del BC, éste fijará $h = 0$ ($\pi(0) = 0$), dado el arreglo institucional existente.

En lo que sigue es necesario conocer el valor de la función objetivo de cada institución para un $\pi(h)$ dado. Para este efecto es necesario especificar el tipo de expectativas del público sobre la inflación (π^e). Se supone que en la economía existe una proporción α de agentes que forman expectativas racionales, es decir, que conocen las preferencias del G y el BC (ecuaciones (1) y (2)), así como las ponderaciones de sus objetivos (h). En consecuencia, la expectativa de inflación de estos agentes es:

$$\pi^e_r = \pi(h) \qquad (7)$$

Como se anotó arriba, a pesar de que los agentes racionales predicen exactamente la inflación óptima, esta expectativa está dada desde el punto de vista de las autoridades. En otras palabras, la expectativa no cambia si el G y el BC alteran su decisión sobre π. Por otra parte, se supone que hay una proporción $(1-\alpha)$ de agentes que forman expectativas adaptativas[2]:

$$\pi^e_a = \lambda\, \pi_{-1} \qquad (8)$$

Así, las expectativas de inflación para la economía como un todo pueden describirse como:

$$\pi^e = \alpha\, \pi^e_r + (1-\alpha)\, \pi^e_a = \alpha\, \pi(h) + (1-\alpha)\, \lambda\, \pi_{-1} \qquad (9)$$

Reemplazando (6) y (9) en (1) y (2), se deduce que el valor de las funciones objetivo del G y del BC para un h dado son, respectivamente:

---

[2] En un modelo de un solo período como éste, las expectativas adaptativas no se distinguen de las estáticas.

$$CG(h) = -xo\, \pi(h)^2 + x1\, (1-\alpha)\, (\pi(h) - \lambda\pi_{-1}) \qquad (11)$$
$$CB(h) = -zo\, \pi(h)^2 + z1\, (1-\alpha)\, (\pi(h) - \lambda\pi_{-1}) \qquad (12)$$

De estas ecuaciones se desprende un resultado casi que evidente:

Lema 3: Cuando la totalidad de la población tiene expectativas racionales ($\alpha = 1$), ex-post la sorpresa inflacionaria es cero. Como consecuencia, la inflación que maximiza (ex-post) CG y CB es $\pi = 0$. Esto significa que en una economía poblada totalmente por agentes racionales, el G no tiene incentivo alguno para limitar o eliminar la independencia del BC.

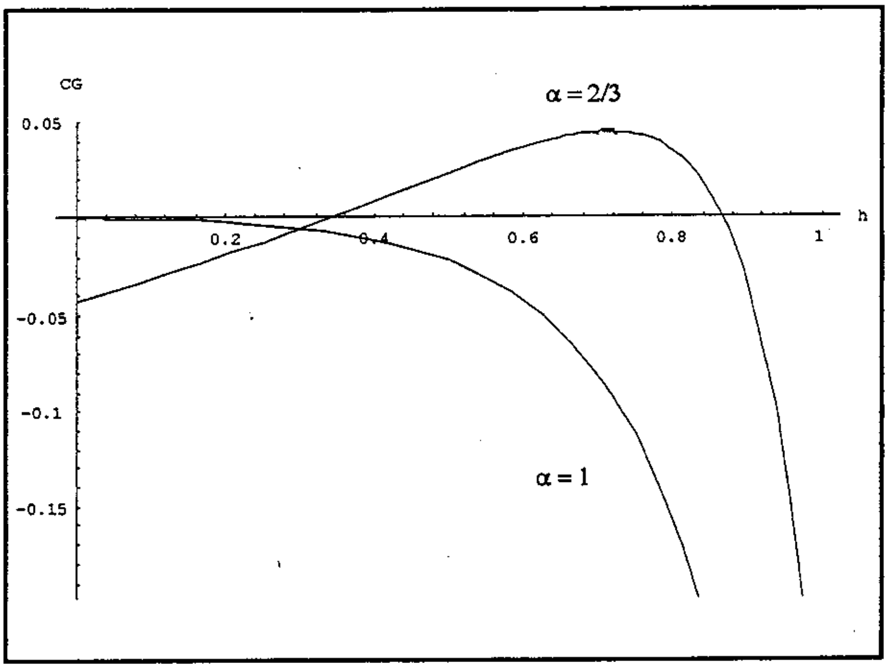
En este modelo debe existir entonces una proporción no muy baja de agentes con expectativas adaptativas para que el G trate de despojar al BC de su independencia (i.e. ex-post debe existir una sorpresa inflacionaria positiva). En lo restante del trabajo se supone que este es el caso, y se establece, además, que al BC sólo le interesa la inflación ($z1 = 0$, $zo > 0$). Bajo estas condiciones, la Figura 1 ilustra algunos ejemplos de la función CG(h) [3]. A primera vista se notan dos características importantes de las funciones CG(h). En primer lugar, para valores de α menores que 0.5, CG(1) > CG(0)[4]. Esta característica es consistente con el Lema 3, e implica que el G se beneficiaría de eliminar COMPLETAMENTE la autonomía del BC (h=1) cuando menos del 50% de los agentes forman expectativas racionales[5]. En el contexto colombiano, lo anterior implicaría una

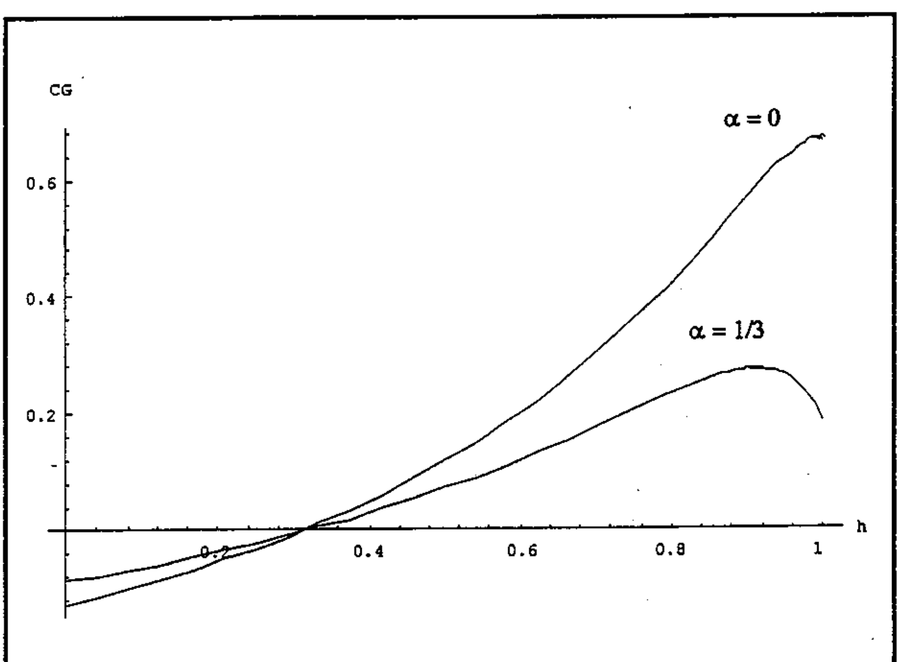
[3] Los valores de los parámetros en esta Figura son $z1 = 0$, $zo = 1$, $x1 = 0.8$, $xo = 0.2$, $\lambda = 0.8$ y $\pi_{-1} = 0.2$.

[4] Este resultado también puede ser demostrado algebráicamente.

[5] En este punto hay que ser más cuidadoso, por cuanto no se está teniendo en cuenta que las expectativas de inflación cambian cuando se introduce la posibilidad de alterar la independencia del banco. Esto naturalmente afecta a las funciones objetivo CG y CB. Sin embargo, al considerar el efecto de una reforma sobre las expectativas de inflación, la conclusión aquí consignada se confirma, como se verá posteriormente.

Figura 1
Ejemplos de CG(h)





reforma constitucional. En segundo término, es claro en los gráficos de la Figura 1 que las funciones CG(h) alcanzan su punto máximo en valores de h que están dentro del intervalo [0,1]. Más precisamente, se puede demostrar que CG(h) alcanza un máximo para el siguiente valor de h [6]:

$$h^* = zo\,(1-\alpha) / (zo\,(1-\alpha) + xo\,\alpha) \qquad (13)$$

Para valores positivos de α, xo y zo, claramente $h^* \in (0,1)$ y $CG(h^*) > CG(0)$. Esto significa que, en general, al G no le conviene la independencia del BC bajo el arreglo institucional en el cual z1 = 0 y la decisión que se toma es la más conducente a la estabilidad de precios, puesto que en estas circunstancias el banco escoge h = 0. Sin embargo, también es posible que el G no encuentre óptimo eliminar del todo la autonomía del BC, ya que h* puede ser inferior a uno. En este caso, el G valora la presencia del BC independiente debido a las menores expectativas de inflación que los agentes racionales forman, con lo que el bienestar del G es mayor que cuando se suprime totalmente la independencia del BC y h = 1. En otras palabras, si existe un porcentaje positivo de agentes con expectativas adaptativas (sin importar cuan pequeño), el G se beneficiará de limitar (pero NO eliminar) la independencia del BC, de tal forma que pueda asignar los pesos h y 1-h en la coordinación de política que maximicen ex-post su objetivo (CG)[7]. En el contexto colombiano, esto significaría modificar la ley que favorece la decisión más conducente al control de la inflación.

---

[6] h* sale de la condición de primer orden $\delta CG(h)/\delta h = 0$. La segunda derivada $\delta^2 CG(h^*)/\delta h^2$ es: $-(x1^2\ (\alpha\, xo + (1-\alpha)\, zo)^4) / (2\, xo^3 zo^2) < 0$. Se puede demostrar que si $\alpha = 1$, $CG'(h) < 0\ \forall\ h$. Esto coincide con lo anotado en el Lema 3: Si todos los agentes de la economía son racionales, la función objetivo del G decrece con su ponderación en la coordinación de política. Esto sucede porque ex-post la sorpresa inflacionaria es cero, pero la inflación $\pi(h)$ es creciente en h.

[7] De nuevo, en este punto es necesario ser más cuidadosos, ya que se está haciendo caso omiso del efecto que una modificación de la autonomía del BC tiene sobre las expectativas de inflación. Sin embargo, cuando se considera dicho efecto, la conclusión a la que aquí se llega es confirmada, como se deduce del análisis presentado en la siguiente sección.

A continuación, se examinarán estos dos casos (amenazas de eliminación total y parcial de la independencia del BC) suponiendo que el G puede modificar el arreglo institucional existente con una probabilidad de éxito $\theta > 0$. Se mostrará que la sola amenaza de cambio eleva la inflación al afectar el comportamiento del BC.

III. La Amenaza y sus Resultados.

Como se explicó antes, cuando existe una proporción de la población con expectativas adaptativas, el G puede tener un incentivo para limitar la autonomía del BC. En esta sección se supone que el G puede intentar tal reforma con una probabilidad de éxito $\theta > 0$. Esta probabilidad refleja, entre otras cosas, la firmeza de la norma que otorgó al BC su independencia (ley vs. constitución), la "popularidad" relativa de los objetivos de las dos autoridades (que a su vez depende del estado inicial de la economía), la historia (i.e. el desempeño de la economía bajo regímenes de independencia diferentes) y en general el poder del G y BC para imponer u obstaculizar el cambio. Se supone además que la probabilidad θ es exógena, es decir, que no puede ser influenciada por ninguna de las dos autoridades. Finalmente, se supone que tanto el BC como el G son NEUTRALES AL RIESGO.

A. El G trata de eliminar completamente la independencia del BC (h=1).

Si la población con expectativas racionales comprende el incentivo del G para eliminar la independencia del banco, y conoce además la probabilidad θ y las funciones objetivo CG y CB, formará entonces el siguiente pronóstico de inflación en caso de presentarse el intento de reforma a la autonomía del banco:

$$\pi^e_r(\theta) = \theta\, \pi(1) + (1-\theta)\, \pi(0) = \theta\, \pi^G + (1-\theta)\, \pi^B$$

De esta manera, la inflación esperada para la economía como un todo es:

$$\pi^e(\theta) = \alpha\, \pi^e_r(\theta) + (1-\alpha)\, \lambda\, \pi_{-1}$$

Esta esperanza afecta el bienestar del G y el BC. Si el intento del G tiene éxito (h=1), las funciones objetivo del G y el BC asumirán los siguientes valores:

$$CG(1;intento) = -xo\ \pi(1)^2 + x1\ (\pi(1) - \pi^e(\theta)) = -xo\ (\pi^G)^2 + x1\ (\pi^G - \pi^e(\theta)) \qquad (14)$$
$$CB(1;intento) = -zo\ \pi(1)^2 + z1\ (\pi(1) - \pi^e(\theta)) = -zo\ (\pi^G)^2 + z1\ (\pi^G - \pi^e(\theta)) \qquad (15)$$

De otra parte, si el intento del G es fallido, los valores de las funciones objetivo serán las siguientes:

$$CG(0;intento) = -xo\ \pi(0)^2 + x1\ (\pi(0) - \pi^e(\theta)) = -xo\ (\pi^B)^2 + x1\ (\pi^B - \pi^e(\theta)) \qquad (16)$$
$$CB(0;intento) = -zo\ \pi(0)^2 + z1\ (\pi(0) - \pi^e(\theta)) = -zo\ (\pi^B)^2 + z1\ (\pi^B - \pi^e(\theta)) \qquad (17)$$

Nótese que los valores CG(1), CG(0), CB(1) y CB(0) difieren de CG(1;intento), CG(0;intento), CB(1;intento) y CB(0;intento), puesto que las expectativas de inflación cambian cuando los agentes racionales perciben que habrá un intento de reforma[8].

Los valores esperados de CG y CB, en caso de presentarse la tentativa del G, son entonces:

$$ECG(\theta) = \theta\ CG(1;intento) + (1-\theta)\ CG(0;intento) \qquad (18)$$
$$ECB(\theta) = \theta\ CB(1;intento) + (1-\theta)\ CB(0;intento) \qquad (19)$$

Puesto que el G es neutral al riesgo, le será provechoso ex-ante atentar contra la independencia del BC (dado el arreglo inicial donde h = 0) si:

$$ECG(\theta) > CG(0) \qquad (20)$$

[8] Si h = 1 y no hay intento de eliminar la independencia del banco, entonces las expectativas racionales de inflación son $\pi^e_r = \pi(1) = \pi^G$. Lo mismo, si h = 0 y no se presenta la tentativa de cambio, la expectativa racional de inflación es $\pi^e_r = \pi(0) = \pi^B$. Por otro lado, si hay un intento de eliminación de la autonomía del BC, la expectativa racional de inflación será $\pi^e_r = \pi^e_r(\theta)$. Las diferencias entre las sorpresas inflacionarias cuando hay intento y cuando no lo hay hacen que CG(1;intento) > CG(1) > CG(0) > CG(0;intento). Las expectativas adaptativas son obviamente las mismas haya intento o no.

que en este modelo se traduce en $\alpha < 1/2$, de acuerdo con manipulaciones algebráicas sobre las ecuaciones (14), (16), (18) y (11). Esto coincide con lo observado en los gráficos de la Figura 1. Es claro entonces que siempre que el porcentaje de agentes racionales de la economía sea menor del 50%, el G tratará de eliminar la independencia del banco. Por otra parte, es evidente el BC se perjudica con el intento del G, dada la situación inicial sin amenaza donde h = 0:

$$CB(0) = 0 > ECB(\theta) = -\theta\, x1^2\, zo / (4\, xo^2)$$

En este contexto, si $\alpha < 1/2$, el BC tendrá dos alternativas: dependiendo del valor de θ, puede fijar un valor de $h = h^c$ tal que para el G no sea rentable intentar la remoción de su independencia, o puede permanecer intransigente, fijando un valor de h muy bajo (h=0) y arriesgar la intentona del G para eliminar su autonomía. Si escoge la primera alternativa, el trato que le ofrezca al G debe ser provechoso para ambos respecto de la segunda alternativa[9]:

$$CB(h^c) \geq ECB(\theta) \qquad (21)$$

$$CG(h^c) = ECG(\theta) \qquad (22)$$

La condición (22) se especifica como una igualdad, puesto que según el arreglo institucional inicial, es el BC quién en principio escoge el valor de h. Como z1 = 0 (al BC le interesa únicamente la inflación), la función CB(h) es decreciente en h, por lo cual es de esperar que el banco seleccionará el MINIMO h^c que satisfaga (22).

Este acuerdo cooperativo tiene, sin embargo, un problema de implementación grave. Como muchos esquemas de cooperación, puede resultar rentable para sus

[9] Puesto que z1 = 0, CB(h) decrece en h y, por lo tanto, las opciones del BC son sólo dos: buscar la cooperación del G fijando el MINIMO h que lo disuada de emprender la reforma, o seleccionar h = 0 y esperar el resultado del intento del G.

participantes el desviarse de su parte del acuerdo si cada uno espera que los demás cumplan con la suya. En este caso, si el BC fija $h = h^c$, al G podría convenirle incumplir el trato ya que:

$$\theta\ CG(1;\text{intento}) + (1-\theta)\ CG(h^c;\text{intento}) > CG(h^c)$$

en varios casos donde $CG(h^c) < CG(1;\text{intento})$.

De otra parte, si el G cumple con su compromiso y no atenta contra la independencia del BC, para éste sería óptimo fijar $h = 0$ (rompiendo su promesa), pues de esta manera alcanza el óptimo absoluto de su función objetivo, CB (recuérdese que $z1 = 0$). El problema es entonces que no existe un mecanismo que obligue a las dos autoridades a cumplir con sus compromisos en el acuerdo. En este caso, el "equilibrio" no cooperativo donde el BC fija $h = 0$ y el G intenta despojarlo de su autonomía tendría lugar. Este equilibrio se aprecia en la Figura 2. A partir del análisis a lo largo del trabajo se sabe que:

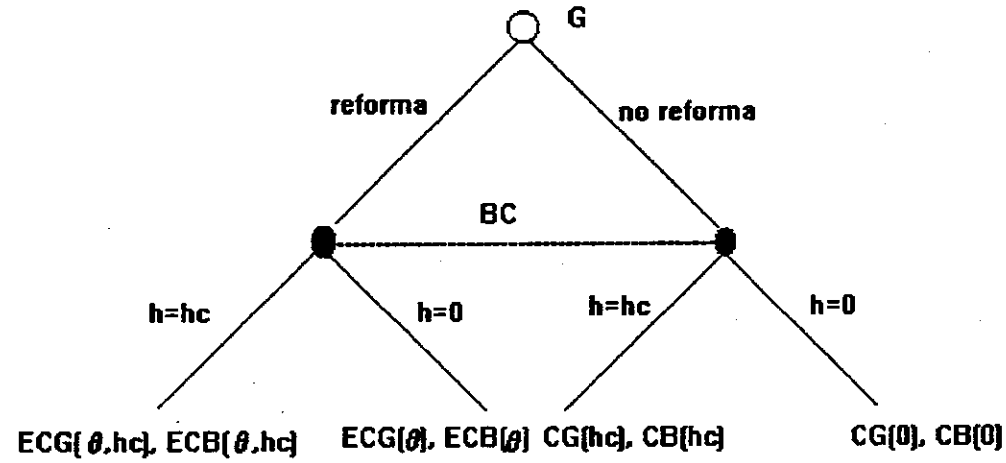
$CG(h^c) > CG(0)$, $ECG(\theta) > CG(0)$[10], $CG(h^c) = ECG(\theta)$, y
$CB(0) > CB(h^c) \geq ECB(\theta)$.

Por otro lado, y abusando un poco de la notación, sean:

$$ECG(\theta, h^c) = \theta\ CG(1;\text{intento}) + (1-\theta)\ CG(h^c;\text{intento})$$
$$ECB(\theta, h^c) = \theta\ CB(1;\text{intento}) + (1-\theta)\ CB(h^c;\text{intento})$$

[10] Para que esta desigualdad y la anterior sean satisfechas, basta con que $\alpha < 1/2$. Si $\alpha \geq 1/2$, al G no le convendrá atacar la independencia del BC (véase la ecuación (20)).

Figura 2



Es claro que ECB(θ, h^c) < ECB(θ). Así, cuando ECG(θ, h^c) > CG(h^c), el único equilibrio "Puro"de Nash es aquel donde ninguna autoridad coopera (el G reforma y el BC fija h = 0).

La cooperación podría ser sustentada en equilibrio si el juego fuese dinámico y los jugadores tuviesen que sopesar la ganancia de corto plazo contra las pérdidas de largo plazo de no cooperar, como en Barro y Gordon (1983)[11].

En principio, este tipo de análisis requeriría de horizontes infinitos (Barro y Gordon de nuevo), lo cual no es muy realista en vista de que normalmente los horizontes del G y el BC difieren (el G tiene un horizonte de cuatro años, mientras que el BC puede tener un

[11] La introducción de más de un período ófrece interesantes perspectivas. Por un lado, bajo expectativas estáticas o lentamente adaptativas, incrementaría el beneficio que obtiene el G si intenta eliminar la independencia del BC al comienzo de su mandato. Por otro, en presencia de expectativas racionales o rápidamente adaptativas, la reacción del público a la desaparición de un BC independiente podría reducir el incentivo del G para eliminar o reducir la autonomía del banco.

horizonte mayor)[12]. Por simplicidad, en este trabajo se mantiene el modelo de un período y, para justificar un "equilibrio" cooperativo, se supone que tanto el BC como el G pueden observar la movida del otro y cambiar su propia movida cuantas veces sea necesario si el contrario incumple su parte del acuerdo. En otras palabras, se supone que las acciones adoptadas por ambos jugadores son reversibles y observables dentro de "un" solo período. En este sentido se abre la posibilidad de cooperación, ya que el G es indiferente entre el equilibrio cooperativo y el no cooperativo (ecuación (22), mientras que el BC claramente prefiere el equilibrio cooperativo (ecuación (21))[13]. A continuación, se derivan ciertas características del equilibrio cooperativo.

Como se explicó arriba, bajo el acuerdo entre el BC y el G, el primero fija el mínimo valor de $h = h^c$ tal que (21) y (22) son satisfechas. Cuando tal acuerdo es alcanzado, se presenta el siguiente resultado:

<u>Proposición 1</u>. Si las siguientes condiciones se cumplen:

a) Al BC sólo le interesa la inflación ($z1 = 0$, $zo > 0$), mientras que al G le interesan la inflación y la sorpresa inflacionaria (xo, $x1 > 0$),

b) Al G le interesa más la sorpresa inflacionaria que al BC y a éste le importa más la inflación que al G ($zo > xo$, $z1 < x1$),

c) El G tiene un incentivo para eliminar la independencia del BC ($\alpha < 1/2$), y

d) Un acuerdo entre el BC y el G es factible (condiciones (21) y (22)),

---

[12] El problema del horizonte infinito y otros problemas (como la proliferación de equilibrios de Nash) podrían tal vez solucionarse suponiendo que los jugadores desconocen la función objetivo de los demás, y que tienen que inducirlas "bayesianamente" a lo largo del tiempo, de acuerdo con las acciones observadas (véanse Backus y Driffill (1985) y Barro (1986)). Nótese, sin embargo, que en este modelo el horizonte del BC como ente independiente es además incierto.

[13] La igualdad en la ecuación (22) hace que el equilibrio cooperativo sea tan probable como el no cooperativo: Puesto que el G es indiferente entre los dos, empezando con cooperación, el G puede intentar la reforma en cualquier momento, ante lo cual el BC retaliaría con $h = 0$. Como para el G las dos situaciones son equivalentes, no existe un incentivo que lo lleve a cooperar nuevamente. Esta situación no es Pareto-óptima. Viendo las cosas desde otro punto, podría argüirse que, empezando con cooperación, el G no tiene incentivo alguno para emprender una reforma de la autonomía del banco.

entonces $h^c > 0$ y $\pi(h^c) > \pi(0) = 0$. En otras palabras, cuando existe la amenaza del G de suprimir la autonomía del BC, este último responde asignando una mayor ponderación al objetivo del G en la coordinación de política, y, en consecuencia, la inflación es mayor que en ausencia de tal amenaza.

Prueba: Ver Apéndice.

La Figura 3 y las dos primeras columnas de la Tabla 1 ilustran este resultado para los siguientes valores de los parámetros: zo = 1, z1 = 0, xo = 0.2, x1 = 0.8, $\alpha = 0.45$, $\theta = 0.1$, $\lambda = 0.8$ y $\pi_{-1} = 0.2$. En el primer gráfico de la Figura 3, el valor de equilibrio cooperativo de h (h^c) es determinado por la intersección de la curva CG(h) con la línea ECG(θ). En el segundo pánel de la Figura 3, se aprecia que, para este valor de h, el BC encuentra deseable cooperar (ECB < CB(h^c)) .

Como se recordará, el Lema 2 estableció que si al BC le interesa sólamente la inflación, entonces, en ausencia de amenazas a su independencia y bajo el arreglo institucional donde la decisión que prevalece es la que más favorece el control de la inflación, el BC fijará h = 0 ($\pi(0) = 0$). La Proposición 1, de otra parte, muestra que en presencia de la amenaza a su autonomía, el BC modifica su comportamiento, cediendo algo de inflación a cambio de conservar su independencia.

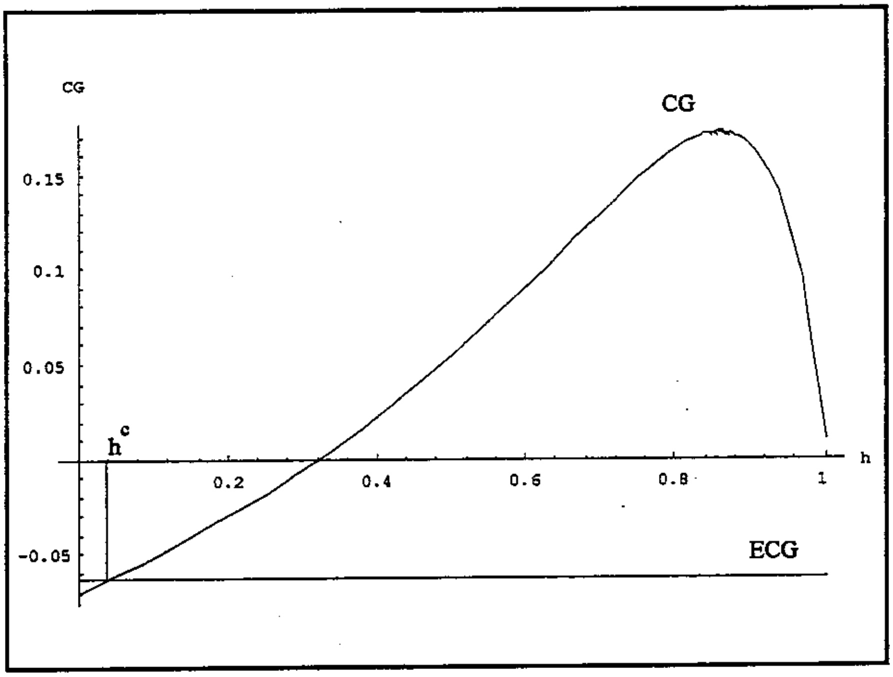
Este efecto se acentúa cuando la probabilidad de éxito del intento del G se incrementa (i.e. cuanto más fácil es reformar la autonomía del BC), como se demuestra a continuación.

Proposición 2. Si las condiciones de la Proposición 1 se cumplen, entonces $dh^c/d\theta > 0$ y $d\pi(h^c)/d\theta > 0$.

Prueba: Ver Apéndice.

Figura 3

Ejemplo de equilibrio cooperativo



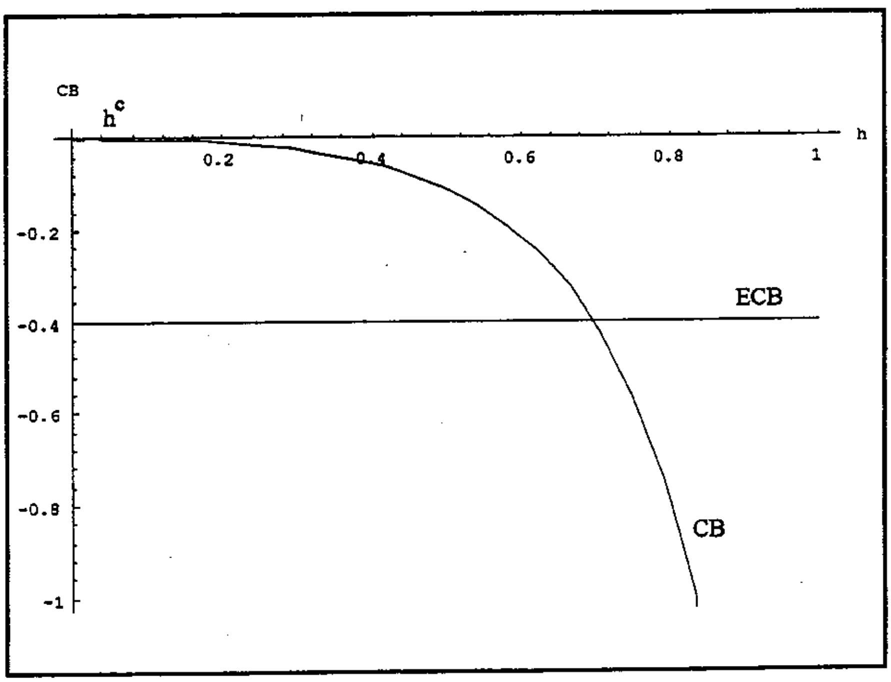


Tabla 1
Ejemplo de un Equilibrio Cooperativo

	Situación Inicial Equilibrio sin Amenaza ($h = 0$)	Equilibrio con la Amenaza $h = 1$ ($h = h^c$)	Equilibrio con la Amenaza $h = h^*$ ($h = h^c$)
h	0	0.044215	0.217
CG(h)	−0.0704	−0.0624	−0.0462
CB(h)	0	−0.000336	−0.0032
ECG	–	−0.0624	−0.0462
ECB	–	−0.4	−0.121
π(h)	0	0.0183346	0.0564

Así, entre más fácil es desmontar la independencia del BC, mayor será la inflación necesaria para que el G no intente hacerlo. La Figura 4 ilustra este resultado con los mismos valores de los parámetros de la Figura 3.

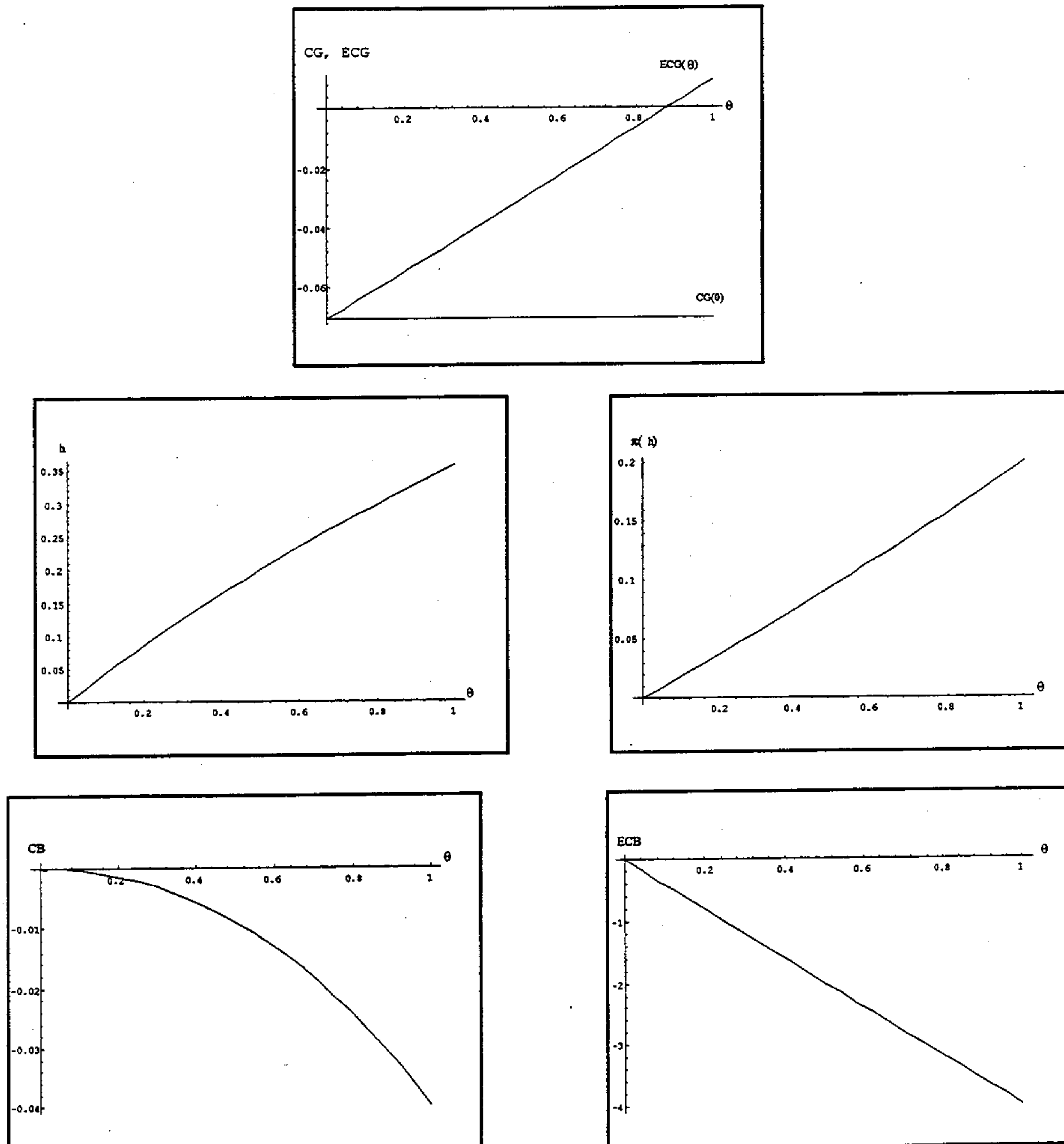
Hasta el momento α ha sido tratada como una constante. Sin embargo, sería interesante conocer cómo cambia el hallazgo de la Proposición 1 cuando varía el porcentaje de agentes racionales en la economía (manteniendo siempre la condición $\alpha < 1/2$). El resultado de este ejercicio depende de cómo se desplazan ante cambios en α las curvas CG y ECG en el primer gráfico de la Figura 1 . Dichos desplazamientos dependen a su vez del efecto que la modificación en α tiene sobre las sorpresas inflacionarias de ECG y CG. La siguiente Proposición precisa esta idea.

Proposición 3. Si las condiciones de la Proposición 1 se cumplen, entonces: $dh^c/d\alpha < 0$ y $d\pi(h^c)/d\alpha < 0$. Es decir, a medida que se incrementa la proporción de agentes racionales, se reduce la inflación necesaria para evitar un intento de reforma del BC.

Prueba: Ver Apéndice.

Figura 4

Cambios en θ



La intuición de este resultado es como sigue: al variar el porcentaje de agentes racionales en la economía, cambia la sorpresa inflacionaria en CG(h) y ECG(θ). Cuando dicha sorpresa se reduce, lo hace más en ECG(θ) que en CG(h), y cuando aumenta, lo hace más en CG(h) que en ECG(θ)[14]. Como consecuencia, con una mayor proporción de agentes racionales, el G tiene un menor incentivo para intentar suprimir la independencia de banco, y éste puede entonces ofrecerle una menor inflación. La Figura 5 presenta un ejemplo de este resultado para los mismos valores de los parámetros empleados en las Figuras anteriores.

B. El G trata de limitar la independencia del BC (h=h*).

Como se explicó antes, en presencia de agentes racionales el G puede encontrar óptimo el no eliminar por completo la independencia del BC, en la medida en que la presencia de un BC autónomo reduce las expectativas de inflación e incrementa el bienestar del G. En este caso entonces, el G trataría únicamente de eliminar la provisión legal que obliga al Estado a tomar la decisión de política que más beneficie la estabilidad de precios. En términos de este modelo, el G intentará modificar la ley con el fin de tomarse la atribución de fijar el valor de h=h* que maximice su función objetivo. El valor de h* está dado por la ecuación (13). Con base en la ecuación (6), se puede concluir que:

$$\pi(h^*) = (1-\alpha)\,\pi^G$$

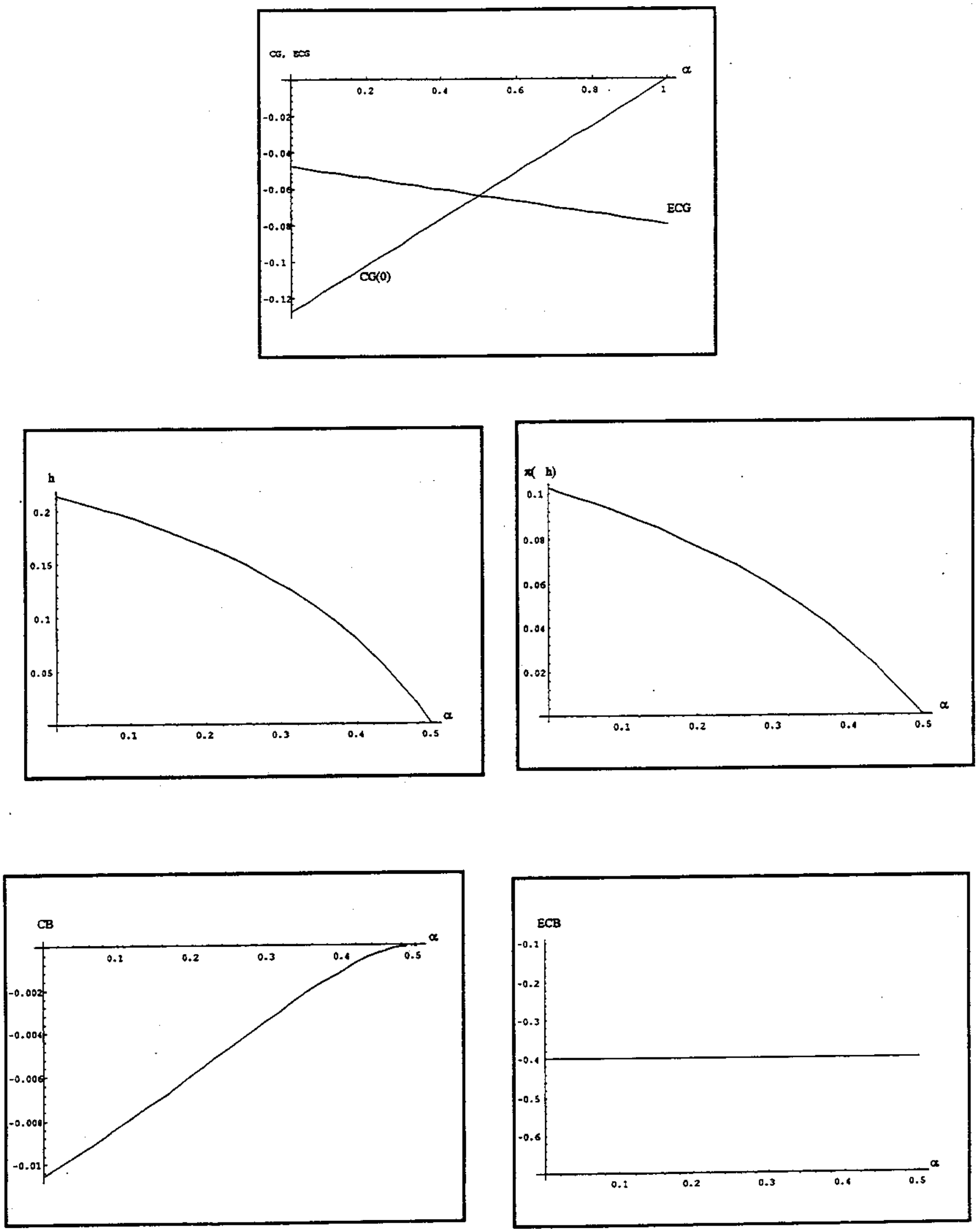
Así, bajo coordinación la inflación óptima para el G es una fracción de la inflación óptima cuando el G es la única autoridad. Dicha fracción corresponde a la proporción de agentes con expectativas adaptativas en la economía.

Como en la subsección anterior, el público con expectativas racionales produce el siguiente pronóstico de inflación en caso de presentarse el intento de reforma a la autonomía del banco:

$$\pi^e_r(\theta) = \theta\,\pi(h^*) + (1-\theta)\,\pi(0) = \theta\,\pi(h^*) + (1-\theta)\,\pi^B$$

[14] Puede incluso suceder que la sorpresa inflacionaria de CG aumente mientras que la de ECG caiga, pero no al contrario.

Figura 5
Cambios en α



de esta manera, la inflación esperada para la economía como un todo es:

$$\pi^e(\theta) = \alpha\, \pi^e_r(\theta) + (1-\alpha)\, \lambda\, \pi_{-1}$$

Si el intento del G tiene éxito (h=h*), las funciones objetivo del G y el BC asumirán los siguientes valores:

$$CG(h^*;intento) = -xo\, \pi(h^*)^2 + x1\, (\pi(h^*) - \pi^e(\theta)) \quad (23)$$
$$CB(h^*;intento) = -zo\, \pi(h^*)^2 + z1\, (\pi(h^*) - \pi^e(\theta)) \quad (24)$$

De otra parte, si el intento del Gobierno es fallido, los valores de las funciones objetivo serán las siguientes:

$$CG(0;intento) = -xo\, \pi(0)^2 + x1\, (\pi(0) - \pi^e(\theta)) = -xo\, (\pi^B)^2 + x1\, (\pi^B - \pi^e(\theta)) \quad (25)$$
$$CB(0;intento) = -zo\, \pi(0)^2 + z1\, (\pi(0) - \pi^e(\theta)) = -zo\, (\pi^B)^2 + z1\, (\pi^B - \pi^e(\theta)) \quad (26)$$

Nuevamente, los valores CG(h*), CG(h*), CB(1) y CB(0) difieren de CG(h*;intento), CG(h*;intento), CB(1;intento) y CB(0;intento), puesto que las expectativas de inflación cambian cuando los agentes racionales perciben que habrá un intento de reforma[15].

Los valores esperados de CG y CB, en caso de presentarse la tentativa del G, son entonces:

$$ECG(\theta) = \theta\, CG(h^*;intento) + (1-\theta)\, CG(0;intento) \quad (27)$$
$$ECB(\theta) = \theta\, CB(h^*;intento) + (1-\theta)\, CB(0;intento) \quad (28)$$

[15] Si $h = h^*$ y no hay intento de eliminar la independencia del banco, entonces las expectativas racionales de inflación son $\pi^e_r = \pi(h^*)$. Lo mismo, si $h = 0$ y no se presenta la tentativa de cambio, la expectativa racional de inflación es $\pi^e_r = \pi(0) = \pi^B$. Por otro lado, si hay un intento de eliminación de la autonomía del BC, la expectativa racional de inflación será $\pi^e_r = \pi^e_r(\theta)$.

Puesto que el G es neutral al riesgo, le será provechoso ex-ante atentar contra la independencia del BC (dado el arreglo inicial donde h = 0) si:

$$ECG(\theta) > CG(0) \qquad (29)$$

Según la ecuaciones (11) y (26), la diferencia ECG(θ) - CG(0) es:

$$ECG(\theta) - CG(0) = \theta\ (x1\ zo\ (1-\alpha))^2 / (4\ zo^2\ xo) \geq 0,$$

que significa que si $\alpha < 1$ y $\theta > 0$, entonces $ECG(\theta) > CG(0)$. En otras palabras, el G tendrá un incentivo para cambiar la ley siempre que exista algún porcentaje de agentes con expectativas adaptativas (sin importar cuan pequeño). Esto contrasta con el resultado de la subsección anterior, donde al G le convenía eliminar completamente la independencia de BC sólo si más del 50% de la población formaba expectativas adaptativas.

Por otra parte, es evidente que el BC se perjudica con el intento del G, dada la situación inicial sin amenaza donde h = 0:

$$CB(0) = 0 > ECB(\theta) = -\theta\ (1-\alpha)\ x1^2\ zo / (4\ xo^2)$$

En este contexto, si $\alpha < 1$, el mismo juego ilustrado en la Figura 2 y descrito arriba tiene lugar. Es decir, el BC tiene dos alternativas: dependiendo del valor de θ, puede fijar un valor de $h = h^c$ tal que para el G no sea rentable intentar la remoción de su independencia, o puede permanecer intransigente, fijando un valor de h muy bajo (h=0) y arriesgar el intento del G para eliminar su independencia. Si escoge la primera alternativa, el trato que le ofrezca al G debe ser provechoso para ambos respecto de la segunda alternativa[16]. Esto se puede expresar mediante las ecuaciones (21) y (22), tal y como se hizo arriba.

El problema de no cooperación en un juego de un período también aparece aquí, y la solución propuesta en el caso anterior se aplica en éste, i.e. se supone que ambos agentes tienen la posibilidad de observar la jugada del otro y retaliar tantas veces como el contrario incumpla su parte del acuerdo. Así, la cooperación puede ser justificada como un posible equilibrio (aunque la no cooperación se mantiene como otro resultado factible).

Las proposiciones enunciadas para el caso donde el G trata de eliminar completamente la independencia del BC (h=1) tienen su contrapartida en el caso donde el G tan solo intenta limitar la autonomía del banco ($h=h^*$):

Proposición 4. Si las siguientes condiciones se cumplen:
a) Al BC sólo le interesa la inflación ($z1 = 0$, $zo > 0$), mientras que al G le interesan la inflación y la sorpresa inflacionaria (xo, $x1 > 0$),
b) Al G le interesa más la sorpresa inflacionaria que al BC y a éste le importa más la inflación que al G ($zo > xo$, $z1 < x1$),
c) El G tiene un incentivo para eliminar la independencia del BC ($\alpha < 1$, $\theta > 0$), y
d) Un acuerdo entre el BC y el G es factible (condiciones (21) y (22)), entonces $h^c > 0$ y $\pi(h^c) > \pi(0) = 0$.

En otras palabras, cuando existe la amenaza del G de limitar (pero no eliminar) la autonomía del BC, este último responde asignando una mayor ponderación al objetivo del G en la coordinación de política, y, en consecuencia, la inflación es mayor que en ausencia de tal amenaza.

Prueba: Ver Apéndice.

La primera y tercera columnas de la Tabla 1 presentan un ejemplo de este resultado para los siguientes valores de los parámetros: $zo = 1$, $z1 = 0$, $xo = 0.2$, $x1 = 0.8$, $\alpha = 0.45$,

[16] Puesto que $z1 = 0$, CB(h) decrece en h y, por lo tanto, las opciones del BC son sólo dos: buscar la cooperación del G fijando el MINIMO h que lo disuada de emprender la reforma, o seleccionar $h = 0$ y esperar el resultado del intento del G.

$\theta = 0.1$, $\lambda = 0.8$ y $\pi_{-1} = 0.2$. La ilustración gráfica de esta proposición es similar a la del caso anterior, consignada en la Figura 3[17].

<u>Proposición 5</u>. Si las condiciones de la Proposición 4 se cumplen, entonces: $dh^c/d\theta > 0$ y $d\pi(h^c)/d\theta > 0$.

Prueba: Ver Apéndice.

<u>Proposición 6</u>. Si las condiciones de la Proposición 1 se cumplen, entonces $dh^c/d\alpha < 0$ y $d\pi(h^c)/d\alpha < 0$. Es decir, a medida que se incrementa la proporción de agentes racionales, se reduce la inflación necesaria para evitar un intento de reforma del BC.

Prueba: Ver Apéndice.

Sería interesante, por otro lado, comparar la inflación que se produce cuando el G amenaza tan solo con limitar la independencia del banco ($h=h^*$), con aquella generada cuando existe la amenaza de eliminar completamente la autonomía del BC ($h=1$). La siguiente proposición presenta un resultado en este sentido. Primero, sin embargo, es necesario introducir algo de notación:

<u>Definición 1</u>: Dados unos valores de θ y α, sea $h^c(1)$ el valor de h que satisface $CG(h^c) = ECG(\theta)$, CUANDO EL G INTENTA ELIMINAR DEL TODO LA AUTONOMIA DEL BANCO y fijar $h = 1$. Correspondientemente, sean $ECB(\theta;1)$ y $ECG(\theta;1)$ los valores esperados de las funciones objetivo del BC y el G en tal caso.

<u>Definición 2</u>: Dados los mismos valores de θ y α de la Definición 1, sea $h^c(h^*)$ el valor de h que satisface $CG(h^c) = ECG(\theta)$,CUANDO EL G INTENTA LIMITAR (PERO NO ELIMINAR) LA AUTONOMIA DEL BANCO y fijar $h = h^*$. Correspondientemente, sean

[17] La única diferencia es que para valores de α mayores que 1/2 el acuerdo en este caso es posible y, según la Figura 1, la curva CG(h) puede alcanzar puntos en los cuales CG(h) < CG(0) cuando h es relativamente alto.

$ECB(\theta;h^*)$ y $ECG(\theta;h^*)$ los valores esperados de las funciones objetivo del BC y el G en tal caso.

Proposición 7. Dados unos parámetros α y θ, si las siguientes condiciones se cumplen:
a) Al BC sólo le interesa la inflación ($z1 = 0$, $zo > 0$), mientras que al G le interesan la inflación y la sorpresa inflacionaria ($xo, x1 > 0$),
b) Al G le interesa más la sorpresa inflacionaria que al BC y a éste le importa más la inflación que al G ($zo > xo$, $z1 < x1$),
c) $\alpha < 1/2$ y $\theta > 0$, es decir, el G tiene un incentivo para eliminar completamente la independencia del BC ($\alpha < 1/2$), y para restringir (mas no suprimir) la autonomía de banco ($\alpha < 1/2 < 1$),
d) Existen porcentajes positivos de agentes con expectativas adaptativas y racionales ($\alpha > 0$), y
e) Un acuerdo entre el BC y el G es factible, bien sea para evitar la pérdida total de independencia del BC, o para disuadir al G de limitarla (mas no eliminarla) (condiciones (21) y (22) en ambos contextos).

Entonces $h^c(h^*) > h^c(1)$ y $\pi(h^c(h^*)) > \pi(h^c(1))$. En otras palabras, la inflación necesaria para impedir la pérdida total de independencia del BC es MENOR que la inflación requerida para evitar la mera limitación de dicha independencia.

Prueba: Ver Apéndice.

Este resultado, que resulta paradójico a primera vista, obedece al simple hecho de que cuando el G decide tratar de alcanzar el óptimo de su función objetivo $CG(h)$ (en $h=h^*$), espera un beneficio mayor que cuando aspira a alcanzar el control total de la política monetaria (en $h=1$), debido a que la presencia de un BC independiente reduce las expectativas de inflación. En este sentido, si el banco quiere mantener su independencia "intacta", tendrá que "pagarle más" (en inflación) al G en el primer caso que en el segundo, porque el costo de oportunidad del G es mayor en el primero.

IV. Conclusiones.

Este trabajo ha mostrado que la sola existencia de una amenaza a la independencia del BC puede tener efectos sobre la inflación. Esto sucede porque el banco debe negociar con el G para evitar la pérdida de su independencia y, como resultado de estas negociaciones, cede algo de inflación. Se mostró también que este efecto crece con la probabilidad de éxito de un intento del G por reducir la autonomía del BC, y con la proporción de agentes que forman expectativas no racionales en la economía.

Paradójicamente, suponiendo que la probabilidad de éxito de una limitación (mas no eliminación) de la independencia del BC es igual a la probabilidad de éxito de la supresión total de la misma, se demostró que la inflación necesaria para evitar el intento del G es mayor en el primer caso que en el segundo. Este resultado se ve reforzado, evidentemente, si, como es de esperar, la probabilidad de éxito de una limitación sin eliminación es mayor que la de una supresión total de la autonomía de banco.

Así, por ejemplo, en Colombia la independencia del BC está consignada en la Constitución Nacional, lo cual, presumiblemente, hace que la probabilidad de suprimirla sea baja. Por otra parte, la disposición que obliga al Estado a que en caso de conflicto entre G y BC, la decisión que se adopte sea aquella que más favorezca el control de la inflación, rige por ley, no constitucionalmente. Por lo tanto, la probabilidad de eliminar esta disposición (manteniendo la independencia del banco) es mayor. El resultado descrito en el párrafo anterior (y en la Proposición 7), indica, entonces, que el BC tiende a "pagar" al G con una inflación relativamente alta, a cambio de evitar la modificación de la ley que da prioridad a la inflación en caso de conflicto.

REFERENCIAS

Barro, Robert. Reputation in a Model of Monetary Policy and Incomplete Information. Journal of Monetary Economics, vol. 17, enero, 1986.

Barro, R. y Gordon, D. Rules, Discretion, and Reputation in a Model of Monetary Policy. Journal of Monetary Economics, vol. 12, 1983, reproducido en "Macroeconomic Policy" por R. Barro, Harvard University Press, 1990.

Backus, D. y Driffill, J. Inflation and Reputation. American Economic Review, vol. 75, junio, 1985.

Cukierman, Alex. "Central Bank Strategy, Credibility, and Independence: Theory and Evidence". The MIT Press. Cambridge, Massachusetts. 1992

Junguito, Roberto. La independencia de la banca central en América Latina. Borradores Semanales de Economía, no. 2, 1994.

Petit, M. L. "Control Theory and Dynamic Games in Economic Policy Analysis". Cambridge University Press. 1990.

APENDICE

Prueba de la Proposición 1: El supuesto de que el G tiene un incentivo para eliminar la independencia del BC implica que $\alpha < 1/2$ y $ECG(\theta) > CG(0)$ (inecuación (20)). Puesto que el acuerdo especifica que $CG(h^c) = ECG(\theta)$ (ecuación (22)), se deduce que $CG(h^c) > CG(0)$. El mismo supuesto de $\alpha < 1/2$ implica que $CG(h)$ tiene un máximo y único punto crítico en $h^* \in (0,1]$ (ecuación (13)). Por lo tanto, de $CG(h^c) > CG(0)$ y de la continuidad de $CG(h)$ se puede concluir que que $h^c > 0$.

Finalmente, este resultado y la segunda conclusión del Lema 1 ($\pi'(h) > 0$) implican que $\pi(h^c) > \pi(0) = 0$.

Prueba de la Proposición 2: Bajo el acuerdo cooperativo, $ECG(\theta) = CG(h^c)$ (ecuación (22)). Empleando la definición de $ECG(\theta)$ (ecuaciones (14), (16) y (18)) y diferenciando ambos lados de (22) con respecto a θ se obtiene:

$$dECG(\theta)/d\theta = (1-2\alpha)\ x1^2 / (4\ xo) = dCG(h^c)/dh\ dh^c/d\theta$$

de donde se sigue que:

$$dh^c/d\theta = (1-2\alpha)\ x1^2 / ((4\ xo)\ (dCG(h^c)/dh)) \qquad \text{(a-1)}$$

El supuesto de $\alpha < 1/2$ implica que el numerador de (a–1) es positivo.

Por otra parte, la expresión $dCG(h^c)/dh$ en el denominador de (a–1) debe ser positiva. Para ver esto, supóngase lo contrario: $dCG(h^c)/dh \leq 0$. Para empezar, supóngase que $dCG(h^c)/dh < 0$. Puesto que $CG(h)$ alcanza un máximo y único punto crítico en $h^* \in (0,1]$, si $dCG(h^c)/dh < 0$, debe existir otro valor de $h = h^o$ tal que $h^o < h^c$, $dCG(h^o)/dh > 0$ y $CG(h^o) = CG(h^c) = ECG(\theta)$. Como al BC sólo le interesa la inflación ($z1 = 0$, $zo > 0$), es claro que preferiría h^o a h^c. Por lo tanto $dCG(h^c)/dh < 0$ es imposible.

Supóngase ahora que $dCG(h^c)/dh = 0$. Esto implicaría que $h^c = h^*$ y, por lo tanto, que $CG(h^*) = ECG(\theta)$. Dado el valor de h^* en la ecuación (13), se llega a que:

$$CG(h^*) - ECG(\theta) = (\alpha^2 + (1-2\alpha)(1-\theta))\ x1\ \pi^G/2$$

Puesto que $\alpha < 1/2$, esta ecuación demuestra que la única forma en que $CG(h^*) = ECG(\theta)$, es que $\alpha = 0$ y $\theta = 1$. Pero si $\theta = 1$ el intento del G nunca fallará, por lo cual el BC perderá con certeza su independencia y en equilibrio no habrá cooperación alguna.

Como tanto el numerador como el denominador de (a–1) son positivos, se puede concluir que $dh^c/d\theta > 0$.

Finalmente, con base en los resultados del Lema 1 ($\pi'(h) > 0$), se deduce que:

$d\pi(h^c)/d\theta = \pi'(h)\ dh^c/d\theta > 0$.

Prueba de la Proposición 3: Como ahora se considera que α es una variable, el siguiente cambio de notación es conveniente: $CG = CG(h,\alpha)$, $ECG = ECG(\theta,\alpha)$. Según el acuerdo cooperativo (ecuación (22)),
$ECG(\theta,\alpha) = CG(h^c,\alpha)$. Diferenciando ambos lados de esta ecuación con respecto a α, se obtiene:

$\delta ECG(\theta,\alpha)/\delta\alpha = \delta CG(h^c,\alpha)/\delta\alpha + (\delta CG(h^c,\alpha)/\delta h)\ (dh^c/d\alpha)$,

de donde se sigue que:

$dh^c/d\alpha = (\delta ECG(\theta,\alpha)/\delta\alpha - \delta CG(h^c,\alpha)/\delta\alpha)\ /\ (\delta CG(h^c,\alpha)/\delta h)$

Utilizando las ecuaciones (6), (11) y (18), se concluye que

$dh^c/d\alpha = x1\ \pi^G\ (\gamma(h^c) - \theta)\ /\ (\delta CG(h^c,\alpha)/\delta h)$ (a–2)

El denominador de (a–2) es positivo, ya que $\delta CG(h^c,\alpha)/\delta h > 0$ como se demostró en la prueba de la Proposición 2. El numerador, en cambio, es negativo. He aquí la prueba:

Dada la definición de $\gamma(h)$ en la ecuación (6), se puede demostrar que el valor de h que iguala θ y $\gamma(h)$ es:

$h^\dagger = \theta\ zo\ /\ (\theta\ zo + (1-\theta)\ xo)$

La diferencia $CG(h^\dagger) - ECG(\theta)$ es igual a $\theta(1-\theta)\ x1\pi^G/2 > 0$, de acuerdo con las ecuaciones (11) y (18). Puesto que bajo cooperación $ECG(\theta) = CG(h^c)$, se deduce que $CG(h^\dagger) > CG(h^c)$. Como $CG(h)$ tiene un máximo y único punto crítico en h^* (Proposición 1) y $\delta CG(h^c)/\delta h > 0$ (Proposición 2), es claro que $CG(h^c) > CG(h)\ \forall\ h < h^c$. Esto y la anterior conclusión ($CG(h^\dagger) > CG(h^c)$) implican que $h^\dagger > h^c$. De la ecuación (6) es evidente que $\gamma'(h) > 0$, con lo que se concluye que $\gamma(h^c) < \gamma(h^\dagger) = \theta$, y, por lo tanto, el numerador de (a–2) es negativo. Siendo este el caso, la ecuación (a–2) demuestra que $dh^c/d\alpha < 0$.

Finalmente, el Lema 1 implica que $d\pi(h^c)/d\alpha = dh^c/d\alpha\ \pi'(h^c) < 0$.

Prueba de la Proposición 4: Puesto que el G tiene un incentivo para eliminar la independencia del BC, la desigualdad (28) implica que $\alpha < 1$ y $ECG(\theta) > CG(0)$. Si el acuerdo entre el G y el BC es factible, entonces $CG(h^c) = ECG(\theta)$, con lo cual se deduce que $CG(h^c) > CG(0)$. Como para $\alpha < 1$, $CG(h)$ tiene un máximo y único punto crítico en

$h^* \in (0,1]$, $CG(h^c) > CG(0)$ y la continuidad de $CG(h)$ implican que $h^c > 0$. Finalmente, este resultado y la segunda conclusión del Lema 1:
($\pi'(h) > 0$) implican que $\pi(h^c) > \pi(0) = 0$.

Prueba de la Proposición 5: Bajo el acuerdo cooperativo, $ECG(\theta) = CG(h^c)$ (ecuación (22)). Empleando la definición de $ECG(\theta)$ (ecuaciones (14), (16) y (18)) y diferenciando ambos lados de (22) con respecto a θ se obtiene:

$$dECG(\theta)/d\theta = (1-\alpha)^2\, x1^2 \,/\, (4\, xo) = dCG(h^c)/dh\ dh^c/d\theta$$

de donde se sigue que:

$$dh^c/d\theta = (1-\alpha)^2\, x1^2 \,/\, ((4\, xo)\ (dCG(h^c)/dh)) \qquad \text{(a-3)}$$

El supuesto de $\alpha < 1$ implica que el numerador de (a-3) es positivo. Por otra parte, la expresión $dCG(h^c)/dh$ en el denominador de (a-3) debe ser positiva. Para ver esto, supóngase lo contrario: $dCG(h^c)/dh \leq 0$. Para empezar, supóngase que $dCG(h^c)/dh < 0$. Puesto que $CG(h)$ alcanza un máximo y único punto crítico en $h^* \in (0,1]$, si $dCG(h^c)/dh < 0$, debe existir otro valor de $h = h^o$ tal que $h^o < h^c$, $dCG(h^o)/dh > 0$ y $CG(h^o) = CG(h^c) = ECG(\theta)$. Como al BC sólo le interesa la inflación ($z1 = 0$, $zo > 0$), es claro que preferiría h^o a h^c. Por lo tanto $dCG(h^c)/dh < 0$ es imposible.

Supóngase ahora que $dCG(h^c)/dh = 0$. Esto implicaría que $h^c = h^*$ y, por lo tanto, que $CG(h^*) = ECG(\theta)$. Dado el valor de h^* en la ecuación (13), se llega a que:

$$CG(h^*) - ECG(\theta) = (1-\alpha)^2\,(1-\theta)\ x1\pi^G/2$$

Esta ecuación demuestra que la única forma en que $CG(h^*) = ECG(\theta)$, es que $\alpha = 1$ o $\theta = 1$. Pero si $\alpha = 1$, al G no le conviene reducir la independencia del BC, y, si $\theta = 1$, el G no fallará en su intento, con lo cual la cooperación será imposible.
Como tanto el numerador como el denominador de (a-3) son positivos, se puede concluir que $dh^c/d\theta > 0$.

Finalmente, con base en los resultados del Lema 1 ($\pi'(h) > 0$), se deduce que:

$$d\pi(h^c)/d\theta = \pi'(h)\ dh^c/d\theta > 0.$$

Prueba de la Proposición 6: Como ahora se considera que α es una variable, el siguiente cambio de notación es conveniente: $CG = CG(h,\alpha)$, $ECG = ECG(\theta,\alpha)$. Según el acuerdo cooperativo (ecuación (22)),

$ECG(\theta,\alpha) = CG(h^c,\alpha)$. Diferenciando ambos lados de esta ecuación con respecto a α, se obtiene:

$\delta ECG(\theta,\alpha)/\delta\alpha = \delta CG(h^c,\alpha)/\delta\alpha + (\delta CG(h^c,\alpha)/\delta h)\ (dh^c/d\alpha)$,

de donde se sigue que:

$dh^c/d\alpha = (\delta ECG(\theta,\alpha)/\delta\alpha - \delta CG(h^c,\alpha)/\delta\alpha) \,/\, (\delta CG(h^c,\alpha)/\delta h)$

Utilizando las ecuaciones (6), (11) y (26), se concluye que

$$dh^c/d\alpha = x1\ \pi^G\ (\gamma(h^c) - (1-\alpha)\ \theta) \,/\, (\delta CG(h,\alpha)/\delta h) \qquad \text{(a-4)}$$

El denominador de (a-4) es positivo, ya que $\delta CG(h^c,\alpha)/\delta h > 0$ como se demostró en la prueba de la Proposición 5. El numerador, en cambio, es negativo. He aquí la prueba:

Dada la definición de $\gamma(h)$ en la ecuación (6), se puede demostrar que el valor de h que iguala $(1-\alpha)\theta$ y $\gamma(h)$ es:

$$h^\dagger = \theta\ (1-\alpha)\ zo \,/\, (\theta\ (1-\alpha)\ zo + (1 - \theta(1-\alpha))\ xo)$$

La diferencia $CG(h^\dagger) - ECG(\theta)$ es igual a $\theta(1-\theta)(1-\alpha)^2 x1\pi^G/2 > 0$, de acuerdo con las ecuaciones (11) y (26). Puesto que bajo cooperación $ECG(\theta) = CG(h^c)$, se deduce que $CG(h^\dagger) > CG(h^c)$. Como CG(h) tiene un máximo y único punto crítico en h^* (Proposición 4) y $\delta CG(h^c)/\delta h > 0$ (Proposición 5), es claro que $CG(h^c) > CG(h)\ \forall\ h < h^c$. Esto y la anterior conclusión ($CG(h^\dagger) > CG(h^c)$) implican que $h^\dagger > h^c$. De la ecuación (6) es evidente que $\gamma'(h) > 0$, con lo que se concluye que $\gamma(h^c) < \gamma(h^\dagger) = \theta\ (1-\alpha)$, y, por lo tanto, el numerador de (24) es negativo. Siendo este el caso, la ecuación (a-4) demuestra que $dh^c/d\alpha < 0$.

Finalmente, el Lema 1 implica que $d\pi(h^c)/d\alpha = dh^c/d\alpha\ \pi'(h^c) < 0$.

<u>Prueba de la Proposición 7</u>: Como los dos acuerdos son factibles, $CG(h^c(1)) = ECG(\theta;1)$ y $CG(h^c(h^*)) = ECG(\theta;h^*)$. De acuerdo con las ecuaciones (18) y (26):

$$ECG(\theta;1) - ECG(\theta;h^*) = CG(h^c(1)) - CG(h^c(h^*)) = -\alpha^2\ \theta\ x1^2 \,/\, (4\ xo)$$

Esta expresión es claramente negativa si α y θ son distintos de cero. Por lo tanto, $CG(h^c(h^*)) > CG(h^c(1))$. Puesto que tanto $h^c(1)$ como $h^c(h^*)$ están sobre la parte creciente de CG(h) (véanse las Proposiciones 2 y 5) y existe un máximo y único punto crítico de CG(h) sobre [0,1], lo anterior implica que $h^c(1) < h^c(h^*)$. Finalmente, según el Lema 1, $\pi(h^c(1)) < \pi(h^c(h^*))$.