

La serie "Borradores Semanales de Economía" es una publicación de la Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la República. Los Trabajos son de carácter provisional, las opiniones y posibles errores son responsabilidad exclusiva de los autores y sus contenidos no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

**CRECIMIENTO ECONOMICO, CAPITAL HUMANO,
AHORRO E INSTITUCIONES**

**Por:
Carlos Esteban Posada P.**

1995

No. 20

Para comentarios favor dirigirse a los autores:
Fax: 2865936 - Teléfono 3421035.

CRECIMIENTO ECONOMICO, CAPITAL HUMANO, AHORRO E INSTITUCIONES

Carlos Esteban Posada P.*

Santafé de Bogotá, febrero 1995

* Investigador de la Subgerencia de Estudios Económicos, Banco de la República. Las opiniones expresadas son de responsabilidad única del autor. El contenido descansa parcialmente en un trabajo previo del autor (Posada,1993) y en dos trabajos de José Darío Uribe (1992 y 1993). Agradezco los comentarios y colaboración de Hernando Vargas, José Darío Uribe, Edgar Trujillo y Carlos Ortiz, pero debo reconocer que fui incapaz de incorporar algunas de sus sugerencias para mejorar este documento.

I. Introducción

Son muchos los factores relacionados con el crecimiento económico de una sociedad en el largo plazo. Unos, sin duda, más importantes que otros y algunos capaces de tornarse, en un momento dado, en el "elemento crítico" de la prolongación del proceso o de su renovado vigor. Así, no debe sorprendernos la abundante literatura sobre desarrollo económico, revitalizada en los últimos años, que procura demostrar con argumentos y estadísticas las diversas causas específicas del crecimiento económico.

Con todo, y sin tratar de menospreciar los avances en el conocimiento aportados por los trabajos recientes¹, hay que reconocer las inmensas dificultades enfrentadas por el intento de establecer de manera científica las principales causas del desarrollo económico general y de sus manifestaciones en los diversos países o regiones del mundo. La ciencia económica tuvo, como bien se sabe, uno de sus grandes impulsos iniciales en una "investigación sobre la naturaleza y causa de la riqueza de las naciones" realizada hace ya más de dos siglos. Y desde entonces los economistas siguen buscando explicaciones cada vez más certeras y profundas al respecto, pero siempre a lo largo de intensos debates y prolongados rodeos en razón a diversas complicaciones de método y de ideología.

Una de las dificultades para explicar el desarrollo económico, y las diferencias entre los países al respecto, yace en que éste es un proceso complejo y con raíces históricas, cosa por lo demás bien conocida y reafirmada por muchos de los más notables economistas. Es sabido que los sistemas complejos y dinámicos se caracterizan, entre otras cosas, porque sus variables siguen trayectorias temporales que pueden ser parcialmente dependientes de condiciones iniciales o de eventos aleatorios. Si quisiéramos enfatizar en las dificultades para interpretar el fenómeno, podríamos recurrir a una metáfora: el desarrollo es un "síndrome" cuyas múltiples características a través de largos períodos son conocidas, y del cual ya podemos enumerar sus condiciones *sine qua non*. Pero no siempre basta con esto para conocer adecuadamente

¹Números recientes de dos revistas del máximo nivel académico (*Journal of Monetary Economics*, vol. 32, no.3, 1993, y *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, no. 40, 1994) han sido dedicados por completo al tema, con artículos basados en diferentes enfoques.

un asunto. Entender a cabalidad el desarrollo económico puede ser algo tan complejo, por lo menos, como explicar los resultados de cada torneo de la "copa mundo".

Pero los economistas no se declaran vencidos. En las páginas siguientes utilizaré una parte de la literatura sobre crecimiento económico para hacer hincapié en algunas ideas que aspiran a ocupar un puesto destacado en la competencia entre las teorías rivales. De manera específica, defenderé la importancia singular de dos motores del desarrollo: el progreso de la calidad de la fuerza laboral y el avance de las instituciones que protegen y premian la capacitación laboral, las innovaciones y el ahorro. Con ello resalto esa línea de pensamiento que va de Adam Smith a Theodoro Schultz y Douglass North. Esto lo hago corriendo el riesgo de confundir las causas del síndrome con sus manifestaciones. La referencia al caso colombiano será, por supuesto, reiterada a lo largo de este documento.

Este documento no sigue una línea recta. Lo primero que hago, en las secciones II a VI, es defender el modelo de mis preferencias, que llamé UL, y utilizarlo como un "mapa de turista" para un ligero recorrido por un mundo nuevo para mí: el de las instituciones. Luego, en la sección VII, hago una confesión implícita: que no puedo olvidarme del viejo y buen modelo neoclásico tradicional; con éste, que es más sencillo, en la sección VIII trato de comparar las ventajas de la paciencia *versus* las del avance técnico que está ligado estrechamente al del "capital humano". En la sección IX presento unas conclusiones que me parecen "robustas" a las diferencias entre los modelos que utilicé; con conclusiones de esa clase nos podemos sentir más seguros.

II. El modelo UL

Para el propósito enunciado me parece útil exponer un modelo que expresa la relación entre el crecimiento económico general y el avance de la calidad de la fuerza laboral (dado un cierto marco institucional). Este modelo se empezó a elaborar en los

años 60 por Usawa y fue culminado por Lucas en 1988². Por simplificación lo denominaré UL. En la exposición seguiré en buena medida la presentación de Uribe (1992).

Como todo modelo, éste implica grandes simplificaciones. Partimos de suponer que las decisiones económicas fundamentales de la economía son adoptadas con base en las preferencias, previsiones y planes de un agente representativo cuyo horizonte es infinito. Así mismo, consideraremos (cuando estemos exponiendo el modelo) que es posible hacer abstracción del sistema financiero y que, por tanto, el agente representativo logra transformar instantáneamente y sin costos significativos la producción que decide no consumir en aumento del capital utilizado en la producción³, supuesto que es más fácil de utilizar en un modelo si va acompañado de otro: que la economía produce un solo bien. Finalmente, el agente representativo toma decisiones no sólo sobre consumo, ahorro y aumento del capital productivo; también decide lo pertinente al incremento de la calidad de la fuerza laboral.

A primera vista lo anterior parece ridículo; pero no lo es. En efecto, lo que estamos suponiendo es lo requerido para un manejo matemático relativamente fácil pero equivale, *grosso modo*, a lo siguiente: que en una economía real con n agentes, m bienes, p factores de producción e indefinido número de generaciones sucesivas, cuyos miembros tienen vidas y horizontes que se van traslapando y que se interesan, en general, por la suerte de sus hijos, existen centenares o miles de instituciones (formales e informales) aceptablemente eficientes que permiten los intercambios comerciales y financieros y las transferencias entre contemporáneos y entre generaciones (incluyendo los impuestos y las herencias), que implican e imponen la vigencia de "reglas de juego" en el campo

²En el artículo ya clásico de Lucas (1988) se presentan dos modelos. Aquí hago referencia al primero de ellos: el modelo con un sólo bien que él mismo consideró el central para explicar su "mecánica del crecimiento". La referencia específica a este modelo se hace bajo un caso "particular": ausencia de externalidades del capital humano.

³El uso de este supuesto es una de las características de la teoría del crecimiento (Lucas, 1988, p. 6 y Solow, 1994, p. 46). King y Levine (1993) muestran que el sector financiero puede estimular el crecimiento sólo en la medida en que contribuya a apoyar a los empresarios más innovadores e impulsores del crecimiento de la productividad (como en la teoría de Schumpeter).

económico, que definen lo permitido y lo prohibido, el sistema nominal de premios y castigos y su aplicación, y que reducen al mínimo las posibilidades de que la sociedad desaparezca. Y se supone, por tanto, que el costo de todas las transacciones y transferencias y el del funcionamiento de las instituciones requeridas no es tan alto como para inhibir el crecimiento económico ni que tal costo crezca indefinidamente hasta paralizarlo. Más adelante retornaremos a este asunto.

Con estos supuestos en mente consideremos, entonces, que el objetivo fundamental del agente representativo es maximizar la utilidad intertemporal del consumidor "típico" (por ejemplo, del miembro "típico" del hogar del agente representativo), denominada W :

$$(I) \quad W = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c(t)) dt, \quad \rho > 0$$

De acuerdo con I, la utilidad intertemporal es el valor presente (en el instante 0) de la serie de las utilidades instantáneas (u), siendo cada una de éstas función del consumo per cápita de cada instante t ($c(t)$). Se supone, también, una tasa de descuento de la utilidad futura constante e igual a ρ . En lo sucesivo se entenderá que todas las variables son funciones del tiempo y eliminaremos la referencia explícita a ello⁴. A su vez, supondremos que la utilidad instantánea tiene la siguiente especificación estándar:

$$(II) \quad u(c) = (c^{1-\sigma} - 1)/(1 - \sigma), \quad \sigma > 0$$

Tal especificación es denominada función de coeficiente constante de aversión relativa al riesgo (σ). En este contexto, este coeficiente mide el grado de sustituibilidad

⁴La tradición de la literatura sobre crecimiento basada en la optimización intertemporal formal de la función objetivo de un consumidor hedonista se remonta a los trabajos de Frank Ramsey de 1927 y 1928. Una reseña amplia de estos y de la subsecuente tradición se encuentra en Newbery (1990).

entre consumo presente y consumo futuro. La elasticidad de sustitución es, pues, constante e igual a $1/\sigma$.

Pero se requieren otras condiciones, además de la impuesta por la ecuación II, para que el agente lleve a cabo su programa de maximización. Una de ellas es la referida a la generación de sus recursos, que en este caso equivale a la función de producción social, tal como se presenta en la ecuación III:

$$(III) \quad Y = K^\beta \cdot (L \cdot h \cdot p)^{1-\beta}, 0 < (\beta, \rho) < 1$$

La ecuación III expresa que la producción del instante t es del tipo Cobb-Douglas (con rendimientos de escala constantes) y depende del capital físico existente (K) y del "capital humano", entendido éste último como el producto de tres elementos: la fuerza laboral total (L , medida en horas), su calidad media (h) y la fracción de la jornada laboral media (distinta al tiempo de ocio) destinada directamente al trabajo productivo (p) y no a la preparación laboral, capacitación, aprendizaje, información técnica, investigación y desarrollo⁵. El parámetro β es la elasticidad del producto al capital y su magnitud sintetiza muchos factores asociados a las condiciones de producción. En lo sucesivo, y para efectos de simplificación y concentrarnos en los asuntos de calidad de la fuerza laboral y de su calificación, dividiremos las magnitudes del producto y del capital por L y las denominaremos " y " y " k ", respectivamente. Esta estandarización equivale a considerar la producción y el capital físico como magnitudes por trabajador (dada la jornada media de trabajo⁶) gracias al supuesto de una función Cobb-Douglas. Más aún, puesto que el

⁵Suponiendo, lo que es bastante realista, que la llamada I & D (investigación y desarrollo, en este caso de procesos) no se realiza bajo la forma de una producción final, para el mercado, sino como una actividad colateral e interna de empresas u otras instituciones privadas y públicas.

⁶Por simplificación, se supone que la duración de la jornada de trabajo es exógena (por causa de restricciones institucionales, por ejemplo); la alternativa típica en este tipo de modelos es considerar que la duración de la jornada depende de la optimización de una función intertemporal de utilidad, siendo la utilidad instantánea una función del consumo y del tiempo de descanso.

producto per cápita es igual al producto por trabajador multiplicado por la relación entre la cantidad de estos (dada la jornada media) y la población total, supondremos (para simplificar y sin pérdida de generalidad) que esta última relación es igual a 1. Así, cuando nos estemos refiriendo a producción, capital y consumo entenderemos que se trata indistintamente de unidades por trabajador y per cápita.

Deben hacerse dos últimas aclaraciones sobre la ecuación III: entenderemos por producción la magnitud neta de la depreciación del capital físico; esto nos evitará hacer explícita una tasa de depreciación. Además, haremos abstracción de aquel cambio técnico que puede elevar el monto del capital físico cuando éste es medido en unidades de eficiencia. En este modelo el cambio técnico sólo eleva el trabajo medido en unidades de eficiencia ($L \cdot h$) y es, en consecuencia, "neutral en el sentido de Harrod" (compatible con la constancia de la relación producto/capital en situación de equilibrio)⁷.

Como es lo usual (y obvio) en este tipo de modelos, se considerará que el aumento (continuo) del capital físico per cápita (k con punto) es igual a la parte no consumida del producto per cápita, descontada también la inversión requerida para mantener constante el nivel de capital per cápita de una población que crece a la tasa n (véase el Anexo):

$$(IV) \quad \dot{k} = k^\beta \cdot (h \cdot p)^{1-\beta} - c - n \cdot k$$

Finalmente, se supondrá que la calidad media de la fuerza de trabajo depende positivamente del tiempo destinado a su capacitación y aprendizaje (incluyendo el tiempo de los maestros), a adquirir información técnica y a investigación y desarrollo de procesos, adicional al de trabajo productivo (y sin contar el de descanso), de tal manera que el aumento continuo de la calidad laboral (h con punto) depende positivamente también de dicho tiempo de aprendizaje (y capacitación, información, etcétera), neto del

⁷Véase Chiang (1992, cap. 9).

esfuerzo social requerido para mantener constante el nivel de capacitación de una población en aumento:

$$(V) \quad \dot{h} = h \cdot \phi \cdot (1 - \rho) - n \cdot h, \quad \phi > 0$$

El parámetro ϕ indica el grado de eficiencia que tiene el hecho de asignar tiempo de aprendizaje (etcétera) a la mejora permanente de la calidad de los trabajadores.

La maximización de la utilidad intertemporal (W), una vez reemplazada la utilidad instantánea por su equivalente específico (incorporada la ecuación II en la I), bajo las restricciones III, IV y V, puede considerarse como un problema de control óptimo⁸. En efecto, se puede tratar como un caso de maximización dinámica mediante dos variables de control: el consumo per cápita (*versus* el ahorro) y la asignación de tiempo a la producción (*versus* la capacitación, la información, etcétera), lo cual afecta, a su vez, dos variables de estado: el capital físico y la calidad de la fuerza laboral; estas variables están predeterminadas en un instante dado pero cambian continuamente a través del tiempo gracias a decisiones sobre las variables de control. La solución del problema implica el cumplimiento de las siguientes condiciones (véase el Anexo) que definen las características de un crecimiento económico bajo condiciones de *steady state*, es decir, equilibrio de mercado, optimización intertemporal y previsión perfecta:

$$(VI) \quad \dot{c}/c = \dot{k}/k = \dot{h}/h = \dot{y}/y = (\phi - n - \rho)/\sigma$$

$$(VII) \quad \rho^* = 1 - [(\phi - n - \rho)/\sigma] - n$$

⁸Véanse Dorfman, 1969 y Lucas, 1988. Además de las restricciones III, IV y V se requiere cumplir con la llamada "condición de transversalidad": que el valor presente del capital en una fecha futura "lejana" (tan lejana que tienda a infinito) debe ser cero, cuando se valora a su precio "sombra", para excluir una acumulación "final" sin propósito o un endeudamiento creciente e indefinido: Lucas, 1988, p. 9.

Para simplificar denominemos γ a la tasa de equilibrio de crecimiento económico per cápita (ecuación VI). Es claro que ésta y la tasa óptima de asignación de tiempo de trabajo productivo (p^* , en la ecuación VII) presentan las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} \text{(VIII)} \quad \partial\gamma/\partial\phi &= 1/\sigma > 0; \quad \partial\gamma/\partial\rho = -1/\sigma < 0; \\ \partial\gamma/\partial\sigma &= -(\phi - n - \rho)/\sigma^2 < 0 \Leftrightarrow \phi > n + \rho; \\ dp/d\gamma &= -1 \end{aligned}$$

Con ejemplos aritméticos se pueden ilustrar los resultados. Supongamos que el grado de eficiencia del tiempo de aprendizaje en la elevación de la calidad laboral, ϕ , se encuentre en el rango 0.1, 0.3 por período; supongamos también que la tasa de crecimiento de la población, n , sea 0.02 por período, la tasa de descuento de la utilidad, ρ , se ubique entre 0.01 y 0.04⁹ por período y que el parámetro de sustitución intertemporal de consumo, σ , se encuentre entre 4 y 5¹⁰. En tales condiciones la tasa de crecimiento económico per cápita de equilibrio predicha por el modelo estaría en el rango 0.8%, 6.75% por período. El valor medio de este rango es 3.8%, tasa superior a la media anual de crecimiento del PIB real per cápita colombiano registrada entre 1950 y 1993, aproximadamente 2% anual. Pero podemos reproducir la tasa colombiana con los siguientes parámetros $\phi = 0.125$, $n = 0.025$, $\rho = 0.02$ y $\sigma = 4$. Este cálculo, en realidad, permite la deducción del parámetro ϕ , dados los demás parámetros y la tasa de crecimiento del producto per cápita. Y puesto que la tasa de descuento (ρ) pudiese llegar a 4% y no a 2% para Colombia (según estimaciones alternativas mencionadas antes), tendríamos que el parámetro ϕ podría llegar a ser 0.143.

Sociedades muy eficientes en la transformación del tiempo de aprendizaje (y capacitación, información sobre nuevas técnicas, investigación, etcétera) en mayor

⁹Solow (1970, p. 98) sugirió entre 1 y 2% anual; Lucas (1987, p. 39) 5%; Gaviria (1993, cuadro 1, p. 45) encuentra evidencia para Colombia (1970-88) de una tasa de 2%; Carrasquilla et al. (1994) la estimaron en 3.7% para Colombia (1981-1993).

¹⁰Solow (ibid.) propuso ejemplos con σ entre 1 y 3; Lucas (ibid.) fue más amplio: entre 1 y 20; pero poco después Lucas (1988) utilizó el rango propuesto por Solow; Gaviria (ibid.) encontró para Colombia (1970-88) un nivel de σ de 4 (=1/.24).

calidad de la fuerza laboral y, a la vez, con tasas moderadas de crecimiento poblacional, muy pacientes (modestas tasas de descuento, ρ) y muy propensas a sustituir el consumo presente por consumo futuro (altas elasticidades de sustitución intertemporal y, por tanto, bajos niveles de σ , dada la tasa de descuento) podrían tener tasas de crecimiento anual per cápita de 7% o más, en tanto que otras, en el otro polo del espectro, pueden tener crecimientos per cápita modestos, por ejemplo, 1% anual, o incluso estancarse¹¹. En la práctica, por ejemplo, entre 1960 y 1980 la tasa anual de crecimiento del PIB per cápita japonés fue 7.1%, la de Corea del sur 7%, la media de los países industrializados 3.6% y la de Colombia 2.7%, en tanto que la de la India llegó sólo a 1.4%¹².

Además, el modelo predice algo bien curioso y sugestivo: cuanto mayor sea la tasa de crecimiento de equilibrio per cápita (largo plazo) menor es la asignación óptima del tiempo laboral al trabajo productivo y mayor la asignación de éste al aprendizaje etcétera. Si esto fuese pertinente para Colombia, p^* sería 0.96 (1 - 2% - 2%, recuérdese la ecuación VII), lo que significaría que entre 1950 y 1993 la sociedad colombiana sólo dedicó, en promedio, 4% de su tiempo laboral a la educación y mejora del nivel técnico de su fuerza laboral. Esa "curiosa" predicción del modelo se puede explicar probablemente por lo siguiente: cuanto mayor sea la eficiencia del tiempo asignado a

¹¹La ecuación VI muestra un "umbral crítico": si el parámetro de eficiencia ϕ resulta menor o igual a la suma de la tasa de crecimiento de la población y de la tasa de descuento ($n + \rho$), no habrá crecimiento económico. Con un modelo sin separación explícita entre capital físico y humano pero también de optimización intertemporal y en el cual existe un nivel mínimo de consumo ("de subsistencia"), Ortiz (1994) demuestra que la economía puede permanecer en una trampa de pobreza si el nivel de consumo de subsistencia es demasiado alto con respecto al producto inicial por unidad de capital. Modelos de crecimiento que incorporan explícitamente el capital humano y que pueden reproducir trampas de pobreza asociadas a insuficiencia de capital humano o a políticas populistas a causa de una excesiva desigualdad inicial pueden verse en Owen (1993), Persson y Tabellini (1994), Trujillo (1994) y Posada y Gaviria (1995). En particular, Persson y Tabellini revisan las estadísticas internacionales y encuentran evidencia empírica favorable a la tesis de que a menor desigualdad inicial mayor es la tasa de crecimiento. A esta misma conclusión llegan Alesina y Rodrik (1994). Para el caso latinoamericano, véase Birdsall (1994).

¹²Las cifras de países distintos a Colombia provienen de Lucas (1988) con base en el trabajo estadístico de Robert Summers y Alan Heston de 1984. Las de Colombia provienen de las cifras de PIB en precios constantes (Cuentas Nacionales, Banco de la República 1950-1970, y DANE 1970-93) y de tasas estimadas de población (con base en censos según DANE). Según Lucas (1993) la tasa de crecimiento del PIB real per cápita de Corea del sur entre 1960 y 1988 (que abarca los años de la crisis 1980-83) fue 6.2% anual.

mejorar el capital humano y mayor, por ende, el ritmo de crecimiento, más rentable resulta asignar tiempo a la capacitación (e información, investigación etcétera), pues esa mayor eficiencia posteriormente redundará en mayor consumo per cápita. Este es otro caso en el cual se aumenta la ventaja de sacrificar producto y consumo hoy en aras de un mayor consumo futuro.

III. Tasa de ahorro y crecimiento: ¿un retorno a Harrod-Domar?

El modelo UL nos dice que, en situación de *steady state*, la tasa de ahorro de la economía, entendida como la relación entre el ahorro y el producto, sostiene una relación directa y lineal con la tasa de crecimiento económico. En efecto, si repetimos la ecuación VI, recordando que γ es la tasa de crecimiento, tenemos:

$$\dot{k}/k = y/y = \gamma$$

Por tanto:

$$(IX) \quad \dot{k} = \gamma \cdot k \Rightarrow \dot{k}/y = \gamma \cdot k/y \Rightarrow \\ (\dot{k}/y) / (k/y) = \gamma$$

La ecuación IX parece un regreso al viejo modelo de crecimiento Harrod-Domar¹³: a mayor tasa de ahorro (e inversión) (k punto / y), mayor es la tasa de crecimiento de la economía, en vista de que el modelo UL predice la constancia de la relación capital / producto en la situación de *steady state*. Por lo demás, esta asociación positiva resulta respaldada empíricamente: todos los trabajos econométricos recientes han encontrado, en estudios de corte transversal, que las tasas de ahorro o inversión se correlacionan positivamente con las tasas de crecimiento del producto per cápita¹⁴. Para los simpatizantes del modelo UL (o de otros modelos de crecimiento permanente) es tranquilizante esta "evidencia empírica".

¹³Véase Solow, 1994.

¹⁴Véase el artículo de Barro y Lee (1994).

Pero las semejanzas no van mucho más allá. Desde el punto de vista del modelo Harrod-Domar se interpretaría una ecuación similar a la IX en los términos siguientes: el lado izquierdo se refiere a la tasa de crecimiento efectiva, cuya causa es la tasa de inversión (que en condición de equilibrio del mercado del producto es igual al ahorro); el lado derecho se refiere, en cambio, a la tasa natural de crecimiento de la economía, que es la tasa exógena de crecimiento de la productividad del trabajo (o si nos referimos al crecimiento del producto total, sería la suma de las tasas de crecimiento de la productividad y de la población laboral). Pero la igualdad sólo es la descripción de una posibilidad entre muchas. Lo usual es la desigualdad (fases del ciclo económico intensas y prolongadas), salvo por la intervención estatal.

Para el modelo UL la interpretación es prácticamente la contraria: el lado derecho de IX (que sería abusivo denominarlo "tasa natural") es la causa del lado izquierdo, y, puesto que la relación capital / producto de *steady state* es constante, es obvio que la tasa de ahorro es un efecto, algo endógeno al proceso de crecimiento y dependiente de sus verdaderas causas¹⁵. Las fuerzas del mercado y de las instituciones que permiten que la sociedad tenga horizontes largos (y sustituciones intertemporales) se encargan de que se pueda dar a la ecuación IX el sentido de una "igualdad normal", la igualdad producida por tendencias de equilibrio de corto y largo plazo, tanto en el mercado de producto como en el laboral.

IV. Las instituciones (vistas desde el modelo)

Uno de los méritos del modelo, además de su sencillez y manera directa de abordar asuntos centrales de la producción y acumulación de capital físico y humano en el largo plazo, radica en que dirige nuestra atención hacia 4 parámetros importantes de una economía: 1. el referido a la capacidad o eficiencia de ésta para convertir el tiempo de aprendizaje, entrenamiento, información, investigación y desarrollo en un aumento

¹⁵Carroll y Weil (1994) encuentran esto y lo explican con un modelo de consumo con formación de hábitos. Con un modelo de agente representativo que optimiza intertemporalmente, Gaviria (1993) halla que la tasa de ahorro en Colombia depende de las fluctuaciones de los términos de intercambio: las bonanzas tienden a elevar el ahorro privado y viceversa.

permanente de la calidad de la fuerza laboral (ϕ), 2. la tasa de crecimiento de la población (n), 3. la tasa a la cual la sociedad descuenta las ventajas del consumo futuro para compararlas con las del presente (ρ) y 4. el parámetro que resume la "inclinación" de la sociedad a sacrificar el consumo presente a cambio de mayor consumo futuro (σ).

Pero si, como se observó antes, el modelo resulta útil para una sociedad compleja y no sólo para Robinson Crusoe es justamente porque existen instituciones cuya tarea es realizar aquello que el modelo describe como las acciones del "agente representativo".

¿Qué son las "instituciones"?, ¿qué papel cumplen?, ¿cuál es su causa?, ¿hay que considerarlas exógenas? Según North (1990), en la larga historia de la humanidad algunos factores exógenos técnicos y económicos conducen a cambios institucionales (cambios en las restricciones sociales y en las "reglas del juego" informales y formales) y estos, a su vez, determinan las condiciones y el ritmo de desarrollo económico de largo plazo de las diferentes sociedades en la medida en que modifican los incentivos a comerciar y producir *versus* los incentivos de otras formas de la actividad humana. La modificación de los incentivos se ha ocasionado usualmente por la vía de modificar los costos de transacción (costos de información, de medición, de "fijar las reglas del juego", de cumplimiento de contratos), desarrollar los derechos de propiedad y transformar las incertidumbres en riesgos calculables y asegurables. Las instituciones son el mecanismo inventado para reducir o eliminar la incertidumbre. Refiriéndose a las instituciones informales (limitaciones o restricciones sociales informales), North dice:

"A falta de limitaciones [restricciones sociales], la información asimétrica y la consiguiente distribución de las ganancias llevarán a dedicar recursos excesivos a la medición o ciertamente pueden conducir a un intercambio que no tenga lugar en absoluto porque.. no es cumplimentable por la fuerza...Estos organismos e instrumentos [formas de las restricciones] que sirven para dar efectividad a la conducta de cooperación (limitaciones informales) no sólo son una parte muy importante de la situación de intercambio más complejo a lo largo de la historia, sino que son notablemente paralelas con los modelos teóricos de juego que producen resultados cooperativos mediante características que alteran las tasas de descuento [subrayado mío] y que aumentan la información..." (pp. 60-1). "...la incapacidad de las sociedades para establecer el cumplimiento de contratos eficazmente y a bajo costo es la fuente más importante tanto de la estagnación histórica como del subdesarrollo contemporáneo..." (p. 76).

El modelo UL invita a observar dos grandes clases de instituciones. De un lado, todas aquellas que transforman el tiempo laboral dejado de utilizar en la producción en un avance continuo de la productividad de los trabajadores. Es obvia la referencia, entonces, al aparato educativo formal, pero también al sistema formal de entrenamientos específicos de trabajadores (como el SENA en Colombia) y a los varios sistemas de avance de la capacitación e información (etcétera) en las empresas y demás entidades¹⁶. Es evidente que el modelo nos está llamando la atención sobre un motor básico de las economías modernas y, por supuesto, sobre ese conjunto de "reglas de juego" formales e informales (instituciones) que permiten el funcionamiento de este motor y determinan, mediante sistemas de premios y probabilidades de éxito, su propia velocidad de marcha¹⁷.

Las otras instituciones centrales desde el punto de vista del modelo, como se desprende de la cita de North, son las que imponen a los miembros de una sociedad la sustitución intertemporal del consumo que logra "el agente representativo" en el modelo ¿Por qué unas sociedades, aparentemente, son más pacientes que otras? ¿por qué parecen más dispuestas a aceptar, a un precio dado (por ejemplo, dada la tasa de interés real), un *trade-off* entre consumo presente y consumo futuro? De nuevo surge el tema del papel jugado por centenares de instituciones, formales e informales, pertenecientes a esferas muy diversas pero que contribuyen, cada una a su manera, a

¹⁶El aprendizaje en el seno de las empresas y demás lugares de trabajo puede ser un factor muy importante de crecimiento de la productividad del trabajo. Esto remite al mecanismo denominado *learning by doing* inicialmente destacado, por su importancia macroeconómica, por Arrow en 1961. Recientemente Lucas lo ha propuesto para explicar "milagros económicos" como el de Corea del sur. En el modelo UL el factor *learning by doing* podría interpretarse como algo que convierte a ϕ en una variable que depende positiva pero no linealmente del nivel del producto. En todo caso, a mayor importancia del *learning by doing* mayor será ϕ . En Lucas (1993) esta causa de crecimiento se examina formalmente con un modelo de varios bienes.

¹⁷Una conjetura muy interesante al respecto es la de Parente y Prescott (1992): un cierto orden institucional (por ejemplo el sistema de impuestos a empresas, el "sistema" de sobornos a funcionarios, el conjunto de regulaciones públicas, etc.) determina la rentabilidad de introducir innovaciones técnicas y, entonces, como en el caso japonés, la posibilidad del desatraso frente a E.U. Estos autores creen que el régimen del general MacArthur en Japón, durante los años siguientes a la victoria aliada, modificó el orden institucional de manera favorable al avance técnico de ese país.

definir lo que en el modelo son los parámetros ρ y σ . Religión y educación han sido factores institucionales mencionados desde hace mucho tiempo en la literatura sobre el desarrollo (además de la geografía). Pero sobre todo se deben mencionar, al menos entre economistas, factores institucionales de orden económico como son los diferentes sistemas de seguridad social¹⁸, el desarrollo del sistema de crédito al consumo (principalmente en compra de vivienda y automóviles), los niveles y estructura de las tasas de impuestos (impuestos al patrimonio *versus* impuestos al consumo)¹⁹, la probabilidad de expropiaciones, la confianza en y la eficiencia del sistema financiero²⁰, la cobertura del aparato de seguros privados, los mecanismos institucionales de ahorro forzoso para grupos de asalariados o de agricultores²¹, las fuerzas político-económicas y los acuerdos políticos que subyacen a la ocurrencia frecuente de déficit, equilibrios o superávit públicos²², etcétera.

¹⁸ Mediante modelos que se basan en la hipótesis del ciclo de vida pero con incertidumbre y mercados financieros y de seguros privados imperfectos, y utilizan datos tanto reales de familias como generados por modelos teórico-numéricos, Hubbard et al. (1994) encontraron que cuanto más liberal sea el sistema de la seguridad social de E.U. (por ejemplo, cuanto más laxos sean sus requisitos para cubrimiento de ancianos) menor es la tasa de ahorro de los grupos de menores ingresos (futuros candidatos para cubrimiento por el sistema) y, por ende, de la sociedad.

¹⁹ Mankiw (1992, p.408) observa que los dos factores que pueden explicar la alta tasa de ahorro de Japón, comparada con la de EU, son las mayores restricciones de liquidez y las menores tasas de impuestos directos. En un modelo simplificado como el UL esto equivale a una tasa de descuento menor en Japón que en E.U. Jappelli y Pagano (1994) reportan evidencia empírica de que las restricciones de liquidez (y de crédito) soportadas por las familias explican una porción significativa de las tasas de ahorro y, entonces, de las tasas de crecimiento en los países de la OCDE entre 1971 y 1987. López (1994) afirma que hasta 1989 75% del ingreso privado colombiano pertenecía a familias con restricciones de liquidez.

²⁰ Levine (1994) revisa los argumentos (y la literatura) y expone evidencia empírica sobre la importancia del sistema financiero en el desarrollo.

²¹ Cárdenas (1994) muestra que la estabilización de los precios internos del café y del consumo de los caficultores en Colombia y Costa de Marfil ha dependido de una política asociada a una institución; en el caso colombiano es el Fondo Nacional del Café.

²² Alesina (1994). En relación con este asunto puede mencionarse el trabajo de Naim (1994) sobre la debilidad institucional del Estado en Latinoamérica como un obstáculo a la permanencia de las reformas económicas emprendidas en los últimos años.

V. La pertinencia del modelo para Colombia

Ya hemos visto que no sería difícil asociar la tasa media de crecimiento del PIB real colombiano per cápita del período 1950–1993 a los parámetros del modelo UL. Pero esto no es suficiente para afirmar que el modelo es pertinente para el caso colombiano. Para juzgar lo relativo a su pertinencia deberíamos concentrarnos en su diferencia específica: el parámetro ϕ .

Antes de abordar este asunto, conviene recordar que el modelo es bastante simplificado. En el caso de que se intentase interpretar con él la historia económica colombiana o utilizarlo para fines de evaluación o recomendación de política económica habría que tener en mente que entre sus limitaciones más importantes están las siguientes: 1. El modelo no tiene en cuenta el cambio técnico que eleva el capital físico medido en unidades de eficiencia, ni el asociado a innovaciones en productos; 2. Considera que los aspectos de comercio y finanzas internacionales no son causas de crecimiento de largo plazo y, en particular, supone que no hay obstáculos permanentes y considerables para la transformación de los planes de ahorro en expansión del capital productivo y que el ritmo y modalidades de las actividades exportadoras y sus condiciones internacionales carecen de importancia primordial.

A pesar de que un modelo con tales supuestos resultaría inadecuado para muchos períodos de la evolución económica colombiana, creo que puede ser bastante útil como un esquema parcial interpretativo de las tendencias de largo plazo colombianas posteriores a la Segunda Guerra Mundial.

De una parte, si nos restringimos al período 1945–1988, época en la cual la economía colombiana siguió una modalidad de crecimiento más o menos homogénea (esto es, sin alteraciones demasiado bruscas de su estrategia de desarrollo, que podríamos denominar de sustitución de importaciones con alguna promoción marginal de nuevas exportaciones y muy poca atracción de capital extranjero, excepto en minería), es posible asociar el crecimiento del producto al de su capital humano, medido éste de una manera muy burda, como el personal matriculado previamente (con 3 años de antelación) en educación secundaria y universitaria. Esta asociación se descubrió a raíz

de la réplica de un trabajo de Benhabib y Jovanovic (1991)²³ que parte de un modelo en el cual la acumulación de capital físico es determinada, salvo por sus elementos aleatorios temporales, por el propio crecimiento de la economía y en el cual, también, la contribución del trabajo no calificado al crecimiento del producto tiende a ser menor cuanto mayor sea la del trabajo calificado. Según los resultados econométricos de la referida réplica, la sólo acumulación de capital humano (medida por la *proxy* del grado previo de educación ya mencionado) podría explicar la tercera parte del crecimiento del producto global colombiano de aquel entonces.

En un trabajo casi paralelo pero con una metodología de análisis de corte transversal de cifras departamentales decenales de Colombia entre 1950 y 1989, Cárdenas (1993) encontró evidencia favorable a la hipótesis estándar de convergencia "débil" (relación inversa entre nivel inicial de producto y tasa posterior de crecimiento) entre las economías regionales si se "controla" por cobertura educativa, es decir, si en el análisis de regresión de las tasas de crecimiento se incluyen las tasas de cobertura en educación primaria y secundaria²⁴.

En los años 80 se produjo una desaceleración del ritmo medio de crecimiento del producto global colombiano a lo largo de un movimiento cíclico especialmente intenso, iniciado con la crisis de la primera mitad de ese decenio. En lo fundamental, creo que este comportamiento de la economía obedeció a factores ajenos a los determinantes de la mayor eficiencia potencial de los trabajadores. Sin embargo, sería interesante examinar la evolución de los indicadores de eficiencia de los sistemas (formales e informales) de educación y capacitación laboral a lo largo de los años 70 y 80 en

²³Posada, 1993.

²⁴La hipótesis de convergencia "débil" ha sido puesta a prueba principalmente por Barro y Sala-i-Martin (véase, por ejemplo, su trabajo de 1992) para el caso regional de E.U. (1880-1988), diversas regiones de Europa, países de la OCDE y una muestra grande de países (98) del mundo con posterioridad a la Segunda Guerra Mundial. En las secciones siguientes aclararemos el sentido teórico de la hipótesis de convergencia. De otra parte, aunque la tesis de Londoño (1990) no tiene como objetivo explicar desde un punto de vista macroeconómico el crecimiento económico colombiano, es una referencia central para entender las relaciones entre crecimiento, distribución y acumulación de capital humano en Colombia desde los años cuarenta de este siglo.

Colombia y su comparación con patrones internacionales, con el fin de poner a prueba dos hipótesis rivales: el grado de eficiencia de esos sistemas para la elevación de la productividad laboral tuvo un comportamiento que acentuó la mencionada desaceleración de la economía o, por el contrario, fue neutral o incluso contrarrestó tal desempeño.

Independientemente de lo sucedido en los años 80 hay algo ahora que realza la pertinencia del modelo. Colombia, como muchos otros países en desarrollo, inició en 1989-90 un proceso de apertura de su economía a la competencia internacional comercial y financiera y a la inversión extranjera directa. A raíz de ello, se entendió que se hacía más necesario que nunca una revisión de todos aquellos aspectos relativos al avance permanente de la productividad laboral y, por tanto, de la capacitación y de la eficiencia de la educación y el entrenamiento. Así, los analistas y responsables de la formulación de políticas se han dedicado, con mayor intensidad de lo que era usual en épocas pasadas, al examen de esos temas. Por decirlo de alguna manera, "el modelo implícito" de los analistas y funcionarios de la política, aunque complejo como todo lo informal e implícito, incluye el elemento ϕ como algo central, aunque quizás no como parámetro sino como una variable²⁵.

Pero la capacitación laboral no sólo es importante para que empresas previamente protegidas enfrenten la competencia de productos importados, una vez abierta la economía. El desempeño exportador parece estar asociado a los niveles de educación y capacitación. En el caso colombiano, Escandón (1993) encontró una asociación directa entre niveles educativos (adquiridos de manera formal o informal) y capacidad exportadora en una muestra de 125 empresas y logró detectar en algunos sectores de la muestra obstáculos a la exportación derivados de la falta de capacitación; más aún,

²⁵ Algunos indicios de esta afirmación son los siguientes: creación de una "Misión de Ciencia y Tecnología" en 1989 y de otra sobre la universidad pública en 1993; organización por el DNP de dos seminarios sobre capital humano: el primero ("Educación, mercado de trabajo y desarrollo en Colombia") en 1993 y el otro ("Formación para un nuevo mercado laboral") en 1994; reformas parciales al SENA decretadas por la Administración Gaviria. Sobre los problemas y relativa inadecuación del SENA a las nuevas realidades del mercado laboral, véanse los trabajos de Moura (1994), López (1994), Tarazona (1993) y Perfetti (1993).

también encontró una relación positiva entre el nivel de educación formal de los empresarios y la proporción exportada de sus ventas totales²⁶.

VI. La novedad del modelo UL: comparación con el modelo estándar e implicaciones adicionales

El modelo UL se puede entender mejor si se lo compara con el modelo estándar. Este modelo se diferencia del que presentamos al considerar que el aumento de la eficiencia del trabajo (y del capital físico) es un proceso exógeno (excluye la ecuación V). En tal caso, la tasa de crecimiento económico per cápita de *steady state* es (véase el Anexo):

$$(VIa) \quad \dot{c} = k/k = y/y - (f_k(k) - n - \rho)/\sigma,$$

$$f_k(k) \equiv \partial y/\partial k$$

En ausencia de cambio técnico (que se supone exógeno) el modelo estándar predice que la tasa permanente de crecimiento per cápita es cero. En efecto, la acumulación del capital físico per cápita impone la declinación de su productividad marginal ($f_k(k)$); así, la acumulación avanzará hasta el punto en el cual la productividad marginal del capital sea igual a la suma de la tasa de crecimiento de la población y la

²⁶ Mediante regresiones de corte transversal de cifras de 98 países del período 1960–85 Uribe (1993) encontró significativa una relación de complementariedad entre nivel educativo y desempeño exportador para un grupo de países de nivel de ingreso medio–alto ("grupo 3"), entre los cuales se encontraban los del sudeste asiático. En términos precisos esto significa que, al menos en tal grupo de países, a mayor proporción exportada del PIB mayor es la "productividad marginal" de la educación ($\partial \text{PIB}/\partial \text{nivel educativo}$) o que a mayor nivel educativo mayor es la "productividad marginal" de las exportaciones. Uribe (1993) sugirió la primera interpretación de esta complementariedad como una posibilidad para el caso colombiano, así: a mayor crecimiento de las exportaciones mayor demanda de capital humano y mayor, por tanto, la "productividad marginal" de la educación. Lucas (1993) propuso la siguiente hipótesis (por el lado de la oferta de capital humano): a mayor participación de las exportaciones en el producto mayor puede ser el avance a través de la gama de productos y mayor el incremento de productividad asociado al *learning by doing* (avanzar en la gama permite aprovechar la parte ascendente de la curva de productividad sin quedarse después estancado).

tasa de descuento de la utilidad futura; y lo contrario (la reducción del capital per cápita) sucedería si la acumulación sobrepasa este límite.

Puesto que existe alguna movilidad internacional de capitales y una tendencia, aunque lenta, a que las tasas de expansión poblacional de los distintos países se asemejen, el modelo estándar prevé que aquellas economías con menores niveles de capital per cápita y, por tanto, con productividades marginales del capital más altas deberían recibir flujos de capital de las otras economías²⁷ y, entonces, tener ritmos de crecimiento más altos durante su proceso de desatraso relativo. Este proceso se podría caracterizar, por ende, como de convergencia hacia tasas de crecimiento y niveles de ingreso per cápita similares a los de países de mayores niveles de capital per cápita²⁸.

Por el contrario, el modelo UL pertenece a la familia de modelos en los cuales el ritmo crecimiento económico per cápita no tiende a declinar hasta anularse: por hipótesis, ϕ no varía en el tiempo. Aquellas economías subdesarrolladas cuyos sistemas (instituciones) de "transformación" del tiempo de capacitación en mayores niveles de calificación laboral permanezcan rezagados o, incluso, no generen incrementos permanentes de ésta, apenas su conservación, tendrán tasas de crecimiento permanente muy bajas o nulas, máxime si son economías con altas tasas de descuento o poco aptas para sustituir consumo presente por consumo futuro. Así, tenderían a permanecer en "trampas de pobreza", sin convergencia alguna entre sus niveles de ingreso per cápita

²⁷ Tradicionalmente se ha sugerido que las barreras artificiales a los flujos de comercio y capital por parte de los gobiernos impiden esto. Recientemente se ha insistido en que la ausencia de instituciones que garanticen el cumplimiento de los contratos de crédito e inversión frena el traslado internacional de capitales (Lucas, 1990). Pero Lucas "va más allá" y sugiere un retorno a Adam Smith: el propio interés de quienes tienen un poder de monopsonio sobre el mercado laboral local puede explicar el freno a la entrada de capitales para reprimir el aumento del salario real (ibid.).

²⁸ La convergencia "débil" (de las tasas de crecimiento) no implica necesariamente la convergencia "fuerte" (de niveles de ingreso) cuando hay elementos estocásticos. Las convergencias "débil" y "fuerte" son denominadas Beta y Alfa, respectivamente, por Barro y Sala-i-Martin (1992). Además de este trabajo, véase también el de Parente y Prescott (1992). En este trabajo se muestra que la hipótesis de convergencia fuerte recibe respaldo empírico de las cifras internacionales de 1950-1985, salvo para el grupo de los países inicialmente más atrasados frente a E.U.

y los de países más desarrollados²⁹. Otras economías atrasadas pero eficientes para convertir sus sistemas de capacitación, información, adaptación e investigación en motores permanentes de avance de la productividad laboral entrarían en un proceso de crecimiento que converge al de las economías más desarrolladas.

Llegados a este punto, podemos resumir lo anterior diciendo que el modelo es un intento de explicar de manera sintética las diferentes suertes nacionales para lograr acceder a la riqueza con base en el desarrollo de su capital humano, y de las instituciones que lo promueven, y en el avance de todas aquellas instituciones que imponen la paciencia y estimulan la sustitución intertemporal del consumo. Sobre esto, cabe citar a un líder de la nueva teoría del crecimiento:

"En esta tradición [que, desde Veblen y Schumpeter hasta Gershenkron y Nelson y Phelps, ha insistido en las brechas tecnológicas y de capital humano entre naciones] la tecnología es considerada como un factor primitivo básicamente abstracto. Difiere de los objetos en un sentido crucial: puede ser replicada o transferida entre naciones. La tecnología usada en un lugar puede ser convertida en una forma comunicable y enviada a otro lugar (a un cierto costo). Si los receptores tienen la capacidad de absorber esta información y hacen el esfuerzo de inversión requerido para adaptarla a las circunstancias locales la usarán. La capacidad de absorción es supuestamente una característica de la economía o la sociedad como un todo. Depende de insumos corrientes como el capital humano pero también del mayor esquema institucional de la economía, el "sistema nacional de innovaciones". El sistema educativo, las empresas y las instituciones de investigación –públicas y privadas– contribuyen, todos, a este marco institucional. La tensión en esta teoría surge del hecho de que la brecha tecnológica representa una oportunidad para el rápido crecimiento económico a través de los flujos de tecnología, pero una reducida capacidad de absorción hace más difícil a un país aprovecharse de esta oportunidad. Debido a que una economía pobre en desarrollo típicamente sufre tanto de una gran brecha tecnológica como de una reducida capacidad de absorción, la predicción acerca de la correlación entre el nivel inicial de ingreso y la tasa de crecimiento es ambigua. No obstante, los indicios de una mayor capacidad de absorción (por ejemplo, un mayor nivel educativo de la población) implican una tasa más rápida de crecimiento para un país que enfrente una brecha tecnológica dada." (Romer, 1993, pp. 554–5, trad. mía).

²⁹De nuevo cabe la referencia a Lucas (ibid). Las "trampas de pobreza" y, lo contrario, los "círculos virtuosos" de crecimiento pueden ser más usuales de lo sugerido por el modelo UL si se incorporan las externalidades de ámbito local generadas por el cambio técnico. A juicio de Arrow (1994), desde el trabajo pionero de Zvi Griliches de 1957 los economistas han empezado a tomar conciencia de las externalidades de la tecnología y de que su difusión es mayor cuanto mayor es el contacto entre los individuos. Según él, los modelos de crecimiento y difusión de tecnología se incorporan a una tradición del pensamiento según la cual: "... (technologies) in possession of one group spread to another at rates proportional to the contact between the groups" (p. 7).

La controversia entre los partidarios del modelo estándar (crecimiento per cápita transitorio y convergente) y los de la familia (bastante amplia, por lo demás) de los modelos "de la no convergencia" (o del "crecimiento endógeno") sólo puede resolverse en el terreno empírico³⁰. En realidad no es fácil dirimir el conflicto. De un lado, cierta evidencia estadística favorece al modelo estándar, si los resultados econométricos toman en cuenta las diferencias por educación. De otro lado, muchos de los modelos de crecimiento endógeno pueden tener fallas o limitaciones teóricas grandes para guiar la investigación empírica; más aún, algunos de ellos, basados en la hipótesis de rendimientos de escala crecientes para un sector o para toda la economía parecen ser racionalizaciones de políticas económicas de estímulo a la demanda agregada, de proteccionismo comercial o de elecciones arbitrarias de "sectores estratégicos" por parte del Estado para brindarles su apoyo. Después de más de medio siglo de experiencias confusas y hasta negativas de políticas económicas "anti-mercado", defendidas con el argumento de la conveniencia de explotar ventajas dinámicas latentes pero ejecutadas realmente más por asuntos de economía política que por lucidez macroeconómica (Krueger,1992)³¹, hay que ser cuidadosos a la hora de elegir un modelo de crecimiento. El UL es compatible con la teoría de la política económica ortodoxa, aunque pertenece a la familia de los modelos de crecimiento endógeno.

VII. Las limitaciones del modelo UL y sus relaciones y diferencias con otros modelos de capital humano

A mi juicio, la principal característica y fuerza del modelo es también su principal limitación: su consideración de que el aumento del capital humano es completamente

³⁰Una evaluación excelente de la controversia entre los enfoques de crecimiento exógeno y endógeno, incluyendo sus implicaciones empíricas, se encuentra en Pack (1994).

³¹".. If anything, the relevant discount rate in the political arena is higher than that in the marketplace!" (Krueger,1992, p. 155). Según Krueger, aunque buena parte del origen de las políticas económicas que han frenado el desarrollo tuvo su origen en la teoría crítica del neoclasicismo de los años cuarenta y cincuenta, estas políticas y las instituciones creadas para ejecutarlas se "perpetuaron" gracias a una perversión: el sistema político y los agentes económicos favorecidos se aliaron para mantenerlas.

endógeno. En efecto, el modelo sólo nos deja con un parámetro referido al capital humano: el grado de eficiencia de la transformación del tiempo de capacitación en mayor calidad laboral (ϕ). Por supuesto, esto no sería un defecto grave si:

a. Se supone que toda acumulación de capital humano a tasas superiores a la de expansión poblacional ("acumulación intensiva de capital humano") es indicativa, *per se*, de mejoramiento de la eficiencia de la sociedad para capacitar y elevar el nivel técnico de su fuerza laboral. En tal caso, las variables estadísticas asociadas a la acumulación intensiva de capital humano podrían utilizarse, en el trabajo econométrico, como *proxies* del parámetro ϕ a fin de someter a prueba la hipótesis de que la tasa de crecimiento económico per cápita de largo plazo sostiene una relación causal positiva con alguna variable de tal índole. Este supuesto fue el que utilicé para estudiar el caso colombiano del período 1945–1988³².

b. Se acepta que sólo en plazos muy largos, siglos por ejemplo, la acumulación de capital humano es completamente endógena y, bajo tal consideración, se utiliza el modelo como una guía de interpretación de la "historia verdaderamente larga". En tal caso, el estudio de períodos menos largos o de comparaciones internacionales de desempeños observados en los últimos 35 años, como es lo usual, debería partir de un esquema diferente.

Probablemente el modelo que se diferencia menos del UL es el de Romer³³. En este último modelo el capital humano, entendido ahora como el conjunto de los trabajadores calificados, es exógeno pero la asignación del trabajo calificado entre la producción final y la producción de nueva tecnología es endógena: responde a un proceso de optimización intertemporal, de manera similar a la asignación de los tiempos de trabajo en el modelo UL. De resto, y si nos concentramos en su aspecto estrictamente macroeconómico, es similar. Bajo ciertos parámetros el esquema de Romer también

³²Posada, 1993.

³³Chiang, 1992, cap. 9

puede generar una tasa de crecimiento positiva y estable a través del tiempo del producto per cápita y compatible, claro está, con la del modelo UL ³⁴.

En el otro extremo del espectro encontramos un modelo de crecimiento exógeno con capital humano. La versión neoclásica puede ser aquella que incluye la siguiente función de producción agregada:

$$(IIIa) \quad Y = K^\beta \cdot (L \cdot h \cdot p)^{1-\beta}, \quad 0 < \beta < 1, \quad p = 1$$

Basta con la ecuación IIIa en sustitución de la III y eliminar la ecuación V para que el nuevo modelo sólo pueda considerar aumentos exógenos de la eficiencia media del trabajo.

El modelo de crecimiento exógeno puede representarse, por tanto, mediante las ecuaciones I, II, IIIa y IV. Formalmente queda reducido a un problema de optimización intertemporal con una sólo variable de control (el consumo per cápita: c) y una sólo de estado (el capital per cápita: k). Puede demostrarse³⁵ que su solución de equilibrio de estado estable implica lo siguiente:

$$(VIb) \quad c/c = \dot{k}/k = \dot{y}/y = \dot{h}/h$$

Así, la solución se reduce a afirmar que la tasa de crecimiento económico per cápita de *steady state* es exógena e igual a la del cambio técnico o de aumento de la eficiencia del trabajo³⁶. Si se supone que la tecnología que determina la eficiencia media

³⁴ibid.

³⁵Chiang, 1992, cap. 9.

³⁶Como se ve, retomamos a la igualdad del modelo Harrod-Domar (con cambio técnico neutral en el sentido de Harrod), pero ya la concepción no es la de un equilibrio por milagro (inestable) sino la de un equilibrio por tendencia "natural", gracias a la operación de los mercados, incluyendo el laboral, a las optimizaciones y sustituciones intertemporales, etcétera, como lo demostró David Cass en 1961 (Lucas, 1988). Si la función de producción tiene un parámetro de escala que multiplique los niveles de capital y trabajo, de manera que su incremento a lo largo del tiempo sea considerado como indicativo de cambio técnico ("neutral en el sentido de Hicks", es decir, compatible con la constancia de la relación capital/trabajo en *steady state*) y si tiene rendimientos constantes de escala, entonces la tasa de crecimiento por trabajador de *steady state* (como siempre, en ausencia de depreciación) será igual al cociente entre la tasa

del trabajo es internacionalmente transferible a bajo o nulo costo, deberíamos prever tasas de crecimiento económico convergentes entre países y, si hay desatraso tecnológico, permitido justamente gracias a la transferencia internacional de tecnología, entonces habría que prever también tasas de crecimiento temporalmente más altas en los países atrasados, esto es, un proceso de convergencia de los niveles de producto (y consumo) per cápita. Llegamos de nuevo a una conclusión similar a la derivada del modelo estándar sin cambio técnico y mencionada en la sección anterior.

VIII. Ahorro y cambio técnico en el modelo estándar

Por último, conviene una reflexión más detallada sobre el tema del ahorro en el modelo neoclásico estándar de crecimiento con cambio técnico exógeno. El punto central es el siguiente: si abandonamos los modelos de crecimiento endógeno, como el UL, y aceptamos como marco analítico el modelo estándar, ¿qué podemos decir sobre las relaciones entre ahorro y crecimiento y sobre la importancia del ahorro *versus* la del cambio técnico?

Según la ecuación VIb, que corresponde, como ya se mencionó, al modelo neoclásico estándar (con cambio técnico neutral en el sentido de Harrod), la tasa de crecimiento del producto per cápita de *steady state* no depende de la tasa de ahorro (proporción ahorrada del producto), en vista de que estamos considerando que el avance técnico es exógeno (y rendimientos marginales decrecientes del capital). Pero podrían quedar dudas acerca de los eventuales efectos de una mayor tasa de ahorro sobre las tasas de crecimiento que se lograrían antes de alcanzar el *steady state* y a lo largo de

de cambio técnico y el factor $1 - \beta$ (recuérdese que β es la elasticidad del producto al capital). En efecto, puesto que este factor es positivo pero constante y menor que 1, la tasa de crecimiento económico por trabajador será $a/(1 - \beta)$:

$$\begin{aligned}
 Y &= A e^{at} K^\beta L^{1-\beta} \rightarrow \dot{Y}/Y = a + \beta \dot{K}/K + (1-\beta)\dot{L}/L \\
 &\rightarrow \dot{Y}/Y - \dot{L}/L = a + \beta(\dot{K}/K - \dot{L}/L); \text{ para } y/y = \dot{Y}/Y - \dot{L}/L = \dot{K}/K - \dot{L}/L, \\
 &\rightarrow y/y = a + \beta y/y \rightarrow y/y = a/(1 - \beta)
 \end{aligned}$$

un proceso que, aunque encaminado hacia dicha situación, puede ser bastante prolongado, sobre todo en países carentes de un influjo sustancial de capital extranjero.

En las versiones más convencionales del modelo neoclásico estándar la tasa de ahorro es considerada como una variable exógena³⁷. En tal caso, una mayor tasa de ahorro tiende a generar dos efectos: uno permanente de nivel y uno transitorio de tasa de crecimiento: al aumentarse la tasa de ahorro se eleva el nivel del capital per cápita y esto conduce a acrecentar el nivel del producto per cápita; pero su efecto positivo sobre la tasa de crecimiento de éste es sólo temporal: una vez culminado el tránsito entre los niveles anterior y el posterior del producto per cápita desaparece su efecto en la tasa de crecimiento³⁸.

En la versión "canónica", la optimización intertemporal de la función objetivo "del agente representativo" convierte el ahorro en algo endógeno, como ya se había observado. Para ilustrar esto, sustituyamos la ecuación III por la siguiente, propia al modelo neoclásico (estándar) convencional, en la cual el capital humano es un componente exógeno de la fuerza laboral total (L) y el cambio técnico es exógeno y "neutral en el sentido de Hicks" (compatible con la constancia de la relación capital/trabajo en *steady state*):

$$(IIIb) \quad Y = A e^{at} \cdot K^{\beta} \cdot L^{1-\beta}, \quad a > 0, 0 < \beta < 1$$

Siendo A un parámetro de escala y a la tasa de avance técnico. Esto nos obliga a sustituir la ecuación IV por la siguiente:

$$(IVa) \quad \dot{k} = A \cdot e^{at} \cdot k^{\beta} - c - n \cdot k$$

³⁷Véanse, Solow 1970 (cap. II), Solow, 1994 y Mankiw, 1992 (cap.4).

³⁸Véase, por ejemplo, Mankiw, 1992 (cap. 4).

Y, por supuesto, debemos olvidarnos de la ecuación V. El modelo compuesto por las ecuaciones I, II, IIIb y IVa genera la siguiente tasa de crecimiento del producto per cápita de *steady state*: $a/1-\beta$, como se mencionó en una nota anterior. Pero lo que nos ocupa ahora es el deseo de conocer las relaciones entre la tasa de ahorro, la tasa de cambio técnico y la tasa de crecimiento del producto per cápita a lo largo de trayectorias que conduzcan al *steady state* bajo un marco de optimización intertemporal.

Para tal efecto pueden ser bastante útiles y prácticas unas simulaciones numéricas basadas en una calibración del modelo anterior³⁹. Para ello se utilizaron las siguientes hipótesis específicas: elasticidad de sustitución intertemporal, σ , = 1⁴⁰ (por facilidad; lo cual implica que la función de utilidad instantánea es: $u = \ln c$, siendo \ln el logaritmo natural de c), tasa de descuento de la utilidad futura, ρ , = 0.04 (en el escenario básico); elasticidad del producto al capital, β , = 0.4⁴¹; tasa de aumento de la población, n , = 0.02 por período. La velocidad del cambio técnico, a , se supuso, alternativamente, como nula o como igual a 1, 2, 3, 4 ó 5% por período; adicionalmente, se hizo otra simulación con una tasa de descuento (ρ) de 0.02 y una de cambio técnico de 2% por período.

Los resultados de las simulaciones se muestran en los gráficos 1, 2, 3, 4 y 5. Se observa que, en efecto, hay una correlación entre las tasas de crecimiento del producto y las tasas de ahorro a lo largo de trayectorias que conducen al *steady state* pero que ambas, como variables endógenas que son, tienen causas comunes. Además, queda en evidencia que la principal causa de las tasas de crecimiento y de ahorro es la velocidad del cambio técnico. Esto último se aprecia mejor si se comparan los resultados de tres simulaciones alternativas: dos de ellas con el mismo ritmo de avance técnico (2%) pero

³⁹Esto se hizo con el programa GAMS225 (Brooke et al., 1992).

⁴⁰En un ejercicio de simulación para reproducir los crecimientos de E.U. y Japón con posterioridad a la Segunda Guerra Mundial, Parente y Prescott utilizan $\sigma = 1.12$.

⁴¹Una estimación econométrica no lineal de una función de producción similar a la utilizada en el modelo de esta sección, para la economía colombiana del período 1967-1992, generó un $\beta = 0.38$ (Posada 1993b). Trujillo (1994), mediante un método similar, encontró un $\beta = 0.43$ al estimar una función que distingue entre trabajo no calificado y trabajo calificado para Colombia entre 1955 y 1992.

con tasas de descuento distintas: 2% y 4%, y otra con la tasa de descuento del escenario básico, 4%, pero con una tasa de cambio técnico mayor: 3%.

Gráfico 1
Tasas de crecimiento del producto total con diferentes
tasas de cambio técnico

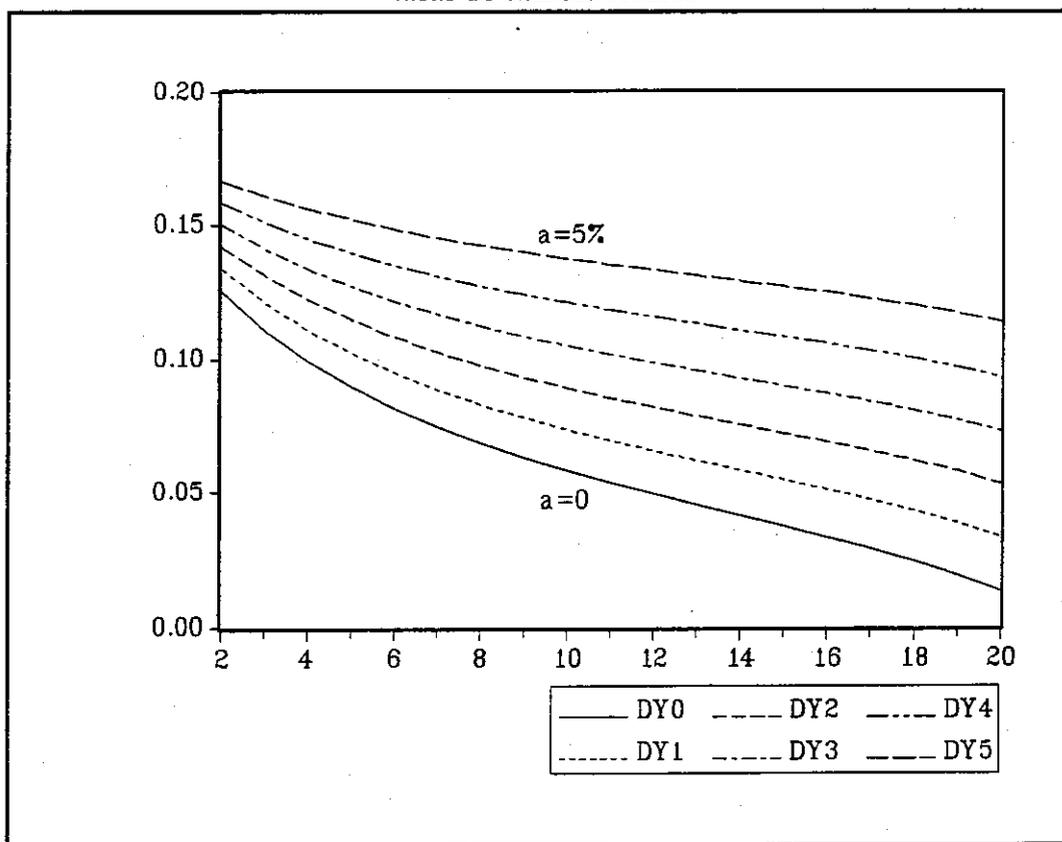


Gráfico 2
Tasas de ahorro con diferentes tasas de cambio técnico

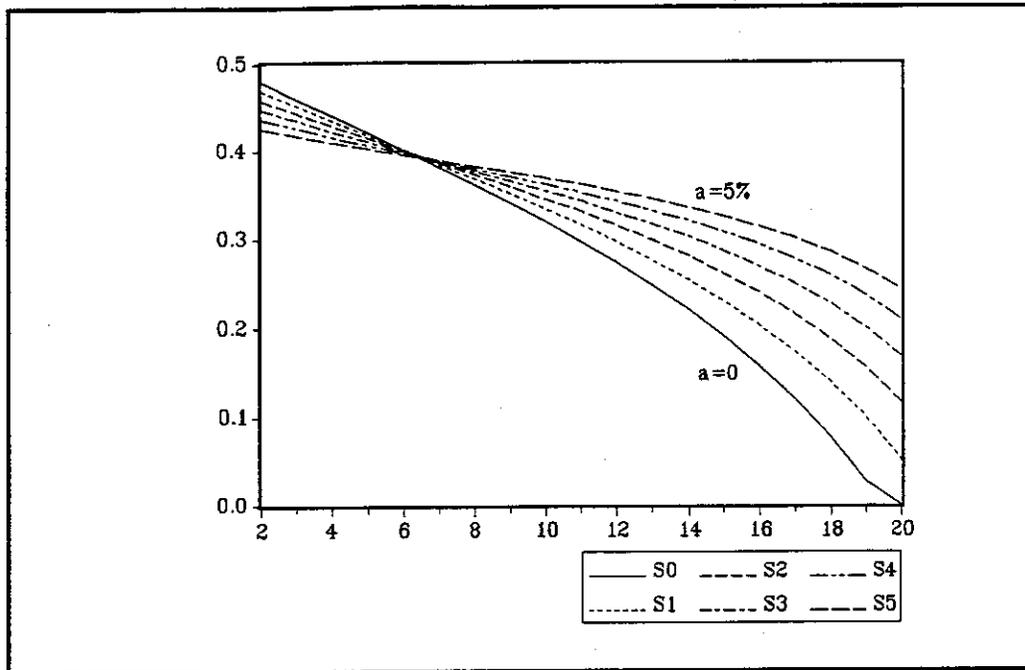


Gráfico 3
Tasas de crecimiento del producto total. Igual cambio técnico; distinta tasa de descuento

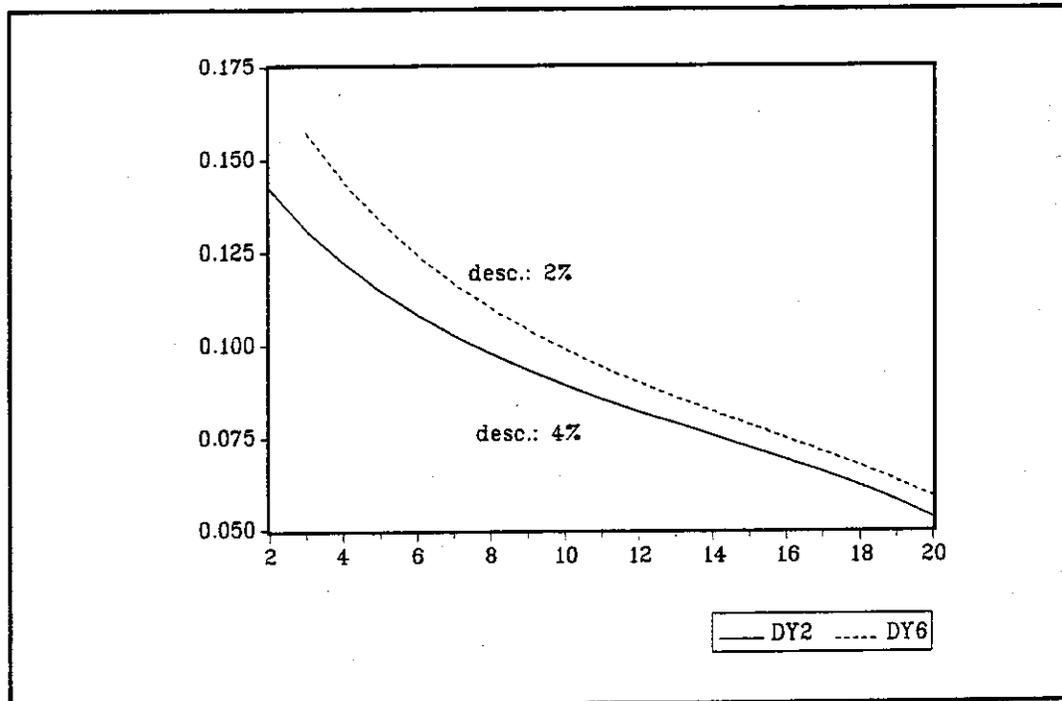


Gráfico 4
Tasas de ahorro. Igual cambio técnico; distintas tasas de descuento

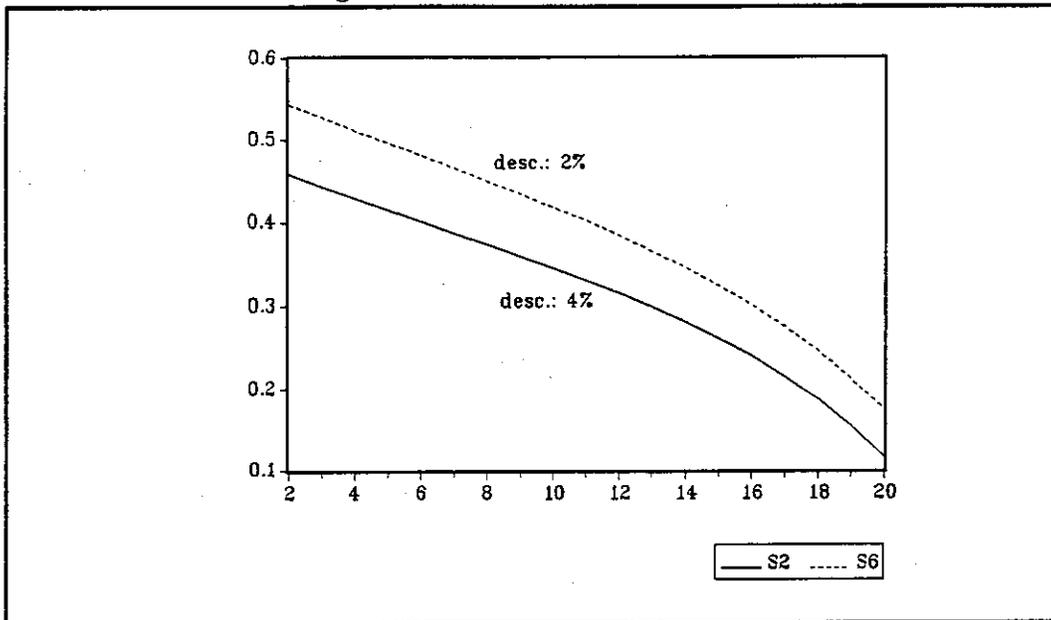
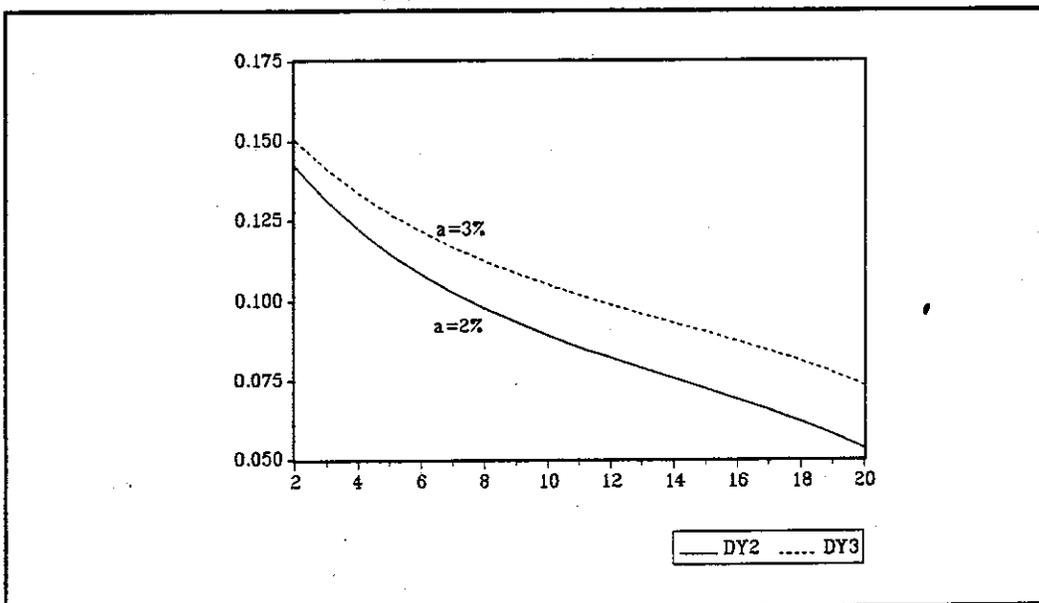


Gráfico 5
Tasas de crecimiento del producto total. Igual tasa de descuento; distinto cambio técnico



La diferencia entre las tasas de descuento parece pequeña, pero en realidad es grande. Si la brecha entre dos generaciones es de 33 años, cuando decimos que la tasa de descuento es 2% anual estamos diciendo que valoramos el consumo de la generación futura en sólo 52% de lo que valoramos el nuestro; y si la tasa es 4% lo que estamos diciendo es que sólo estimamos el consumo de la generación futura en 27% del actual⁴². Así, suponer una tasa de descuento de 2% en vez de una de 4% equivale a considerar que la sociedad es mucho más paciente y "propensa" al ahorro (dada la tasa de interés real⁴³ y dados otros factores adicionales como constantes), casi dos veces más propensa, si nuestro horizonte es largo, que la sociedad que tiene tasas de descuento de 4%.

Con una tasa de descuento menor se generan tasas de ahorro y crecimiento más altas. Pero, ¿qué tanto? La diferencia entre las tasas medias de crecimiento del producto con el mismo cambio técnico pero con las dos tasas distintas de descuento a lo largo de los 20 primeros períodos es de un punto en favor de la sociedad más paciente y, puesto que las tasas de crecimiento descienden, al cabo de 20 períodos es de 0.6 de un punto de crecimiento.

En cambio, sociedades igualmente impacientes (suponemos en ambas $\rho = 4$) pero con distinto ritmo de cambio técnico tienen mayores diferencias de crecimiento: si en una de éstas el cambio técnico es 2% por período y en otra 3%, la diferencia entre las tasas medias de crecimiento a lo largo de 20 períodos es de 1.6% por período (tasa que acumulada en 33 años equivale a 69% más de producto) y al cabo de 20 períodos es de 2 puntos de crecimiento (7% en vez de 5% de crecimiento por período). En los gráficos 1 y 5 se muestra que cada punto porcentual adicional de avance técnico representa una diferencia apreciable en términos de tasa media de crecimiento; 1.5% por período para ser precisos.

⁴² Solow, 1970, p.97.

⁴³Suponiendo que la tasa de interés real que reciben los ahorradores es positiva y mayor o igual a la de descuento. En equilibrio estacionario, la tasa de interés real y la productividad marginal del capital, neta de depreciación, se hacen iguales entre sí e iguales a la tasa de descuento (ρ).

¿Es gratis acelerar el cambio técnico? Quizás no; probablemente exija algún sacrificio de consumo o de inversión; pero un modelo como este, en el cual el cambio técnico es exógeno, no nos permite estimar su costo. Pero si suponemos que este costo es relativamente pequeño frente a su beneficio, podríamos aceptar que para las siguientes generaciones puede ser mucho más conveniente lo que haga la actual para elevar permanentemente la productividad de los factores, tanto en términos de producto como de ahorro acumulado, que lo que haga para volverse más paciente.

IX. Conclusiones

Una vez terminada la excursión por los campos de la teoría del crecimiento es forzoso presentarle al lector las conclusiones. Esta no es tarea fácil, debido a la complejidad del tema propuesto y al elevado nivel de abstracción utilizado por los economistas para poder examinar el asunto de manera sensata. Y aún menos fácil la tarea si queremos referirnos a la economía colombiana. Lo que sigue será una prueba de la dificultad.

A mi modo de ver, la consideración central que ha animado el análisis de los economistas sobre el crecimiento económico y su elaboración de modelos para avanzar de manera científica en el asunto consiste en lo siguiente: los dos componentes esenciales del crecimiento económico, no necesariamente sus motores primarios, son la tasa de ahorro y, en unas versiones, la mejora de la calidad y eficiencia de su fuerza laboral y, en otras, el cambio técnico.

Las discusiones se han centrado, entonces, en varios tópicos, entre los cuales sobresalen los referidos a la causalidad y a las condiciones bajo las cuales los verdaderos motores del crecimiento funcionan a plena velocidad, a media marcha o se paralizan. Al tratar de "ponerle números" a las conjeturas específicas, más ahora, gracias a los avances estadísticos, se intenta explicar por qué unos países se han desempeñado mejor que otros en los procesos de elevamiento del producto per cápita.

¿La tasa de ahorro es causa o efecto de la tasa de crecimiento?. ¿Es endógeno o exógeno el cambio técnico, tal como es medido por los macroeconomistas (como el

"residuo de Solow" en el análisis empírico⁴⁴)? ¿De qué depende mejorar el "capital humano"? ¿Bajo qué condiciones técnicas y sociales funcionan, bien o mal, los motores del crecimiento?

Los modelos reseñados en las páginas anteriores son algunos de los construidos para participar en los debates. Todos han guiado la investigación empírica y su mismo desarrollo se ha originado o enriquecido gracias a ésta. Aunque mi "preferido", el UL, tiene sus "ventajas comparativas" hay que reconocer que otros también las tienen y que sólo el desarrollo de la investigación irá seleccionando a los mejores, es decir, a los más capaces de responder de la manera más económica a las nuevas y a las viejas inquietudes, simultáneamente.

Mis preferencias por el UL son simples: porque considera, *prima facie*, la tasa de ahorro y la tasa de cambio técnico como endógenas (ésta última dependiente de la asignación óptima del tiempo social a la acumulación de "capital humano" y al avance de la productividad del trabajo) y porque hace énfasis en todo lo referente al capital humano, así sea de una manera sintética, dirige rápidamente nuestra atención al tema del orden y del desarrollo institucional que permiten o estimulan los ritmos de crecimiento económico dentro de ciertos rangos. Por lo demás, UL puede ser una manera (entre otras, es cierto) de interpretar la correlación positiva entre crecimiento económico colombiano y aumento del capital humano con posterioridad a la Segunda Guerra Mundial en Colombia.

Por ejemplo: UL nos dice, o al menos a mí, que si la sociedad tiene en un nivel correcto la tasa de interés real percibida por los ahorradores (a. positiva, b. mayor o igual a la tasa de descuento de la utilidad del consumo futuro, c. menor que la productividad marginal del capital neta de depreciación⁴⁵), lo pertinente es mirar el ordenamiento institucional relacionado con el ahorro de la sociedad, so pena de sobre-enfatizar en

⁴⁴El residuo de Solow se estima como la parte del crecimiento del producto no atribuible al aumento de la cantidad de factores utilizados en la producción; por eso es llamado también el aumento de la productividad total de los factores (o la "medida de nuestra ignorancia").

⁴⁵Para que haya inversión se requiere una brecha entre la productividad marginal neta de depreciación y la tasa de interés real. El costo de ajustar el capital (productivo) existente al óptimo puede ser financiado con tal brecha. Además, si distinguimos, gracias al intermediario financiero, entre ahorradores e inversores, la tasa de interés percibida por los ahorradores tiene que ser inferior, en una trayectoria que conduzca al *steady state*, a la cobrada al inversionista, cuya fuente es la productividad marginal del capital, neta de la depreciación.

políticas de aumentos de las tasas de interés o de tasas de impuestos. UL guía la atención, bajo las formas sutiles propias de los modelos abstractos, hacia "las reglas del juego" o instituciones formales e informales relacionadas con las prácticas del ahorro privado y público y la posibilidad de mejorarlas.

Pero este mensaje también lo comparte el modelo "canónico" de crecimiento económico: el modelo de Solow cuando se le incluye la característica de optimización intertemporal de la función objetivo del "agente representativo". Más aún, con cualquiera de estos dos modelos se puede llegar a dos conclusiones con respecto a la tasa de ahorro: a. cuanto mayor sea la tasa de crecimiento económico mayor será, en consecuencia, la tasa de ahorro y b. la tasa de ahorro puede crecer más como resultado de la mayor eficiencia técnica de la sociedad que como resultado de una mayor paciencia para abstenerse del consumo presente.

De otra parte, UL nos sugiere que si ya la sociedad superó el umbral mínimo de la relación gasto en educación, capacitación, etcétera, a PIB, lo mejor que puede hacer es revisar las condiciones institucionales bajo las cuales se utiliza el gasto público (y el privado) en esos fines, puesto que un motor del desarrollo, según UL, es la eficiencia o la capacidad social para transformar el tiempo que no se destina a la producción final en un avance permanente de la productividad laboral. Destinar más tiempo al trabajo que no es directamente productivo (que es la contrapartida de asignar una mayor fracción del PIB a educación y capacitación) sólo es óptimo (si le creemos al UL) si se está gestando mayor eficiencia en estas tareas y, entonces, mayor crecimiento económico.

Un modelo que sólo insista en las virtudes del capital humano y el ahorro sería inútil para entender el derrumbe de la Unión Soviética y sus economías dependientes. Un orden y un desarrollo institucional que protejan el crecimiento, sin terminar por estrangularlo, deben ser asuntos sobre los cuales el modelo dirija nuestra atención, sin tratar de explicarlos necesariamente⁴⁶. Creo que ésto lo hace el UL.

En el caso colombiano habría que observar dos grupos de instituciones que inciden, unas, sobre el ahorro y, otras, en la eficiencia de la educación y en el cambio técnico que eleva la productividad del trabajo y, por tanto, el capital humano.

⁴⁶"We cannot account for the rise and decline of the Soviet Union and world communism with the tools of neoclassical analysis, but we should with an institutional/congnitive approach..."(North, 1994, p.366).

Sobre las del primer grupo, sobresalen las referidas a la fijación y recaudo de impuestos y a la seguridad social. A pesar de una liberación de importaciones realizada entre 1989 y 1991 en Colombia, sigue el auge de las importaciones de contrabando de bienes de consumo. Esto puede explicarse en buena medida, descontando el efecto tasa de cambio, por la gran facilidad con la cual se evade en Colombia el impuesto a las ventas (el "IVA") cuando el producto es un bien de consumo de origen importado. Adicionalmente, y quizás en relación con lo anterior, a los gobiernos les ha resultado más cómodo financiar el gasto público gravando los ingresos de capital y los patrimonios financieros de las familias (patrimonio total menos lo invertido en la casa de habitación) que el gasto en consumo. Con cosas de esas el ahorro total, público y privado, probablemente resulta menor del que podría esperarse bajo otras circunstancias.

El sistema de seguridad social se ha ido reformando en Colombia. En unos aspectos, como los referidos a su componente asistencial, es proclive a reducir el ahorro nacional; pero en otros aspectos muy importantes, como el de la autorización para el surgimiento de los fondos privados de pensiones, con cuentas individuales de afiliados, que compiten con el seguro social, probablemente contribuirá a un mayor ahorro privado y nacional, como lo predicen la teoría microeconómica y casos como el chileno⁴⁷.

¿Qué decir de todo lo referido a capital humano y a crecimiento de la productividad del trabajo en el caso colombiano? Aunque algunos analistas consideran que todavía es insuficiente el gasto público destinado a educación⁴⁸, creo que es indudable que lo que se gasta es ya tan significativo, 3% del PIB aproximadamente sin contar el presupuesto del SENA, y los resultados tan mediocres que vale la pena observar el desempeño de las instituciones, públicas y privadas, formales e informales (incluyendo aquellas "reglas del juego" que sin estar escritas tienen vigencia) que

⁴⁷Junguito y López (1994) consideran que la caída reciente del ahorro en Colombia puede explicarse básicamente por menores restricciones de liquidez y que debemos esperar que las reformas estructurales conduzcan a una mayor tasa de ahorro. Corbo (1994) considera altamente probable que la reforma del sistema pensional (desde el sistema público de caja *-Pay-as-you-go-* hacia el sistema de fondos privados de capitalización individual) contribuya a elevar no sólo el ahorro privado sino a reducir los déficit del sistema público. Edwards (1994) también considera que la reforma de la seguridad social, siguiendo el patrón chileno, eleva la tasa de ahorro privado.

⁴⁸Molina et al. (1993)

intervienen en los procesos de educar, capacitar, diseminar información técnica, investigar lo referido a mejoras en los procesos de producción y, para una economía abierta, lograr una transferencia más rápida de tecnología⁴⁹. Por fortuna el país ya ha comenzado a interesarse en estos asuntos e iniciado modificaciones, por ejemplo, aceptando la creación de centros de capacitación por parte de empresas privadas que pueden ser un sustituto parcial del SENA, haciendo más flexible el régimen de inversiones extranjeras, etcétera. Con todo, la impresión es que aún falta un largo camino por recorrer, sobre todo en lo referente a la reforma de la educación pública y del SENA y a la generalización de los sistemas de financiación pública de cupos (becas, etcétera) para estudiantes pobres en establecimientos privados de buena calidad y de crédito educativo⁵⁰.

⁴⁹El régimen de inversión extranjera y de *Joint Ventures* y los de patentes y licencias, así como los acuerdos específicos al respecto pueden ser elementos muy importantes de la transferencia de tecnología (Romer, 1993). Una llamada de atención reciente sobre las imperfecciones institucionales de Colombia en materia de educación se encuentra en Urrutia (1994).

⁵⁰Sobre la importancia del crédito para capital humano en la distribución del ingreso, véase Trujillo (1994).

Referencias

- Alesina, Alberto y Dani Rodrik; "Distributive Politics and Economic Growth", *The Quarterly Journal of Economics*, vol. CIX, no. 2 (mayo), 1994.
- Alesina, Alberto; "The Political Economy of Growth: What Do We Know?" (1994), versión en castellano en: *Crecimiento económico: teoría, instituciones y experiencia internacional*, Banco de la República-Banco Mundial (libro en proceso de publicación), Bogotá, 1995.
- Arrow, Kenneth J.; "Methodological Individualism and Social Knowledge", *The American Economic Review*, vol. 84, no. 2 (mayo), 1994.
- Barro, Robert y Xavier Sala-i-Martin; "Convergence across States and Regions", cap. 6 de *Political Economy, Growth, and Business Cycles*, (editores: A. Cukierman, Z. Hercowitz y L. Leiderman), the MIT Press, Cambridge (Ma.), 1992.
- Barro, Robert y Jong-Wha Lee; "Sources of economic growth", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, vol. 40 (junio), 1994.
- Benhabib, Jess y Boyan Jovanovic; "Externalities and Growth Accounting", *The American Economic Review*, vol. 81, no. 1 (marzo), 1991.
- Birdsall, Nancy; "Inequality as a Constraint on Growth in Latin America" (1994), versión en castellano en: *Crecimiento económico: teoría, instituciones y experiencia internacional*, Banco de la República-Banco Mundial (libro en proceso de publicación), Bogotá, 1995.
- Brooke, Anthony, David Kendrick y Alexander Meeraus; *GAMS: A User's Guide*, The Scientific Press, San Francisco, 1992.
- Cárdenas, Mauricio; "Convergencia y crecimiento en Colombia", *Planeación & Desarrollo*, vol. XXIV, edición especial (diciembre), 1993.
- Cárdenas, Mauricio; "Stabilization and Redistribution of Coffee Revenues: A Political Economy Model of commodity marketing boards", *Journal of Development Economics*, vol.44, no. 2 (agosto), 1994.
- Carrasquilla, Alberto, Arturo Galindo y Hilde Patrón; "Costos en bienestar de la inflación: teoría y una estimación para Colombia", *Borradores semanales de economía* (B. de la R.), no. 3, 1994.

Carroll, Cristopher y David Weil; "Saving and Growth: a Reinterpretation", *Carneige-Rochester Conference Series on Public Policy*, vol. 40 (junio), 1994.

Chiang, Alpha C.; *Elements of Dynamic Optimization*, McGraw-Hill, New York, 1992.

Corbo, Vittorio; "Main Determinants of Latin America's Growth" (1994), versión en castellano en: *Crecimiento económico: teoría, instituciones y experiencia internacional*, Banco de la República-Banco Mundial (libro en proceso de publicación), Bogotá, 1995.

De Moura, Claudio; "La formación profesional en América Latina: nuevos remedios para un viejo paciente", *Planeación & Desarrollo*, vol. XXV (edición especial), mayo, 1994.

Dorfman, Robert; "An Economic Interpretation of Optimal Control Theory", *The American Economic Review*, vol. 51, no. 5 (diciembre), 1969.

Edwards, Sebastián; "Why are Latin American Savings Rates so Low?" (1994), versión en castellano en: *Crecimiento económico: teoría, instituciones y experiencia internacional*, Banco de la República-Banco Mundial (libro en proceso de publicación), Bogotá, 1995.

Escandón, José Francisco; "Educación y su relación con el desarrollo empresarial", *Planeación & Desarrollo*, vol. XXIV, edición especial (diciembre), 1993.

Gaviria, Alejandro; "El ahorro privado y los términos de intercambio: el caso colombiano", *Ensayos Sobre Política Económica*, no. 23 (junio), 1993.

Hubbard, R. Glenn, Jonathan Skinner y Stephen Zeldes; "Expanding the Life-Cycle Model: Precautionary Saving and Public Policy", *The American Economic Review*, vol. 84, no. 2 (mayo), 1994.

Jappelli, Tulio y Marco Pagano; "Saving, Growth, and Liquidity Constraints", *The Quarterly Journal of Economics*, vol. CIX, no. 1 (febrero), 1994.

Junguito, Roberto y Alejandro López; "Nota sobre el ahorro y la política macroeconómica", (mimeo), III Congreso Nacional del Ahorro, Cartagena, 1994.

King, Robert y Ross Levine; "Finance, Entrepreneurship, and Growth: Theory and Evidence", *Journal of Monetary Economics*, vol. 32, no. 3 (diciembre), 1993.

Krueger, Ann O.; *Economic Policy Reform in Developing Countries*, Blackwell Publishers, Cambridge (Ma.), 1992.

- Levine, Ross; "Does the Financial Sector Matters?" (1994), versión en castellano en: *Crecimiento económico: teoría, instituciones y experiencia internacional*, Banco de la República-Banco Mundial (libro en proceso de publicación), Bogotá, 1995.
- Londoño, Juan Luis; "Income Distribution During the Structural Transformation: Colombia 1938-1988", Tesis (Ph.D.), Harvard University, 1990.
- López, Alejandro; "La teoría del ingreso permanente y las restricciones de liquidez en Colombia"; R. Steiner (compilador) *Estabilización y Crecimiento. Nuevas lecturas de economía*, Fedesarrollo, Bogotá, 1994.
- López, Hugo; "Mercado laboral urbano y desempleo friccional y estructural en Colombia: el papel del SENA, *Planeación & Desarrollo*, vol. XXV (edición especial), mayo, 1994.
- Lucas, Jr., Robert E.; *Modelos de ciclos económicos*, Alianza Editorial, Madrid, 1988 (primera edición en inglés de 1987).
- Lucas, Jr., Robert E.; "On the Mechanics of Economic Development", *Journal of Monetary Economics*, vol. 22, no. 2 (julio), 1988.
- Lucas, Jr., Robert E.; "Why Doesn't Capital Flow from Rich to Poor Countries?", *The American Economic Review*, vol 80, no.2 (mayo), 1990.
- Lucas, Jr., Robert E.; "Making a Miracle", *Econometrica*, vol. 61, no. 2 (marzo), 1993.
- Mankiw, Gregory; *Macroeconomics*, Worth Publishers, New York, 1992.
- Molina, Carlos Gerardo, Mauricio Alviar y Doris Polanía; "Gasto público en educación, y distribución de subsidios en Colombia", *Planeación & Desarrollo*, vol. XXIV, edición especial (diciembre), 1993.
- Naim, Moisés; "Instituciones: el eslabón perdido en la reforma económica de América Latina" (1994), en: *Crecimiento económico: teoría, instituciones y experiencia internacional*, Banco de la República-Banco Mundial (libro en proceso de publicación), Bogotá, 1995.
- Newbery, David; "Ramsey Model", en: *Capital Theory, The New Palgrave* (primera edición americana), The Macmillan Press, New York, 1990.
- North, Douglass; *Instituciones, cambio institucional y desempeño económico*, Fondo de Cultura Económica, México, 1993 (1a. edición en inglés de 1990).

- North, Douglass; "Economic Performance Through Time", *The American Economic Review*, vol. 84, no.3, 1994.
- Ortiz, Carlos H.; "Crecimiento endógeno, subsistencia y trampas de pobreza", *Boletín Socioeconómico*, no. 27 (junio), 1994.
- Owen, Ann; "The Distribution of Education and Economic Growth" (mimeo), Brown University, octubre, 1993.
- Pack, Howard; "Endogenous Growth Theory: Intellectual Appeal and Empirical Shortcomings", *The Journal of Economic Perspectives*, vol. 8, no. 1, 1994.
- Parente, Stephen y Edward Prescott; "Technology Adoption and the Mechanics of Economic Development, cap. 7 de *Political Economy, Growth, and Business Cycles*, (editores: A. Cukierman, Z. Hercowitz y L. Leiderman), the MIT Press, Cambridge (Ma.), 1992.
- Persson, Torsten y Guido Tabellini; "Is Inequality Harmful for Growth"?, *The American Economic Review*, vol. 84, no. 3 (junio), 1994.
- Perfetti, Mauricio; "Comentarios" (a Tarazona 1993); *Planeación & Desarrollo*, vol. XXIV, edición especial (diciembre), 1993.
- Posada, Carlos Esteban; "Crecimiento económico, "capital humano" y educación: la teoría y el caso colombiano posterior a 1945", *Planeación & Desarrollo*, vol. XXIV, edición especial (diciembre), 1993.
- Posada, Carlos Esteban; "Productividad, crecimiento y ciclos en la economía colombiana (1967-1992)", *Archivos de Macroeconomía*, documento 16, 1993 (1993b).
- Posada, Carlos Esteban y Alejandro Gaviria; "El crecimiento económico y la distribución del ingreso: el caso colombiano posterior a 1950", en: *Crecimiento económico: teoría, instituciones y experiencia internacional*, Banco de la República-Banco Mundial (libro en proceso de publicación), Bogotá, 1995.
- Romer, Paul; "Ideas Gaps and Object Gaps in Economic Development", *Journal of Monetary Economics*, vol. 32, no. 3 (diciembre), 1993.
- Solow, Robert; *La teoría del crecimiento*, Fondo de Cultura Económica, México, 1976 (traducción de la 2a. edición en inglés; 1a. edición en inglés: 1970).
- Solow, Robert; "Perspectives on Growth Theory", *The Journal of Economic Perspectives*, vol. 8, no. 1, 1994.

Tarazona de N., Lucía; "La evolución del SENA", *Planeación & Desarrollo*, vol. XXIV, edición especial (diciembre), 1993.

Trujillo, Edgar; "La distribución del ingreso y el sistema financiero", *Archivos de Macroeconomía* (DNP), documento 32, agosto, 1994.

Uribe, José Darío; "On Growth and Fluctuations", Tesis (Ph. D.), University of Illinois (Urbana-Champaign) , 1992.

Uribe, José Darío; "Educación, complementariedades productivas y crecimiento económico", *Planeación & Desarrollo*, vol. XXIV, edición especial (diciembre), 1993.

Urrutia, Miguel, "Intervención", en: *Crecimiento económico: teoría, instituciones y experiencia internacional*, Banco de la República-Banco Mundial (libro en proceso de publicación), Bogotá, 1995.

ANEXO

Derivación de algunas implicaciones, condiciones y propiedades

1. La tasa de crecimiento del capital per cápita

En principio, el aumento del capital total en el instante t (K con punto) es igual a la diferencia entre el producto total neto de depreciación (Y) y el consumo total (C) en el instante t :

$$\dot{K} = Y - C$$

Por tanto, si se divide la ecuación anterior por la cantidad total de fuerza laboral (L) resulta:

$$\begin{aligned}\dot{K}/L &= y - c \\ \Rightarrow \\ (1/K) \cdot (K/L) \cdot \dot{K} &= y - c \\ \Rightarrow \\ (\dot{K}/K) &= (L/K) \cdot (y - c)\end{aligned}$$

Así que la tasa de acumulación de capital total es igual a la relación trabajo/capital por el ahorro per cápita ($y - c$). Definamos la cantidad de capital por trabajador como k (K/L); en tal caso:

$$\begin{aligned}k &= K/L \Rightarrow \ln k = \ln K - \ln L \\ \Rightarrow \\ (\dot{k}/k) + (\dot{L}/L) &= (\dot{K}/K) = (L/K) \cdot (y - c)\end{aligned}$$

Pero se había denominado con la letra n la tasa de crecimiento de la fuerza laboral (L con punto / L); por tanto la ecuación anterior implica que:

$$\begin{aligned}\dot{k}/k &= (L/K) \cdot (y - c) - n = (y/k) - (c/k) - n \\ \Rightarrow \\ \dot{k} &= y - c - n \cdot k\end{aligned}$$

La ecuación anterior equivale a la ecuación IV del texto principal. Por analogía con el procedimiento anterior también se puede justificar la deducción del componente $n \cdot h$ de la ecuación V del texto principal.

2. Condiciones de primer orden del modelo UL

La maximización de la ecuación I del texto principal, sujeta a las restricciones impuestas por las ecuaciones II, III, IV y V, se puede plantear como la maximización irrestricta de la siguiente función H (función "Hamiltoniana" o "Hamiltoniano"; véase Dorfman, 1969 ó Chiang, 1992 en la lista de referencias del texto principal):

$$H = e^{-\rho t} \cdot [(c_t^{1-\sigma} - 1)/(1-\sigma)] + \\ \lambda_1 \cdot [k_t^\beta \cdot (\rho_t \cdot h_t)^{1-\beta} - c_t - n \cdot k_t] + \\ \lambda_2 [h_t \cdot \phi \cdot (1-\rho_t) - n \cdot h_t]$$

La función H depende de 4 variables: dos de control (c, p) y dos de estado (k, h); su maximización implica, como condiciones necesarias, las siguientes (llamadas condiciones de primer orden):

$$(1) \quad \partial H / \partial c = 0 \Rightarrow e^{-\rho t} \cdot \partial [c^{1-\sigma} - 1] / \partial c - \lambda_1 = 0 \\ \Rightarrow e^{-\rho t} \cdot c^{-\sigma} = \lambda_1;$$

$$(2) \quad \partial H / \partial k = -\dot{\lambda}_1 = \lambda_1 \cdot [\beta k^{\beta-1} \cdot (\rho \cdot h)^{1-\beta} - n];$$

$$(3) \quad \partial H / \partial h = -\dot{\lambda}_2 = \lambda_1 [(1-\beta) \cdot k^\beta \cdot \rho^{1-\beta} \cdot h^{-\beta}] + \lambda_2 \cdot [\phi \cdot (1-\rho) - n];$$

$$(4) \quad \partial H / \partial \rho = 0 \Rightarrow \lambda_1 \cdot [(1-\beta) \cdot k^\beta \cdot h^{1-\beta} \cdot \rho^{-\beta}] - \lambda_2 \cdot h \cdot \phi = 0$$

3. Implicaciones adicionales

Definidas las condiciones anteriores podemos presentar las siguientes deducciones:

$$(2) \Rightarrow \dot{\lambda}_1 / \lambda_1 = -\beta \cdot k^{\beta-1} \cdot (\rho \cdot h)^{1-\beta} - n;$$

$$(1) \Rightarrow e^{-\rho t} / c^\sigma = \lambda_1 \Rightarrow \ln \lambda_1 = -\rho t - \sigma \cdot \ln c \\ \Rightarrow \\ \dot{\lambda}_1 / \lambda_1 = -\rho - \sigma \cdot c/c \\ \Rightarrow \\ c/c = (1/\sigma) \cdot (-\dot{\lambda}_1 / \lambda_1 - \rho) \\ \Rightarrow \\ c/c = (1/\sigma) \cdot [\beta k^{\beta-1} \cdot \rho \cdot h^{1-\beta} - n - \rho] = (1/\sigma) \cdot (f_k(k) - n - \rho);$$

$$(4) \Rightarrow \lambda_1 \cdot [(1-\beta) \cdot k^\beta \cdot h^{1-\beta} \cdot \rho^{-\beta}] = \lambda_2 \cdot h \cdot \phi \Rightarrow \\ \lambda_1 / \lambda_2 = \phi / [(1-\beta) \cdot k^\beta \cdot (h \cdot \rho)^{-\beta}];$$

$$(3) \Rightarrow -\dot{\lambda}_2 / \lambda_2 = (\lambda_1 / \lambda_2) [(1-\beta) \cdot k^\beta \cdot \rho^{1-\beta} \cdot h^{-\beta}] + \phi \cdot (1-\rho) - n;$$

Reemplazando λ_1/λ_2 por su equivalente (según la implicación de la ecuación 4) en la última implicación de la ecuación 3 resulta que:

$$-\dot{\lambda}_2/\lambda_2 = \rho \cdot \phi + \phi \cdot (1 - \rho) - n;$$

Por tanto, si:

$$-\dot{\lambda}_2/\lambda_2 = -\dot{\lambda}_1/\lambda_1$$

Entonces:

$$\phi - n = \rho + \sigma \cdot c/c \Rightarrow c/c = (\phi - n - \rho)/\sigma \doteq \gamma$$

Además, según la ecuación III:

$$\dot{k}/k = k^{\beta-1} \cdot (\rho \cdot h)^{1-\beta} (c/k) - n$$

Pero, a partir de lo ya visto:

$$\begin{aligned} c/c &= (1/\sigma) \cdot [\beta \cdot k^{\beta-1} \cdot (\rho \cdot h)^{1-\beta} - n - \rho] = \gamma \\ &\Rightarrow \\ \beta \cdot k^{\beta-1} \cdot (\rho \cdot h)^{1-\beta} &= \sigma \cdot \gamma + n + \rho \\ &\Rightarrow \\ k^{\beta-1} \cdot (\rho \cdot h)^{1-\beta} &= (\sigma \cdot \gamma + n + \rho)/\beta \\ &\Rightarrow \\ \dot{k}/k &= [(\sigma \cdot \gamma + n + \rho)/\beta] - c/k - n \end{aligned}$$

Por tanto, bastará con que c/k se estabilice (en *steady state*) para que la tasa de acumulación de capital per cápita también se estabilice y se haga igual, por tanto, a γ . En tal caso es obvio que la tasa de crecimiento del producto per cápita también será igual a γ .

Además, según IV:

$$\dot{h}/h = \phi \cdot (1 - \rho) - n$$

Y según la definición de γ :

$$\begin{aligned}\sigma \cdot \gamma + n + \rho &= \beta \cdot k^{\beta-1} \cdot (\rho \cdot h)^{1-\beta} \\ &\Rightarrow \\ (\sigma \cdot \gamma + n + \rho) / (\beta \cdot \rho^{1-\beta}) &= k^{\beta-1} \cdot h^{1-\beta} \\ &\Rightarrow \\ \ln[(\sigma \cdot \gamma + n + \rho) / (\beta \cdot \rho^{1-\beta})] &= (\beta - 1) \cdot \ln k + (1 - \beta) \cdot \ln h \\ &\Rightarrow \\ \dot{k}/k = \dot{h}/h &= (\phi - n - \rho) / \sigma\end{aligned}$$

Puesto que la ecuación anterior corresponde al *steady state*, entonces podemos aprovecharla para reescribir la ecuación IV, bajo tal condición, así:

$$\begin{aligned}\phi \cdot (1 - \rho) - n &= (\phi - n - \rho) / \sigma \\ &\Rightarrow \\ 1 - \rho &= [1 - (\rho/\phi) - n \cdot (1 - \sigma) / \phi] / (\sigma / \phi) \\ &\Rightarrow \\ \rho &= 1 - \gamma - n\end{aligned}$$

Esta es la ecuación VII del texto principal.