

La serie "Borradores Semanales de Economía" es una publicación de la Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la República. Los Trabajos son de carácter provisional, las opiniones y posibles errores son responsabilidad exclusiva de los autores y sus contenidos no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

**CHOQUES GRANDES / CHOQUES PEQUEÑOS:  
EVIDENCIA DEL LOG IPC E INFLACION  
COLOMBIANOS**

**Por:  
Juan Manuel Julio R.**

**1995**

**No. 43**

Para comentarios favor dirigirse al autor:  
Fax: 2865936 - Teléfono 3421035.

**CHOQUES GRANDES / CHOQUES PEQUEÑOS:  
EVIDENCIA DEL LOG IPC E INFLACION  
COLOMBIANOS**

**Juan Manuel Julio R.\***

**Santafé de Bogotá, diciembre de 1995**

---

\* El autor agradece los comentarios de Hernando Vargas, Rodrigo Suescún, Adolfo Cobo, y Alberto Carrasquilla, del Banco de la República, a una versión anterior de este trabajo. Sin embargo, las opiniones y errores contenidos en el escrito son responsabilidad exclusiva del autor y no comprometen a estos ni al Banco de la República

## RESUMEN

A pesar de que en Colombia se acepta la intuición de que "el nivel medio de la inflación anual no cambia durante lapsos de tiempo muy largos", también parece tener alguna acogida la afirmación que esta "tiene una raíz unitaria". La percepción general se basa en que desde 1954 hasta 1971 la inflación tendió a estar alrededor del 6 %, mientras que a partir de 1974 el nivel medio se ha mantenido alrededor del 20 %. Esta observación nos lleva a sugerir, por una parte, la existencia de un estado estacionario que se define como el nivel medio de la inflación, y por la otra, que este podría presentar un cambio significativo entre 1972 y 1973. De igual forma, "puesto que el nivel medio de la inflación es la pendiente de la tendencia del log IPC, la anterior observación sugiere que esta pendiente es constante, y entonces la tendencia del log IPC se podría caracterizar como lineal con un quiebre". Por lo tanto, la percepción general sugiere que el log IPC y la inflación son estacionarias alrededor de tendencias determinísticas que podrían haber sido afectadas por un evento inusual entre 1971 y 1973. Esta última aseveración está en clara contradicción con la afirmación de que estas variables no son estacionarias, la cual se basa en los resultados de las pruebas estándar de raíz unitaria. Sin embargo, los resultados de no estacionaridad son fácilmente cuestionables si se tiene en cuenta que las pruebas estándar de raíz unitaria tienen características muy pobres como la nulidad de la potencia ante las alternativas que sugiere nuestra intuición.

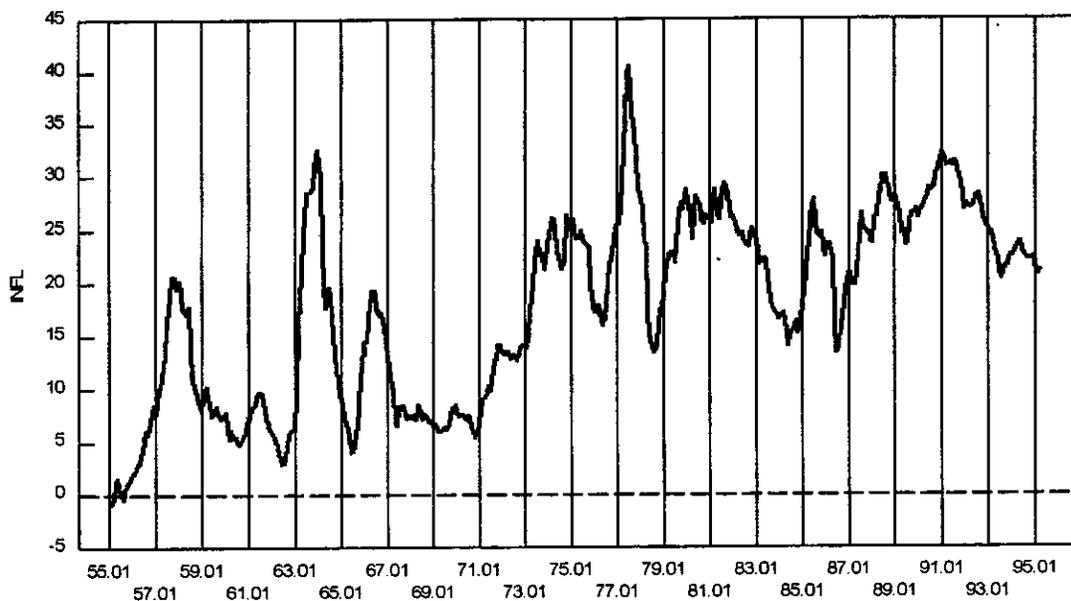
En este trabajo se muestra, *a través de pruebas con alta potencia*, que el logaritmo del IPC mensual desde 1954:1 hasta 1995:3 se representa mejor como una variable estacionaria alrededor de una tendencia lineal con un quiebre. Por medio de una generalización que se propone en este escrito, se muestra la existencia de un salto y varios quiebres adicionales en la tendencia del log IPC. Esto último implica que la inflación es una variable *sobre-diferenciada* y estacionaria alrededor de una media con saltos determinísticos. Para soportar esta última afirmación se presenta evidencia adicional. Finalmente, se reportan las fechas de quiebres y/o saltos para interpretación e investigación futuras. En tal sentido, estos resultados implican que las tendencias de los precios e inflación se caracterizan por la aparición de eventos poco frecuentes o *choques grandes*, mientras que las variaciones de corto plazo dependen de innovaciones con efecto estacionario o *choques pequeños*. Este resultado contrasta con las nociones anteriores sobre los precios y la inflación, ya que los únicos eventos persistentes son los relacionados con los saltos y/o quiebres identificados en este trabajo. Futuras investigaciones sobre la naturaleza de los eventos que causaron los quiebres y/o saltos reportados deben conducir de manera natural a formular modelos que expliquen las variaciones de los precios y la inflación, el comportamiento de la autoridad económica durante el período bajo análisis y para proponer alternativas de política.

## 1. INTRODUCCION

Si bien en Colombia se acepta la intuición de que “el nivel medio de la inflación anual no cambia durante lapsos de tiempo muy largos”, también tiene alguna acogida la afirmación que esta “tiene una raíz unitaria”. Y aunque cada una de estas concepciones parece tener un buen soporte (ya sea la simple observación en una y de evidencia econométrica en la otra), lo cierto es que estas son completamente contradictorias en términos de la forma como se caracteriza la tendencia de largo plazo de la inflación. Puesto que esta caracterización resulta ser un supuesto básico para el análisis y formulación de modelos y políticas, resulta indispensable conocer cuál de las dos alternativas se ajusta más a la evidencia muestral. En este trabajo se presenta alguna evidencia en favor de la percepción general, que a la postre se convierte en una explicación más natural de las variaciones de en el largo plazo de los precios y la inflación.

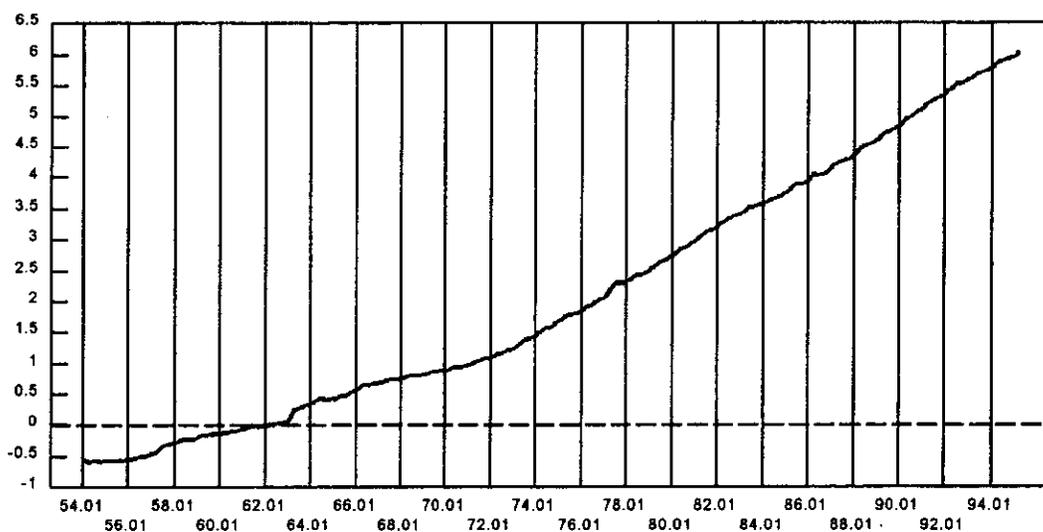
La intuición general se basa en la observación que desde 1954 hasta 1971 la inflación osciló alrededor de un nivel medio del 6 %, mientras que a partir de 1974 el nivel medio se ha mantenido alrededor del 20 %, tal como se puede observar en la gráfica 1.

GRAFICA 1. INFLACION



Lo anterior nos lleva a sugerir, por una parte, la existencia de un estado estacionario que se define como el nivel medio de la inflación en períodos largos, y, por la otra, que este podría presentar un cambio significativo a comienzos de los años 70. De igual forma, puesto que la inflación es la pendiente de la tendencia del log IPC, lo anterior podría sugerir que dicha pendiente es constante, con lo cual la tendencia del log IPC se podría caracterizar como lineal con un quiebre alrededor de las mismas fechas, tal como se puede observar en la gráfica 1A. Así, la intuición general sugiere que el log IPC y la inflación son estacionarias alrededor de tendencias determinísticas que podrían haber sido afectadas por un evento inusual entre 1970 y 1974.

GRAFICA 1A. LOG(IPC)



Esta última afirmación está en clara contradicción con la visión que se ha establecido en algunos círculos econométricos en Colombia de que los precios, y/o la inflación, son no estacionarios o más bien "Estacionarios luego de Diferencia", lo cual se notará como **ED** por comodidad.

En efecto, bajo el supuesto que el logaritmo de los precios,  $Y_t = \log(IPC_t)$ , es ED las innovaciones tienen efecto permanente y entonces los precios se mueven en la dirección de éstas sin converger a algún estado estacionario particular. Sin embargo, nuestra observación sugiere que el  $\log(IPC)$  y la inflación

se representan mejor como variables “Estacionarias alrededor de Tendencias determinísticas” o ET, y en particular, que la tendencia de los precios es lineal quebrada y/o con saltos como en Perron (1989) y (1990), y entonces la inflación sería estacionaria alrededor de un nivel medio con saltos permanentes como en Perron & Vogelsang (1992). La existencia de dichos saltos y quiebres inesperados nos lleva entonces a clasificar las innovaciones como *choques grandes* si estos afectan la tendencia determinística, y *choques pequeños* o estacionarios a los que sólo afectan el componente de corto plazo de la serie.

Por otra parte, los resultados sobre la no estacionaridad de estas dos variables son fácilmente cuestionables si se tiene en cuenta que las conocidas pruebas estándar de raíz unitaria<sup>1</sup> tienen problemas críticos que se discutirán en la sección 2.1.

Sin embargo, cuando la alternativa es la de ET lineal con un único quiebre, Banerjee, Lumsdaine & Stock (1992) desarrollaron un conjunto de pruebas con alta potencia y que no dependen de parámetros “*nuisance*”<sup>2</sup>. Adicionalmente, cuando la alternativa es la de estacionaridad alrededor de una media con salto permanente, Perron et al. (1992) desarrollaron otra batería de pruebas con características muy deseables. Estas pruebas resultan especialmente atractivas para analizar el  $\log(IPC)$  e inflación, ya que existe la sospecha que estas series se pueden ajustar a alguna de sus alternativas. En la sección 2.2. se describen las tres estrategias propuestas por Banerjee et al. (1992).

En este trabajo se muestra que el logaritmo del IPC mensual desde 1954:1 hasta 1995:3 se representa mejor como una variable estacionaria alrededor de una tendencia lineal con un quiebre. Por medio de una generalización que se propone en este escrito, se muestra la existencia de un salto y varios quiebres adicionales en la tendencia del log IPC. Esto último implica que la inflación es una

---

<sup>1</sup> Es decir, las que siguen el enfoque básico de Dickey & Fuller (1979) y (1981), o que son asintóticamente equivalentes a estas.

<sup>2</sup> Al realizar una prueba de hipótesis sobre un parámetro distribucional, generalmente se supone que los demás parámetros desconocidos no son importantes. Sin embargo, cuando la distribución nula o potencia de la prueba depende de estos, se genera incertidumbre adicional sobre las propiedades de la prueba y se pone entonces en duda su aplicabilidad práctica.

variable *sobre-diferenciada* y estacionaria alrededor de una media con saltos determinísticos. Para soportar esta última afirmación se presenta alguna evidencia adicional. Finalmente, se reportan las fechas de quiebres y/o saltos para investigación futura. En la sección 2.3 se describen las generalizaciones al método de Banerjee et al. (1992), mientras que en la 3 se muestran los resultados tanto para el  $\log(IPC)$  como para la inflación.

Este resultado implica que las tendencias de los precios e inflación se caracterizan por la aparición de eventos poco frecuentes o *choques grandes*, mientras que las variaciones de corto plazo se explican como el efecto de innovaciones con efecto estacionario o *choques pequeños*. Esto contrasta con algunas concepciones anteriores sobre los precios y la inflación, ya que los únicos eventos persistentes son los relacionados con los saltos y/o quiebres identificados. Futuras investigaciones sobre la naturaleza de los eventos que causaron los quiebres y/o saltos reportados conducirán de manera natural a la formulación de modelos que expliquen las variaciones de los precios y la inflación, a explicar el comportamiento de la autoridad económica durante el período bajo análisis y a proponer alternativas para políticas futuras.

## **2. METODOLOGIA**

El propósito de esta sección es analizar las pruebas para la hipótesis nula de raíz unitaria. En la sección 2.1. se presentan los inconvenientes más importantes que tienen las pruebas estándar para esta hipótesis, en conjunto con algunas sugerencias generales para la práctica. En la 2.2. se resume la metodología desarrollada por Banerjee et al. (1992) para la alternativa de ET lineal con un quiebre. Finalmente, En la 2.3. se propone una generalización para la alternativa de un salto y un quiebre conjuntos, y la alternativa de quiebres adicionales a estos dos efectos iniciales.

## 2.1. Qué tan Buenas son las Pruebas Estándar para Raíz Unitaria?

Muchos econométristas enfatizan en la necesidad de determinar si una variable  $Y_t$  es estacionaria (en general ET), o no estacionaria (o ED) como requisito para el análisis empírico de modelos y políticas económicas. En efecto, encontrar que una variable particular se ajusta a una de estas representaciones tiene implicaciones importantes no sólo en términos econométricos, sino también de política, como lo ilustra la gran cantidad de literatura sobre el PIB real norteamericano. Sin embargo, las pruebas estándar para la nula de ED ante la alternativa de ET han sido fuertemente cuestionadas en varios frentes:

1. Blough (1992 a y b) demuestra que la hipótesis de raíz unitaria no se puede probar basándose en una muestra finita. Es decir, para cada tamaño muestral y para toda serie generada por un proceso con raíz unitaria existe uno estacionario que no es diferenciable del primero. Esto contrasta con lo que sucede en las demás pruebas de hipótesis en estadística, donde para cada alternativa existe un tamaño de muestra finito con el que se puede diferenciar claramente la nula de la alternativa. Véase también Hamilton (1994) y Cochrane (1991).
2. Como consecuencia de lo anterior, y desde hace tiempo, se sabe que las pruebas para la nula de ED ante la alternativa de ET son poco potentes y por tanto tienden a hallar raíces unitarias muy frecuentemente cuando estas en realidad no existen<sup>3</sup>. Para solucionar este problema, se ha propuesto más recientemente probar la nula de ET ante la alternativa de ED, con lo cual se mejora un poco la potencia. Sin embargo, el costo de este aumento de potencia es muy grande, ya que la distribución nula tiende a depender de parámetros *nuisance*, con lo cual se pone en duda su utilidad práctica. En adición a lo anterior De Jong et al. (1992) muestran que la ganancia en potencia es muy discreta para los casos que se presentan en la práctica. Ellos concluyen que:

---

<sup>3</sup> Véase Fuller (1979). Por ejemplo, Nelson & Plosser (1982), mencionan que "el no rechazo de la hipótesis nula no implica el rechazo de la alternativa y por lo tanto se requiere de mayor información para decidir cuál especificación esta más de acuerdo con la evidencia muestral".

*“Es muy difícil discriminar entre los dos modelos usando métodos clásicos de prueba. Esto es consecuencia de la baja potencia de las pruebas para la nula de ED ante la alternativa de ET, así como de las pruebas para la nula de ET ante la alternativa de ED. Nuestro análisis sugiere que es muy prematuro aceptar la hipótesis de ED como un hecho estilizado de las series de tiempo macroeconómicas”<sup>4</sup>.*

3. Las pruebas estándar para la nula de ED están diseñadas para alternativas arbitrarias y locales como la de ET lineal, o la de estacionaridad alrededor de una media fija, etc. Sin embargo, no existe una justificación para limitarse el uso de este tipo de alternativas, más cuando pueden existir otras alternativas claramente verosímiles. En general, se reconoce que la credibilidad de los resultados de las pruebas de raíz unitaria es muy sensible a la elección de la alternativa.
4. Perron (1988) y (1989) y Rappoport & Reichlin (1989) muestran que las pruebas estándar tienen potencia muy baja ante un grupo de alternativas plausibles como la de estacionaridad alrededor de una media con un cambio permanente, de una tendencia lineal con un quiebre o con un salto. Estos mismos autores desarrollan una metodología *apropiada* a estas alternativas, cuya potencia es suficientemente alta para los casos más comunes. Sin embargo, varios autores entre los que se destacan Banerjee et al. (1992), muestran que esta metodología es errada ya que determina los puntos de salto o quiebre con base en la información muestral, con lo que se cae en el problema de *pre-testing*.

Sin embargo, cuando la alternativa es la de ET lineal con un quiebre o un salto, Banerjee et al. (1992) desarrollaron pruebas potentes que no dependen de parámetros *nuisance*. Para el caso de estacionaridad alrededor de una media con un único salto, Perron & Vogelsang (1992) proponen pruebas con buenas características.

---

<sup>4</sup> Traducción nuestra.

En síntesis, las observaciones anteriores nos llevan a concluir *que cuando no se puede rechazar la nula de ED, para llegar a concluir algo con respecto a la existencia de raíces unitarias es necesario probar con diferentes especificaciones alternativas ED y ET. En caso que esto no sea suficiente, es necesario producir otro tipo de información adicional. Véase Julio (1995).*

*Así mismo, se debe tomar en cuenta que la potencia de las pruebas estándar de raíz unitaria dependen más del número de años incluidos en la muestra que del número de observaciones, lo cual nos debería llevar a evitar la odiosa costumbre de probar la hipótesis de ED para el período en que se va a utilizar la serie, y que en cambio se debe usar el máximo disponible de información. Véase Shiller & Perron (1985), Perron (1991) y Lahiri & Mamingi (1995).*

## **2.2. Pruebas de Banerjee et al. (1992) para la alternativa de ET lineal con un quiebre**

Banerjee et al. (1992), desarrollaron tres estrategias de prueba para la nula de ED ante la alternativa de ET lineal con un único quiebre o con un único salto en un punto desconocido. De esta forma, bajo la alternativa la función de tendencia es lineal en el tiempo hasta el punto de quiebre, y a partir de éste hay un cambio de pendiente.

Para la primera estrategia, se parte de una muestra de tamaño fijo  $k_0$  que inicia en la primera observación, y se adicionan, una a una, *recursivamente*, las observaciones restantes. Sobre cada muestra se estima la estadística de Dickey & Fuller y se definen como estadísticas de prueba la mínima, la máxima y la diferencia entre estas dos. En la segunda estrategia se toma una fracción muestral fija  $0 < \delta_0 < 1$ , y a partir de la primera observación de la muestra se toman *muestras rodantes* de tamaño fijo  $T * \delta_0$ . Para cada una de estas muestras se estima la estadística de Dickey & Fuller, y se definen de nuevo como estadísticas de prueba la mínima, la máxima y la diferencia. En la tercera

estrategia se utiliza el total de la muestra y se introduce un parámetro  $\mu_2$  para un quiebre hipotético *secuencialmente* a lo largo de  $\theta_0 \leq l \leq T - \theta_0$ . Para cada punto hipotético de quiebre  $l$ , se calcula la estadística  $t$  de Dickey & Fuller y la prueba  $F$  para  $\mu_2 = 0$ , a partir de estas se definen como estadísticas de prueba la mínima de las estadísticas  $t$  y el máximo de las  $F$ . Adicionalmente, se fracciona la muestra en cada punto hipotético de quiebre y se calcula también el máximo de las pruebas de Quandt para los posibles puntos de quiebre.

Para empezar la presentación formal de la metodología de Banerjee et al. (1992), recordemos el modelo básico de Dickey & Fuller (1979) y (1981) para probar si  $Y_t$  es ED ante la alternativa de ET lineal:

$$(1) \quad Y_t = \mu_0 + \mu_1 t + \alpha Y_{t-1} + \beta(B) \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

donde  $\beta(B)$  es un polinomio de orden fijo  $p$  en  $B$  tal que las raíces de  $1 - \beta(B)B = 0$  están por fuera del círculo unitario y  $Y_{-p+1}, Y_{-p+2}, Y_{-p+3}, \dots, Y_0$  son valores dados. Bajo la hipótesis nula  $H_0: \alpha = 1$  y  $\beta_1 = 0$  y los supuestos regulares acerca de los residuos, nuestra variable es ED, mientras que en la alternativa esta es ET lineal.

Cuando se estima el modelo (1) por Mínimos Cuadrados Ordinarios, la prueba  $t$  para  $\alpha = 1$  es la prueba estándar de Dickey & Fuller (1979),  $\hat{\tau}$ , para una raíz unitaria contra la alternativa de estacionaridad alrededor de una tendencia lineal en el tiempo.

### 2.2.1 Análisis recursivo

La primera estrategia se basa en estimar el modelo (1) con muestras *recursivas* de tamaño  $l$  ( $k_0 \leq l \leq T$ ). Para cada una de estas estimaciones se calcula la estadística de Dickey & Fuller, lo cual genera una secuencia  $\hat{t}_{DF}(l)$ , a partir de la que se definen como estadísticas de prueba el mínimo, el máximo y la diferencia de estas dos así:

$$(2) \quad \hat{t}_{DF}^{min} = \min_{k_0 \leq l \leq T} \hat{t}_{DF}(l), \quad \hat{t}_{DF}^{max} = \max_{k_0 \leq l \leq T} \hat{t}_{DF}(l), \quad \hat{t}_{DF}^{diff} = \hat{t}_{DF}^{max} - \hat{t}_{DF}^{min}$$

siendo  $k_0$  es el tamaño de la muestra inicial.

De Banerjee et al. (1992, tabla 3 panel C), se observa que la potencia de las pruebas máxima y mínima es muy baja mientras que la de la diferencia es bastante alta, entre 80.8 % y 99.8 %.

### 2.2.2. Análisis de muestras rodantes

La segunda estrategia de prueba se basa en estimar la estadística  $t$  de Dickey & Fuller,  $\bar{t}_{DF}(l, \delta_0)$  en el modelo (1) para una fracción muestral fija,  $0 < \delta_0 < 1$ , que se mueve a lo largo de la muestra total. A partir de este grupo de estadísticas se definen de nuevo como estadísticas de prueba la mínima, la máxima y la diferencia, así

$$(3) \quad \bar{t}_{DF}^{min} = \min_{k_0 \leq l \leq T} \bar{t}_{DF}(l, \delta_0), \quad \bar{t}_{DF}^{max} = \max_{k_0 \leq l \leq T} \bar{t}_{DF}(l, \delta_0), \quad \bar{t}_{DF}^{diff} = \bar{t}_{DF}^{max} - \bar{t}_{DF}^{min}$$

En este caso se cumple también que el máximo y mínimo son poco potentes, pero la diferencia de estos tiene potencia más alta. Sin embargo, en este caso vale la pena anotar que la potencia de la diferencia es discreta, entre 44.8 % y 90.8 %.

Adicionalmente, Banerjee et al. (1992) reportan que la secuencia de estadísticas  $\bar{t}_{DF}(l, \delta_0)$  provee información acerca de la existencia de quiebres múltiples, aunque no determina la fecha exacta de ocurrencia.

La racionalidad de este procedimiento es que cuando una de las muestras rodantes no incluye puntos de quiebre el valor de la estadística  $\bar{t}_{DF}(l, \delta_0)$  tiende a ser muy pequeño, mientras que si incluye puntos de quiebre este toma valores muy grandes.

### 2.2.3. Análisis secuencial:

El modelo (1) se puede generalizar al especificar un quiebre o salto<sup>5</sup> en la tendencia lineal en el periodo  $0 < l < T$ . Al proceder de esta manera es posible hallar estadísticas que tengan mayor potencia que las reportadas arriba y se puede proveer fechas más precisas para los puntos en los que suceden los eventos más importantes. Un primer modelo puede ser:

$$(4) \quad Y_t = \mu_0 + \mu_1 t + \alpha Y_{t-1} + \mu_2 \tau_t(l) + \beta(B)\Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

$$\text{donde } \tau_t(l) = \begin{cases} (t-l) & \text{si } t > l \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Bajo la hipótesis nula  $H_0: \mu_1 = \mu_2 = 0 \ \& \ \alpha = 1$  se tiene que esta variable es ED, y bajo la alternativa la variable se comporta como ET lineal quebrada en el punto  $\theta_0 \leq l \leq T - \theta_0$ .

Para cada punto hipotético de quiebre  $l$  se estima el modelo (4) usando toda la muestra, y se calculan la  $t$  de Dickey & Fuller para  $\alpha = 1$ ,  $\tilde{t}_{DF}(l)$ ; y la estadística  $F$  para  $\mu_2 = 0$ ,  $\tilde{F}(l)$ . Adicionalmente, si se fracciona la muestra en el punto hipotético de quiebre y se estima el modelo (1) para cada una de las subseries, se halla la estadística de Quandt,  $Q_{LR}(l)$ . A partir de las estadísticas mencionadas se definen como estadísticas de prueba secuenciales:

$$(5) \quad \tilde{t}_{DF}^{min} = \min_{\theta_0 \leq l \leq T - \theta_0} \tilde{t}_{DF}(l), \quad \tilde{F}_{MAX} = \max_{\theta_0 \leq l \leq T - \theta_0} \tilde{F}(l), \quad Q_{LR} = \max_{\theta_0 \leq l \leq T - \theta_0} Q_{LR}(l)$$

Los resultados de Banerjee et al. (1992) indican que la máxima prueba  $F$  tiene la potencia más alta entre todas las estadísticas estudiadas (entre 87.1 % y 100 %), mientras que la  $t$  mínima tiene una potencia también alta (entre 55.9 % y 99.6 %). Adicionalmente, estos autores hallan que la prueba  $F$  determina la fecha de ocurrencia del punto de quiebre con una gran precisión cuando la serie posee

<sup>5</sup> Un salto sobre una tendencia lineal se define como un cambio de nivel de dicha tendencia. Vale la pena anotar que este afecta el nivel pero no la pendiente de la tendencia de la serie.

un único quiebre. Sin embargo, la prueba máxima de Quandt tiene el inconveniente de tener una potencia muy discreta y su distribución nula depende del número de rezagos en la especificación del modelo.

Con el objeto de determinar la existencia de un salto en la tendencia lineal se puede plantear el siguiente modelo que incluye la posibilidad de un salto pero excluye el quiebre especificado anteriormente. Sea

$$(6) \quad Y_t = \mu_0 + \mu_1 t + \alpha Y_{t-1} + \mu_3 \xi_t(l) + \beta(B) \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

$$\text{donde } \xi_t(l) = \begin{cases} 1 & \text{si } t > l \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Bajo la hipótesis nula  $H_0: \mu_1 = \mu_3 = 0$  &  $\alpha = 1$  se tiene que esta variable es ED y bajo la alternativa la variable se comporta como ET lineal con un salto en el período  $l$ .

Los resultados de Banerjee et al. (1992) muestran también que ante la alternativa de ET lineal con salto la máxima prueba  $F$  para  $\mu_3 = 0$  es la más potente entre el grupo de estadísticas propuestas. Esto nos lleva a definir para cada punto hipotético de salto  $l$  la estadística  $F$  para  $\mu_3 = 0$ ,  $\hat{F}(l)$ . A partir de las que se define la estadística de prueba  $\hat{F}_{MAX} = \max_{k_0 \leq l \leq T - k_0} \hat{F}(l)$

### 2.3. Una Generalización de las Pruebas de Banerjee et al. (1992)

Las pruebas de Banerjee et al. (1992) tienen el inconveniente de probar la existencia de un único quiebre, lo cual no tiene una justificación teórica ni práctica. En efecto, para el caso del  $\log(IPC)$  existe la posibilidad que exista más de un quiebre y también un salto sobre la tendencia determinística. En esta subsección se proponen dos generalizaciones a las pruebas anteriores. En la sección 2.3.1. se considera la alternativa de ET lineal con un quiebre y un salto simultáneamente, mientras que en la 2.3.2. se estudia la inclusión secuencial de quiebres adicionales.

### 2.3.1. Prueba conjunta de un quiebre y un salto

El modelo que se propone aquí generaliza los de Banerjee et al. (1992) en un sentido. Se especifica en la alternativa la existencia simultánea de un quiebre en el período  $\theta_0 \leq k_1 \leq T - \theta_0$  y un salto en el período  $\theta_0 \leq k_2 \leq T - \theta_0$  sobre una tendencia lineal así:

$$(7) \quad Y_t = \mu_0 + \mu_1 t + \alpha Y_{t-1} + \mu_2 \tau_t(k_1) + \mu_3 \xi_t(k_2) + \beta(B) \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

siendo  $\tau_t$  y  $\xi_t$  definidas de acuerdo con la notación anterior y donde  $\theta_0 \leq k_1, k_2 \leq T - \theta_0$ . Bajo la hipótesis nula  $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 0 \text{ \& } \alpha = 1$  la variable es ED y bajo la alternativa esta es ET lineal con un quiebre en  $k_1$  y un salto en  $k_2$ .

Para cada punto de quiebre  $k_1$  y salto  $k_2$  hipotéticos se estima el modelo (7) y se hallan las estadísticas de Dickey y Fuller para  $\alpha = 1$ ,  $\hat{t}_{DF}(k_1, k_2)$  y  $F$  para  $\mu_2 = \mu_3 = 0$ ,  $\hat{F}(k_1, k_2)$ . A partir de estas se definen como estadísticas de prueba el mínimo de las estadísticas de Dickey y Fuller y el máximo de las estadísticas  $F$ :

$$(8) \quad \hat{t}_{DF}^{min} = \min_{\theta_0 \leq k_1, k_2 \leq T - \theta_0} \hat{t}_{DF}(k_1, k_2) \quad y \quad \hat{F}_{MAX} = \max_{\theta_0 \leq k_1, k_2 \leq T - \theta_0} \hat{F}(k_1, k_2)$$

La bondad de este procedimiento está en que determina conjuntamente la existencia de los dos efectos y determina con mayor exactitud las fechas de quiebre y salto. Sin embargo, esta aplicación resulta bastante costosa en términos de tiempo y programación, ya que la determinación de la potencia y distribución nula de estas dos pruebas no existe en la literatura y se debe hallar por simulación<sup>6</sup>. Los resultados de estas simulaciones muestran que efectivamente la potencia de la prueba  $\hat{F}_{MAX}$  es muy alta ( entre 88.3 % y 100 % ), en particular más alta que la de la  $F$  secuencial y la de  $\hat{t}_{DF}^{min}$ , que como se esperaba es no

<sup>6</sup> Las simulaciones fueron programadas en SAS/IML en un PC de 90 Mhz de velocidad y toman entre cuatro y cinco días continuos de ejecución para determinar los valores críticos para una muestra de tamaño 450 con 5.000 realizaciones. Para un conjunto de parámetros específicos la potencia de la prueba toma entre seis y ocho días continuos de ejecución.

trivial. Esto muestra que esta prueba es la más potente entre el grupo estudiado hasta ahora, lo cual evidentemente proviene de especificar mejor la alternativa.

### **2.3.2. Estudio de Quiebres Adicionales a Partir de un Quiebre y un Salto**

El problema en este punto es determinar la existencia de “nuevos” quiebres que estén enmascarados por un salto y un quiebre, tal como parece suceder con el  $\log(IPC)$ . El enfoque formal de la prueba de raíz unitaria donde se modelan todos los posible efectos es posiblemente impracticable por tiempo y recursos. Sin embargo, una alternativa es suponer que tanto el quiebre como el salto son ciertos con probabilidad 1 y desarrollar pruebas para los quiebres adicionales en los residuos. Este enfoque que llamaremos “condicional” tiene, por supuesto, ventajas y desventajas<sup>7</sup>. Entre las desventajas se puede mencionar que al no tener en cuenta la incertidumbre acerca de los parámetros y fechas de ocurrencia del quiebre y salto principales, las pruebas para los nuevos quiebres se sesgan hacia el hallazgo de estos. Es decir, se tiende a encontrar más quiebres de los que en realidad existen. Por otra parte, e independientemente del enfoque que se tome, siempre existe la posibilidad que los nuevos quiebres se enmascaren los unos a los otros. Sin embargo, cuenta con la ventaja que la teoría distribucional se basa en los resultados de regresión, ya que condicional a la existencia del quiebre y salto el modelo es estacionario.

Para solucionar este problema de sesgo, se propone probar la existencia de quiebres adicionales a partir de un modelo que incluya todos los posibles efectos, inclusive el salto y quiebre principales, pero con los resultados distribucionales condicionales. Es decir, se estiman secuencialmente extensiones del modelo (7) sobre la variable original en lugar de los residuos de este modelo. La racionalidad de este procedimiento consiste en que al estimar conjuntamente los parámetros correspondientes al salto y quiebre principales y los de los nuevos

---

<sup>7</sup> Bajo el supuesto que con probabilidad 1 la serie es ET con un quiebre, la búsqueda de quiebres y saltos adicionales se puede llevar a cabo por métodos estándar como los desarrollados por Tsay (1988) para series estacionarias.

quiebres, la variabilidad inherente a los primeros se tiene en cuenta en parte para la estimación de los segundos, lo cual reduce el sesgo de la prueba. La justificación del uso de las distribuciones estándar en la prueba de estos efectos está en que los residuos son condicionalmente normales y estacionarios, y entonces las pruebas se pueden tomar como parciales<sup>8</sup>.

En el primer paso se considera el modelo con un nuevo quiebre en  $n_1$  dados un quiebre en  $k_1$  y un salto en  $k_2$ . Sea entonces

$$(9) \quad Y_t = \mu_0 + \mu_1 t + \alpha Y_{t-1} + \mu_2 \tau_t(k_1) + \mu_3 \xi_t(k_2) + \zeta_1 \omega_t(n_1) + \beta(B) \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \\ t = 1, 2, 3, \dots, T$$

Bajo la hipótesis nula  $Y_t$  es ET lineal con un salto en  $k_1$  y un quiebre en  $k_2$  y bajo la alternativa existe un quiebre adicional en  $\lambda_0 \leq n_1 \leq T - \lambda_0$ . Para cada punto hipotético de nuevo quiebre,  $n_1$ , se estima el modelo (9) y su correspondiente estadística  $F$  para  $\zeta_1 = 0$ ,  $\hat{F}_1(n_1)$ . A partir de estas se define, como estadística de prueba el máximo de las  $F$ , así:

$$(10) \quad \hat{\hat{F}}_1 = \max_{\lambda_0 \leq n_1 \leq T - \lambda_0} \hat{F}_1(n_1)$$

Una vez se ha determinado la existencia del nuevo quiebre en el punto  $n_1$ , se adiciona a (9) un nuevo quiebre hipotético en  $n_2$ , y se estima para cada  $n_2$  el modelo

$$(11) \quad Y_t = \mu_0 + \mu_1 t + \alpha Y_{t-1} + \mu_2 \tau_t(l_2) + \mu_3 \xi_t(l_1) + \zeta_1 \omega_t(n_1) + \zeta_2 \omega_t(n_2) + \beta(B) \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \\ t = 1, 2, 3, \dots, T$$

<sup>8</sup> Es claro que este procedimiento no es estadísticamente correcto, pero constituye una buena aproximación a un problema que de otra forma sería inaccesible por la cantidad de tiempo que puede tomar la sola determinación de la distribución nula por simulación.

bajo la hipótesis nula  $Y_t$  es ET lineal con un salto en  $k_1$  y un quiebre en  $k_2$  y otro en  $n_1$ , y bajo la alternativa existe un quiebre adicional en  $\lambda_0 \leq n_2 \leq T - \lambda_0$ . A partir de las estadísticas  $F$  para  $\zeta_2 = 0$ ,  $\ddot{F}_2(n_2)$  se define como estadística de prueba la  $F$  máxima, así:

$$(12) \quad \ddot{F}_2 = \max_{\lambda_0 \leq n_2 \leq T - \lambda_0} \ddot{F}_2(n_2)$$

y esta nos indica la significancia del nuevo quiebre. El procedimiento continúa de la misma forma hasta que no se presenten quiebres significativos.

Es claro en este punto que bajo el modelo condicional las estadísticas  $\ddot{F}_i$  tienen como distribución nula la del máximo de las distribuciones  $F(1, T-k-i)$ , donde  $k$  es el número de parámetros en el modelo (9).

Es importante anotar en este punto que los nuevos quiebres pueden tener algún efecto sobre la significancia del quiebre y salto iniciales. Es decir, estos podrían eventualmente contrarrestar los efectos más importantes y llevar las pruebas conjuntas al no rechazo de la nula de ED<sup>9</sup>. Para verificar la ocurrencia de este evento se estima para cada iteración la estadística de Dickey & Fuller. Esta estadística indicaría que hay anulación de efectos cuando cesa de decrecer. Lo ideal en este caso es que esta decrezca muy rápido, lo cual indicaría que los efectos incluidos reducen la posibilidad de existencia de una raíz unitaria. Es claro además que esta estadística  $t$  no tiene la misma interpretación que la del modelo (1) u (8). En cambio esta se puede interpretar como la mínima  $t$  del modelo (8) en el que se ha restado el efecto de los nuevos quiebres, y por tanto es en alguna medida comparable con el punto crítico usado anteriormente.

---

<sup>9</sup> Esto es bastante improbable en la presente situación, ya que en la prueba conjunta se han determinado los efectos cuantitativamente más grandes, que difícilmente son contrarrestados por los posibles nuevos quiebres que se espera tengan un efecto menor.

### 3. RESULTADOS

Sean  $Y_t = \log(IPC_t)$ , el logaritmo del IPC desde 1954 hasta marzo de 1995 y  $\pi^l_t = Y_t - Y_{t-12} = \log(IPC_t) - \log(IPC_{t-12}) \cong \frac{IPC_t - IPC_{t-12}}{IPC_t}$  la inflación logarítmica.

En esta sección se utilizan los procedimientos descritos anteriormente para probar si estas dos variables son ED, ante la alternativa de ET.

Para esto se procede en dos etapas: primero, se prueba que  $Y_t$  es ET lineal con nueve quiebres y un salto, lo cual se hace de la siguiente manera: En la sección 3.1. se usa la metodología de Banerjee et al. (1992) para mostrar que  $Y_t$  en ET lineal con un único quiebre. En la sección 3.2. se muestra que  $Y_t$  es ET lineal con un quiebre y un salto, siendo estos los eventos más grandes que han afectado los precios. En la 3.3. se prueba la existencia de otros ocho quiebres importantes en la tendencia de los precios. Y segundo, en la sección 3.4. se aplican los hallazgos anteriores para encontrar el mejor modelo para la inflación como ET con cambios permanentes en la media, según la metodología de Perron et al. (1992). Finalmente, en la sección 3.5. se encuentra una tabla resumen.

Para el caso de la serie larga de IPC se estimó el modelo (1) con  $p=12$  rezagos y  $T=495$  datos, y se encontró que la estadística de Dickey & Fuller tomó un valor de  $-1.2508$ , el cual es más grande que el punto crítico correspondiente al 5%. Esto generalmente constituye evidencia suficiente para decir que esta variable es ED. Sin embargo, los resultados teóricos reportados antes sugieren que esta conclusión es errada. En efecto, de la gráfica 1. se sospecha la existencia de por lo menos un quiebre y una salto en la serie de precios.

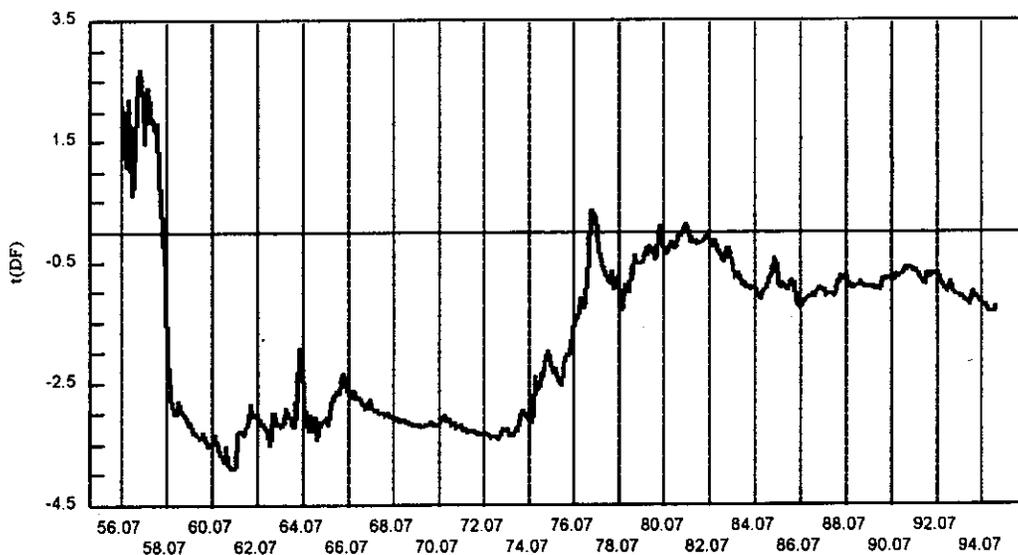
Se debe destacar que de aquí en adelante se toma  $p=12$  rezagos.

#### 3.1. El log (IPC) es ET lineal con un quiebre:

*Análisis Recursivo:* La gráfica 2. muestra el valor de las estadísticas  $\hat{t}_{DF}(l)$  con  $k_0=12$ . El valor mínimo entre estas fue de  $-3.89$ , que al ser comparado con el

valor crítico de Banerjee et al. (1992), al 5 %,  $-4.18$ , no permite rechazar la hipótesis nula de ED. El máximo entre estas fue de  $2.698$ , que al ser comparado con el valor crítico al 5 %,  $-1.92$ , llega al mismo resultado. Sin embargo, la diferencia entre el máximo y el mínimo,  $6.591$ , al ser comparada con el valor crítico al 5 %,  $3.57$ , se inclina al rechazo de la nula en favor de una representación ET lineal con un quiebre en un punto no especificado.

GRAFICA 2. ESTADISTICAS DE DICKEY & FULLER  
AL FINAL DE CADA MUESTRA RECURSIVA



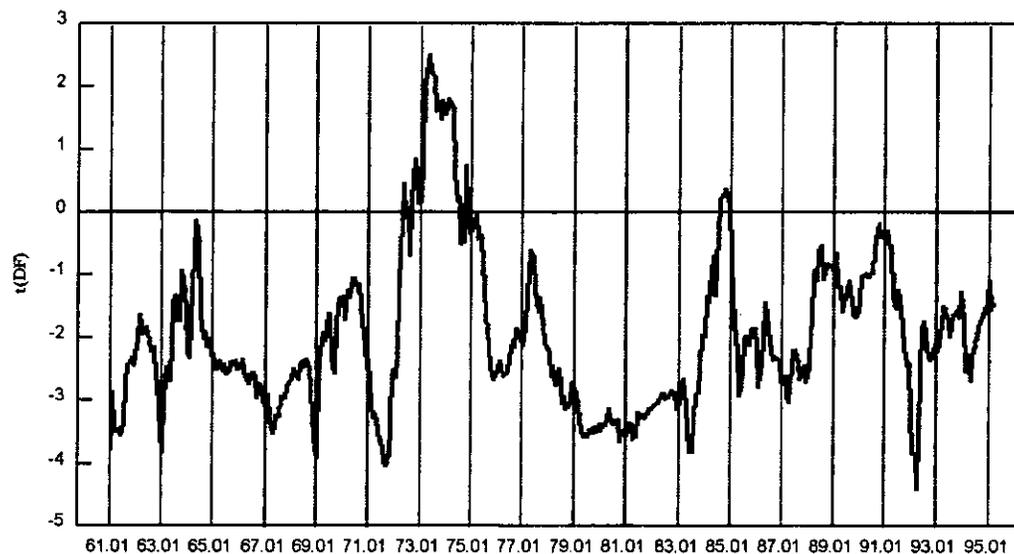
*Si nuestro objetivo fuese sólo probar la hipótesis nula de ED en contra de ET para el  $\log(IPC)$ , nuestro trabajo podría concluir en este punto, ya que una prueba muy potente, la  $\hat{t}_{DF}^{diff}$ , indica que la representación más acorde con la evidencia muestral es la de ET lineal con un quiebre en un punto aún no especificado. En las siguientes sub-secciones se desarrolla un poco más la metodología, y de paso se confirma el hallazgo anterior.*

La gráfica 2 contiene, sin embargo, alguna información respecto a la posible fecha de quiebre en la tendencia determinística. En efecto, la racionalidad de tomar muestras secuenciales consiste en que al adicionar nuevos puntos a la muestra, se puede observar el efecto de estos sobre la estadística de prueba y entonces los movimientos bruscos, en particular los saltos hacia arriba, indican la

existencia de quiebres o grandes efectos en general. De esta gráfica se puede observar un gran salto entre 1972 y 1978, el cual indica la presencia de un quiebre entre 1970 y 1974. Adicionalmente, se puede observar un salto hacia abajo en 1958, el cual puede atribuirse a variación muestral o a un posible salto o quiebre alrededor de estas fechas. Sin embargo, el intervalo obtenido para la fecha de quiebre es poco informativo y por tanto debemos proceder a modelos más desarrollados.

*Análisis de Muestras Rodantes:* La gráfica 3 presenta las estadísticas  $\bar{t}_{DF}(I, \delta_0)$  para  $\delta_0 = 0.15$ , que equivale a 123 datos, siendo  $I$  el punto final de la muestra. El mínimo de estas fue de  $-4.39$  que al ser comparado con el valor crítico al 5%,  $-4.79$ , resulta en el no rechazo de la nula de ED.

GRAFICA 3. ESTADISTICAS DE DICKEY Y FULLER  
AL FINAL DE CADA MUESTRA RODANTE



El valor máximo corresponde a 2.53, que al ser comparado con el valor crítico al 5%,  $-1.47$  llega al mismo resultado. Sin embargo, la diferencia de estos dos, 6.92, al ser comparada con el valor crítico al 5%, 4.65, rechaza la nula de ED en favor de ET lineal con un quiebre en una fecha no determinada.

De la gráfica 3, se puede observar un valor muy grande entre 1972 y 1975, otro pico importante en 1984 y otros cuatro no tan importantes entre 1963 y 1964,

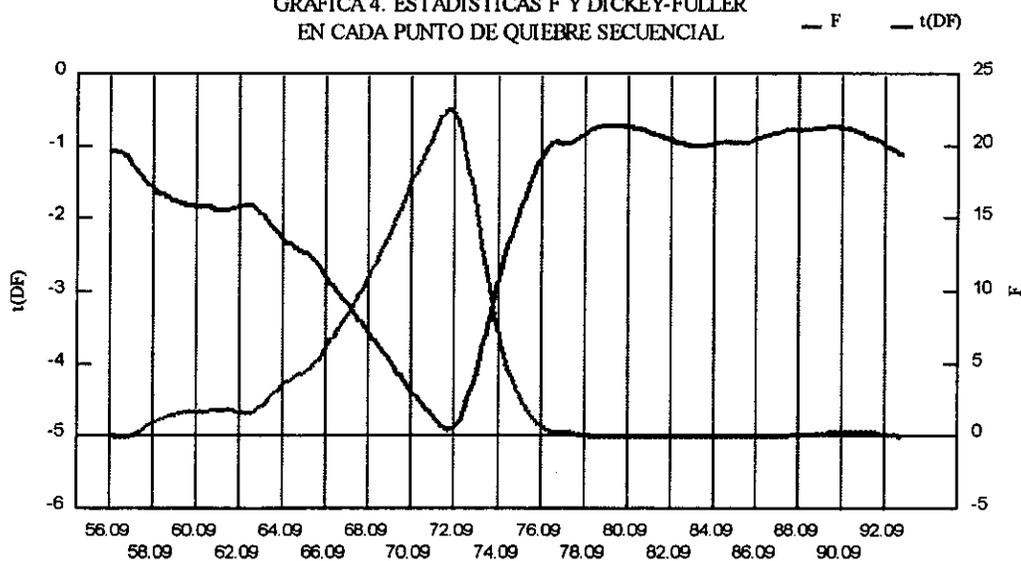
en 1977, en 1988 y entre 1990 y 1991. Es evidente que el pico más grande debe corresponder al quiebre que parece presentar la serie entre 1972 y 1975, el de 1964 corresponde al salto que se observa en la serie y los de 1977, 1984, 1988 y 1990-1991 serán interpretados más adelante.

*Hasta aquí lo que se ha logrado determinar, usando una prueba con potencia muy alta y otra con potencia discretamente menor (la de la diferencia en este caso), es que el  $\log(\text{IPC})$  es efectivamente ET lineal con por lo menos un quiebre, y con quiebres y salto hipotéticos adicionales con fecha de ocurrencia no conocidas con exactitud.* El trabajo de reconocer las fechas de saltos y quiebres se deja a los modelos posteriores que al especificar completamente los efectos puede mejorar en mucho los resultados presentes.

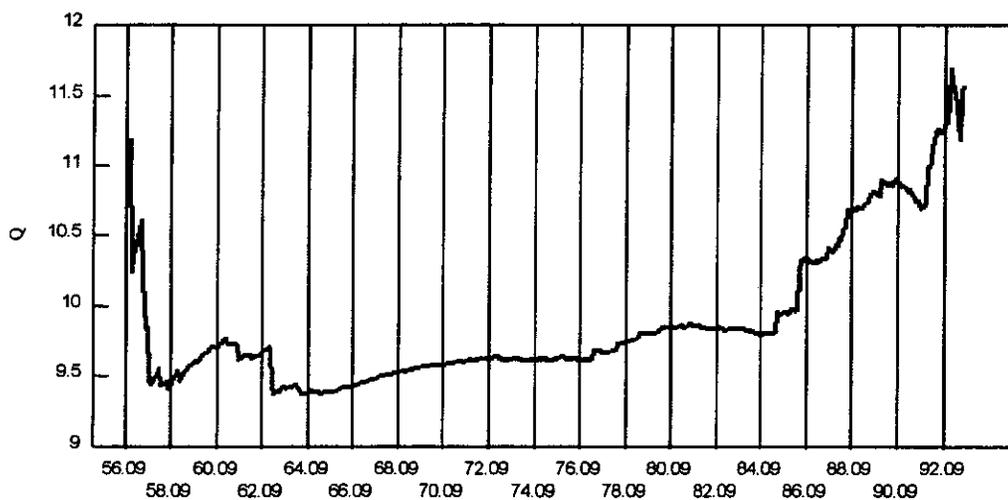
*Análisis Secuencial:* La gráfica 4 muestra la secuencia de estadísticas  $\tilde{t}_{DF}(I)$  y  $\tilde{F}(I)$ . El valor de la mínima  $t$  fue de  $-4.90$ , que al ser comparada con el valor crítico correspondiente al 5%,  $-4.78$ , resulta favorecer la alternativa de ET lineal con un quiebre en Junio de 1972. El valor máximo de la prueba  $F$  fue de  $22.59$  que sobrepasa ampliamente el valor crítico correspondiente al 5%,  $18.99$ , y rechaza entonces la nula de ED ante la alternativa de ET lineal con un quiebre localizado exactamente en el mismo punto. Usando la prueba  $F$  se encuentra que la fecha de posible quiebre se localiza entre Febrero de 1971 y Marzo de 1973, mientras que al usar la  $t$  mínima este se ubica entre noviembre de 1971 y noviembre de 1972, ambos con fecha más probable de ocurrencia en junio de 1972.

Los dos últimos resultados reafirman que la evidencia contenida en la muestra se acoge más a una representación estacionaria alrededor de una tendencia determinística lineal con por lo menos un punto de quiebre que se localiza alrededor de junio de 1972.

GRAFICA 4. ESTADISTICAS F Y DICKEY-FULLER EN CADA PUNTO DE QUIEBRE SECUENCIAL



GRAFICA 5. ESTADISTICA DE QUANDT PARA QUIEBRE SECUENCIAL EN TODOS PARAMETROS



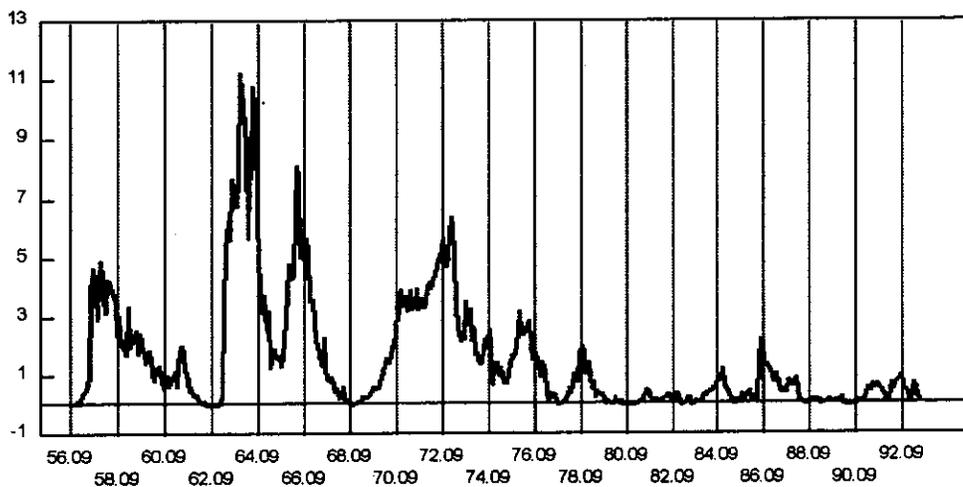
La gráfica 5 presenta la secuencia de estadísticas de Quandt, las cuales logran un máximo de 11.69. Infortunadamente, la distribución nula de esta estadística depende del verdadero número de rezagos  $p$ . Como nuestro valor,  $p=12$ , no se encuentra tabulado y la potencia de esta prueba es muy baja, se puede prescindir de esta información.

Hasta este punto lo que se ha logrado determinar, con pruebas que son altamente potentes como la  $F$  secuencial y la diferencia de máximo y mínimo  $t$  secuencial, es que el  $\log(IPC)$  se representa mejor como ET lineal con un quiebre

que está muy cercano a Junio de 1972. Sin embargo, la evidencia contenida en la secuencia de estadísticas  $t$  rodantes parece indicar la presencia de otros efectos que son “enmascarados” por el más grande, el quiebre de 1972. Los modelos siguientes exploran esta posibilidad.

La gráfica 6 muestra la secuencia de estadísticas  $F$  para la alternativa de ET con un salto. De esta se extracta que el máximo es de 11.24, el cual no supera el valor crítico correspondiente de 18.99. Esto indicaría entonces que la mejor representación para  $Y_t$  es la de ED, lo cual contradice los resultados anteriores. Sin embargo, este resultado es cuestionable ya que al no especificar el punto de quiebre hallado anteriormente se sesga la prueba hacia el no rechazo.

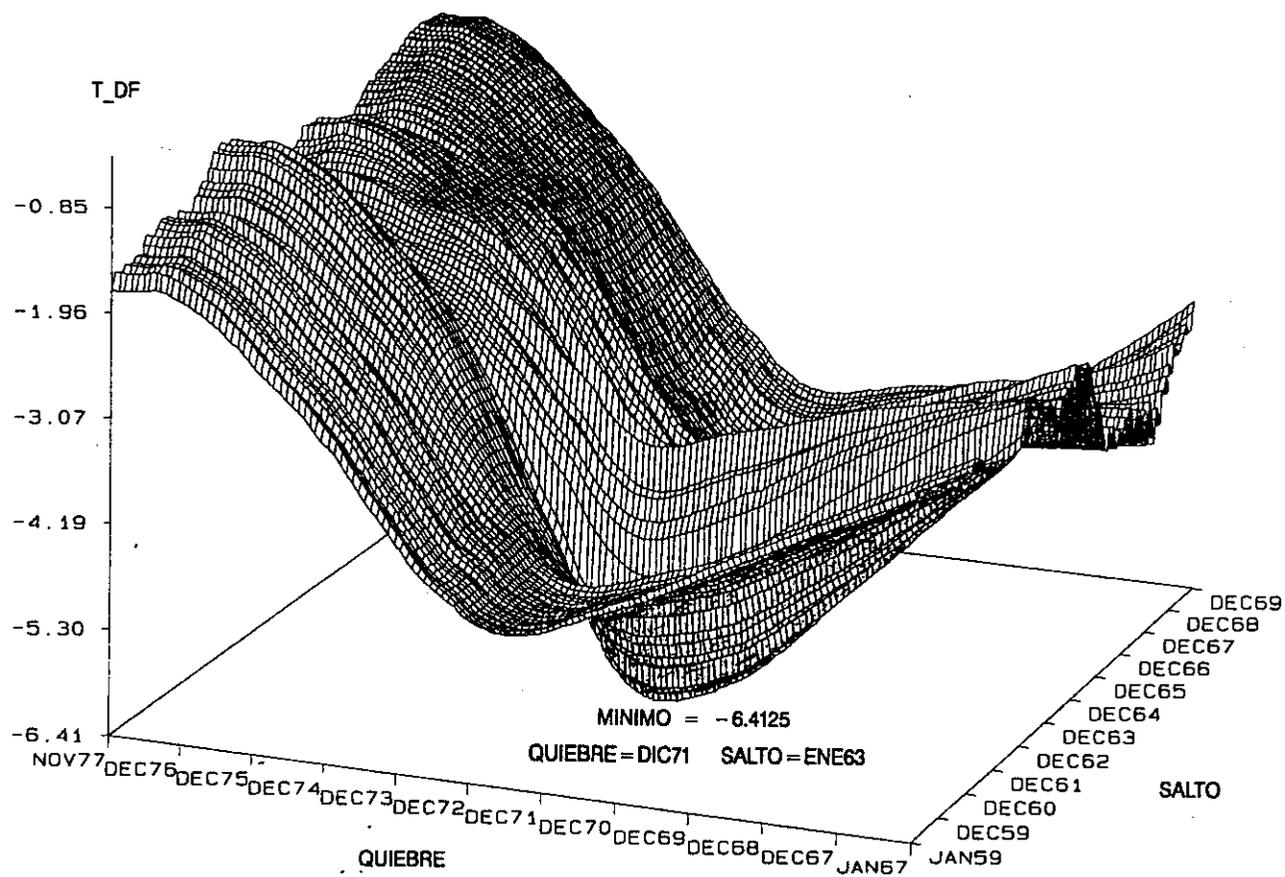
GRAFICA 6. ESTADISTICAS F EN CADA PUNTO DE SALTO SECUENCIAL SOBRE TENDENCIA LINEAL



### 3.2. El log (IPC) es ET lineal con un quiebre y un salto

La gráfica 7 presenta las estadísticas de Dickey & Fuller para cada punto hipotético de quiebre y salto  $k_1$  y  $k_2$  alrededor del valor mínimo. Este resulta ser de -6.4125 y se alcanza cuando el quiebre está en diciembre de 1971 y el salto en enero de 1963. Al comparar este con el valor crítico al 5%, -5.70, se rechaza la nula de ED ante la alternativa de ET lineal con un quiebre y un salto. Adicionalmente se observa que el quiebre se encuentra entre abril de 1970 y

GRAFICA 7. ESTADISTICAS DICKEY & FULLER  
PARA SALTO Y QUIEBRE EN FECHAS INDICADAS



noviembre de 1972, y el salto entre julio de 1962 y febrero de 1963, siendo las fechas más probables mencionadas anteriormente.

La gráfica 8 presenta las estadísticas  $F$  para cada punto hipotético de quiebre y salto  $k_1$  y  $k_2$  alrededor del valor máximo que resulta ser de 20.1584, el cual es alcanzado cuando el quiebre y salto están en los mismos puntos de la prueba anterior. Al comparar este máximo con el valor crítico al 5%, 15.72, se rechaza la nula de ED ante la alternativa de ET lineal con quiebre y salto en el punto especificado anteriormente. Adicionalmente, se observa que el quiebre se encuentra entre febrero de 1970 y noviembre de 1972, y el salto entre junio de 1962 y febrero de 1963, siendo las fechas más probables mencionadas anteriormente. Finalmente, vale la pena mencionar que ambas pruebas, la máxima  $F$  y mínima  $t$ , tienen un p-value menor al 1%, lo cual da mayor credibilidad a los resultados.

*De esta sub-sección se concluye que la serie larga del log(IPC) se representa como ET lineal, con un quiebre y un salto con mayor probabilidad de ocurrencia en diciembre de 1971 y enero de 1963, respectivamente.*

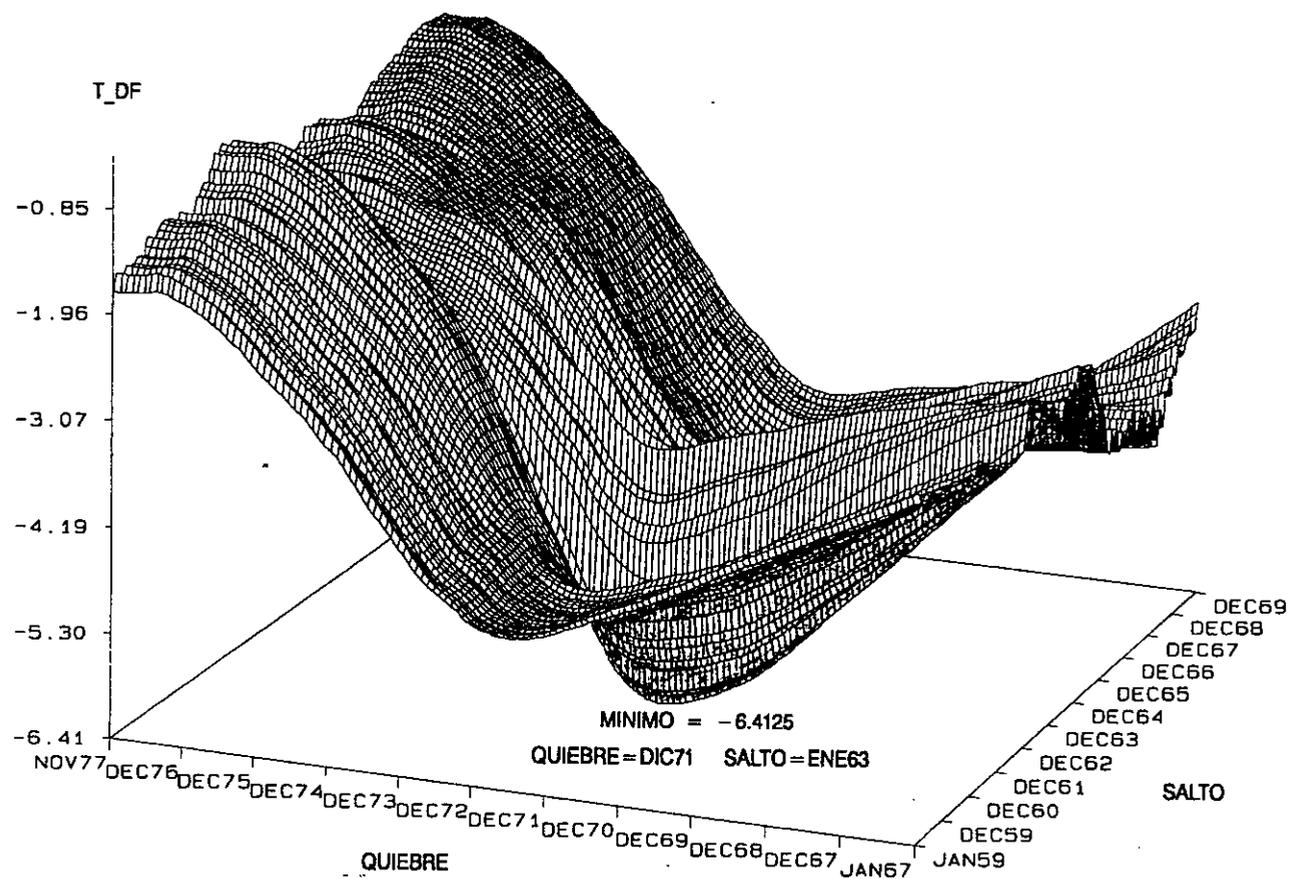
El cuadro 1 presenta la estimación de los parámetros más importantes del modelo (7) con un salto en enero de 1963 y un quiebre en diciembre de 1971, con  $q=18$ .

**CUADRO 1. ESTIMACION DEL MODELO (7)**

VARIABLE	ESTIMACION	ERROR ESTD	T	Prob> T
$Y_{t-1}$	0.954	0.007	131.515	0.000
t	0.00033	0.00005	6.19900	0.0001
$\tau(DIC71)$	0.01056	0.00250	4.21700	0.0001
$\xi(ENE63)$	0.00051	0.00008	6.34700	0.0001
$\Delta Y_{t-12}$	0.122	0.044	2.796	0.005

En adición a esta vale la pena resaltar que tanto el coeficiente de determinación ordinario como el ajustado son iguales a la unidad y que el p-value

GRAFICA 7. ESTADISTICAS DICKEY & FULLER  
PARA SALTO Y QUIEBRE EN FECHAS INDICADAS



para la prueba de autocorrelación cero a seis rezagos fué 0.654, a doce 0.884 y a dieciocho rezagos 0.392.

Sin embargo, también vale la pena resaltar que los residuos muestran exceso de frecuencia en las colas, como se puede observar en la gráfica 9. De este también se puede observar que hay movimientos de tipo cíclico, como por ejemplo, un pico en 1982 con una sima en 1986 y un nuevo pico en 1991. La existencia de este tipo de patrones indica que los residuos pueden no ser aleatorios, y que posiblemente existe algún componente determinístico que no se ha detectado. Esto pareciera confirmar la existencia de quiebres *enmascarados* como sugiere la gráfica 3.

### 3.3. El log (IPC) es ET lineal con nueve quiebres y un salto

El cuadro 2 presenta la secuencia de fechas y estadísticas  $t_{DF}$  y  $F$  halladas con este procedimiento.

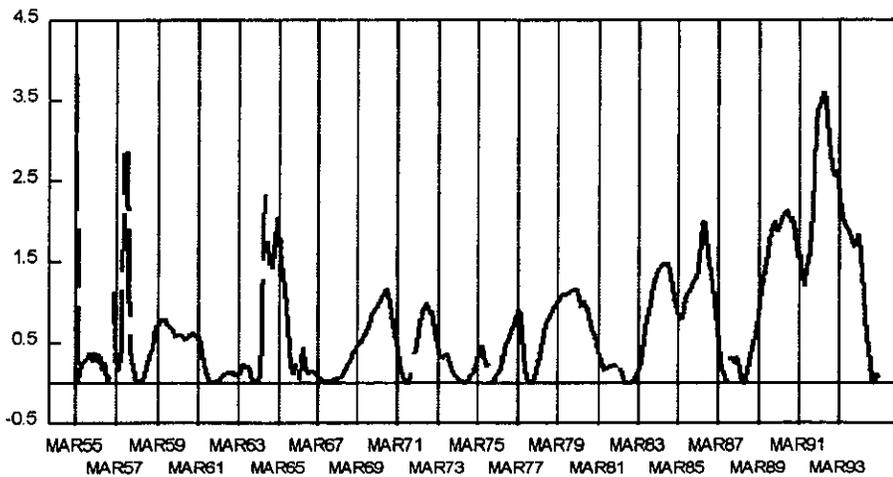
**CUADRO 2. RESULTADOS ANÁLISIS CONDICIONAL**

PASO i	FECHA	$\hat{F}_i$	$t_{DF}$
1	AGO87	14.28	-7.436
2	MAR82	6.38	-7.861
3	MAY91	8.67	-8.399
4	JUN57	8.75	-8.917
5	JUL64	7.00	-8.941
6	MAR66	9.32	-9.184
7	OCT75	10.68	-9.408
8	DIC56	16.38	-10.384

de esta cabe resaltar que las estadísticas de Dickey & Fuller decrecen, lo cual indica que los nuevos quiebres no anulan el efecto de los eventos hallados anteriormente.

La gráfica 10 presenta las estadísticas  $\hat{F}_9(n_9)$  del paso final.

GRAFICA 10. ESTADISTICAS F EN EL PASO 9  
PARA ANALISIS CONDICIONAL



De aquí es claro que ningún otro efecto es significativo y esto nos lleva a plantear el modelo final, así:

$$(13) \quad Y_t = \mu_0 + \mu_1 t + \alpha Y_{t-1} + \mu_2 \tau_t(DIC71) + \mu_3 \xi_t(ENE63) + \sum_{i=1}^8 \zeta_i \nu_t(n_i) + \beta(B) \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$t = 1, 2, 3, \dots, T$$

siendo los  $n_j$  las fechas del cuadro 2.

Este último resultado implica que los precios son estacionarios alrededor de una tendencia lineal que se ha visto perturbada por un grupo de eventos que tienen como efecto, en orden de importancia, un quiebre en 1971, un salto en 1963, y ocho quiebres más en el 87, 82, 64, 66, 57, 91, 75 y 56.

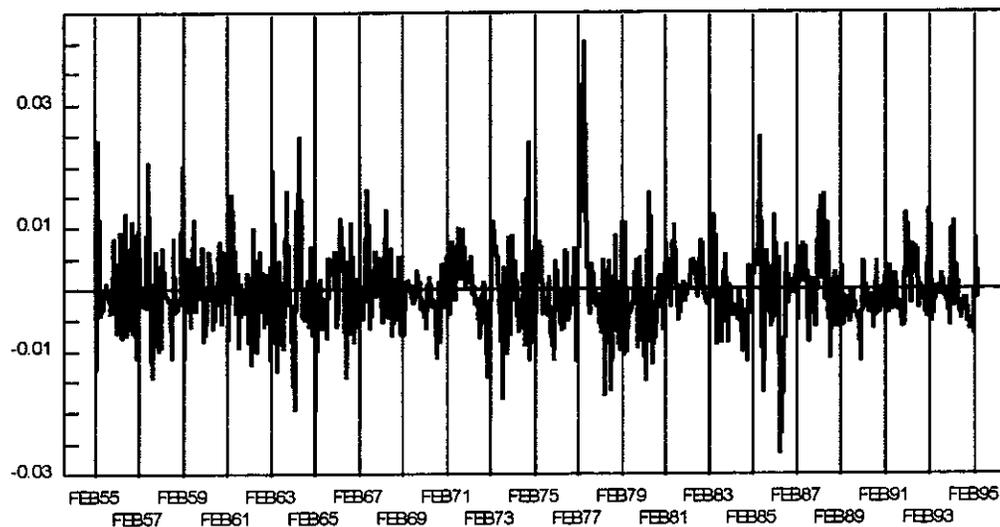
El cuadro 3 contiene la estimación de los parámetros más importantes del modelo anterior. De esta vale la pena resaltar que los valores de la estadística  $t$  para los nuevos quiebres son muy altos, lo cual confirma nuestra intuición inicial acerca del enmascaramiento de los efectos. Notese, en particular, que en el proceso de selección de los nuevos quiebres la estadística  $F$  del cuadro 2 no es en realidad muy alta, pero cuando se estima todo el modelo en conjunto en el cuadro 3 se encuentran mejores resultados.

**CUADRO 3. MODELO FINAL PARA log (IPC)**

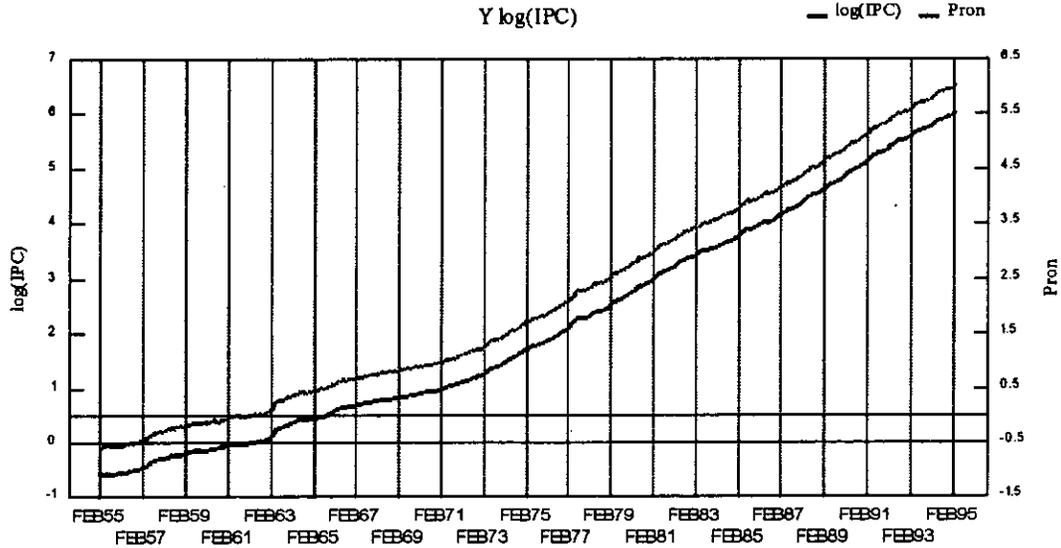
VARIABLE	ESTIMACION	ESTAD T
$Y_{t-1}$	0.8401745	54.587661
t	0.0008212	3.7533824
$\tau_{\tau}(DIC71)$	0.0015793	10.043777
$\xi_t(ENE63)$	0.0290558	8.2091809
$\Delta Y_{t-12}$	0.1643802	3.902403
$n_1 = AGO87$	0.0009207	8.2984595
MAR82	-0.000483	-6.780482
MAY91	-0.00053	-4.736876
JUN57	-0.002722	-4.896715
JUL64	0.0010131	5.9195808
MAR66	-0.000918	-4.943193
OCT75	0.0003544	4.0827562
$n_8 = DIC56$	0.0028462	4.0481319

La gráfica 11 presenta los residuos del modelo (13). La prueba de normalidad se ubica en el límite de aceptación, lo cual se explica por la gradualidad del salto y los quiebres mencionados anteriormente, haciendo que los residuos presenten valores grandes que sesgan la prueba de normalidad.

GRAFICA 11. RESIDUOS DEL MODELO FINAL



GRAFICA 12. PRONOSTICOS DEL MODELO FINAL  
Y log(IPC)



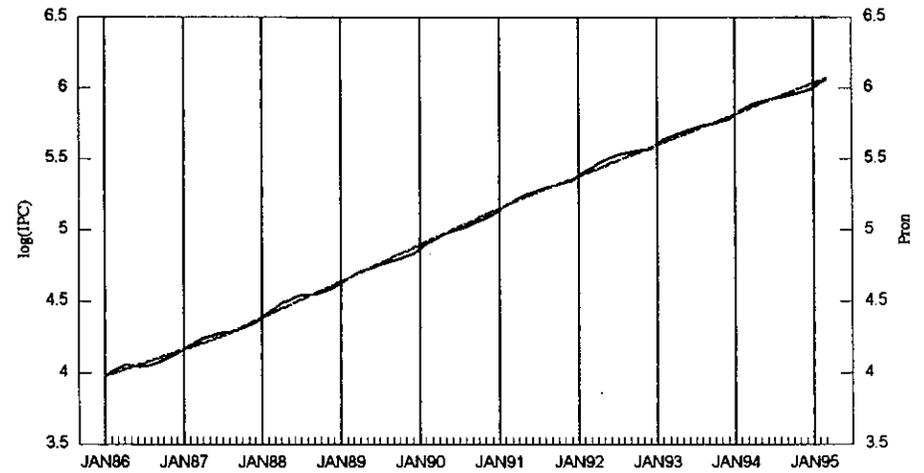
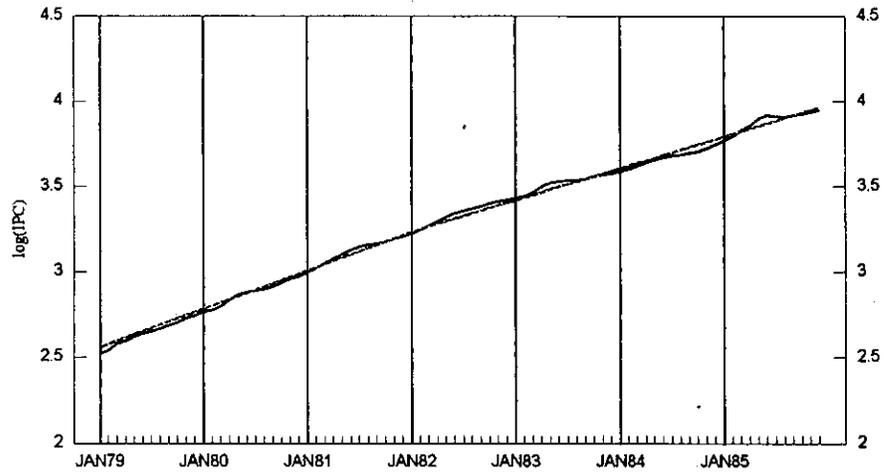
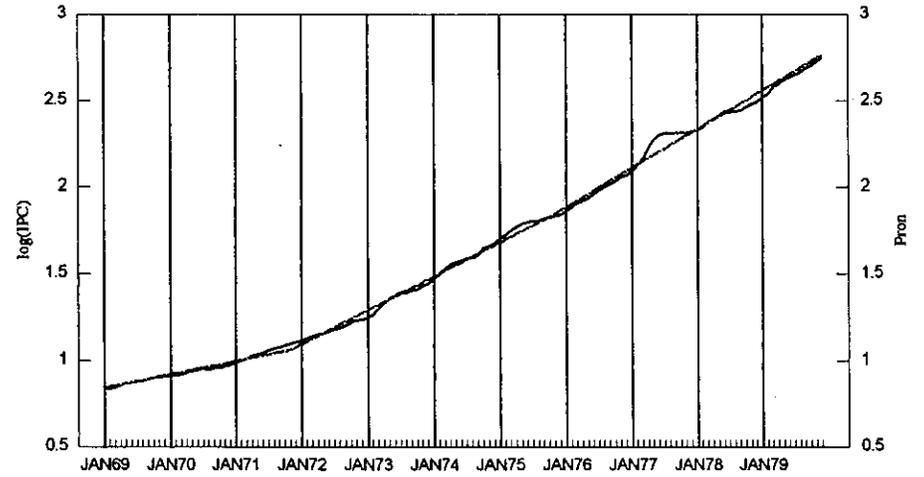
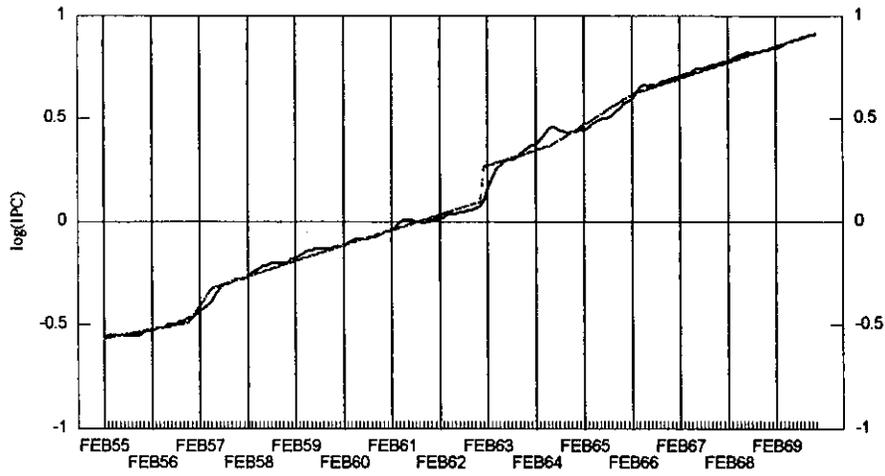
El p-value de la prueba para autocorrelación cero es de  $0.991$  a los seis rezagos, de  $0.901$  a los doce y de  $0.217$  a los dieciocho, lo cual muestra que estos están libres de autocorrelación serial. Esto nos lleva a afirmar que los residuos del modelo (13) son normales y estacionarios. La gráfica 12. presenta los valores ajustados por el modelo y la 13 presenta el componente determinístico, inercial, o lo que se denomina como esencial de los precios, siendo este un resumen de los resultados más importantes de este trabajo.

### 3.4. El modelo implicado para la inflación

Los resultados de las sub-secciones anteriores muestran que el log(IPC) se representa como ET lineal con nueve quiebres y un salto, siendo el salto de 1963 y el quiebre de 1971 los efectos más importantes. Esto implica entonces que la inflación debe comportarse como una serie estacionaria alrededor de una media que cambia nueve veces, siendo el cambio más drástico el correspondiente al quiebre de 1971, y con un grupo de valores extremos en los períodos de tiempo cercanos a los quiebres.

GRAFICA 13. COMPONENTE DETERMINISTICO O INERCIAL  
DEL MODELO FINAL PARA log(IPC)

— log(IPC)  
- - Pron



Nuestro análisis empieza con el modelo implicado por la ecuación (13). Sea  $\pi_t^i$  la inflación logarítmica,  $\pi_t^i = \log(IPC_t) - \log(IPC_{t-12})$ , entonces el modelo implicado por (13) es:

$$(14) \quad \pi_t^i = 12\mu_1 + \alpha\pi_{t-1}^i + \mu_2\Delta^{12}\tau_t(DIC71) + \mu_3\Delta^{12}\xi_t(ENE63) + \sum_{i=1}^8 \zeta_i \Delta^{12}v_t(n_i) + \beta(B)\Delta\pi_{t-1}^i + \Delta^{12}\varepsilon_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

donde  $\Delta^{12}\varepsilon_t = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-12}$ . Bajo el supuesto que log precios es estacionario,  $\pi_t^i$  es una variable *sobre-diferenciada* en el rezago doce, es decir, existe una raíz unitaria en el componente de media móvil de  $\pi_t^i$ , lo cual trae problemas para la estimación. En efecto, la existencia de una raíz unitaria en el componente de media móvil aumenta la varianza residual y cambia los valores de las autocorrelaciones (véase Bovas & Ledolter (1983)). Una alternativa para estimar eficientemente este modelo es cambiarlo por:

$$(15) \quad \pi_t^i = 12\mu_1 + \alpha\pi_{t-1}^i + \mu_2\Delta^{12}\tau_t(DIC71) + \mu_3\Delta^{12}\xi_t(ENE63) + \sum_{i=1}^8 \zeta_i \Delta^{12}v_t(n_i) + \beta(B)\Delta\pi_{t-1}^i + \varepsilon_t - \theta_{12}\varepsilon_{t-12} \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

donde  $\theta$  es un parámetro más a estimar. Esto se puede llevar a cabo a través de los algoritmos estándar de estimación para modelos ARMA.

El cuadro 4 presenta las estimaciones de los parámetros más importantes del modelo (15)

**CUADRO 4. MODELO FINAL PARA  $\pi_t^i$**

VARIABLE	ESTIMACION	ESTAD T
$\pi_{t-1}^i$	0.85636	57.51
$\Delta\tau_t(DIC71)$	0.0014510	9.70
$\Delta\xi_t(ENE63)$	0.02739	8.43
$\theta$	0.88546	26.86
$\Delta\pi_{t-12}^i$	-0.02681	-1.99
$n_1 = \text{AGO.87}$	0.0008474	8.18
<b>MAR.82</b>	-0.0004332	-6.50
<b>MAY.91</b>	-0.0005115	-5.06
<b>JUN.57</b>	-0.0024331	-4.85

JUL.64	0.0008749	5.51
MAR.66	-0.0007794	-4.55
OCT.75	0.0002821	3.50
$n_8 =$ DIC.56	0.0024123	3.80

La estadística de Dickey & Fuller,  $t_{DF}^m$  para este modelo resulta ser  $-9.6467$ . Este valor es, en el sentido de la subsección anterior<sup>10</sup>, comparable con el correspondiente valor crítico al 5% para choques aditivos de Perron et al. (1992, tabla 1.),  $-4.69$ , o con el correspondiente al 5% para choques innovativos de Perron et al. (1992, tabla 2.),  $-4.44$ . *De estos se concluye que la representación más probable para la inflación es la de estacionaridad alrededor de una media con 9 saltos permanentes y un grupo de valores extremos relacionados con el salto y quiebres de los precios.* Los parámetros correspondientes a los principales eventos son altamente significativos.

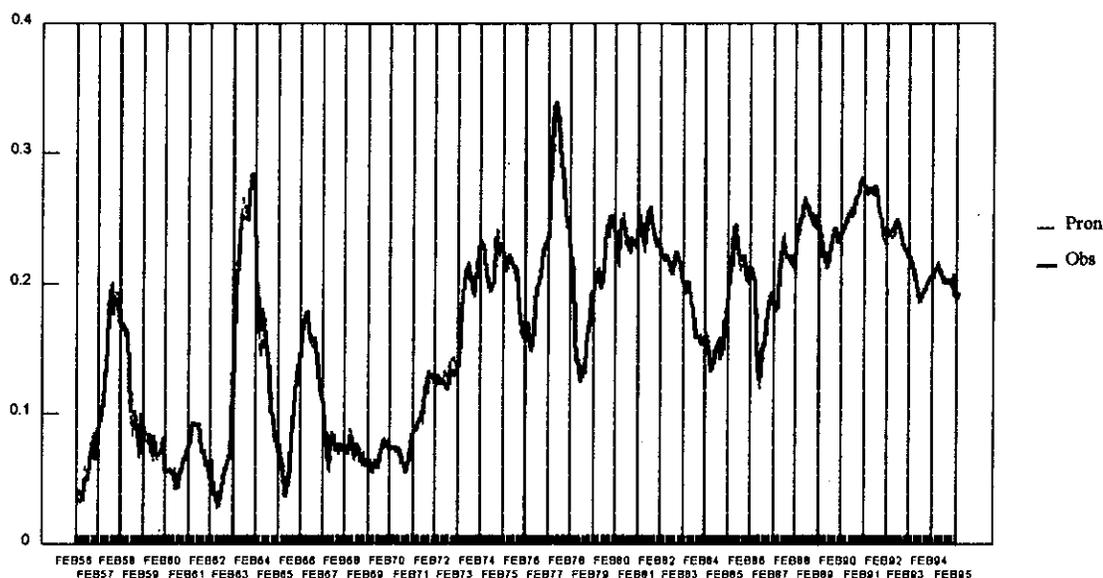
El valor estimado del parámetro de media móvil resultó ser de  $0.88546$ , que no es muy cercano a la unidad. Sin embargo, es bien conocido que cuando el verdadero valor de este parámetro  $\theta$  es muy cercano a uno, todos los algoritmos tienden a la sub-estimación, excepto por el método de máxima verosimilitud exacta, que no se encuentra programado en programas comerciales<sup>11</sup> (Véase Hillmer & Tiao (1979)). Este resultado, en adición al aumento de varianza introducido por la sobre-diferenciación, indica no sólo que el verdadero valor de  $\theta$  es en realidad más grande que nuestro  $0.88546$ , sino que los verdaderos resultados (bajo la restricción que  $\theta = 1$ ), son aún mejores que los reportados aquí.

La gráfica 14 presenta los valores ajustados por el modelo anterior y la 15 presenta el componente determinístico, inercial, o lo que se denomina como esencial de de la inflación con sus principales efectos.

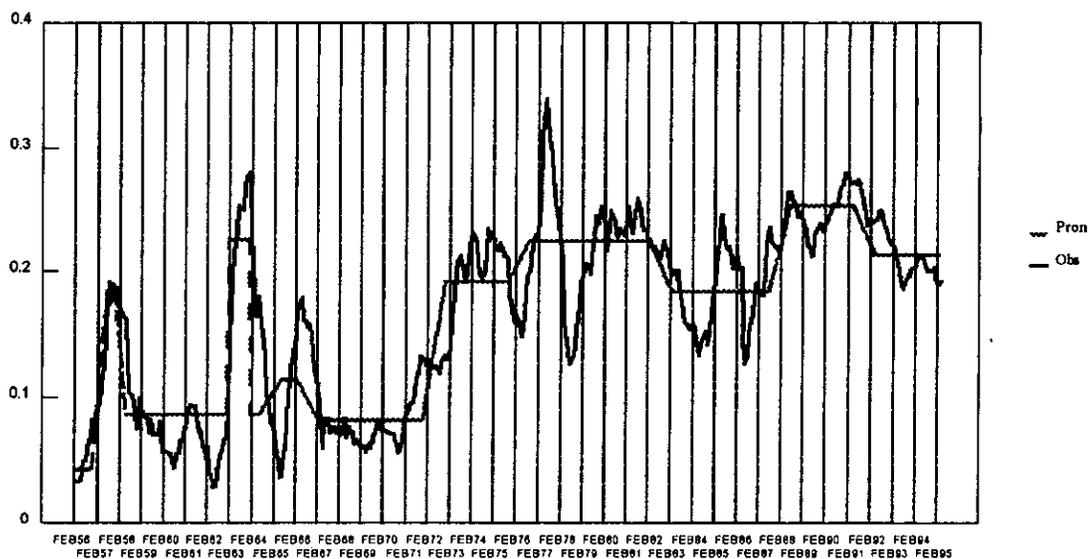
<sup>10</sup> Este valor de la estadística de Dickey & Fuller corresponde al modelo parcial a los ocho saltos menos importantes y el grupo de valores extremos relacionados con el salto de precios de 1963. Es decir, al modelo parcial donde sólo se deja en la derecha el salto de 1971-1972, cuya estadística de Dickey & Fuller se debe comparar con la tabla respectiva de Perron.

<sup>11</sup> Sólo en este caso el método de máxima verosimilitud exacta presenta resultados mejores que sus competidores; verosimilitud condicional, mínimos cuadrados condicionales, mínimos cuadrados incondicionales, etc.

GRAFICA 14. INFLACION Y PRONOSTICOS



GRAFICA 15. INFLACION Y COMPONENTE DETERMINISTICO A PARTIR DEL MODELO (15)



Los residuos del modelo se encuentran en la gráfica 16. De estos vale la pena resaltar que el p-value para la prueba de autocorrelación cero fue de  $0.993$  al rezago 6,  $0.958$  al rezago 12 y  $0.604$  al rezago 18, lo cual indica claramente que estos son estacionarios.

*La evidencia encontrada muestra entonces que la inflación es ET con cambio permanente de media en varias ocasiones.*

### 3.5. Resumen

La siguiente tabla resume los resultados encontrados en esta sección.

**TABLA 5. RESUMEN DE LOS RESULTADOS**

Nula	Alternativa	Efecto	Estadíst Prueba	Potencia	Resultado
<i>ED</i>	<i>ET</i> <i>1 quiebre</i>	-	$\hat{\tau}$	0 %	<i>ED</i>
<i>ED</i>	<i>ET</i> <i>1 quiebre</i>	<i>1 quiebre</i>	$\hat{\tau}_{DF}^{diff}$	80.8 - 99.8 %	<i>ET</i> <i>1 quiebre</i>
<i>ED</i>	<i>ET</i> <i>1 quiebre</i>	<i>1 quiebre</i>	$\tilde{\tau}_{DF}^{diff}$	44.8 - 90.8 %	<i>ET</i> <i>1 quiebre</i>
<i>ED</i>	<i>ET</i> <i>1 quiebre</i>	<i>1 quiebre</i>	$\tilde{F}_{MAX}$	87.1 - 100 %	<i>ET</i> <i>quiebre=Jun72</i>
<i>ED</i>	<i>ET</i> <i>1 quiebre</i>	<i>1 quiebre</i>	$\tilde{\tau}_{DF}^{min}$	55.9 - 99.6 %	<i>ET quiebre=Jun72</i>
<i>ED</i>	<i>ET</i> <i>1 quiebre</i> <i>1 salto</i>	<i>1 quiebre</i> <i>1 salto</i>	$\hat{F}_{MAX}$	88.3 - 100%	<i>ET</i> <i>quiebre=Dic71</i> <i>salto=Ene63</i>
<i>ED</i>	<i>ET</i> <i>1 quiebre</i> <i>1 salto</i>	<i>1 quiebre</i> <i>1 salto</i>	$\hat{\tau}_{DF}^{min}$	64.2 - 99.8%	<i>ET</i> <i>quiebre=Dic71</i> <i>salto=Ene63</i>
<i>ET</i> <i>i quiebres</i> <i>1 salto</i>	<i>ET</i> <i>i+1 quiebres</i> <i>1 salto</i>	<i>1 quiebre</i> <i>adicional</i>	$\hat{F}_i$ $i=1, 2, \dots, 8$	<sup>12</sup> *	<i>ET</i> <i>salto=Ene63</i> <i>quiebres=Dic71,</i> <i>Ago87, Mar82,</i> <i>May91, Jun57,</i> <i>Jul64, Mar66,</i> <i>Oct65 y Dic56</i>
<i>Inflación</i> <i>es</i> <i>ED</i>	<i>ET</i> <i>valores altos</i> <i>y 9 saltos</i>	<i>valores altos</i> <i>y 9 saltos</i>	$t_{DF}^m$	50.6 - 97.5 % * <sup>13</sup>	<i>valor alto=Ene63</i> <i>saltos= Dic71,</i> <i>Ago87, Mar82,</i> <i>May91, Jun57,</i> <i>Jul64, Mar66,</i> <i>Oct65 y Dic56</i>

<sup>12</sup> Condicional al salto y quiebre principales, la prueba depende de las Uniformemente Más Potentes para la hipótesis. Se intuye entonces que su potencia es muy alta.

<sup>13</sup> Véase Perron et al. (1992, tabla 6.), en las filas correspondientes a los casos (4) - (7) para la selección  $k(F)$  en las columnas T1 y T2.

#### 4. CONCLUSIONES

Este trabajo se muestra, a través de pruebas muy potentes, que tanto el  $\log(\text{IPC})$  como la inflación son estacionarios alrededor de tendencias determinísticas con saltos y quiebres. Adicionalmente, se reportan las fechas más probables de ocurrencia de estos eventos, a partir de los que se especifican modelos más parsimoniosos que los derivados de la representación convencional ED. Finalmente, se resumen varios inconvenientes graves que presentan las pruebas estándar de raíz unitaria y se presentaron algunas recomendaciones para su uso en la práctica.

Nuestros resultados muestran que las tendencias de los precios e inflación se caracterizan por la aparición de eventos poco frecuentes o *choques grandes*, mientras que las variaciones de corto plazo dependen de innovaciones con efecto estacionario o *choques pequeños*. Esto contrasta con algunas concepciones anteriores sobre los precios y la inflación.

*Vale la pena destacar, por otra parte, que la existencia de tendencias determinísticas en el log IPC e inflación se presenta sólo si los agentes, y en especial las autoridades económicas, las validan.* Esto podría servir para explicar porque el nivel medio de la inflación se ha mantenido a niveles del 20 % a partir del choque identificado en 1971, y para esclarecer porque el nivel medio de la inflación no cambió como resultado de algunas presiones inflacionarias muy fuertes (o choques grandes). Sin embargo, esto también serviría para mostrar que las medidas para la reducción permanente del nivel de la inflación no han existido o han fallado, excepto posiblemente en algunos de los saltos que se identificaron en este trabajo. Sin embargo, investigaciones futuras sobre la naturaleza de los choques identificados en este trabajo pueden dar evidencia más clara acerca de estas interpretaciones, las consecuencias de este hallazgo, para formular modelos que expliquen de manera más natural las variaciones de los precios y la inflación y para proponer alternativas de política.

## Bibliografía

- Banerjee, A., Lumsdaine, R. L., & Stock, J. H.** (1992), "Recursive and Sequential Tests of the Unit-Root and Trend-Break Hypotheses: Theory and International Evidence", *Journal of Business & Economic Statistics*, 10, 271-287.
- Blough, S. R.** (1992a), "The Relationship Between Power and Level for Generic Unit Root Tests in Finite Samples", *Journal of Applied Econometrics*, 7, 295-308.
- Blough, S. R.** (1992b), "Near Observational Equivalence of Unit Root and Stationary Processes: Theory and Implications", Johns Hopkins University. Mimeo.
- Bovas, A & Ledolter, J.** (1983), *Statistical Methods for Forecasting*, N. Y., John Wiley & Sons, N. Y.
- Cochrane, J. H.** (1991), "A critique of the Application of Unit Root Tests", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 15, 275-284.
- DeJong, D. N., Nankervis, J. C., Savin, N. E. & Whiteman, C. H.** (1992), "Integration Versus Trend Stationarity in Time Series", *Econometrica*, 60, 423-433.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A.** (1979), "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A.** (1981), "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Root", *Econometrica*, 49, 1057-1072.
- Hamilton, J. D.** (1994), *Time Series Analysis*, Princeton, N.J., Princeton University Press.
- Hillmer, S.C., & Tiao, G. C.** (1979), "Likelihood Functions of Stationary Multiple Autoregressive Moving Average Models", *Journal of the American Statistical Association*, 74, 652-660.
- Julio, J. M.** (1995) "Critizando a los Criticos: Verdades, Mentiras y Abusos del Lenguaje Estadístico en Econometría Empírica", Próximo a salir.

- Kiwatkowsky, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P. & Shin, Y.** (1992), "Testing the Null of Stationarity against the Alternative of Unit Root", *Journal of Econometrics*, 54, 159-178.
- Nelson, C. R. & Plosser, C. I.** (1982), "Trends and random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications", *Journal of Monetary Economics*, 10, 139-162.
- Perron, P.** (1989), "The Great Crash, The Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis", *Econometrica*, 57, 1361-1401.
- Perron, P.** (1990), "Testing for a Unit Root in a Time Series with Changing Mean", *Journal of Business & Economic Statistics*, 8, 153-162.
- Perron, P. & Vogelsang, T. J.** (1992), "Nonstationarity and Level Shifts with an Application to PPP", *Journal of Business & Economic Statistics*, 10, 301-320.
- Rappoport, P., & Reichlin, L.** (1989), "Segmented Trends and Non-Stationarity Time Series", *Economic Journal*, 99, 168-177.
- Tsay, R.,** (1988), "Outliers, Level Shifts, and Variance Changes in Time Series", *Journal of Forecasting*, 7, 1-20.