

La serie "Borradores Semanales de Economía" es una publicación de la Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la República. Los Trabajos son de carácter provisional, las opiniones y posibles errores son responsabilidad exclusiva de los autores y sus contenidos no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

**CICLOS ECONOMICOS EN UNA ECONOMIA PEQUEÑA Y
ABIERTA - UNA APLICACION PARA COLOMBIA**

Por:
Franz A. Hamann
Alvaro J. Riascos

1998

No. 89

Para comentarios favor dirigirse a los autores:
Fax: 2865936 Teléfono : 3421111 ext. 0529

Ciclos Económicos en una Economía Pequeña y Abierta Una Aplicación para Colombia

Franz A. Hamann S.
Alvaro J. Riascos V.¹
Subgerencia de Estudios Económicos
Banco de la República
Abril de 1998

¹Agradecemos los comentarios de Hernando Vargas, Rodrigo Suescún y Luis E. Arango. Los errores son responsabilidad exclusiva de los autores.

"If these theories are correct, they imply that the macroeconomics developed in the wake of Keynesian Revolution is well confined to the ashbin of history".²

1. Introducción.

Un hecho constante que ha sido notado y estudiado por más de un siglo por los economistas, es el de las fluctuaciones recurrentes de las principales variables económicas agregadas. Se ha observado que ciertas características de las fluctuaciones son comunes para diferentes economías y en tiempos distintos. Así, independientemente del país³ o el momento histórico, variables agregadas como el producto real, consumo real, saldos reales etc, fluctúan de una manera aparentemente errática en torno a una cierta tendencia que las series insinúan. Estas fluctuaciones carecen de cualquier periodicidad natural sin embargo, son recurrentes. Es decir, el producto real, por ejemplo, aumenta por unos años más de lo que en promedio había sucedido en años anteriores llegando a un pico, y después desciende hasta llegar a un hueco y posteriormente vuelve a subir, manteniendo siempre cierta tendencia creciente a medida que transcurre el tiempo. Estos movimientos no son sólo característicos de cada serie, si no que mantienen una estrecha relación entre sí, tanto en su trayectoria como en su magnitud. Por ejemplo, cuando el producto aumenta por encima de su tendencia, la inversión también se incrementa, y cuando cae, ésta también lo hace. A este fenómeno se le ha llamado los "comovimientos de las series macroeconómicas" indicando que algunas series tienden a moverse conjuntamente en el tiempo. Por otro lado, en cuanto a la magnitud de las fluctuaciones, la inversión es siempre más volátil que el producto y el consumo, el cual es menos volátil que el producto.

Estas regularidades empíricas, y muchas otras características comunes a todas la series y en todas las economías capitalistas, inducen a pensar en la existencia de algún tipo de "leyes" o "restricciones" intrínsecas a la forma de producción y al comportamiento de los agentes económicos que determinan el movimiento observado de las variables agregadas. Una parte sustancial de la teoría económica ha sido motivada por el propósito de descubrir estas leyes subyacentes que explican el comportamiento "cíclico" de las series. La motivación no es, obviamente, sólo teórica, pues cualquier teoría o conjunto de leyes que consideremos "expliquen" adecuadamente este comportamiento se constituye en un marco de referencia para analizar los efectos de diferentes políticas económicas. Por ejemplo, cómo sabemos

²Summers [1986].

³Principalmente los países en los que la actividad económica se "basa" en el libre mercado.

cuáles pueden ser los efectos sobre la inversión o el crecimiento, los cambios en la tributación sobre el capital o el consumo? Ciertamente esta es una pregunta importante para cualquier sociedad, y su respuesta hace necesaria una teoría que nos haga ver como evidente el acontecimiento de los fenómenos observados y así, nos permita hacer "experimentos mentales" sobre la actividad económica sin necesidad de llevarlos a cabo en la práctica. Dicha forma de pensar debe ser contrastada con la realidad con el fin de gozar de alguna credibilidad que nos permita atribuirle cierto "contenido de verdad" para así poder confiar en sus predicciones sobre escenarios nunca antes vistos.

En este trabajo nos preguntamos hasta que punto un modelo sencillo de una economía abierta y pequeña⁴ es consistente con las fluctuaciones observadas de las principales variables macroeconómicas de la economía colombiana y, en particular, con un hecho: la alta volatilidad de la balanza comercial y su comportamiento levemente procíclico. Este hecho contrasta con la evidencia encontrada en las economías desarrolladas, en las cuales la balanza comercial exhibe un comportamiento contracíclico y estable.⁵

Para explicar estas regularidades empíricas de la economía colombiana empleamos un marco de análisis que toma algunos elementos de la *Teoría del Ciclo Económico Real*⁶. Más concretamente, nuestra propuesta modifica en dos aspectos un modelo aplicado para la economía portuguesa por Correia, Neves y Rebelo [1995]. De una parte, suponemos que el trabajo es indivisible como en Hansen [1985].⁷ Esto es, los agentes trabajan una jornada completa o no lo hacen. De esta manera, las fluctuaciones en el mercado laboral se deben a la entrada y salida de trabajadores (el margen extensivo) y no al tiempo de trabajo que ofrece cada agente (el margen intensivo).⁸ De otra parte, asumimos que existe acceso imperfecto al mercado de capitales internacional. Siguiendo a Senhadji [1993], suponemos que los agentes enfrentan una oferta de activos en el mercado internacional con pendiente negativa frente a la tasa de interés. Adicionalmente, nue-

⁴Nos concentramos en el sector real (no nominal) de la economía.

⁵Ver Backus, Kehoe y Kydland [1994] y Zimmermann [1997].

⁶En Inglés, "Real Business Cycle Theory".

⁷La idea de trabajo indivisible se debe a Rogerson [1984]. Su aplicación a la Teoría de Ciclos Económicos Reales se debe a Hansen [1985].

⁸No tenemos evidencia empírica para Colombia que soporte esta hipótesis (en parte por la falta de datos sobre horas de trabajo). Sin embargo, la racionalidad económica detrás de este supuesto es bastante sugestiva (la mayoría de las personas trabajan tiempo completo o no trabajan). En los Estados Unidos, por lo menos un 55% en las fluctuaciones del número total de horas de trabajo se debe a variaciones en el margen extensivo. Ver Hansen [1985].

stro método de solución del modelo difiere levemente del propuesto por Correia, Neves y Rebelo [1995], que invocan el principio de equivalencia determinística para resolverlo. Aquí lo resolvemos directamente bajo la hipótesis de expectativas racionales utilizando los métodos expuestos en Blanchard-Kahn [1980] y King-Plosser-Rebelo [1990].⁹

Evidentemente, la primera labor es centrar e identificar, lo más claramente posible, el fenómeno que queremos estudiar: el ciclo económico colombiano, sus características particulares y los aspectos comunes a muchos países. Este es el objeto de la segunda parte del trabajo. En la tercera sección, presentamos un modelo fiel a las características de la teoría y en la cuarta evaluamos de la manera tradicional su poder descriptivo de las series colombianas. En la quinta, realizamos un análisis de sensibilidad del modelo ante variaciones en los valores de ciertos parámetros. La sexta parte concluye.

2. Regularidades Empíricas del Ciclo Económico Colombiano¹⁰

En la introducción mencionamos vagamente las regularidades observadas en las fluctuaciones de las series macroeconómicas. Nuestro objetivo ahora es definir correctamente lo que entendemos por el ciclo económico. Una primera aproximación cualitativa, que recoge la intuición más simple en relación a las fluctuaciones económicas, es la Burns-Mitchell [1946]:

“Business cycles are a type of fluctuation found in the aggregate activity of nations that organize their work mainly in business enterprises: a cycle consists of expansions occurring at about the same time in many economic activities, followed by similarly general recessions, contractions, and revivals which merge into the expansion phase of the next cycle; this sequence of changes is recurrent but not periodic; in duration business cycles vary from more than one year to ten or twelve years; they are not divisible into shorter cycles of similar character with amplitudes approximating their own”.

Si bien esta definición captura nuestra primera impresión sobre las series macroeconómicas, desconoce ciertas regularidades que sólo se pueden caracterizar con una definición más cuantitativa. Principalmente, la persistencia, la coherencia y la variabilidad relativa de las series. Así, nos concentraremos en el “comovimiento” de las series medido a través de sus autocorrelaciones, las correlaciones cruzadas y en sus desviaciones estándar. Por otro lado, si interpretamos

⁹La solución del modelo básico de la teoría de ciclos económicos reales bajo la hipótesis de expectativas racionales, se puede encontrar en Henin [1995] capítulo 1.

¹⁰En la literatura, éstos se conocen como “stylized facts”.

las series como realizaciones de un proceso estocástico, éstas son en general, procesos no estacionarios. Luego, para hacer sentido, nuestras medidas (correlaciones y varianzas), es necesario extraer una componente "estacionaria" de las series que además refleje nuestra idea intuitiva del ciclo económico.

La metodología predominante, postula que las series pueden descomponerse como la suma de dos componentes: una parte permanente y otra cíclica.¹¹ Esta última captura los movimientos a frecuencias altas, mientras que la componente permanente captura los movimientos a frecuencias bajas. Es decir, la parte permanente corresponde a una serie suave, con pocas fluctuaciones y creciente en el tiempo (capturando la tendencia), y, la parte cíclica definida como la diferencia entre la serie y la componente permanente, captura las fluctuaciones de la serie. De esta manera, la propuesta más usada para definir el ciclo de la series es extraer mediante algún procedimiento su componente permanente, y lo que resta, debe ser una serie estacionaria, que recoge prácticamente toda la variabilidad de la serie.

Ahora, son bien conocidos los problemas de los diferentes métodos para extraer la componente permanente, sin embargo, aquí no tendremos espacio para discutirlos. Como mencionamos anteriormente, utilizaremos uno de estos métodos únicamente con fines descriptivos; para calcular la componente cíclica, las diferentes autocorrelaciones y varianzas; y con fines metodológicos, al utilizar como método de validación de la teoría, la comparación de estos momentos empíricos con los momentos de las series generadas por el modelo expuesto en este trabajo.

Son básicamente tres los procedimientos estadísticos por medio de los cuales se pueden caracterizar empíricamente las fluctuaciones de las variables macroeconómicas. Uno de estos asume que las series macroeconómicas fluctúan alrededor de una tendencia determinística, y para calcular el componente cíclico simplemente se "extrae" dicha tendencia de la serie original. En este caso la diferencia entre la tendencia y la serie observada es una aproximación del ciclo. Otra posibilidad es suponer que las series poseen una tendencia estocástica y tomar la primera diferencia (del logaritmo) de los datos para remover dicha tendencia. En este caso el ciclo es la serie diferenciada. Una tercera alternativa, tal vez la más común en la literatura, consiste en emplear el filtro de Hodrick-Prescott para extraer la componente permanente o tendencia de las series.¹² Esta última es la que seguimos en el desarrollo del presente trabajo.

¹¹Más precisamente, el logaritmo de la serie.

¹²El filtro de Hodrick y Prescott consiste en lo siguiente. Para encontrar la componente permanente $\{g_t\}$, se debe resolver el problema:

Como se mencionó anteriormente, el objetivo central es caracterizar las fluctuaciones macroeconómicas observadas y compararlas con aquellas generadas por el modelo que se presentará más adelante. El primer paso es determinar las regularidades empíricas de la economía colombiana. Con este fin empleamos algunas estadísticas calculadas sobre el componente cíclico de las series de tiempo macroeconómicas. Reportamos la variabilidad de las fluctuaciones de las principales variables, entendida como la desviación estándar de la componente cíclica de cada serie. De igual forma, presentamos la variabilidad relativa (con respecto a la variabilidad del ciclo del PIB real per cápita) de cada una de las variables. También mostramos los cálculos de la correlación de las variables con el PIB real para determinar cuales de ellas son procíclicas (correlación positiva), contracíclicas (correlación negativa) o acíclicas (no correlacionadas). Por último, mostramos la autocorrelación cruzada de cada una de los ciclos de las variables con el ciclo del PIB, para determinar si existe evidencia de cambios de fase, es decir, si las fluctuaciones de una variable se adelanta o se rezaga con respecto a las fluctuaciones del PIB.

En la Tabla 0.1 se presentan las estimaciones de los segundos momentos de algunas de las diferentes series observadas de la economía colombiana. Todas las variables están en términos per cápita y a precios constantes de 1975, se han tomado sus logaritmos y han sido filtradas utilizando la metodología de Hodrick y Prescott. Los datos son anuales para el período comprendido entre 1970 y 1992.¹³ Todas las variables fueron tomadas de las Cuentas Nacionales salvo algunas excepciones. El acervo de capital es tomado del trabajo de Suescún [1997]. La población se toma de los datos de Ramírez y Jaramillo [1996]. El consumo se toma como el consumo de no durables, mientras que el consumo de durables se adiciona a la inversión.

$$\min_{\{g_t\}_{t=0, \dots, T+1}} \left\{ \sum_{t=1}^T (x_t - g_t)^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(g_{t+1} - g_t) - (g_t - g_{t-1})]^2 \right\}$$

donde $\{x_t\}$ es el logaritmo natural de la serie que queremos filtrar y λ es un parámetro positivo predeterminado que penaliza las fluctuaciones de la componente permanente. Obsérvese que entre mas alto λ más suave es la componente permanente. En la literatura lo más común ha sido tomar $\lambda = 100$ para series anuales. La componente cíclica se define entonces como la diferencia entre x_t y g_t . Para más detalles el lector puede consultar Hodrick-Prescott [1997]. Un estudio detallado del filtro se puede encontrar en King-Rebelo [1993] y en Cogley-Nason [1995].

¹³Se emplea este período porque sólo se disponen de datos confiables de consumo desagregado (durable y no durable) a partir de 1970.

Variable	Desv. Estándar		Autocorr. 1er. orden	Correlación Cruzada (y_t y x_{t-j})		
	σ_x	$\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$		$j = -1$	$j = 0$	$j = 1$
PIB	1.92	1.00	0.66	0.66	1.00	0.66
Consumo Privado	1.58	0.82	0.60	0.52	0.85	0.54
Inversión	5.82	3.03	0.23	0.41	0.34	-0.08
Gasto del Gobierno	4.97	2.52	0.33	0.35	0.37	0.13
Exportaciones	7.57	3.94	0.46	0.36	0.66	0.67
Importaciones	10.51	5.47	0.42	0.27	0.26	-0.02
Balanza Comercial	4.57	2.38	0.40	-0.12	0.14	0.38
Empleo	2.08	1.08	0.60	0.58	0.72	0.57
Stock de Capital	0.72	0.38	0.61	0.13	-0.18	-0.61

Tabla 0.1: Momentos de las fluctuaciones de las principales variables macroeconómicas de la economía colombiana

En primer lugar, el consumo, la inversión y el empleo están positivamente correlacionados con el producto. Todas las variables son procíclicas menos, sorprendentemente, el acervo de capital. Igualmente, la balanza comercial es ligeramente procíclica (o acíclica), hecho que entra en contradicción con la evidencia empírica internacional, en especial aquella disponible para los países desarrollados.¹⁴ De igual forma, la volatilidad de la balanza comercial es alta en comparación con la de otras economías desarrolladas. En dichas economías se ha encontrado que la variabilidad de la balanza comercial es muy parecida a la del producto. En Colombia la intensidad de las fluctuaciones de las exportaciones netas es 2.4 veces mayor que la del producto.

Otro aspecto importante es el ordenamiento de la magnitud de las fluctuaciones de las series. La inversión es mucho más volátil que el producto y éste, a su vez, es más volátil que el consumo. El empleo fluctúa tanto como el producto y la balanza comercial varía un poco menos que la inversión, pero más que el producto. La serie que exhibe una menor volatilidad es el stock de capital. Estas regularidades empíricas también se presentan en otras economías del mundo. El modelo que presentaremos en la siguiente sección pretende replicar estos hechos que hemos descrito.

¹⁴Backus, Kehoe y Kydland [1994] han encontrado que la balanza comercial es contracíclica en 11 economías desarrolladas y Zimmermann [1997] obtiene resultados similares agregando para los países europeos (sin incluir Suiza).

3. El modelo

El modelo que explicaremos en esta sección es una generalización natural a una economía abierta, de lo que podríamos llamar el modelo básico de la teoría de ciclos económicos reales. Esto es, el modelo básico de acumulación de capital con choques en la productividad total de los factores.¹⁵ Supongamos que la economía se comporta como si existieran una gran cantidad de *agentes idénticos* en competencia perfecta, con preferencias sobre el único bien de consumo que se produce en esta economía y sobre el tiempo. Además, supongamos que los agentes forman sus expectativas racionalmente.¹⁶ A nivel agregado, el *agente representativo* de la economía tiene preferencias de la forma:

$$E_t \left[\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j u(C_{t+j}, l_{t+j}) \right] \quad (1)$$

donde E_t denota las expectativas del agente representativo con base en la información revelada hasta el período t , $\beta \in (0, 1)$ es el factor de descuento intertemporal, C_i , L_i , son el consumo real per cápita y el ocio per cápita (en alguna unidad de tiempo) respectivamente.¹⁷ Escogiendo apropiadamente las unidades de tiempo, podemos suponer que l_t está siempre entre cero y uno. Obsérvese que hacemos una distinción importante entre las preferencias de cada uno de los agentes (que no hemos discutido su forma funcional) y las preferencias del agente representativo de la economía (ecuación (1)). Suponiendo que el trabajo es indivisible como en Hansen [1985], la función de utilidad instantánea del agente representativo es de la forma: $u(C_i, l_i) = \text{Log}(C_i) - B(1 - l_t)$, donde B es una constante positiva.¹⁸

¹⁵El modelo básico aparece en King-Plosser-Rebelo [1988].

¹⁶Esto es, la probabilidad subjetiva con la cual los agentes evalúan el ambiente económico para responder de manera óptima, coincide en equilibrio, con la probabilidad implicada por la estructura económica (más precisamente con la probabilidad implicada por el modelo como representación de la estructura económica). Véase McCallum [1989].

¹⁷Para simplificar la notación, nos abstraemos del crecimiento de la población.

¹⁸En términos del comportamiento individual, el modelo económico detrás de este supuesto es el siguiente: en el mercado laboral, únicamente se transa un cierto tipo de contrato. Cada contrato es un compromiso por parte de los agentes a trabajar una jornada completa en caso de ser escogido o ninguna. Luego, lo que los agentes escogen es la probabilidad de trabajar una jornada, y no el tiempo de trabajo. Una vez hecha esta escogencia, una lotería decide quienes trabajan y quienes no. Trabajen o no, los agentes reciben su salario, luego, en esta economía, todos los agentes tienen un seguro de desempleo (obsérvese que ex ante todos los agentes son iguales pero una vez la lotería decide quien trabaja, los agentes se dividen en dos grupos). Esto

Por el lado de la producción, suponemos que la tecnología esta caracterizada por una función de producción Cobb-Douglas donde los únicos insumos son el capital y el trabajo y que ésta está sujeta a choques estocásticos en la productividad total de los factores. Más específicamente, la producción real per cápita Y_t , está dada por:

$$Y_t = F(K_t, n_t) = A_t K_t^{1-\alpha} (X_t n_t)^\alpha, \quad (2)$$

donde K_t es el acervo de capital real per cápita, n_t es la oferta laboral per cápita ($l_t + n_t = 1$ para todo t), X_t es un factor de aumento exógeno determinístico en la productividad del trabajo, y A_t es un choque estocástico exógeno a la productividad de los factores. Asumimos que $\frac{X_{t+1}}{X_t}$ es constante en el tiempo e igual a γ_x .

Ahora, la restricción de recursos de la economía requiere que:

$$Y_t = C_t + I_t + G_t + TB_t, \quad (3)$$

donde I_t es la inversión real bruta per cápita, G_t es el gasto público real per cápita que asumimos es un proceso estocástico exógeno, y TB_t es la balanza comercial real per cápita. La dinámica del capital ésta dada por:

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + \phi\left(\frac{I_t}{K_t}\right) K_t, \quad (4)$$

donde ϕ es una función dos veces continuamente diferenciable y cóncava, que refleja los costos de ajuste de la inversión en capital y δ es la tasa de depreciación. La especificación de la función ϕ , la haremos de tal manera que cuando la economía se encuentre en estado estacionario, no existan costos de ajuste.¹⁹

Ahora, supongamos que existe un único activo en el mercado de capitales internacional (por ejemplo un bono), que paga una tasa de interés real r_t dada desde el

es consistente con elasticidades de sustitución del trabajo bajas a nivel individual, pero infinita a nivel agregado. Para más detalles el lector puede consultar el artículo de Hansen [1985], en particular, el Apéndice de éste.

¹⁹Concretamente, suponemos que ϕ es una función cuadrática: $\phi(x) = c_2 x^2 + c_1 x + c_0$. Los parámetros c_1 y c_0 están determinados por el hecho de que no existen costos de ajuste en el estado estacionario, y c_2 , determina la concavidad de la función. Es decir, qué tan costoso es ajustar la inversión por fuera del estado estacionario. Más adelante indicamos cómo se calcularon estos valores.

punto de vista del agente representativo. Es decir, puesto que la economía colombiana es pequeña en relación al total de los otros países, el agente representativo de la economía no considera que su demanda de activos pueda afectar la tasa de interés internacional. Ahora, el equilibrio en la balanza de pagos requiere que:

$$B_{t+1} - (1 + r_t)B_t = TB_t + TRF_t, \quad (5)$$

donde TRF_t son transferencias reales per cápita que asumimos son un proceso estocástico exógeno, y B_t es la demanda real de activos en el exterior. Ahora bien, dada la “capacidad de pago” o la misma “fragilidad” de la economía colombiana, es de esperar que exista alguna restricción que impida el libre acceso del agente representativo al mercado de capitales internacional. Siguiendo a Senhadji [1993], suponemos que el agente representativo enfrenta una oferta de activos decreciente en la tasa de interés y que depende del nivel de endeudamiento en estado estacionario. Esto es, entre mayor sea la cantidad de activos, menor es la tasa de interés que se paga. O dicho de otra forma, entre mayor sea la deuda del país, mayor es la tasa de interés que debe pagar por ella. La racionalidad económica detrás de este supuesto es que entre mayor sea la deuda, mayor es el riesgo de no pagarla. Luego, el país debe pagar una prima de riesgo a sus prestamistas. Más específicamente esta función de oferta suponemos que es de la forma.

$$r_t = r_t^* + S_0 e^{-\pi \left(\frac{B_t}{b|X_t} \right)}, \quad (6)$$

donde S_0 es una constante que debemos fijar, π es la semi-elasticidad de la tasa de interés contra la deuda, r_t^* es la tasa de interés real de la economía mundial que suponemos es un proceso estocástico exógeno, y b es el valor en estado estacionario de la variable $\frac{B_t}{X_t}$ del modelo.²⁰ Puesto que no existe ningún tipo de distorsión de mercado en el modelo, encontramos el equilibrio competitivo resolviendo el problema del agente representativo sujeto a las restricciones de recursos de la economía. Ahora bien, para simplificar el tratamiento analítico del modelo dividimos todas las variables por X_t (con excepción de n_t) con el objeto de que en el estado estacionario la tasa de crecimiento de las nuevas variables sea cero. Denotamos las nuevas variables con letras minúsculas. Eliminando el ocio, el producto y la cuenta corriente de las ecuaciones, en las nuevas variables, el problema del agente representativo en cada período puede escribirse como:

²⁰Esto es consistente con tasas de interés domésticas mayores que la tasa de interés mundial, característica típica de los países en desarrollo.

$$\max E_t \left[\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j u(c_{t+j}, 1 - n_{t+j}) \right]$$

s.a

$$\gamma_x b_{t+j+1} = (1 + r_{t+j})b_{t+j} + A_{t+j}k_{t+j}^{1-\alpha}n_{t+j}^\alpha - c_{t+j} - i_{t+j} - g_{t+j} + trf_{t+j}$$

$$\gamma_x k_{t+j+1} = (1 - \delta)k_{t+j} + \phi \left(\frac{i_{t+j}}{k_{t+j}} \right) k_{t+j}$$

$$k_0, b_0 \text{ y } A_0, r_0^*, g_0 \text{ y } trf_0 \text{ dados,}^{21}$$

En equilibrio debe además cumplirse que $r_t = r_t^* + S_0 e^{-\pi \left(\frac{b_t}{b_t} \right)}$, donde b es el valor de estado estacionario en el modelo de b_t (recuérdese que las tasas de crecimiento en estado estacionario de las variables transformadas son cero).²² Obsérvese que la función de utilidad instantánea cambia sólo en una constante, luego no es necesario tenerla en consideración. Finalmente, asumimos los siguientes procesos para los choques estocásticos exógenos.

$\text{Log} \left(\frac{A_{t+j+1}}{A} \right) = \rho \text{Log} \left(\frac{A_{t+j}}{A} \right) + \varepsilon_{t+j+1}^A$, donde $\varepsilon_i^A \sim N(0, \sigma_A^2)$, $\rho \in [0, 1)$, y A es un factor de escala de la producción.

$\text{Log} \left(\frac{r_{t+j+1}^*}{r^*} \right) = \rho \text{Log} \left(\frac{r_{t+j}^*}{r^*} \right) + \varepsilon_{t+j+1}^*$, donde $\varepsilon_i^* \sim N(0, \sigma_{r^*}^2)$, $\rho \in [0, 1)$, y r^* es el valor promedio de la tasa de interés mundial durante el período de estudio.

$\text{Log} \left(\frac{g_{t+j+1}}{g} \right) = \rho \text{Log} \left(\frac{g_{t+j}}{g} \right) + \varepsilon_{t+j+1}^g$, donde $\varepsilon_i^g \sim N(0, \sigma_g^2)$ y $\text{Log} \left(\frac{trf_{t+j+1}}{trf} \right) = \rho \text{Log} \left(\frac{trf_{t+j}}{trf} \right) + \varepsilon_{t+j+1}^{trf}$ con $\varepsilon_i^{trf} \sim N(0, \sigma_{trf}^2)$

Hemos fijado g y trf de tal forma que correspondan a la participación media del gasto y las transferencias en el producto respectivamente.

Para encontrar la solución al problema del agente representativo, primero construimos el lagrangiano del problema \mathcal{L} . Esto es:

$$\mathcal{L}(k_{t+j}, b_{t+j}, \lambda_{t+j}, \mu_{t+j}, n_{t+j}, c_{t+j}, i_{t+j}) = E_t \left[\sum_{j=0}^{\infty} \beta^{*j} u(c_{t+j}, 1 - n_{t+j}) \right] +$$

$$\lambda_{t+j} \left((1 + r_t)b_t + f(k_{t+j}, n_{t+j}) - c_{t+j} - i_{t+j} - g_{t+j} + trf_{t+j} - \gamma_x b_{t+j+1} \right) +$$

$$\mu_{t+j} \left(\phi \left(\frac{i_{t+j}}{k_{t+j}} \right) k_t + (1 - \delta)k_{t+j} - \gamma_x k_{t+j+1} \right),$$

donde $f(k_{t+j}, n_{t+j}) = A_{t+j}k_{t+j}^{1-\alpha}(n_{t+j})^\alpha$.

Las condiciones necesarias para una solución interior son:

²¹Más las restricciones usuales de no-negatividad del consumo, capital y tiempo de trabajo. Obsérvese que no suponemos que la inversión sea irreversible.

²²Escojemos S_0 de tal forma que cuando la economía está en estado estacionario, la productividad marginal del capital sea igual a la tasa de interés internacional que los agentes enfrentan. Este es un requisito indispensable si queremos que exista una solución de estado estacionario (vease Correia-Neves-Rebelo [1995]).

$$\begin{aligned}
& E_t(A_{t+1}(1-\alpha)\left(\frac{n_{t+1}}{k_{t+1}}\right)^\alpha \Lambda_{t+1} + ((1-\delta) - \phi'(\frac{i_{t+1}}{k_{t+1}})\frac{i_{t+1}}{k_{t+1}} + \phi(\frac{i_{t+1}}{k_{t+1}}))\mu_{t+1}) - \frac{\mu_t \gamma_x}{\beta} = 0 \\
& E_t\left[\frac{\Lambda_{t+1}}{\gamma_x}(1+r_{t+1})\right] - \frac{\Lambda_t}{\beta} = 0 \\
& -B - \frac{\Lambda_t}{\gamma_x} A_t \alpha k_t^{1-\alpha} n_t^{\alpha-1} = 0 \\
& \frac{1}{c_t} - \frac{\Lambda_t}{\gamma_x} = 0 \\
& -\Lambda_t + \mu_t \phi'(\frac{i_t}{k_t}) = 0 \\
& \gamma_x b_{t+1} - (1+r_t)b_t + A_t K_t^{1-\alpha} n_t^\alpha - c_t - i_t - g_t + tr f_t = 0 \\
& \gamma_x k_{t+1} - (1-\delta)k_t + \phi\left(\frac{i_t}{k_t}\right)k = 0,
\end{aligned}$$

donde $\Lambda_t \equiv \frac{\lambda_t}{\beta^t}$ y hemos utilizado la hipótesis de expectativas racionales.²³

Ahora, existen muchas soluciones al sistema de ecuaciones anterior sin embargo, no todas estas tienen sentido económico (por ejemplo, no hace mayor sentido que en el largo plazo y en equilibrio, como supondremos un poco más adelante, el valor esperado del valor presente de la deuda del agente representativo sea diferente de cero o lo mismo con relación al valor del capital). Para encontrar una única solución con sentido económico, imponemos las siguientes *condiciones de transversalidad*:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} E_t(\beta^j \Lambda_{t+j} b_{t+j+1}) = 0 \text{ y } \lim_{j \rightarrow \infty} E_t(\beta^j \mu_{t+j} k_{t+j+1}) = 0.$$

Finalmente, en equilibrio es necesario que la demanda y oferta de activos sean iguales. Esto es: $r_t = r_t^* + S_0 e^{-\pi(\frac{i_t}{k_t})}$.

Obsérvese que el sistema de ecuaciones que debemos resolver es un sistema no lineal, luego debemos recurrir a algún tipo de aproximación. La idea del método de solución consiste en encontrar una solución determinística de estado estacionario (en la que las tasas de crecimiento de las variables sean cero) y explotar la estabilidad del sistema.²⁴ El objeto de la próxima sección es justamente encontrar dicha solución de estado estacionario.

²³En el siguiente sentido: en equilibrio, la probabilidad subjetiva de los agentes coincide con la probabilidad implicada por el modelo (como representación de la realidad económica). Véase McCallum [1989].

²⁴Esto es, sin importar el valor inicial de las variables de estado (k_0 y b_0) y en ausencia de choques exógenos, la solución óptima converge a la solución de estado estacionario. En estas circunstancias, el método de solución que emplearemos es adecuado, a diferencia del modelo de Correia, Neves y Rebelo. Véase la nota 3 de Correia-Neves-Rebelo [1995].

3.1. Calibración y Estado Estacionario.

En estado estacionario y en ausencia de choques exógenos, el sistema de ecuaciones que queremos resolver se reduce a:

$$A(1 - \alpha)\left(\frac{n}{k}\right)^\alpha \Lambda + ((1 - \delta) - \phi'\left(\frac{i}{k}\right)\frac{i}{k} + \phi\left(\frac{i}{k}\right))\mu - \frac{\mu\gamma_x}{\beta} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\Lambda}{\gamma_x}(1 + r) - \frac{\Lambda}{\beta} = 0 \quad (2)$$

$$-B + \frac{\Lambda}{\gamma_x} A \alpha k^{1-\alpha} n^{\alpha-1} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{1}{c} - \frac{\Lambda}{\gamma_x} = 0 \quad (4)$$

$$-\Lambda + \mu\phi'\left(\frac{i}{k}\right) = 0 \quad (5)$$

$$\gamma_x b - (1 + r)b + AK^\alpha n^{1-\alpha} - c - i - g + trf = 0 \quad (6)$$

$$\gamma_x - (1 - \delta) + \phi\left(\frac{i}{k}\right) = 0 \quad (7)$$

$$r = r^* + S_0 e^{-\pi\left(\frac{b}{\beta\Lambda}\right)}. \quad (8)$$

Como mencionamos anteriormente, en estado estacionario no queremos que existan costos de ajuste. Por la ecuación 7, ésto implica que $\phi\left(\frac{i}{k}\right) = (1 - \delta) - \gamma_x$ y por la ecuación 1 es necesario que $\phi'\left(\frac{i}{k}\right) = 1$. Dada la concavidad de la función $\phi(c_2)$, éstas dos condiciones determinan unívocamente las constantes c_1 y c_0 . Finalmente, escogimos c_2 como el 50% más de los costos de ajuste utilizados por Correia-Neves-Rebello [1995], asumiendo que los costos de ajuste de la inversión en Colombia son más altos que en Portugal.²⁵

Por la ecuación 4 tenemos que $\Lambda = \mu$. Escogemos γ_x de tal forma que la tasa de crecimiento per cápita de las variables del modelo, coincida con la tasa de crecimiento per cápita de las series macroeconómicas colombianas durante el periodo de estudio ($\gamma_x = 1.02$). Luego, utilizando la ecuación 1 podemos calibrar

²⁵Sobre este parámetro se realizan ejercicios de análisis de sensibilidad, sin obtener modificaciones substanciales en los resultados.

el valor de β . Este lo fijamos de tal manera que el retorno al capital en estado estacionario sea aproximadamente el 10% ($\beta = 0.93$) La constante A , que es apenas un parámetro de escala de la función de producción, la fijamos en uno por conveniencia. Con esta información, de la ecuación 1 podemos determinar la relación capital trabajo en el estado estacionario.

Fijamos n en 0.3 y α en 0.67, puesto que éste es el promedio observado de la tasa de empleo, y el promedio observado de la de participación del trabajo en el producto respectivamente. Por otro lado, la ecuación 3 la podemos escribir como $B = \frac{\alpha y}{cn}$ donde $y = f(k, n)$. Así, fijamos B de tal forma que sea consistente con la participación promedio del consumo en el producto ($\frac{c}{y} = 0.59$, luego $B = 3.77$). Con B y la relación capital trabajo, podemos determinar A y por lo tanto μ .

Escogimos $\delta = 0.05$ que es una tasa de depreciación razonable. Este parámetro y la ecuación 7 determinan el valor de la inversión. De otra parte, la ecuación 2 requiere que en estado estacionario, la tasa de interés real que los agentes enfrentan en el mercado internacional debe ser igual al retorno del capital. Con esta información, el valor de la inversión en estado estacionario, la participación promedio del consumo privado, el gasto público y las transferencias en el producto (ver Tabla 0.2), la ecuación 6 determina la tenencia de activos en el estado estacionario. Este tiene un valor negativo, luego en estado estacionario, la calibración indica que el agente representativo está en deuda con el resto del mundo.

Finalmente, escogimos la tasa de interés mundial promedio r^* , como el 6.5%, luego para que las ecuaciones 2 y 8 se cumplan, hemos ajustado el valor de S_0 ($S_0 = (\frac{\gamma_x}{\beta} - 1 - r^*)e^{-\pi}$). El valor de π lo hemos fijado en 5.1, como en Suescún [1997]. En resumen la calibración propuesta es:

α	β	γ_x	δ	π	$\frac{g}{y}$	$\frac{trf}{y}$	A	S_0	r^*	n	B
0.67	0.93	1.02	0.05	5.1	0.1	0.01	1	0.0001937	0.065	0.3	3.77

Tabla 0.2: Calibración del modelo.

Una vez hemos calibrado todos los parámetros de la economía, nuestro siguiente paso consiste en hacer una aproximación lineal del sistema de ecuaciones de la última sección.²⁶ Este es el objeto de la próxima parte.

²⁶La calibración del modelo se realizó en Mathematica 2.0. al igual que la construcción de las matrices fundamentales para la aproximación lineal del sistema. La solución del modelo se realizó en MATLAB. Todos estos programas, al igual que los que realizan las simulaciones se encuentran disponibles escribiendo a : fhamansa@banrep.gov.co

3.2. Linearización.

La idea ahora para resolver el modelo es hacer una aproximación de las condiciones de primer orden en torno al estado estacionario. Por conveniencia, expresamos todas las variables en términos de sus desviaciones relativas en torno al estado estacionario. Sea $\widehat{c}_t = \text{Log}(\frac{c_t}{\bar{c}})$, $\widehat{n}_t = \text{Log}(\frac{n_t}{\bar{n}})$, $\widehat{k}_t = \text{Log}(\frac{k_t}{\bar{k}})$, $\widehat{A}_t = \text{Log}(\frac{A_t}{\bar{A}})$, $\widehat{\Lambda}_t = \text{Log}(\frac{\Lambda_t}{\bar{\Lambda}})$, etc (en las nuevas variables, el estado estacionario corresponde a cero). Haciendo una aproximación de primer orden en torno a cero, el sistema de ecuaciones se reduce a un sistema dinámico lineal de primer orden con dos condiciones iniciales y dos condiciones de transversalidad. Ahora, utilizando las formulas de Blanchard-Kahn [1980] y King-Plosser-Rebelo [1990], se puede demostrar que la solución a este sistema lineal es de la forma:²⁷

$$\begin{bmatrix} \widehat{k}_{t+1} \\ \widehat{b}_{t+1} \\ \widehat{r}_{t+1}^* \\ \widehat{A}_{t+1} \\ \widehat{g}_{t+1} \\ \widehat{trf}_{t+1} \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} \widehat{k}_t \\ \widehat{b}_t \\ \widehat{r}_t^* \\ \widehat{A}_t \\ \widehat{g}_t \\ \widehat{trf}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon_i^* \\ \varepsilon_i^A \\ \varepsilon_i^g \\ \varepsilon_i^{trf} \end{bmatrix} \text{ y } \begin{bmatrix} \widehat{c}_{t+1} \\ \widehat{n}_{t+1} \\ \widehat{i}_{t+1} \\ \widehat{y}_{t+1} \\ \widehat{p}_{t+1} \\ \widehat{tb}_{t+1} \end{bmatrix} = \Pi \begin{bmatrix} \widehat{c}_t \\ \widehat{n}_t \\ \widehat{i}_t \\ \widehat{y}_t \\ \widehat{p}_t \\ \widehat{tb}_t \end{bmatrix},$$

donde \widehat{p} es la productividad implícita del modelo, \widehat{tb} es la balanza comercial y S y Π son matrices con coeficientes reales que dependen de manera complicada de los parámetros estructurales del modelo. Esta representación ilustra la afirmación hecha anteriormente en el sentido que la dinámica generada por el modelo es la superposición de las desviaciones de las variables de sus valores de estado estacionario y de la respuesta a los choques exógenos. Las dos secciones siguientes ilustran el efecto aislado de cada uno de estas respuestas.

3.3. Dinámica de Transición.

Imaginemos que no existen choques exógenos. Esto corresponde a que la varianza de los choques es igual a cero y a tomar un valor inicial cualquiera para la variable de estado en cuestión, por ejemplo $A_0 = 1$. Las Figuras 1 y 2 ilustran la respuesta del sistema (la desviación relativa de las variables en torno a su estado estacionario) cuando la economía comienza con un nivel de capital más alto

²⁷El sistema de ecuaciones tiene tres variables de control, dos de estado, dos de coestado y cuatro exógenas y satisface la *condición de estabilidad*. Es decir, en la notación de King-Plosser-Rebelo [1990], la matriz W tiene dos valores propios en valor absoluto menores que uno, y dos valores propios en valor absoluto mayores que uno.

(Figura 1) o un nivel de deuda mayor (Figura 2). Obsérvese que debido a que en el estado estacionario el agente representativo es un deudor neto, entre más grande sea la desviación del valor de estado estacionario, \hat{b}_t , mayor es la deuda. Nótese también que el sistema es estable, es decir, todas las variables retornan a su estado estacionario. Este no es el caso en el modelo de Correia, Neves y Rebelo [1995].

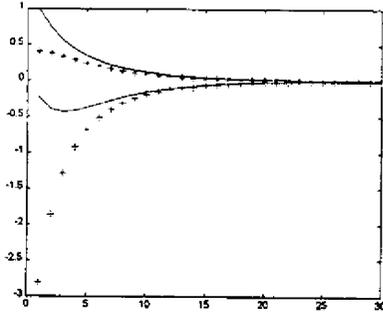


Figura 1: — Capital, * Consumo,
+ Inversion y - - Empleo.

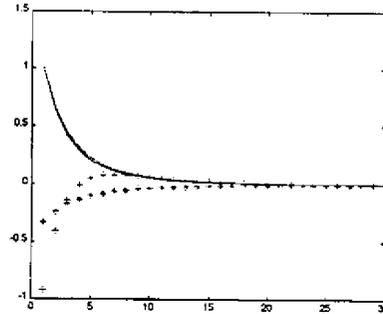


Figura 2: — Activos, * Consumo,
+ Inversion y - - Empleo.

En este sentido, las modificaciones introducidas en el modelo como lo son el tipo de preferencias y el acceso a los mercados financieros internacionales, contribuyen en el logro de estos resultados.

3.4. Análisis de Impulso Respuesta.

La Figura 3, ilustra la respuesta del sistema dinámico a un choque en la productividad total de los factores únicamente en el primer período. Dicho choque no tiene persistencia. Lo anterior corresponde a tomar un valor inicial de la productividad, por ejemplo $A_0 \approx 1.6$ y a tomar la autocorrelación del proceso estocástico como $\rho = 0$. Adicionalmente, la varianza de los choques es igual a cero.

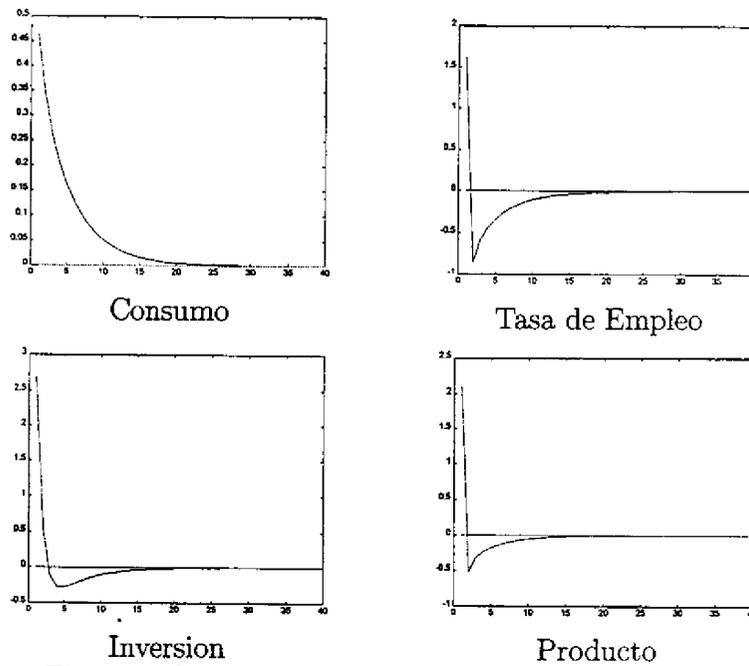
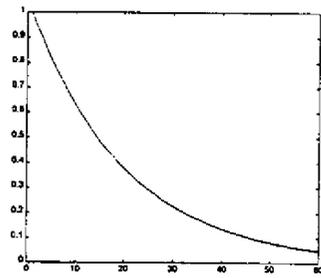
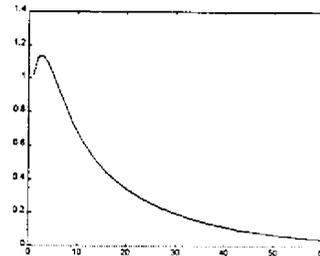


Figura 3: Choque en la productividad sin persistencia.

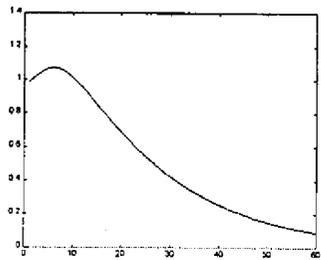
Un choque positivo a la productividad aumenta el consumo, la inversión, el empleo y en consecuencia el producto. Sin embargo, después de unos pocos períodos el empleo y la inversión caen por debajo de su nivel de estado estacionario, y en consecuencia el producto se comporta de manera análoga. Finalmente, la economía retorna al estado estacionario después de 20 períodos aproximadamente. Esto ocurre cuando el choque de productividad no es persistente. Un experimento interesante consiste en analizar la respuesta del sistema cuando el choque si tiene persistencia. La figura 4 ilustra dicha respuesta (Se asume una correlación de la productividad de $\rho = 0.95$).



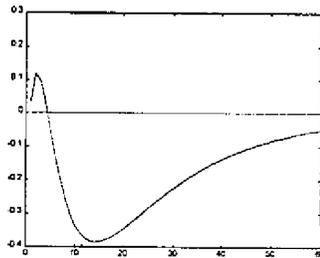
PTF



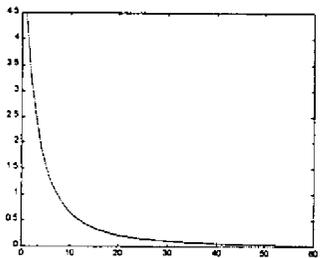
Producto



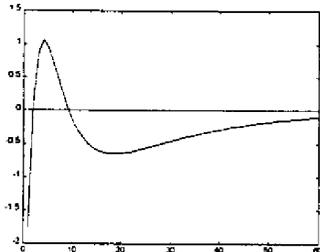
Consumo



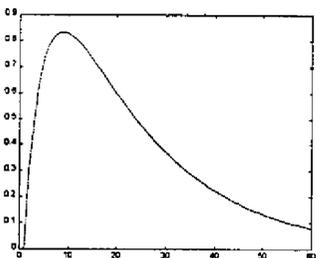
Tasa de Empleo



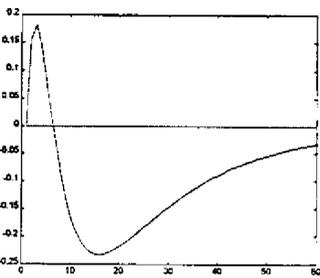
Inversión



Balanza Comercial



Capital



Activos Externos

Figura 4: Choque en la productividad total de los factores con persistencia.

Ante un incremento exógeno en la productividad total de los factores con persistencia, el consumo, la inversión, el empleo y el producto aumentan por encima de su nivel de estado estacionario. La balanza comercial se deteriora inicialmente mientras que la deuda en el momento inicial permanece en su estado estacionario. En los períodos siguientes, los agentes aumentan su monto de la deuda en el exterior, para financiar el mayor consumo e inversión. El empleo, por el contrario, se ubica por debajo de su nivel de largo plazo por un período significativo de tiempo. La balanza comercial tiende a mejorar durante en un lapso corto de tiempo, pero después empeora. Debido a que las deudas contraídas en el exterior eventualmente se tienen que repagar, el monto de deuda externa debe reducirse y de esta forma retorna gradualmente al estado estacionario. En general, la economía retorna al estado estacionario después de 60 períodos. Nótese que la inversión retorna más rápidamente al estado estacionario, que todas las demás variables.

Por otro lado el modelo permite analizar el efecto de una reducción exógena en la tasa de interés mundial. La figura 5 ilustra la respuesta ante un choque en la tasa de interés mundial y con persistencia.

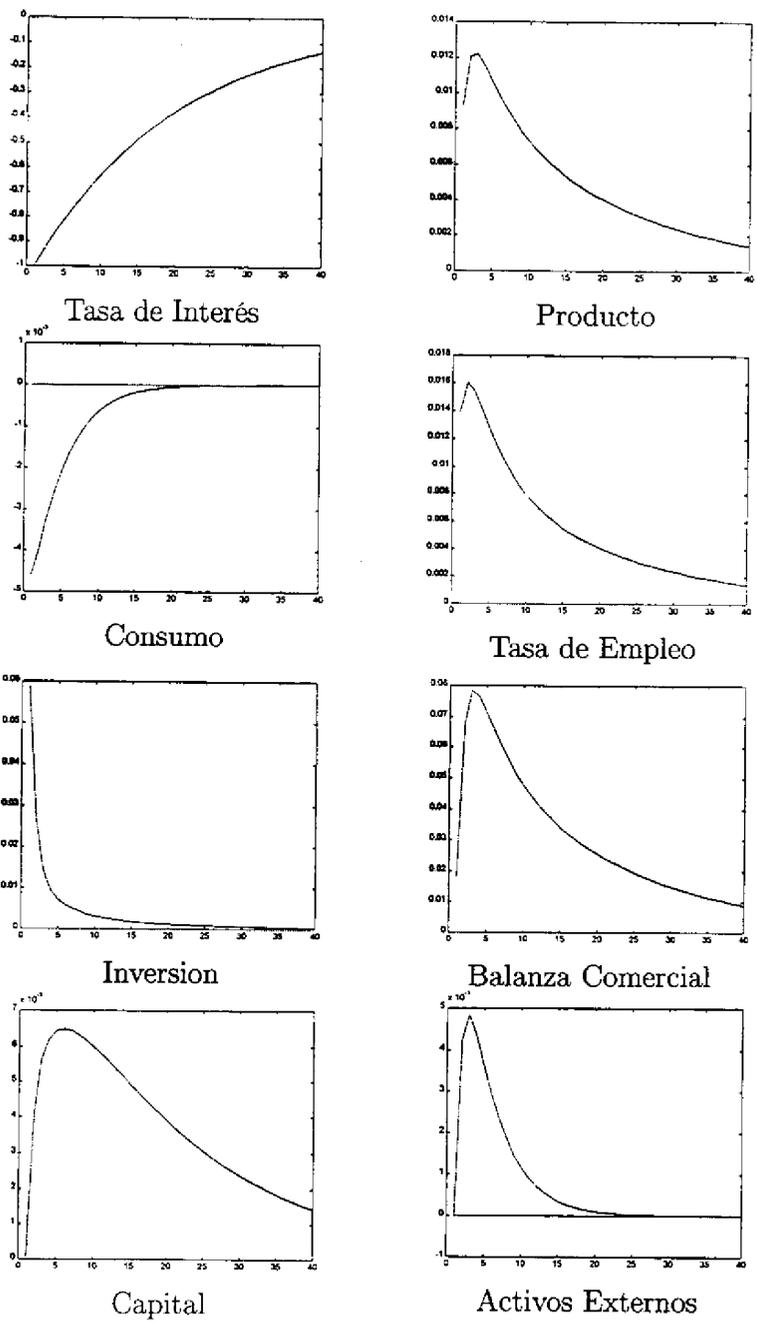


Figura 5: Respuesta ante un choque persistente a la tasa de interés mundial.

Una reducción exógena en la tasa de interés mundial genera, inicialmente, un incremento en la inversión, el empleo y el producto. El consumo, por el contrario, se reduce aunque no de manera significativa (obsérvese el eje). Ante los bajos intereses los individuos deciden aumentar levemente sus tenencias de deuda en el exterior. El consumo, la inversión y la deuda retornan relativamente rápido al estado estacionario, mientras que las demás variables tardan un poco más. Vale la pena anotar que todas las dinámicas presentadas hasta el momento son cualitativamente iguales a la presentadas por Correia, Neves y Rebelo [1995]. La única excepción es la respuesta del consumo ante la caída en la tasa de interés internacional en la Figura 5.

4. Resultados de las Simulaciones

En esta parte del trabajo seguimos la metodología tradicional empleada en la literatura convencional para evaluar el soporte empírico del modelo que hemos presentado. Como mencionamos al final de la tercera parte, el objetivo es hacer varias simulaciones del modelo y comparar los momentos teóricos con los momentos empíricos. El procedimiento consiste en generar una serie de choques exógenos de acuerdo al proceso estocástico que sigue el choque tecnológico. Posteriormente se encuentra la respuesta del sistema en las variables originales del modelo (K, B, N, C, I , etc) y se filtran estas series utilizando el filtro de Hodrick y Prescott. De esta forma obtenemos el “ciclo teórico” de cada una de las variables en estudio. Sobre dichos ciclos se calculan las estadísticas.²⁸

Finalmente, en la Tabla 0.3 aparecen las estadísticas análogas a las de la Tabla 0.1 pero obtenidas con el modelo. Para obtener estas estadísticas, se hicieron 500 simulaciones de 100 períodos cada una. Se eliminaron las 77 primeras, para obtener unas series artificiales de tamaño muestral equivalente a las series observadas. Los resultados reportados corresponden al promedio de las 500 simulaciones.

²⁸La desviación estándar del choque tecnológico fue escogida de tal forma que fuera compatible con la desviación estándar del PIB per cápita colombiano. El valor escogido es 0.018.

Variable	Desv. Estándar		Autocorr. 1er. orden	Correlación Cruzada (y_t y x_{t+j})		
	σ_x	$\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$		$j = -1$	$j = 0$	$j = 1$
PIB	1.90	1.00	0.24	0.24	1.00	0.24
Consumo Privado	1.63	0.86	0.12	0.19	0.99	0.16
Inversión	7.33	3.85	0.34	0.48	0.81	0.08
Balanza Comercial	4.10	2.15	0.31	-0.25	0.29	0.44
Productividad	1.63	0.86	0.53	0.44	0.68	0.35
Empleo	0.41	0.21	-0.12	0.002	0.85	-0.05
Stock de Capital	0.82	0.43	-0.02	-0.13	0.78	0.11

Tabla 0.3: Características cíclicas de las series simuladas

El modelo reproduce cualitativamente algunas de las características cíclicas de la economía colombiana, aunque se debe tener en cuenta que el tamaño de las series empleadas puede limitar el alcance de las conclusiones. Se logra replicar, en buena parte, el ordenamiento de las volatilidades al igual que el "grado de ciclicidad" de las series. En cuanto al orden de las volatilidades, la inversión es más volátil que la balanza comercial, la cual es más volátil que el producto, y este a su vez es más volátil que el consumo. El capital es la serie menos volátil. El único hecho que no se logra reproducir es la volatilidad del empleo, la cual debe ser parecida a la del PIB. En el modelo se encuentra una alta estabilidad de esta variable. Igualmente, las volatilidades relativas ($\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$) que arroja el modelo, son parecidas a las exhibidas por la economía colombiana, con excepción obviamente, de la del empleo. Por otro lado, el orden de prociclicidad de las series simuladas es muy parecido al de las series colombianas. De mayor a menor, el ordenamiento de las correlaciones contemporáneas con el producto es el siguiente: consumo, empleo, inversión, acervo de capital y balanza comercial. En las series observadas el ordenamiento es similar, salvo que la balanza comercial es más procíclica que el capital.

Un hecho que vale la pena destacar es la capacidad de un modelo tan sencillo para reproducir un hecho de la economía colombiana que no es común en otras economías: la alta volatilidad de la balanza comercial y su baja prociclicidad.²⁹ Esto es aún más sorprendente, si se tiene en cuenta que los parámetros del modelo son calibrados y no son el resultado de estimación econométrica alguna.

²⁹Como se mencionó anteriormente, las economías desarrolladas exhiben una balanza comercial menos volátil y contracíclica. En el caso de Portugal, la balanza comercial es más volátil pero continúa siendo contracíclica.

Sin embargo, el modelo no logra reproducir satisfactoriamente las propiedades de cada una de las componentes cíclicas de las series macroeconómicas colombianas por separado. Las autocorrelaciones de primer orden al igual que las autocorrelaciones cruzadas (con excepción de la contemporánea) de los ciclos de las series que arroja el modelo no son consistentes con las observadas. En particular, las fluctuaciones de la inversión presentan una baja autocorrelación en las series observadas. En el modelo, la inversión presenta una autocorrelación más alta con respecto al resto de variables.

5. Análisis de Sensibilidad

En esta sección se presenta un resumen de los resultados del análisis de sensibilidad. El objetivo es establecer qué tan sensibles son los momentos de las componentes cíclicas de las series simuladas ante cambios aislados en los valores de dos parámetros: los costos de ajuste del capital, que denotamos ω , y la elasticidad de la tasa de interés a la deuda externa de Colombia, π . Debido a que dichos parámetros son prácticamente desconocidos, optamos por alterar considerablemente sus valores. En general, los momentos de las series teóricas son relativamente estables ante dichas variaciones, al igual que el orden de magnitud de las fluctuaciones. Esto se puede observar en las Tablas A1 y A2 del anexo. Por ejemplo, el modelo reproduce en todos los casos el hecho que la inversión sea más volátil que la balanza comercial, y que esta a su vez sea más volátil que el producto, el cual es más volátil que el consumo.

En la Tabla A1 se presentan los resultados del efecto de un incremento en los costos de ajuste del capital. Puede observarse cómo a medida que aumentan dichos costos, la volatilidad de la inversión y de la balanza comercial es menor. La correlación contemporánea entre la balanza comercial y el producto varía poco en términos relativos. Esto es, teniendo en cuenta que los cambios en los valores de los parámetros son bastante grandes, la variación en los valores de las correlaciones no es significativa.

Por otro lado, la Tabla A2 muestra el efecto de los cambios en la elasticidad de la tasa de interés ante la deuda. Puede observarse cómo a medida que la elasticidad es mayor la volatilidad de la inversión y de la balanza comercial es menor. A diferencia del caso anterior, la correlación contemporánea entre la balanza comercial y el producto aumenta cuando la elasticidad es más alta. Para elasticidades bajas, la baja prociclicidad de la balanza comercial se conserva.

6. Conclusiones.

Hemos presentado un modelo dinámico y estocástico simple de una economía pequeña, abierta y con acceso imperfecto al mercado de capitales internacional. El modelo ha sido calibrado con datos de la economía colombiana para el período comprendido entre 1970 y 1992. Dicho modelo es una variación del propuesto por Correia, Neves y Rebelo [1995] para la economía portuguesa. Las modificaciones tienen que ver con la estructura del mercado laboral y con la forma como los agentes acceden al mercado de capitales internacional. Estas dos modificaciones son útiles en dos sentidos. En primer lugar, permiten obtener un sistema dinámico estable alrededor del estado estacionario. Esto no se logra en el modelo de Correia Neves y Rebelo. En segundo lugar, y tal vez más importante, es que nuestro modelo logra reproducir buena parte de las regularidades empíricas de la economía colombiana. En particular, la volatilidad de los principales agregados macroeconómicos y los comovimientos de las series con respecto al PIB.

Un hecho que vale la pena resaltar es que, a pesar de la simplicidad del modelo, éste logra capturar, además de las regularidades empíricas usuales, una característica particular de la economía colombiana ausente en otras economías: la alta volatilidad de la balanza comercial y su prociclicidad. Estos resultados se conservan ante variaciones grandes en los valores de los parámetros del modelo. En particular sobre dos de ellos: los costos de ajuste de la inversión y la elasticidad de la tasa de interés al monto de la deuda externa. Se encuentra que en la medida en que la elasticidad de la tasa de interés a la deuda externa es más alta, la volatilidad de la balanza comercial es menor.

El modelo aquí presentado puede ser utilizado como un punto de partida para otros trabajos en Colombia.

Anexo : Análisis de Sensibilidad - Tabla A1
Cambios en el Parámetro de Costos de Ajuste del Capital

$\omega = 1.75$	Desv. Estándar		Autocorr.	Correlación Cruzada (y_t y x_{t+j})		
Variable	σ_x	$\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$	1er. orden	$j = -1$	$j = 0$	$j = 1$
PIB	1.85	1.00	0.12	0.12	1.00	0.12
Consumo Privado	1.63	0.88	0.03	0.09	0.99	0.04
Inversión	6.86	3.71	0.20	0.35	0.83	-0.03
Balanza Comercial	3.60	1.94	0.24	-0.33	0.25	0.45
Productividad	1.63	0.88	0.35	0.31	0.71	0.21
Empleo	0.36	0.19	-0.15	-0.05	0.87	-0.06
Stock de Capital	0.77	0.41	-0.06	-0.18	0.81	0.09
$\omega = 1.5$	Desv. Estándar		Autocorr.	Correlación Cruzada (y_t y x_{t+j})		
Variable	σ_x	$\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$	1er. orden	$j = -1$	$j = 0$	$j = 1$
PIB	1.90	1.00	0.24	0.24	1.00	0.24
Consumo Privado	1.63	0.86	0.12	0.19	0.99	0.16
Inversión	7.33	3.85	0.34	0.48	0.81	0.08
Balanza Comercial	4.10	2.15	0.31	-0.25	0.29	0.44
Productividad	1.63	0.86	0.53	0.44	0.68	0.35
Empleo	0.41	0.21	-0.12	0.002	0.85	-0.05
Stock de Capital	0.82	0.43	-0.02	-0.13	0.78	0.11
$\omega = 1.25$	Desv. Estándar		Autocorr.	Correlación Cruzada (y_t y x_{t+j})		
Variable	σ_x	$\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$	1er. orden	$j = -1$	$j = 0$	$j = 1$
PIB	1.95	1.00	0.31	0.31	1.00	0.31
Consumo Privado	1.63	0.83	0.20	0.25	0.99	0.25
Inversión	7.95	4.07	0.38	0.57	0.75	0.09
Balanza Comercial	4.76	2.44	0.31	-0.30	0.25	0.43
Productividad	1.63	0.83	0.52	0.48	0.71	0.41
Empleo	0.47	0.24	-0.12	0.06	0.85	-0.03
Stock de Capital	0.87	0.45	-0.03	-0.11	0.77	0.24

Anexo : Análisis de Sensibilidad - Tabla A2
Cambios en el Parámetro de Elasticidad de la Tasa de Interés

$\pi = 7.5$		Desv. Estándar	Autocorr.	Correlación Cruzada (y_t y x_{t+j})		
Variable	σ_x	$\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$	1er. orden	$j = -1$	$j = 0$	$j = 1$
PIB	1.89	1.00	0.30	0.30	1.00	0.30
Consumo Privado	1.61	0.85	0.18	0.21	0.99	0.25
Inversión	7.04	3.72	0.38	0.53	0.80	0.12
Balanza Comercial	3.45	1.83	0.26	-0.08	0.44	0.49
Productividad	1.61	0.85	0.60	0.50	0.69	0.42
Empleo	0.40	0.21	-0.12	0.01	0.81	-0.04
Stock de Capital	0.76	0.40	0.02	-0.17	0.74	0.18
$\pi = 2.5$		Desv. Estándar	Autocorr.	Correlación Cruzada (y_t y x_{t+j})		
Variable	σ_x	$\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$	1er. orden	$j = -1$	$j = 0$	$j = 1$
PIB	1.91	1.00	0.31	0.31	1.00	0.31
Consumo Privado	1.65	0.87	0.21	0.28	0.99	0.22
Inversión	8.06	4.22	0.41	0.57	0.73	0.10
Balanza Comercial	5.59	2.92	0.38	-0.34	0.17	0.37
Productividad	1.65	0.87	0.51	0.51	0.69	0.38
Empleo	0.45	0.24	-0.13	0.03	0.84	0.05
Stock de Capital	0.91	0.47	0.05	-0.10	0.79	0.24
$\pi = 1.0$		Desv. Estándar	Autocorr.	Correlación Cruzada (y_t y x_{t+j})		
Variable	σ_x	$\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$	1er. orden	$j = -1$	$j = 0$	$j = 1$
PIB	1.95	1.00	0.37	0.37	1.00	0.37
Consumo Privado	1.66	0.85	0.19	0.32	0.98	0.21
Inversión	9.12	4.69	0.49	0.63	0.69	0.02
Balanza Comercial	7.68	3.94	0.54	-0.30	0.14	0.49
Productividad	1.66	0.85	0.58	0.67	0.71	0.32
Empleo	0.40	0.31	-0.04	-0.06	0.79	0.25
Stock de Capital	1.06	0.54	0.19	-0.12	0.77	0.41

7. Bibliografía.

- Backus, D.K. Kehoe, P.J. Kydland, F.E. 1994 "Dynamics of the Trade Balance and the Terms of Trade: The J-Curve?". *The American Economic Review*, 84(1):84-103.
- Blanchard, O. Kahn, Ch. 1980 "The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations". *Econometrica*, 48(5):1305-1311.
- Bruno, Ch. Portier, F. 1995. "A Small Open Economy RBC Model: the French Economy Case". En Henin [1995].
- Burns, A. Wesley, M. 1946. *Measuring Business Cycles*. National Bureau of Economic Research. New York.
- Christiano L. Eichenbaum M. 1992. "Current-Real-Business-Cycle Theories and Aggregate Labor-Market Fluctuations". *American Economic Review*, Junio: 430-50.
- Cogley, T. Nason, J. 1995. "Effects of the Hodrick-Prescott filter on trend and difference stationary times series. Implications for business cycles research". *Journal of Economic Dynamics and Control*, volumen 19:253-278.
- Cooley, T. Prescott, E. 1995. *Frontiers of Business Cycle Research*. Cooley, T. Editor. Princeton University Press.
- Correia, I. Neves, J. Rebelo, S. 1995. "Business cycles in a small open economy". *European Economic Review* 39: 1089-1113.
- Fève, P. Langot, F. 1995. "Statistical Evaluation of the RBC Model". En Henin [1995].
- Hansen, G. 1985. "Indivisible Labor and the Business Cycle". *Journal of Monetary Economics*, 16, páginas 309-327.
- Hayek, F. 1933. *Monetary Theory and the Trade Cycle*. Jonathan Cape, Londres.
- Henin, P. 1995. *Advances in Business Cycles Research*. Springer.
- Hodrick, R., E. Prescott. 1997. "Post war business cycles: An empirical investigation". *Journal of Money, Credit and Banking*. Vol 29, No. 1. 1-16.
- King, R. Rebelo, S. 1993. "Low Frequency Filtering and the Real Business Cycle". *Journal of Economic Dynamics and Control* 17: 207-232.
- King, R., Plosser, C., Rebelo, S. 1988a. "Production, Growth, and the Business Cycles: The Basic Neoclassical Model". *Journal of Monetary Economics* 21: 195-232.

- King, R., Plosser, C., Rebelo, S. 1990. "Production, Growth, and the Business Cycles: Technical Appendix". Universidad de Rochester.
- Kydland, F. Prescott, E. 1982. "Time to Build and Aggregate Fluctuations". *Econometrica*, volumen 50: 1345-1370.
- Long, J. Plosser, Ch. 1983. "Real Business Cycles". *Journal of Political Economy*, volumen 91: número 1.
- Lucas, R. jr. 1972. "Understanding Business Cycles". *Journal of Political Economy*, 83, 113-144.
- Lucas, R. jr. 1977. "An Equilibrium Model of the Business Cycle". *Stabilization of the Domestic and International Economy*. Vol 5. Carnegie Rochester Series on Public Policy. North Holland Publishing Company.
- Lucas, R. jr. 1980. "Methods and Problems in Business Cycles Theory". *Journal of Money Credit and Banking*. 12: 696-715.
- Lucas, R. jr. 1988. "On the Mechanics of Economic Development". *Journal of Monetary Economics* 22: 3-42.
- McCallum, B. 1989. En, *Modern Real Business Cycle Theory*. Barro, R. Editor. 1989. Basil Blackwell Ltda.
- Plosser, Ch. 1989. "Understanding Real Business Cycles". *Journal of Economic Perspectives*. volumen 3: 51-77.
- Ramirez, M. Jaramillo, F. 1996. En, *El Crecimiento de la Productividad en Colombia*. Coordinador, Chica, R. Tercer Mundo Editores.
- Rogerson, R. 1984. "Indivisible labour, lotteries and equilibrium". University of Rochester.
- Senhadji, A. 1993. "Foreign Debt Accumulation and Investment". Mimeo, University of Pennsylvania, Philadelphia.
- Sims, Ch. 1996. "Macroeconomics and Methodology". *Journal of Economics Perspectives*. Volumen 10 (1): 105-120.
- Snowdon, B. Vane, H. Wynarczyk. 1994. *A Modern Guide to Macroeconomics: An Introduction to Competing Schools of Thought*. Edward Elgar Publishing Limited. Reino Unido.
- Staley, C. 1992. *A History of Economic Thought: From Aristotle to Arrow*. Blackwell Publishers.
- Suescun, R. 1997. "Commodity Booms, Dutch Disease, and Real Business Cycles in a Small Open Economy: The Case of Coffee in Colombia". *Borradores Semanales de Economía*, número 73.

Summers, L. 1986. "Some Skeptical Observations on the Real Business Cycle Theory". *Quarterly Review*. Fall. Federal Reserve Bank of Minneapolis.

Watson, M. "Measures of Fit for Calibrated Models". *Journal of Political Economy*. 101:6, 1011-41.

Zimmermann, Ch. 1997 "International Business Cycles among Heterogeneous Countries". *European Economic Review*, 41(1):319-355.