

MÉTODOS DE COMBINACIÓN DE PRONÓSTICOS : Una aplicación a la inflación colombiana*

Elkin Castaño Vélez
Universidad de Antioquia

Luis Fernando Melo Velandia
Banco de la República

RESUMEN

En este trabajo se presentan algunos métodos de combinación de pronósticos de diferentes modelos econométricos. Estas metodologías tienen como principal objetivo encontrar una combinación lineal de pronósticos de diferentes modelos que produzca una predicción mejorada en términos de precisión. Basados en estas técnicas se realizan dos ejercicios: en la primera aplicación se emplean estos métodos sobre quince modelos trimestrales de la inflación colombiana para pronósticos en el periodo comprendido entre 1992:I y 1998:II considerando horizontes desde uno hasta cuatro trimestres. Los resultados de este análisis muestran una mejoría significativa en las predicciones; en efecto, el pronóstico combinado comparado con los pronósticos del mejor de los modelos econométricos reporta ganancias en precisión (RMSE); en caso del horizonte de un trimestre es del 16.1%; para el horizonte de dos trimestres es del 42%; para el horizonte tres del 21.3% y del 12.8% para el horizonte de cuatro trimestres. La segunda aplicación de las metodologías de combinación de pronósticos se realiza utilizando un ejercicio de simulación, el cual se basa en modelos similares a los empleados en el primer ejercicio; los resultados obtenidos muestran que bajo técnicas adecuadas de combinación de pronósticos es posible obtener alrededor de un 50% y 35% de ganancia en precisión con respecto a los modelos individuales para horizontes de uno y cuatro trimestres, respectivamente.

* Los resultados y opiniones son responsabilidad exclusiva de los autores y su contenido no compromete al Banco de la República ni a su junta Directiva. Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de Martha Misas, Hugo Oliveros, Luis E. Arango, Hernando Vargas, Carlos Felipe Jaramillo, Munir Jalil y Carlos Huertas.

1. Introducción

Los pronósticos de variables macroeconómicas se constituyen frecuentemente en uno de los objetivos principales en muchos tipos de estudios. Sin embargo, estos pronósticos no son únicos puesto que existen diferentes formas de producirlos, y aún cuando se haya seleccionado un procedimiento en particular, quedan todavía los problemas referentes a la selección de las variables de interés, la forma funcional y la técnica de estimación de los parámetros del modelo usado. Como resultado, el investigador cuenta con varios pronósticos, generalmente diferentes, para la misma variable. La pregunta de interés es si se debería escoger un sólo pronóstico o tomar alguna forma de promedio de todos ellos. Esta pregunta ha recibido mucha atención en la literatura académica en los años recientes, y se ha mostrado que, en general, es mejor usar una mezcla de los pronósticos en lugar de usar uno sólo de ellos.

El objetivo de este documento consiste en realizar una revisión de algunos de los métodos que permiten la combinación óptima de dos o más pronósticos¹, y obtener un pronóstico mejorado de la inflación en Colombia para datos trimestrales, a partir de la combinación de los pronósticos de diferentes modelos. Con este objetivo se consideraron quince modelos que predicen la inflación, diez de los cuales son modelos econométricos, especificados mediante regresiones simples que son motivadas por la teoría económica, y los cinco restantes son modelos de series de tiempo, cuatro multivariados (VAR) y uno univariado (ARIMA). En Melo, Misas y Oliveros (1997 y 1998) se muestra que los resultados de la evaluación del comportamiento de estos quince modelos depende del horizonte utilizado. Por tanto, para este trabajo se realizan cuatro ejercicios de combinación los cuales emplean los horizontes de uno, dos, tres y cuatro trimestres. Basados en los resultados obtenidos, se puede concluir que en todos

los casos analizados el procedimiento de la mezcla de pronósticos genera predicciones más precisas que los pronósticos individuales de los modelos considerados.

El trabajo está organizado de la siguiente forma: en la segunda sección se realiza una exposición de las técnicas utilizadas para la combinación de pronósticos. La tercera sección introduce propiedades estadísticas deseables para los pronósticos de cada modelo y pruebas de hipótesis que permiten evaluar las características de los diferentes pronósticos. En la cuarta sección se muestran los resultados obtenidos al aplicar las metodologías de combinación de pronósticos a la inflación colombiana, en la sección cinco se presenta un estudio de simulación que permite comparar pronósticos de diferentes modelos y pronósticos obtenidos por varios métodos de combinación, y por último, en la sexta sección se presentan algunas conclusiones.

2. Combinación de pronósticos

La primera referencia sobre el uso de pronósticos combinados se encuentra en Barnard (1963). En su trabajo, Barnard comparó los pronósticos basados en la metodología de Box-Jenkins con los obtenidos usando procedimientos de suavización exponencial clásicos, y observó que, aunque la técnica propuesta por Box-Jenkins en general producía los mejores pronósticos (en el sentido que minimizaban el error cuadrático medio), un promedio simple de los dos era superior.

Este hallazgo promovió la investigación sobre la existencia de alguna otra combinación de los pronósticos que fuera aún mejor que dicho promedio. Los

¹ Esta mezcla usualmente equivale a una combinación lineal de los pronósticos de los diferentes modelos. En la sección 2 se explican diferentes metodologías en las cuales se especifican la forma para estimar las ponderaciones utilizadas para este tipo de combinaciones.

primeros en explorar esta posibilidad fueron Bates y Granger (1969) quienes encontraron que bajo el supuesto de que cada predictor fuera insesgado, las ponderaciones óptimas para la combinación deberían sumar la unidad. De esta forma se produce un pronóstico combinado insesgado que frecuentemente tiene un error cuadrático medio menor que cualquiera de los pronósticos individuales. La conclusión más importante de los estudios de Granger y su grupo fue la de señalar que en la construcción de un pronóstico se debe emplear toda la evidencia disponible. En la práctica esto implica que sería mejor usar varios modelos y combinarlos, y no seleccionar uno sólo.

A pesar de que el método propuesto era fácil de usar, su aceptación fue bastante lenta al principio. Entre otras cosas se argumentaba que si se necesitaba mezclar un modelo con otro para mejorar el pronóstico entonces probablemente el modelo no había sido correctamente especificado.

Afortunadamente, la creciente aceptación de la metodología Bayesiana de usar varios expertos y diferentes fuentes de evidencia para generar predicciones, reforzó la idea de usar múltiples modelos para construir pronósticos combinados. Morris (1974), señala que si los resultados de diferentes modelos pueden ser tratados formalmente como pronósticos de diferentes expertos, entonces su combinación no debería generar ninguna controversia, pues equivaldría a combinar en la predicción distintos aspectos y fuentes de información.

Además, los fuertes resultados estadísticos obtenidos han permitido dejar atrás las críticas. Bajo el criterio de *minimizar la varianza del error del predictor, la combinación de pronósticos individuales, ya sea con errores independientes o correlacionados, es óptima, y nunca peor, en teoría, al pronóstico del mejor modelo individual* (Bunn, 1989). Además, los estudios empíricos generalmente reivindican la robustez en la práctica de la combinación.

Las aplicaciones de la combinación de pronósticos en macroeconomía han sido numerosas. Reid (1968) la usó para predecir el Producto Interno Bruto. En inflación la usaron Engel, Granger y Kraft (1984); Hafer y Hein (1985); de Menezes y Bunn (1993); Deutsch, Granger y Teräsvirta (1994); Volkov y Gladkov (1995). En demanda de dinero lo hicieron Figlewski y Urich (1983); Mills y Stephenson (1987). Para la tasa de cambio fue empleada por Bilson (1983); Blake y Beenstock (1986); Guerard (1989); Guerard y Clemen (1989); MacDonald y Marsh (1994). Para la tasa de crecimiento fue usada por Min y Zellner (1993). En los precios de las acciones la usaron Virtanen y Yli-Olli (1987); Staël y Von Holstein (1972); Donaldson y Kamstra (1996). En ganancias de corporaciones lo hicieron Cragg y Malkiel (1968); Elton, Gruber y Gultekin (1981); Conroy y Harris (1987), Guerard y Beidleman (1987); y Newbold, Zumwalt y Kannan (1987). En ventas fue usada entre otros por Doyle y Fenwick (1976); Moriarty y Adams (1984); Sewall (1981); y Schnaars (1986a, b); en empleo la usó West (1996). Holt y Brandt (1985) y Guerard y Beidleman (1987) estiman los beneficios económicos que se derivan del uso de los pronósticos combinados. Castaño (1994) la usó para mejorar el pronóstico de un modelo econométrico cuando las variables predictoras contienen errores. Clemen (1989), presenta un extenso compendio bibliográfico sobre combinación de pronósticos.

2.1 Algunos Métodos de Combinación de Pronósticos

A continuación se presentan algunos de los métodos más empleados para realizar la combinación de pronósticos. Dado que el cálculo de las ponderaciones de los pronósticos que intervienen en la combinación, puede ser realizado por medio de un modelo de regresión, las diferentes técnicas presentadas surgen como alternativas ante problemas muestrales de los pronósticos empleados o ante las violaciones de los diferentes supuestos del modelo de regresión lineal clásico.

2.1.1 Procedimientos de combinación

Si se supone que una serie estacionaria y_t va a ser pronosticada usando una combinación de los pronósticos un paso adelante, de k modelos, f_t^j , para $j=0,1,\dots,k$, una pregunta relevante es cómo se deberían escoger las ponderaciones de los k pronósticos para que se minimice la suma de los errores cuadráticos de la predicción?

Bates y Granger (1969) sugieren que si los k pronósticos son *insesgados* (es decir su error medio de predicción es cero), entonces la combinación:

$$y_t = b_1 f_t^1 + b_2 f_t^2 + \dots + b_k f_t^k$$

donde $b_k = 1 - b_1 - b_2 - \dots - b_{k-1}$ (es decir, las ponderaciones suman la unidad) a menudo produce un pronóstico insesgado $f_{t,c}$, con error cuadrático menor que cualquiera de ellos. En la práctica las ponderaciones b_1, b_2, \dots, b_k , son obtenidas usando mínimos cuadrados restringidos. Ahora bien, en general, no hay razones para asegurar el insesgamiento de todos los pronósticos individuales.

Ante esta dificultad, Granger y Ramanathan (1984) muestran que la combinación

$$y_t = b_0 + b_1 f_t^1 + b_2 f_t^2 + \dots + b_k f_t^k$$

donde las ponderaciones b_j son obtenidas por mínimos cuadrados ordinarios proporciona frecuentemente un pronóstico combinado *insesgado* con error cuadrático medio menor que cualquiera de los pronósticos individuales f_t^j . Es de notar que en este procedimiento las ponderaciones ya no tienen que sumar la unidad y los pronósticos individuales no tienen que ser insesgados.

La estimación eficiente de las ponderaciones dependerá del cumplimiento de los supuestos del modelo lineal de regresión. De la violación de algunos de los supuestos o la presencia de problemas muestrales en el modelo, se derivan una

serie de técnicas que permiten mejorar la estimación de las ponderaciones. A continuación se discuten algunas de ellas.

2.1.1.1 Relaciones de Colinealidad entre los pronósticos

Otros métodos para mejorar la combinación surgen ante el problema frecuente de la dependencia que existe entre los pronósticos individuales. Esta dependencia puede producir una sobrestimación de los errores estándar de los coeficientes de regresión (y por tanto valores t bajos) e inestabilidad en dichos coeficientes. La presencia de la multicolinealidad conduce al empleo de técnicas alternativas de estimación para el modelo de regresión.

Guerard y Clemen (1989), y Guerard (1989) discuten el uso de la regresión de Raíces Latentes (Webster et al, 1974, Gunst et al , 1976), de las Componentes Principales y la Regresión Ridge (Vinod y Ullah, 1981, y Hoerl, Kennard y Baldwin, 1975), para obtener una estimación más eficiente de las ponderaciones.

La regresión de Raíces Latentes y la regresión de Componentes Principales buscan identificar singularidades cercanas de las variables independientes (es decir, de los pronósticos individuales) y determinar su valor predictivo. Su objetivo es eliminar las singularidades cercanas no predictivas de las variables dependientes e independientes estandarizadas.

La Regresión Ridge busca un estimador al cual se le agrega un sesgo. Si este sesgo es pequeño y de forma tal que el coeficiente sesgado tiene error cuadrático medio menor que el del coeficiente insesgado, entonces la varianza del estimador Ridge es menor que la varianza del estimador de mínimos cuadrados ordinarios. El parámetro que induce el sesgo, generalmente denotado por k , puede ser encontrado por inspección (Traza del Ridge, Hoerl y Kennard, 1970) o estimado (Hoerl, Kennard y Baldwin, 1975).

2.1.1.2 Errores autocorrelacionados

Otro aspecto que es considerado en la combinación de pronósticos aparece cuando surgen errores correlacionados en la regresión que combina los pronósticos. En general puede ser una buena idea permitir que la correlación serial en las regresiones combinantes capture la dinámica, en la variable que va ser pronosticada, no explicada por los distintos pronósticos. Diebold (1985) muestra que si los pronósticos individuales se encuentran correlacionados, una combinación dinámica de ellos puede generar pronósticos mejorados.

Coulson y Robins (1993), siguiendo a Hendry y Mizon (1978), señalan que una regresión combinante con errores serialmente correlacionados es un caso especial de una regresión de combinación la cual incluye rezagos de la variable dependiente y rezagos de los pronósticos. En efecto, Hendry y Mizon (1978) observaron que el proceso de “blanquear” los residuales, a través de procedimientos como los de Cochran-Orcutt o similares, es equivalente a la estimación por mínimos cuadrados ordinarios de regresiones dinámicas con restricciones no lineales sobre los parámetros. Por ejemplo, en el caso de primer orden, donde el error e_t sigue el esquema $e_t = r e_{t-1} + v_t$, con v_t ruido blanco, la ecuación de combinación propuesta por Granger y Ramanathan (1984), para el caso de dos pronósticos:

$$y_t = b_0 + b_1 f_t^1 + b_2 f_t^2 + e_t$$

puede ser escrita como:

$$y_t = b_0(1 - r) + b_1 f_t^1 - b_1 r f_{t-1}^1 + b_2 f_t^2 - b_2 r f_{t-1}^2 + r y_{t-1} + v_t$$

Sin embargo, la ecuación anterior es una versión restringida de un modelo autorregresivo de rezagos distribuidos de primer orden:

$$y_t = \xi_0 + \xi_1 f_t^1 + \xi_2 f_{t-1}^1 + \xi_3 f_t^2 + \xi_4 f_{t-1}^2 + \xi_5 y_{t-1} + v_t$$

Hendry y Mizon (1978) aconsejan que primero se estime la ecuación anterior y luego se contrasten las restricciones $\xi_2 = -\xi_1\xi_5$ y $\xi_4 = -\xi_3\xi_5$. Si no pueden ser rechazadas entonces se dice que la ecuación anterior obedece a una restricción de factor común (en los polinomios de rezagos) y se concluye que la restricción AR(1) es válida. Por tanto, en la práctica se debería comenzar con la estimación de la ecuación sin restricciones, luego realizar los contrastes de factores comunes, y si la restricción no es rechazada, el modelo:

$$y_t = b_0(1-r) + b_1 f_t^1 - b_1 r f_{t-1}^1 + b_2 f_t^2 - b_2 r f_{t-1}^2 + r y_{t-1} + v_t$$

es adecuado.

Sin embargo, Coulson y Robins (1993) sugieren que en el contexto de combinación de pronósticos la restricción de factores comunes es muy difícil que se tenga, y que se deberían considerar un conjunto de restricciones alternativas.

En la ecuación anterior sin restricciones, ellos señalan que debería cumplirse que $\xi_2 = \xi_4 = 0$, puesto que posiblemente valores rezagados de los pronósticos individuales no serán útiles en el cálculo del pronóstico corriente, mientras que ξ_1 , ξ_3 , y ξ_5 probablemente serán significativamente diferentes de cero. Ellos concluyen que f_{t-1}^1 y f_{t-1}^2 pueden ser redundantes en la ecuación sin restricciones y con su eliminación se ganaría eficiencia en la estimación, particularmente en el período postmuestreal. De acuerdo con la anterior, Coulson y Robins (1993) sugieren que la ecuación de regresión para la combinación de pronóstico debería ser de la forma:

$$y_t = \xi_0 + \xi_1 f_t^1 + \xi_3 f_t^2 + \xi_5 y_{t-1} + v_t$$

Esta regresión trabajará bastante bien bajo una gran variedad de situaciones.

2.1.1.3 Pronósticos atípicos e influenciales

Hallman y Kamstra (1989) sugieren que el uso de estimaciones robustas en la regresión combinante puede ayudar a mejorar el pronóstico. Si las condiciones del teorema de Gauss-Markov son satisfechas por la población, pero la muestra contiene observaciones atípicas, entonces los mínimos cuadrados ordinarios pueden producir estimadores con sesgos arbitrariamente grandes, mientras que un procedimiento robusto, por construcción, limita la influencia de cualquier observación. Sin embargo, el estimador de mínimos cuadrados siguen siendo asintóticamente el mejor estimador lineal insesgado, de modo que en este contexto las técnicas robustas son importantes en muestras pequeñas. Ahora, si el problema es de datos contaminados, en el cual el número de errores en los datos es función del número de observaciones, los supuestos de Gauss-Markov fallan y los mínimos cuadrados producen estimadores inconsistentes, aún en muestras grandes. Como generalmente, los ejercicios de combinación de pronósticos son realizados sobre muestras de 50 o menos observaciones, los métodos de estimación robusta pueden ser más apropiados que los mínimos cuadrados, aún si se supone que grandes errores en los pronósticos no son función del número de observaciones.

2.1.1.4. Coeficientes cambiantes

Ahora bien, varios autores han enfatizado que en muchos casos los procedimientos anteriores de combinación con *coeficientes constantes* pueden resultar inadecuados, y presentan diferentes argumentos para desear ponderaciones cambiantes. En primer lugar, generalmente los pronosticadores están tratando cada vez más de mejorar sus modelos, lo cual sugiere que el comportamiento de los pronósticos podrían estar cambiando en el tiempo y por tanto sus ponderaciones en la combinación probablemente también lo deberían hacer (a medida que el modelo mejora el pronóstico, mayor ponderación se le debe dar).

En segundo lugar, el diseño de los modelos de pronóstico puede hacerlos mejores herramientas de pronósticos en unos períodos que en otros. Por

ejemplo, un modelo estructural complejo, puede comportarse mucho mejor que un modelo simple en los períodos de alta inflación. En estos períodos, el modelo más sofisticado debería tener ponderaciones mayores.

Debido a esto, Bates y Granger (1969) sugieren usar subconjuntos móviles de datos para realizar la estimación de las ponderaciones. Diebold y Pauly (1987) proponen la obtención de las ponderaciones cambiantes en el contexto de la regresión. Sugieren el uso de regresiones ponderadas y estimación “rolling” de regresiones combinantes y el uso de regresiones con parámetros cambiantes en el tiempo explícitamente. Sessions y Chatterjee (1989), sugieren el uso del modelo estado - espacio² para obtener ponderaciones cambiantes en el tiempo. Ellos sugieren emplear el siguiente modelo y variaciones de él :

$$y_t = \mathbf{f}_t' \mathbf{b}_t + u_t$$
$$\mathbf{b}_t = \mathbf{T} \mathbf{b}_{t-1} + w_t$$

en este caso \mathbf{f}_t es un vector de pronósticos de orden k , u_t y w_t son términos de perturbación y \mathbf{T} es una matriz de constantes conocidas. Como método de combinación, el modelo anterior ofrece una gran flexibilidad.

Deutsch, Granger y Teräsvirta (1994) proponen dos métodos de combinación usando modelos “switching” de regímenes y modelos de transición suave.

En los primeros, se permite que las ponderaciones cambien inmediatamente cuando hay un cambio de régimen. En los segundos, las ponderaciones cambian gradualmente. A continuación se realiza una breve descripción de cada método.

Combinación usando Modelos de Regresión “Switching”

² Una amplia referencia de los modelos de estado - espacio se puede encontrar en el libro de Harvey (1989).

Lo que sigue está basado en Deutsch, Granger y Teräsvirta (1994). Generalmente se supone que los coeficientes de un modelo de regresión son fijos. Sin embargo, en algunas situaciones es más apropiado permitir que los coeficientes varíen en función del tiempo o en función de algunas variables económicas relevantes.

Una forma general de tales modelos puede ser escrita como:

$$y_t = x_t'(\mathbf{b} + I_t \boldsymbol{\xi}) + e_t, \quad 0 \leq I_t \leq 1 \quad \text{para } t=1,2,3,\dots,T$$

donde $\{I_t\}$ es llamada la ruta de transición. Si I_t toma solo dos valores, 0 ó 1, indica que existen dos regímenes que están asociados a diferentes parámetros del modelo; específicamente, en el primer régimen, $I_t = 0$, se tiene que $\mathbf{b} + I_t \boldsymbol{\xi} = \mathbf{b}$, mientras que en el segundo régimen, donde $I_t = 1$, implica que $\mathbf{b} + I_t \boldsymbol{\xi} = \mathbf{b} + \boldsymbol{\xi}$. Por lo tanto, en este caso los coeficientes del modelo toman dos valores diferentes dependiendo del estado (o régimen) que se presente.

Los subconjuntos de periodos de tiempo en los cuales se presentan los regímenes uno y dos son denotados como I_1 e I_2 , respectivamente. Es decir, $I_t = 0$, cuando $t \in I_1$ y $I_t = 1$, cuando $t \in I_2$, este modelo es llamado un modelo de *regresión Switching* o modelo de *régimen* (Granger y Teräsvirta (1993)).

Si I_t es una función continua entre 0 y 1, entonces los parámetros cambiarán suavemente de un régimen a otro y en este caso el modelo se llamará *modelo de transición suave* (Lin y Teräsvirta, (1994)).

Para estos modelos el principal problema práctico es la estimación de los regímenes asociados con el modelo de regresión Switching cuando dichos regímenes son desconocidos³. Para resolver el problema se han considerado varias alternativas; la primera de ellas asume que el error rezagado de los

³ Es decir, se desea conocer cuales periodos del tiempo pertenecen al subconjunto I_1 y cuales al subconjunto I_2 .

pronósticos individuales puede ser útil para conocer el régimen, la segunda asume que alguna variable económica relevante puede ser útil para aproximar el régimen. A continuación se discuten las dos aproximaciones.

Modelos “Switching” donde los Regímenes son Indicados por el Error de Pronóstico Rezagado

Considere los pronósticos, un periodo adelante, f_t^1 y f_t^2 de y_t , y suponga que $z_t^1 = y_t - f_t^1$ y $z_t^2 = y_t - f_t^2$ son los respectivos errores de pronóstico.

Claramente, la información sobre los errores de pronósticos z_t^1 y z_t^2 , podría ser de gran ayuda para determinar el régimen de la economía en cualquier período $t+1$. Por ejemplo, si z_t^1 , es inusualmente grande, podría indicar que la economía está en estado 1; o si z_t^2 es negativo, podría indicar que la economía está en estado 2. Aunque z_t^1 y z_t^2 son desconocidos en el período t , cuando se deban calcular las ponderaciones, z_{t-1}^1 y z_{t-1}^2 pueden proporcionar alguna información sobre z_t^1 y z_t^2 . Esto sugiere que, para obtener las ponderaciones cambiantes, pueden ser útiles los modelos de regresión “switching”, en los cuales el régimen está indicado por rezagos de los errores de los pronósticos.

Deutsch, Granger y Teräsvirta (1994) proponen el siguiente esquema de combinación:

$$f_{t,c} = I(t \in I_1)(a_1 f_t^1 + a_2 f_t^2) + (1 - I(t \in I_1))(a_3 f_t^1 + a_4 f_t^2)$$

$I(t \in I_1) = 1$ si $t \in I_1$, y $I(t \in I_1) = 0$ si $t \notin I_1$, para las siguientes elecciones de I_1 :

I_1 es $z_{t-1}^1 \geq 0$,

I_1 es $z_{t-1}^2 \geq 0$,

I_1 es $|z^1_{t-1}| \geq c \cdot \text{mag } z^1$,

I_1 es $|z^2_{t-1}| \geq c \cdot \text{mag } z^2$,

I_1 es $\hat{a}_1 z^1_{t-1} + \hat{a}_2 z^1_{t-2} + \dots + \hat{a}_n z^1_{t-n} \geq 0$,

I_1 es $\hat{b}_1 z^2_{t-1} + \hat{b}_2 z^2_{t-2} + \dots + \hat{b}_n z^2_{t-n} \geq 0$,

donde

$$\text{mag } z^1 = \sum_{t=1}^{nobs} |z^1_t| / nobs$$

$$\text{mag } z^2 = \sum_{t=1}^{nobs} |z^2_t| / nobs$$

en este caso $nobs$ es el número de observaciones en la muestra, c es una constante y \hat{a}_i , $i=1, \dots, n$ son los coeficientes estimados del proceso autorregresivo

$$z^1_t = \hat{a}_1 z^1_{t-1} + \hat{a}_2 z^1_{t-2} + \dots + \hat{a}_n z^1_{t-n}$$

y los \hat{b}_i están definidos de forma similar. La determinación del orden del proceso autorregresivo se hace conforme a los métodos de identificación tradicionales.

Modelos "Switching" donde los Regímenes son Indicados por Variables Económicas Relevantes

La teoría económica puede proporcionar guías para aproximar los regímenes. Concretamente, el régimen puede ser indicado por el valor de alguna variable económica, denotada por W . En este caso, los siguientes modelos pueden ser considerados:

$$y_t = I(W_t > 0)(a_1 f^1_t + a_2 f^2_t) + (1 - I(W_t > 0))(a_3 f^1_t + a_4 f^2_t)$$

$$y_t = I(|W_t| > \text{mag}W)(a_1 f_t^1 + a_2 f_t^2) + (1 - I(|W_t| > \text{mag}W))(a_3 f_t^1 + a_4 f_t^2)$$

donde $I(W_t > 0) = 1$ cuando $W_t > 0$ y $I(W_t > 0) = 0$ en otro caso, y donde

$$\text{mag}W = \sum_{t=1}^{\text{nobs}} |W_t| / \text{nobs}, \text{ y } c \text{ es una constante.}$$

Stockton y Glassman (1987) proporcionan una guía sobre las variables económicas W que pueden ser apropiadas.

Combinación usando Modelos de Regresión de Transición suave

En algunos casos, puede ser más apropiado suponer un cambio gradual en las ponderaciones de la combinación a medida que el sistema pasa de un régimen a otro. En estos casos, son útiles los modelos de regresión de transición suave de la forma :

$$y_t = (1 + e^{\xi^{V_{t-1}}})^{-1} (a_1 f_t^1 + a_2 f_t^2) + (1 - (1 + e^{\xi^{V_{t-1}}})^{-1}) (a_3 f_t^1 + a_4 f_t^2)$$

donde V_{t-1} es alguna función del error de pronóstico rezagado. Las siguientes formas pueden ser consideradas :

$$V_{t-1} = z_{t-1}^1,$$

$$V_{t-1} = z_{t-1}^2,$$

$$V_{t-1} = \hat{a}_1 z_{t-1}^1 + \hat{a}_2 z_{t-2}^1 + \dots + \hat{a}_n z_{t-n}^1,$$

$$V_{t-1} = \hat{b}_1 z_{t-1}^2 + \hat{b}_2 z_{t-2}^2 + \dots + \hat{b}_n z_{t-n}^2$$

donde los \hat{a}_i , $i=1, \dots, n$ son los coeficientes estimados del proceso autorregresivo :

$$z_{t,1} = \hat{a}_1 z_{t-1}^1 + \hat{a}_2 z_{t-2}^1 + \dots + \hat{a}_n z_{t-n}^1$$

y los \hat{b}_i están definidos de forma similar. En algunos casos estos modelos se comportan mejor que los modelos de regresión "switching", pero son un poco más

complicados, puesto que el valor de \underline{g} que minimiza la suma de cuadrados del error dentro de la muestra debe ser buscada a través de una malla.

2.1.1.5 Procedimientos de combinación para series no estacionarias

Hasta ahora todos los procedimientos de combinación presentados exigen que la serie y_t que se va a pronosticar sea estacionaria. Sin embargo, en la práctica, muchas de las series macroeconómicas no son estacionarias y por lo tanto es necesario incorporar esta característica en el procedimiento de combinación.

En el caso de series no estacionarias, si se supone que los pronósticos candidatos para la combinación son *insesgados* y débilmente eficientes⁴, Holden y Peel (1989) sugieren que no se debe incluir el intercepto en la regresión combinante propuesta por Granger y Ramanathan.

Ahora bien, si los pronósticos no son insesgados dichos autores sugieren introducir una constante en la regresión y restringir las ponderaciones de los pronósticos a que sumen la unidad. En decir, Holden y Peel sugieren correr la regresión:

$$y_t = b_0 + b_1 f_t^1 + b_2 f_t^2 + \dots + b_k f_t^k$$

sujeta a

$$b_k = 1 - b_1 - b_2 - \dots - b_{k-1}.$$

Otros procedimientos incorporan directamente el concepto de cointegración en la obtención de la regresión combinante. Cuando y_t es integrada de orden 1 de manera que los cambios de la serie son estacionarios, Hallman y Kamstra(1989) discuten como obtener un pronóstico combinado para y_t . Si y_t es $I(1)$, cualquier pronóstico razonable f debería ser cointegrado con ella, a través del vector de cointegración $(1, -1)$. Si esto no ocurre, el error del pronóstico $y_t - f_t$ no será

estacionario. Sea $f_{t,h}^i$ el pronóstico del modelo i para y_{t+h} realizado en el período t , $i=1,2,\dots,k$. Si $y_t - f_{t-h,h}^i$ y $y_{t-h} - y_t$ son $I(0)$, entonces también lo es:

$$Z_{i, t-h} = f_{t-h,h}^i - y_{t-h}$$

Si $h=1$, el pronóstico combinado para la serie y_t se puede obtener de la relación :

$$\Delta y_t = m + b_1 z_{t-1}^1 + b_2 z_{t-1}^2 + \dots + b_k z_{t-1}^k + e_t$$

o,

$$y_t = m + y_{t-1} + b_1 (f_{t-1,1}^1 - y_{t-1}) + b_2 (f_{t-1,1}^2 - y_{t-1}) + \dots + b_k (f_{t-1,1}^k - y_{t-1}) + e_t$$

Puesto que $(f_{t-1,1}^j - y_{t-1})$ puede interpretarse como el pronóstico del modelo del cambio en y_t hecho por el j -ésimo modelo, en la ecuación para Δy_t el cambio en y_t se puede considerar que es explicado por una combinación lineal de los pronósticos del cambio. Esto no es igual a la combinación lineal de los pronósticos en niveles. Si se reescribe la última ecuación como:

$$y_t = m + (1 - \sum_{i=1}^k b_i) y_{t-1} + \sum_{i=1}^k b_i f_{t-1,1}^i + e_t$$

se observan varias diferencias; primero, cuando se combinan pronósticos de una serie integrada, se debe incluir un rezago de la serie pronosticada. Segundo, los coeficientes de la regresión exceptuando m , deben ser restringidos a que sumen uno. Tercero, si los coeficientes b_i suman la unidad la variable dependiente rezagada en la ecuación desaparece. Cuarto, puesto que todas las variables en la ecuación para Δy_t son $I(0)$, los estadísticos t de los regresores,

⁴ Una definición de pronósticos débilmente eficientes se encuentra descrita en la sección 3.

incluyendo la constante m pueden ser empleados para decidir si todos los pronósticos deben ser retenidos en la combinación. Además, probablemente los $z_{i,t}^i$ estarán menos correlacionados entre sí de lo que están los pronósticos originales, de modo que los estadísticos t de los coeficientes son más exactos que cuando se combinan los pronósticos vía regresión.

Para el caso de ponderaciones cambiantes de Deutsch, Granger y Teräsvirta (1994) los autores sugieren, siguiendo a Hallman y Kamstra (1989), modificar el primer modelo de combinación como:

$$y_t = I(t \in I_1)(a_1 f_t^1 + a_2 f_t^2) + (1 - I(t \in I_1))(a_3 f_t^1 + a_4 f_t^2) + a_5 y_{t-1}$$

También Coulson y Robins (1993) sugieren que cuando no hay estacionariedad, y existe autocorrelación, su procedimiento debería ser reconsiderado, puesto que en el caso de series no estacionarias no existe la media incondicional. Ellos recomiendan usar la siguiente ecuación de regresión:

$$\Delta y_t = \xi_0 + \xi_1(f_t^1 - y_{t-1}) + \xi_2(f_t^2 - y_{t-1}) + \dots + \xi_k(f_t^k - y_{t-1}) + v_t$$

Existen otros procedimientos más elaborados para combinar pronósticos. Por ejemplo, Donaldson y Kamstra (1996) describen un método de combinación basado en Redes Neuronales, el cual tiene en cuenta relaciones no lineales complejas que no son capturadas por los modelos lineales tradicionales. Sin embargo, cuando se cuenta con una pequeña base muestral, los métodos más simples de combinación han mostrado ser la aproximación más robusta y efectiva. Antes de usar un método más elaborado de combinación, se recomienda comenzar con ponderaciones iguales a través de todos los modelos.

Aún cuando la base muestral sea grande, se ha mostrado que si existe una gran correlación positiva entre los errores de los pronósticos, no se puede esperar grandes ganancias en la combinación, Bunn (1985). Además, si se usa un método

de optimización inestable, los resultados podrían ser mucho peores que el método simple de usar ponderaciones iguales.

Las combinaciones más efectivas son logradas cuando no existe correlación positiva entre los errores de los pronósticos individuales. La correlación negativa es bastante rara, pero cuando ocurre la ganancia en la combinación puede ser mayor. Bunn (1979) reporta un caso donde la reducción en el error cuadrático medio fue de 80%. En los pronósticos económicos, donde generalmente existe alta correlación positiva entre los modelos rivales, es difícil obtener ganancias grandes en precisión.

3. Evaluación de las características de los pronósticos

En la sección anterior se mostró que las características de los pronósticos usados en la combinación son decisivas en la elección de los métodos de combinación que van a ser empleados. Debido a que el insesgamiento de los pronósticos es de mucha importancia en la elección del método, en esta sección se presenta un procedimiento para contrastar esta característica. También se presenta un contraste de hipótesis para verificar si alguno de los pronósticos domina a todos los demás (en cuyo caso la combinación puede no resultar útil) y un contraste para verificar si el pronóstico combinado tiene un error cuadrático medio significativamente menor que cualquiera de los pronósticos individuales. Esta sección está dividida en dos partes; en la primera se discuten algunos análisis que deberían ser realizados para evaluar las características de los pronósticos que van a ser combinados y en la segunda parte se especifican en detalle algunas de las pruebas que se deben realizar sobre los pronósticos.

3.1 Propiedades de los errores de pronóstico

Antes de proceder a realizar la combinación es importante evaluar las características y determinar la calidad de los pronósticos que van a ser combinados. Si los pronósticos que se van a usar son óptimos, entonces deberían cumplir las siguientes propiedades:

- i) Los errores de pronóstico deben tener media cero.
- ii) Los errores de pronóstico 1-paso adelante deben ser ruido blanco⁵.
- iii) Preferencialmente, los errores de pronóstico se deben distribuir normalmente.

Para verificar si se cumplen estas propiedades, inicialmente se pueden considerar gráficos de los errores de pronósticos los cuales informan sobre sus magnitudes, y posibles sesgos, determinados estos por alejamientos sistemáticos por arriba o

⁵ Si la serie que se desea pronosticar es estacionaria Diebold y Lopez (95) muestran, para modelos ARIMA, que los errores de pronóstico k pasos adelante proceden de un $MA(L)$ con $L \leq k - 1$

por debajo de la media teórica cero. Un análisis descriptivo de los errores proporcionará información sobre la localización (sesgos), variabilidad, asimetría y posibles errores atípicos, señalados estos por una alta curtosis. La existencia de errores atípicos puede alertar sobre la posibilidad de incluir métodos robustos para el cálculo de las ponderaciones.

La sospecha de sesgos en los pronósticos puede ser contrastada, bajo normalidad de los errores, usando el procedimiento sugerido por Holden y Peel, 1989. Si se rechaza la hipótesis de insesgamiento, la técnica empleada para realizar la combinación de pronósticos debería tener en cuenta este hecho. En caso de no normalidad, Campbel y Ghysels (1995) sugieren el empleo de contrastes no paramétricos.

El análisis de la relación entre los términos de los errores en el tiempo puede realizarse a través del correlograma de los errores del pronósticos y un contraste de hipótesis sobre la significancia de las autocorrelaciones puede ser realizado usando el contraste de Ljung y Box , (1978). El empleo de este contraste exige normalidad en los errores de pronóstico. Alternativas no paramétricas se encuentran en Dofour (1981) y Cumby y Huizinga (1992).

Otro aspecto de interés es el análisis de las relaciones entre los pronósticos a través de la matriz de correlación de sus errores. Altas correlaciones positivas indican que la combinación de los correspondientes pronósticos puede no proporcionar mejoras en la predicción, mientras correlaciones negativas sugieren que la combinación de los respectivos pronósticos puede resultar en una alta ganancia en precisión.

Una manera de contrastar si existe un pronóstico que domina (o incorpora) a todos los demás (y por tanto, una combinación de estos pronósticos puede no resultar útil), es realizar el contraste de encompassing (Fair y Shiller (1989, 1990)).

Finalmente, cuando se obtienen pronósticos combinados, es importante verificar si realmente existe una ganancia en precisión con respecto a cada uno de los pronósticos individuales usados. El contraste de Granger y Newbold (1977) permite contrastar la hipótesis de que hay una reducción estadísticamente significativa del error cuadrático medio del pronóstico combinado con respecto a cada uno de los pronósticos individuales.

3.2 Pruebas de evaluación de los pronósticos

3.2.1 Contraste de Insegamiento

Un contraste convencional para verificar insegamiento *ex-post* de una serie particular de pronósticos se basa en estimar la ecuación (Holden y Peel (1989))

$$y_t = a + b f_t^j + u_t$$

donde f_t^j es el t-ésimo pronóstico empleando el j-ésimo modelo, u_t es un término de error, a y b son constantes y $t=1,2,\dots,n$. Bajo este modelo, se acepta insegamiento si el contraste de la hipótesis conjunta $a=0$ y $b=1$ no se rechaza.

Para series no estacionarias, Holden y Peel (1989) proponen un contraste alternativo que se basa en ajustar la siguiente ecuación:

$$y_t - f_t^j = a + u_t$$

o

$$y_t - f_t^j = a' + I X_{t-1} + v_t$$

donde X_{t-1} es el conjunto de información rezagada y u_t y v_t son los errores del proceso.

Si a es cero, el pronóstico es insesgado. Si u_t no está serialmente correlacionado (dado el horizonte del pronóstico), el pronóstico es **débilmente eficiente**. Si el pronóstico es débilmente eficiente y I y a' son cero entonces el pronóstico es **fuertemente eficiente**.

3.2.2 Contraste de “Encompassing”

Los contrastes de “encompassing” de pronósticos permiten determinar si un cierto pronóstico incorpora toda la información relevante de los pronósticos rivales. Esta idea tiene origen en Nelson (1972) y Cooper y Nelson (1975) y fue formalizada y extendida por Chong y Hendry (1986). A continuación se describe el contraste para dos pronósticos $f^1_{t,h}$ y $f^2_{t,h}$.

Considere la regresión

$$y_{t+h} = b_0 + b_1 f^1_{t,h} + b_2 f^2_{t,h} + e_{t+h}$$

Si $(b_0, b_1, b_2) = (0, 1, 0)$ se dice que el modelo de pronósticos 1 incorpora el modelo 2, y si $(b_0, b_1, b_2) = (0, 0, 1)$, entonces el modelo 2 incorpora al modelo 1. Para cualquier otro valor de (b_0, b_1, b_2) se dice que ningún modelo incorpora al otro, y por tanto los dos pronósticos contienen información útil sobre y_{t+h} .

Cuando las series son integradas de orden uno, Fair y Shiller (1989, 1990) se basan en la regresión

$$(y_{t+h} - y_t) = b_0 + b_1(f^1_{t,h} - y_t) + b_2(f^2_{t,h} - y_t) + e_{t+h}$$

Como antes, la ocurrencia de los vectores $(0, 1, 0)$ o $(0, 0, 1)$ indican la existencia de “encompassing”. En este caso, la especificación en términos de cambios facilita el uso de la teoría normal asintótica.

3.2.3 Contraste de Reducción Significativa del Error Cuadrático Medio

Cuando se comparan los Errores Cuadráticos Medios de dos pronósticos es importante contrastar si la reducción en el error de uno de ellos es significativa. Para contrastar esta hipótesis, Granger y Newbold (1977) construyeron el siguiente contraste.

Si se define a z_t^j , $j=1,2$ como los errores de pronóstico un paso adelante del primer y segundo modelo y si z_t^j , $j=1,2$, son insesgados, no autocorrelacionados y proceden de una distribución normal bivariada, el contraste consta de dos etapas:

a) Se construye $S_t = z_t^1 + z_t^2$, y $D_t = z_t^1 - z_t^2$.

b) Se estima una regresión de S_t sobre una constante y D_t .

Si el coeficiente de D_t es significativamente diferente de cero, entonces se puede concluir que el Error Cuadrático Medio del modelo 1 es significativamente distinto al del modelo 2. Además, si el término constante de la regresión estimada es significativamente diferente de cero entonces z_t^1 , y/o z_t^2 son sesgados.

Por tanto, ya que un término constante significativo indica la violación de uno de los supuestos necesarios para la validez del contraste, esta condición debe verificarse.

4. Aplicación a la serie de inflación.

En la tabla 1 se muestran los modelos considerados en este trabajo para pronosticar la inflación colombiana, medida como la variación anual del IPC; los diez primeros modelos corresponden a regresiones simples, basados en la teoría económica, mientras que los cinco modelos finales son de series de tiempo, cuatro multivariados (VAR) y uno univariado (ARIMA).

Para cada uno de estos quince modelos se obtuvieron los pronósticos fuera de muestra para la inflación en el periodo trimestral 1992:I - 1998:II, para horizontes de uno, dos, tres y cuatro trimestres.

4.1 Análisis de los errores de pronóstico de los modelos

Antes de implementar metodologías de combinación de los pronósticos para los modelos considerados, se analizaron varias características de los errores de pronóstico para cada uno de los modelos en los diferentes horizontes mencionados.⁶

En las gráficas A.1.1, A.1.2, A.1.3 y A. 1.4 del anexo se muestran los errores de pronóstico para todos los modelos ordenados por horizonte. En general se observan dos características que son inherentes a este tipo de estudios; la magnitud y variabilidad del error de pronóstico se aumenta con el horizonte. Por ejemplo, se puede observar que mientras que para pronósticos realizados un trimestre adelante (horizonte 1) se tiene un error promedio de alrededor de un punto y medio de la inflación, para horizontes de 4 trimestres este error en promedio se incrementa a casi tres puntos. Otro resultado importante es el relacionado con el sesgo, si un modelo pronostica adecuadamente se espera

⁶ El error de pronóstico del modelo k para un horizonte h en el tiempo t se define como :

$$\hat{\mathbf{e}}_t^k = \text{Inf}_t - \hat{\text{Inf}}_{t,h}^k$$

donde $\hat{\text{Inf}}_{t,h}^k$ representa el pronóstico de la inflación en el periodo t con información hasta el periodo $t-h$, utilizando el modelo k .

Tabla 1
Modelos

Modelo 1	$\Delta LIPC_t = b_0 + b_1 \Delta LIPC_{t-2} + b_2 \Delta LIPC_{t-4} + b_3 DIFYR_{t-1} + e_t$
Modelo 2	$\Delta LIPC_t = b_0 + b_1 \Delta LIPC_{t-2} + b_2 \Delta LIPC_{t-4} + b_3 DIFYRP_{t-1} + b_4 \Delta LM1_{t-1} + e_t$
Modelo 3	$\Delta LIPC_t = b_0 + b_1 \Delta LM1_{t-1} + b_2 \Delta LM1_{t-2} + b_3 \Delta LPIBK_{t-1} + b_4 \Delta CDT_{t-2} + e_t$
Modelo 4	$\Delta LIPC_t = b_1 \Delta LIPC_{t-1} + b_2 \Delta LIPC_{t-4} + b_3 DIFE_t + b_4 DIFW_t + e_t$
Modelo 5	$\Delta LIPC_t = b_0 + b_1 \Delta LIPC_{t-2} + b_2 \Delta LIPC_{t-4} + b_3 DIFYRP_{t-4} + b_4 \Delta LM3B_{t-1} + e_t$
Modelo 6	$\Delta LIPC_t = b_0 + b_1 \Delta LIPC_{t-2} + b_2 \Delta LIPC_{t-4} + b_3 DIFYRP_{t-1} + b_4 \Delta LBASE_{t-1} + e_t$
Modelo 7	$\Delta LIPC_t = b_0 + b_1 \Delta LBASE_{t-1} + b_2 \Delta LBASE_{t-2} + b_3 \Delta LPIBK_{t-1} + b_4 \Delta CDT_{t-1} + e_t$
Modelo 8	$\Delta LIPC_t = b_0 + b_1 \Delta LM1_{t-1} + b_2 \Delta LM1_{t-2} + b_3 \Delta CDT_{t-1} + b_4 \Delta LPRALIM_t + e_t$
Modelo 9	$\Delta LIPC_t = b_0 + b_1 \Delta LIPC_{t-4} + b_2 DIFYR_{t-1} + b_3 \Delta LPRALIM_t + e_t$
Modelo 10	$\Delta LIPC_t = b_0 + b_1 \Delta LM1_{t-1} + b_2 \Delta LIPC_{t-4} + b_3 DIFYR_{t-1} + b_4 \Delta LPRALIM_t + e_t$
VAR_ME	$\begin{bmatrix} \Delta Inf_t \\ \Delta IPRST_t \\ \Delta Inf_Me_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11,3}(L) & A_{12,3}(L) & A_{13,3}(L) \\ A_{21,3}(L) & A_{22,3}(L) & A_{23,3}(L) \\ A_{31,3}(L) & A_{32,3}(L) & A_{33,3}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Inf_{t-1} \\ \Delta IPRST_{t-1} \\ \Delta Inf_Me_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \\ e_{3t} \end{bmatrix}$
VAR_SS	$\begin{bmatrix} \Delta Inf_t \\ \Delta IPRST_t \\ \Delta Inf_SS_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11,4}(L) & A_{12,4}(L) & A_{13,4}(L) \\ A_{21,4}(L) & A_{22,4}(L) & A_{23,4}(L) \\ A_{31,4}(L) & A_{32,4}(L) & A_{33,4}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Inf_{t-1} \\ \Delta IPRST_{t-1} \\ \Delta Inf_SS_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \\ e_{3t} \end{bmatrix}$
VAR_20	$\begin{bmatrix} \Delta Inf_t \\ \Delta IPRST_t \\ \Delta Inf_20_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11,2}(L) & A_{12,2}(L) & A_{13,2}(L) \\ A_{21,2}(L) & A_{22,2}(L) & A_{23,2}(L) \\ A_{31,2}(L) & A_{32,2}(L) & A_{33,2}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Inf_{t-1} \\ \Delta IPRST_{t-1} \\ \Delta Inf_20_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \\ e_{3t} \end{bmatrix}$
VAR_SA	$\begin{bmatrix} \Delta Inf_t \\ \Delta IPRST_t \\ \Delta Inf_SA_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11,2}(L) & A_{12,2}(L) & A_{13,2}(L) \\ A_{21,2}(L) & A_{22,2}(L) & A_{23,2}(L) \\ A_{31,2}(L) & A_{32,2}(L) & A_{33,2}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Inf_{t-1} \\ \Delta IPRST_{t-1} \\ \Delta Inf_SA_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \\ e_{3t} \end{bmatrix}$
ARIMA	$(1 - f_1 L - f_2 L^2)(1 - L^{12}) \Delta LIPC_t = (1 - q_1 L^{12}) e_t$
Definiciones	
Δ :	Operador de diferencia ($\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$)
LIPC :	Logaritmo del Índice de Precios al Consumidor
DIFYR _t :	LOG(PIBKD _t) - LOG(PIBKDHP _t)
PIBKD _t :	PIBK _t Desestacionalizado a través de X-11
PIBKDHP _t :	componente permanente de PIBKD _t bajo Hodrick-Prescott
$DIFYRP_t =$	$\begin{cases} DIFYR_t & \text{si } DIFYR_t > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$
LM1 :	Logaritmo de M1
CDT :	Tasa de interés de los certificados de los depósitos a termino a 90 días.
DIFE _t =	DEVAL _t - Inf _{t-1} donde DEVAL es la Devaluación
DIFW _t =	Δ LSALAR _t - Inf _{t-1} donde LSALAR es el logaritmo de Salarios
LM3 :	Logaritmo de M3
LBASE :	Logaritmo de la Base Monetaria
LPRALIM:	Logaritmo de los Precios relativos de los alimentos
A _{ij,p} (L):	Polinomio ij de grado P en el operador de rezago L .
IPRST :	Índice de producción real de la industria manufacturera sin trilla de café.
INF_ME :	Inflación básica estimada como la mediana ponderada.
INF_SS :	Inflación sin servicios y sin alimentos.
INF_20 :	Inflación básica estimada como la media truncada al 20%.
INF_SA :	Inflación sin alimentos.

que en promedio los errores de pronóstico sean cero. Sin embargo para horizontes mayores como el de cuatro, no se observa esta propiedad para la mayoría de los modelos, es decir, los pronósticos de varios modelos presentan durante largos períodos sesgos significativos que subestiman o sobrestiman la inflación.

En la tabla 2, descrita en el anexo, se analizan formalmente algunas características de los errores de pronóstico; el insesgamiento con la prueba de Holden y Peel (1989), la autocorrelación con la prueba de Ljung-Box y la normalidad con la prueba Jarque-Bera. Los resultados obtenidos son consistentes con el análisis de las gráficas A.1.1 - A.1.4; para horizontes de 1 y 2 trimestres la mayoría de los modelos presentan errores de pronóstico insesgados y no correlacionados, mientras que para horizontes de 3 y 4 trimestres, en general, sucede lo contrario. Es de señalar que los resultados obtenidos en las pruebas de normalidad no muestran evidencia de no normalidad en la mayoría de todos estos errores.

Hasta el momento solamente se han analizado características individuales de los pronósticos de los modelos. En las tablas 3 y 4 se analizan algunas características conjuntas o comparaciones. En las tablas 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4 se muestran las correlaciones contemporáneas entre los errores de pronóstico de los quince modelos para cada uno de los cuatro horizontes considerados. En general y como era de esperarse, se observa que la mayoría de correlaciones son positivas, y algunas de ellas son muy altas, indicando que se debe tener muy en cuenta los efectos de multicolinealidad cuando se realicen mezclas de pronósticos. También es interesante notar que la mayor parte de las correlaciones negativas⁷ están asociadas a relaciones de los modelos VAR y ARIMA con los modelos restantes. Esto último indica que una combinación de pronósticos

⁷ Como se había indicado anteriormente, en este contexto una correlación no positiva entre dos modelos indica que sus pronósticos contienen información complementaria y por tanto una combinación de estos debe resultar en una ganancia significativa en precisión.

debería incluir dos grupos de modelos; el primer grupo conformado por modelos estructurales y el segundo por modelos de series de tiempo (VAR y ARIMA).

Para finalizar el análisis preliminar de los pronósticos de los modelos se realizaron pruebas de “*encompassing*”. Este tipo de pruebas permite determinar si los pronósticos de un modelo incorpora (o “*encompasa*”) toda la información relevante con respecto a los pronósticos de otro modelo. En la tabla 4 se muestran los resultados de estos tests, para los cuatro horizontes analizados, siguiendo la metodología de Fair y Shiller (1989, 1990), en esta tabla se presentan las pruebas de “*encompassing*” de algunos modelos con respecto a cada uno de los catorce modelos restantes⁸. En general, se puede concluir que en todos los horizontes no existe un modelo que “*encompase*” a todos los restantes. Es decir, bajo este punto de vista se garantiza que las metodologías de combinación de pronósticos pueden proveer más información sobre el evento que está siendo pronosticado y por consiguiente pueden mejorar los pronósticos en términos de precisión.

Cabe anotar que el modelo ARIMA para el horizonte de un trimestre es el único caso en el cual un modelo “*encompasa*” a otros. Sin embargo, a niveles de significancia del 5% ó 10% el modelo ARIMA no “*encompasa*” a todos los modelos restantes.

4.2 *Combinación de los pronósticos de la Inflación*

En esta sección se implementan varias metodologías para la combinación de los pronósticos de los quince modelos ya reseñados de la inflación Colombiana.

La muestra inicial de pronósticos de la inflación se dividió en dos partes con el objeto de efectuar una mejor evaluación de los resultados obtenidos a través de esta metodologías. La primera submuestra, entre 1992 y 1996, se utilizó para identificar y estimar las ponderaciones o parámetros asociados a cada uno de los métodos de combinación, mientras que la segunda submuestra, entre 1997 y

⁸ Sin embargo, la tabla completa de todos los modelos puede ser solicitada a los autores.

1998, se utilizó para realizar comparaciones de criterios de evaluación de pronósticos entre los métodos de combinación estimados y los quince modelos utilizados.

En una primera etapa se utilizaron cuatro tipos de metodologías, dos diseñadas para series no estacionarias, como es el caso de la inflación para la muestra analizada, y dos de control. Específicamente, las metodologías de Hallman y Kamstra (1989), de Coulson y Robins (1993)⁹, de Granger y Ramanathan (1984) y la de los promedios¹⁰. Las dos últimas metodologías, de control, se incluyeron con el propósito de realizar comparaciones con respecto a técnicas más sencillas que usualmente son las primeras en ser utilizadas en este tipo de trabajos.

Eliminando el método de los promedios, las restantes tres metodologías utilizadas para la combinación de pronósticos se pueden analizar dentro del contexto de modelos de regresión, en este caso la variable dependiente esta relacionada con la inflación, y las variables explicativas o regresores están asociadas a los pronósticos de los modelos indicados en la tabla 1. La especificación de los modelos de combinación, la cual determina las variables explicativas relevantes en el análisis, fue realizada utilizando técnicas tradicionales de selección de modelos¹¹.

Debido a las altas correlaciones entre los pronósticos de algunos modelos, además de las pruebas tradicionales de diagnóstico sobre los residuales de estos modelos se hizo énfasis en la implementación y el análisis de varias medidas que permiten detectar el problema de multicolinealidad. En general, las pruebas realizadas sobre los modelos finales, en esta etapa, no muestran indicios de multicolinealidad o de autocorrelación de los errores.

⁹ Las metodologías de Hallman y Kamstra y Coulson y Robins son discutidas en la sección 2.1.1.5.

¹⁰ La metodología de los promedios es una de las formas más sencillas para obtener una combinación de pronósticos y consiste en un promedio simple de todos los pronósticos de los modelos que se desean mezclar.

¹¹ Cp de Mallow, criterios AIC, BIC y técnicas Stepwise.

Posteriormente, sobre los modelos finales de la primera etapa se implementaron metodologías de combinación que permiten que los parámetros del modelo (β) cambien en el tiempo. En particular, se utilizaron los métodos de Sessions y Chatterjee (1989), y de Deutsch, Granger y Teräsvirta (1994).

En la técnica de Sessions y Chatterjee se supuso un modelo de estado espacio donde los parámetros cambian de acuerdo a un modelo de una caminata aleatoria ($\mathbf{b}_t = \mathbf{b}_{t-1} + w_t$). Mientras que en la técnica de Deutsch, Granger y Teräsvirta se usan modelos “switching” de regímenes, donde se permite que las ponderaciones cambien inmediatamente cuando hay un cambio de régimen, y modelos de transición suave, donde las ponderaciones cambian gradualmente. Los regímenes fueron especificados en términos de los errores de pronóstico rezagados y de combinaciones autorregresivas de estos errores¹².

En general, los resultados obtenidos en este trabajo muestran que no es necesario el uso de este tipo de metodologías con parámetros cambiantes. En los modelos “switching” de regímenes de Deutsch, Granger y Teräsvirta (DGT) no se obtuvieron resultados significativos, y en los modelos de transición suave los parámetros γ , que establecen la no-linealidad, en general tampoco resultaron significativos. Con respecto a los modelos de estado espacio de Sessions y Chatterjee, se obtuvieron pronósticos y estadísticas de evaluación de pronósticos muy similares a los obtenidos por los modelos de combinación de la primera etapa.

Como fase final, siguiendo las sugerencias de Hallman y Kamstra (1989), los modelos obtenidos en la primera fase fueron estimados utilizando técnicas robustas. Específicamente, se utilizó un estimador de regresión tipo M con

¹² Una descripción de estos modelos es dada en la sección 2.1.1.4

ponderaciones de Huber¹³. Nuevamente, los resultados obtenidos fueron muy similares a los obtenidos en la primera etapa.¹⁴

Los resultados finales de los métodos de combinación son presentados en las tablas 5.1 y 5.2. En estos cuadros se muestran diferentes estadísticas de evaluación de los pronósticos¹⁵ para cada uno de los cuatro horizontes considerados. Para cada horizonte, se evaluaron las medidas en dos muestras, la primera corresponde a la muestra completa de pronósticos, 1992 :I a 1998 :II y la segunda a los pronósticos de los dos últimos años, 1997:I a 1998 :II.

En general, se puede observar que en términos del RMSE, los pronósticos de los métodos de combinación diseñados para variables no estacionarias, el de Hallman y Kamstra, y el de Coulson y Robins, se desempeñan mejor que todos pronósticos de los quince modelos considerados, tanto en la muestra completa como en la muestra final. El mejor modelo para los horizontes de 2, 3 y 4

¹³ Las técnicas robustas de regresión son un complemento importante a la metodología clásica de estimación por mínimos cuadrados, en el sentido de que proveen resultados similares cuando se tienen unos errores que provienen de una distribución normal. Sin embargo, las técnicas robustas presentan la ventaja que consiste en limitar la influencia de valores atípicos o de datos contaminados.

El estimador de regresión tipo M, introducido por Huber (1973), minimiza, para un p dado, la siguiente función objetivo :

$$\sum_{i=1}^n r\left(\frac{r_i(\mathbf{b})}{\mathbf{s}}\right)$$

donde $r_i(\mathbf{b})$ corresponde a los errores del modelo y σ es la desviación estándar del error. En el método de Huber se tiene :

$$r(x) = \begin{cases} x & \text{si } |x| < c \\ c|x|/x & \text{si } |x| \geq c \end{cases}$$

y σ se estima como la desviación absoluta promedio de los residuales. Es de anotar que la estimación de mínimos cuadrados corresponde al caso donde $\rho(x)=x^2$.

¹⁴ Los resultados son similares en términos de las estimaciones de los parámetros del modelo y de los pronósticos.

¹⁵ Se consideraron las siguientes medidas de evaluación de pronósticos :

MAE, MAPE, RMSE, RMSPE y U de Theil

Para estas estadísticas, menores valores indican que los pronósticos del modelo se acercan más a los valores observados de la serie. En particular, si los pronósticos coinciden con los valores observados de la serie, todas estas estadísticas son iguales a cero.

trimestres corresponde al Coulson y Robins y para el horizonte 1 el de Hallman y Kamstra.

Como se había comentado anteriormente, los modelos que hacen parte de la combinación final de Coulson y Robins o Hallman y Kamstra son especificados mediante técnicas de selección, en la tabla 7 se muestran los modelos que se incluyen en los mejores métodos de combinación para cada horizonte. En esta tabla se puede observar que las mejores combinaciones de pronósticos incluyen simultáneamente modelos estructurales y modelos de series de tiempo.

Adicionalmente, es importante anotar que la ganancia en precisión de la mejor combinación frente al mejor modelo individual es diferente según el horizonte usado. Para el caso de los pronósticos fuera de muestra (muestra 97:I a 98:II), la ganancia para el horizonte 1 es aproximadamente del 16.1%, para el caso del horizonte 2 es del 42.0%, para el horizonte 3 es del 21.3% y para el horizonte 4 es del 12.8%, observándose la mayor ganancia en el caso del horizonte 2 y la menor para el horizonte 4.

Para verificar si existe una ganancia significativa al utilizar los pronósticos de los métodos de combinación, se realizó la prueba de Granger y Newbold (1977) la cual evalúa si existe una reducción significativa en el error cuadrático medio al comparar pronósticos de dos modelos. En la tabla 6 se muestran los resultados obtenidos al comparar los pronósticos de cada uno de los quince modelos iniciales con respecto a los pronósticos derivados de los métodos de Hallman y Kamstra y de Coulson y Robins para horizontes de 1 y 2 trimestres¹⁶. Estos resultados confirman que para todos los casos los métodos de combinación de pronósticos superan significativamente, en términos de error cuadrático medio, a los pronósticos de los modelos iniciales.

¹⁶ Estas pruebas no se realizaron para los horizontes de 3 y 4 trimestres debido a que no cumplen los supuestos sobre los errores de pronóstico de la mayoría de los modelos que se desean comparar (véase sección 3.2.3).

5. Simulaciones

La segunda aplicación de las metodologías de combinación de pronósticos se llevó a cabo utilizando un ejercicio de simulación. El objetivo de este ejercicio es verificar si se obtienen los mismos resultados favorables para la combinación de pronósticos pero sin utilizar datos observados que dependan de una muestra en particular.

Los modelos utilizados para estimar los pronósticos y los tamaños de muestra usados en las simulaciones son similares a los empleados en el ejercicio de la inflación colombiana.

El proceso generador de los datos se simuló como un modelo VARX(4) sobre tres series I(1) no cointegradas (X_t, Y_t, Z_t) y una variable exógena (\bar{w}_t) :

$$\begin{bmatrix} \Delta X_t \\ \Delta Y_t \\ \Delta Z_t \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} S_{1t} \\ S_{2t} \\ S_{3t} \\ S_{4t} \end{bmatrix} + A_1 \begin{bmatrix} \Delta X_{t-1} \\ \Delta Y_{t-1} \\ \Delta Z_{t-1} \end{bmatrix} + A_2 \begin{bmatrix} \Delta X_{t-2} \\ \Delta Y_{t-2} \\ \Delta Z_{t-2} \end{bmatrix} + A_3 \begin{bmatrix} \Delta X_{t-3} \\ \Delta Y_{t-3} \\ \Delta Z_{t-3} \end{bmatrix} + A_4 \begin{bmatrix} \Delta X_{t-4} \\ \Delta Y_{t-4} \\ \Delta Z_{t-4} \end{bmatrix} + \mathbf{h}W_t + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1t} \\ \mathbf{e}_{2t} \\ \mathbf{e}_{3t} \end{bmatrix}$$

donde A_1, A_2, A_3 y A_4 representan matrices de parámetros de orden 3x3, α una matriz de orden 3x4 de coeficientes asociados a las “*dummies*” estacionales S_{1t}, S_{2t}, S_{3t} y S_{4t} , y η corresponde a un vector de parámetros de orden 3 relacionado con la variable exógena \bar{w}_t . El vector de errores se simuló normal multivariado con media cero y matriz de covarianzas Σ . Cada simulación incluyó 80 observaciones $(t=1,2,3,\dots,80)^{17}$.

¹⁷ Las matrices y vectores de parámetros $\alpha, A_1, A_2, A_3, A_4, \eta$ y Σ utilizadas en las simulaciones fueron tomadas de la estimación, para datos observados, de un modelo VARX similar al anterior, donde la variable X_t correspondía a la inflación colombiana.

Una vez se simuló el proceso generador de datos a través del modelo anteriormente especificado, se procedió en forma similar a la realizada en la aplicación de combinación de pronósticos para la inflación. Primero, se utilizaron tres modelos con el objeto de predecir la inflación (X_t) :

- Un modelo ARIMA, específicamente un modelo ARI(4,1) para X_t
- Un modelo de regresión, DX_t en función de DY_t , DZ_t y la variable exógena W_t .
- Un modelo VAR(4) sobre las series DX_t y DY_t .

Estos tres modelos se estimaron utilizando las primeras 48 observaciones de las series simuladas, posteriormente para cada modelo se obtuvieron 32 pronósticos fuera de muestra de X_t para horizontes de una y cuatro observaciones.

En una segunda etapa se implementaron las cuatro metodologías utilizadas en la sección 4 para la combinación de los pronósticos de los tres modelos propuestos. Es decir, se utilizaron las técnicas de Hallman y Kamstra, de Coulson y Robins, de Granger y Ramanathan y la de los promedios.

Al igual que en la sección 4.2, la muestra inicial de 32 pronósticos se dividió en dos partes. Las primeras 24 observaciones se utilizaron para estimar los parámetros asociados a cada uno de los métodos de combinación, y las 8 observaciones restantes se utilizaron para realizar pronósticos combinados fuera de muestra.

Finalmente, con el objeto de evaluar los pronósticos de los modelos propuestos y de los diferentes métodos de combinación se calculó la estadística RMSE para cada uno de los dos horizontes considerados. La estadística RMSE para cada horizonte fue evaluada en dos muestras, la primera corresponde a la muestra completa de los 32 pronósticos y la segunda a los últimos 8 pronósticos.

En la tabla 8 se presentan los resultados de la estadísticas RMSE basados en 10.000 simulaciones de los procesos anteriormente reseñados, en esta tabla se muestran los percentiles 25 (Q1), 50 (Mediana) y 75 (Q3) de las 10.000 estadísticas RMSE para cada horizonte, modelo y muestra considerados.

Los resultados de las simulaciones muestran que para todos los casos analizados los pronósticos combinados superan en precisión a los pronósticos de los modelos individuales. El método de combinación de Coulson y Robins tiene el mejor desempeño en los casos analizados y presenta una disminución de aproximadamente del 50% y 35% en el RMSE con respecto a los pronósticos de los modelos individuales para horizontes de uno y cuatro observaciones respectivamente.

6. Conclusiones

Los resultados presentados sobre las pruebas de “*encompassing*” para los 15 modelos empleados en la predicción de la inflación en Colombia, sugieren que es posible obtener pronósticos mejorados a partir de las técnicas de combinación de pronósticos, puesto que muestran que en todos los horizontes, con la posible excepción del horizonte 1, ningún modelo “*encompasa*” a los otros.

Las técnicas de combinación permiten obtener pronósticos, para cada uno de los horizontes analizados, que tienen significativamente mejor comportamiento que el pronóstico individual de cualquiera de los 15 modelos empleados hasta el momento para predecir la inflación.

Para el caso analizado de la inflación no todos los procedimientos de mezcla de pronósticos son útiles. Los métodos más elaborados, tales como las técnicas de combinación con coeficientes cambiantes (Sessions y Chatterjee, (1989) y Deutsch, Granger y Teräsvirta, (1994)), no presentan superioridad frente a las técnicas con coeficientes fijos que consideran la no estacionariedad en la serie de inflación (Hallman y Kamstra (1989) y Coulson y Robins (1993). Esto puede ser debido a lo corto del período muestral usado para la combinación.

La ganancia en precisión de la mejor combinación frente al mejor modelo individual es diferente según el horizonte usado. Para el caso de los pronósticos fuera de muestra (muestra 97:I a 98:II), la ganancia para el horizonte 1 es aproximadamente del 16.1%, para el caso del horizonte 2 es del 42.0%, para el horizonte 3 es del 21.3% y para el horizonte 4 es del 12.8%, observándose la mayor ganancia en el caso del horizonte 2 y la menor para el horizonte 4.

También es importante observar que aunque para los horizontes mayores los pronósticos generados por los modelos individuales poseen sesgos importantes,

los procedimientos de combinación empleados generan pronósticos que son insesgados.

Finalmente, en el ejercicio de simulación presentado, el cual se basa en modelos similares a los empleados en la predicción de la inflación en Colombia, los resultados obtenidos muestran que bajo el método de combinación de Coulson y Robins es posible obtener alrededor de un 50% y 35% de ganancia en precisión con respecto a cada uno de los modelos individuales para horizontes de uno y cuatro trimestres respectivamente.

REFERENCIAS

Barnard, G.A., (1963) 'New Methods of Quality Control', *Journal of the Royal Statistical Society A*, Vol. 126, 255-259.

Bates, J.M., and Granger, C.W.J., (1969) 'The Combination of Forecasts', *Operational Research Quarterly*, Vol. 20, 451-468.

Bilson, J.F.O. (1983), "The Evaluation and Use of Foreign Exchange Rate Forecasting Services", en R. Herring Editores, *Managing Foreign Exchange Rate Risk*, Cambridge University Press: Cambridge.

Blake, D., Beenstock, M. and Brasse, V. (1986) "The Performance of U.K. Exchange Rate Forecasters", *The Economic Journal*, 96, 986-999.

Box, G.E.P., and Jenkins, G.M., (1976) 'Time Series Analysis: Forecasting and Control', revised edition, San Francisco, Holden-Day.

Bunn, D. (1979) 'The Synthesis of Predictive Models in Marketing Research', *Journal of Marketing Research*, Vol 16, 280-283.

Bunn, D. (1985) 'Statistical Efficiency in the Linear Combination of Forecast', *International Journal of Forecasting*, 151-163.

Bunn, D. (1989) 'Forecasting with More than One Model', Vol. 8, 161-166.

Campbell, B. and Ghysels, (1995), "Federal Budget Projections: A Nonparametric Assesment of Bias and Efficiency", *Review of Economics and Statistics*, 77, 1-16.

Castaño, E. (1994) 'Combinación de Pronósticos y Variables Predictoras con Error', *Lecturas de Economía*, Vol 41, 59-80.

Chong, Y.Y. and Hendry, D.F. (1986) 'Econometric Evaluation of Linear Macroeconomic Models', *Review of Economic Studies*, Vol 53, 671-690.

Clemen, R.T. (1989) "Combining Forecasts: A review and Annotated Bibliography", *International Journal of Forecasting*, 5, 559-583.

Conroy, R. and Harris, R. (1987), "Consensus Forecasts of Corporate Earnings: Analysts' Forecasts and Time Series Methods", *Management Science*, 33, 725-738.

Cooper, D.M. and Nelson, C.R. (1975) 'The *ex ante* Prediction Performance of the St. Louis and F.R.B.-M.I.T. -Penn Econometric Models and Some Results on Composite predictors', *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol 7, 1-32.

Coulson, N.E. and Robins, R.P. (1993) 'Forecast Combination in a Dynamic Setting', *Journal of Forecasting*, Vol. 12, 63-67.

Cragg, J. and Malkiel, B. (1968) "The Consensus and accuracy of Some Predictions of the Growth in Corporate earnings", *Journal of Finance*, 23, 67-84.

Cumby, R.E., and Huizinga, J. (1992) "Testing Autocorrelation Structure of Disturbances in Ordinary Least Squares and Instrumental Variables Regression", *Econometrica*, 60, 185-195.

De Menezes, L. and Bunn, D.W. (1993) 'Diagnostic Tracking and Model Specification in Combined Forecasts of U.K.', *Journal of Forecasting*, Vol. 12, 559-572.

Deutsch, M., Granger, C.W. and Teräsvirta, T. (1994) 'The Combination of Forecasts Using Changing Weights', *International Journal of Forecasting*, Vol, 10, 47-57.

Diebold, F. X., (1988) 'Serial Correlation and the Combination of Forecasts', *Journal of Business and Economics Statistics*, Vol. 6, 105-111.

Diebold, F. X., and Lopez, J., (1995) 'Forecast Evaluation and Combination', manuscript, Department of Economics, University of Pennsylvania.

Diebold, F. X., and Pauly, P., (1987) 'Structural Change and the Combination of Forecasts', *Journal of Forecasting*, Vol. 6, 21-40.

Donaldson, R.G. and Kamstra, M. (1996) "Forecast Combining with Neural Networks", *Journal of Forecasting*, 15, 59-61.

Dofour, J.M. (1981) "Rank Tests for Serial Dependence", *Journal of Time Series Analysis*", 2, 117-128.

Doyle, P. and Fenwick, I.A. (1976) "Sales Forecasting: Using a Combination of Approaches", *Long-Range Planning*, 9, 60-64.

Elton, E.J., Gruber, M.J. and Gultekin, M. (1981) "Expectations and Share Prices", *Management Science*, 27, 975-987.

Engle, R.F., Granger, C.W.J., and Hallman, R.J., (1989) 'Merging Short-and Long Run Forecasts: an Application of seasonal Co-integration to Monthly Electricity Sales Forecasting', *Journal Of Econometrics*, Vol. 40, 45-62.

Engle, R.F., Granger, C.W.J., and Kraft, D.F. (1984) "Combing Competing Forecasts of Inflation Using a Bivariate ARCH Model", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 8, 151-165.

Fair, R.C. and Shiller, (1989) 'The Informational Content of *ex ante* Forecasts', *Review of Economics and Statistics*, Vol 71, 325-331.

Fair, R.C. and Shiller, (1990) 'Comparing Information in Forecasts from Econometric Models', *American Economic Review*, Vol. 80, 375-389.

Figlewski, S. and Urich, T. (1983) "Optimal Aggregation of Money Supply Forecasts: Accuracy, Profitability, and market Efficiency", *Journal of Finance*, 28, 695-710.

Granger, C.W.J., (1989) 'Combining Forecast -Twenty Years Later', *Journal of forecasting*, Vol. 8, 167-173.

Granger, C.W.J., and Newbold, P. (1977) 'Forecasting Economic Time Series', New York : Academic Press.

Granger, C.W.J., and Ramanathan, R., (1984) 'Improved Methods for Combining Forecasts', *Journal of Forecasting*, Vol. 3, 197-204.

Granger, C.W.J. and Teräsvirta, T. (1993) "Modeling Dynamic Nonlinear Relationships", Oxford University Press: Oxford.

Guerard J.B., and Beidleman, C.R. (1987) "Composite Earnings Forecasting Efficiency", *Interfases*, 17, 103-113.

Guerard J.B. (1989) "Composite Model Building for Foreign Exchange Rates", *Journal of Forecasting*, 8, 315-329.

Guerard J.B., and Clemen R.T. (1989) 'Collinearity and the use of Latent Root Regression for Combining GNP Forecasts', *Journal of Forecasting*, Vol. 8, 231-238.

Gunst, R.F., Webster, J.T., and Mason, R.L. (1976) "A comparison of Least Squares and Latent Roots Regression Estimators", *Technometrics*, 18, 75-83

Hafer, R.W., and Hein, S.E. (1985) "On the Accuracy of Time-Series, Interest rate, and Survey Forecasts of Inflation", *Journal of Business*, 58, 377-398.

Hallman, J. and Kamstra, M., (1989) 'Combining Algorithms Based on Robust Estimation Techniques and Co-integrating Restrictions', *Journal of Forecasting*, Vol. 8, 189-198.

Harvey, A. C. (1989) 'Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter', Cambridge, Cambridge University Press.

Hendry, D.F, and Mizon, G.E. (1978) "Serial Correlation as a Convenient Simplification, not a Nuisance: A comment on a Study of the Demand for Money by the Bank of England", *Economic Journal*, 88, 549-563.

Hoerl, A. E.R., Kennard, R.W. (1970) "Ridge Regression: Biased Estimation for Nonorthogonal Problems", *Technometrics*, 12, 55-67.

Hoerl, A. E.R., Kennard, R.W., and Baldwin, K.F. (1975) "Ridge Regression: Some Simulations", *Commun. Statist.*, 4, 105-123.

Holden, K., and Peel, D.A., (1989) 'Unbiasedness, Efficiency and the Combination of Economic Forecasts', *Journal of Forecasting*, Vol. 8, 175-188.

Holt, M.T., and Brandt, J.A. (1985) "Combining Price Forecasting with Hedging of Hogs: An Evaluation Using Alternatives Measures of Risk", *Journal of Future Markets*, 5, 297-309.

Huber, P.J. (1973) "Robust regression : Asymptotics, conjectures, and Monte Carlo.", *Annals of Statistics*, 1: 799-821.

Lin, C.J., and Teräsvirta, T. (1994) "Testing the Constancy of Regression Parameters Against Continuous Structural Change", *Journal of Econometrics*, por publicar.

Ljung, G.M., and Box, G.E.P. (1978) "On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models", *Biometrika*, 65, 297-303.

MacDonald, R., and Marsh, I.W. (1994) 'Combining Exchange Rate Forecasts: What is the Optimal Consensus Measure', *Journal of Forecasting*, Vol. 13, 313-332.

Makridakis, S. and R.L. Winkler, (1983), "Averages of forecasts: Some empirical results", *Management Science*, 987 - 996.

Melo, L. F., M.A. Misas. y H. Oliveros. (1997), "Evaluación de modelos econométricos de la inflación colombiana". Documento interno, Banco de la República.

Melo, L. F., M.A. Misas. y H. Oliveros. (1998), "Evaluación de modelos econométricos de la inflación colombiana". Documento interno, Banco de la República.

Mills, T.C., and Stephenson, M.J. (1987) "A Time Series Forecasting System for the U.K. Money Supply", *Economic Modeling*, July, 355-369.

Min, C. and Zellner, A. (1993) "Bayesian and non- Bayesian methods for Combining Models and Forecasts with Applications to Forecasting International Growth Rates", *Journal of Econometrics*, 56, 89-118.

Moriarty, M.M., and Adams, A.J. (1984) "Management Judgment Forecasts, Composite Forecasting Models, and Conditional Efficiency", *Journal of Marketing Research*, 21, 239-250.

Morris, P.A., (1974) 'Decision Analysis Expert Use', *Management Science*, Vol. 20, 1233-1241.

Nelson, C.R. (1972) 'The Prediction Performance of the F.R.B.-M.I.T.-Penn Model of the U.S. Economy', *American Economic Review*, Vol. 62, 902-917.

Newbold, P. and C.W.J. Granger (1974) "Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts", *Journal of the Royal Statistical Society A*, 137, 131-164.

Newbold, P., Zumwalt, J.K., and Kannan, S. (1987) "Combining Forecasts to Improve Earnings per Share Prediction: An Examination of Electric Utilities", *International Journal of Forecasting*, 3, 229-238.

Reid, D.J. (1968) "Combining Three Estimates of Gross Domestic Product", *Economica*, 35, 431-444.

Sessions, D.N. and Chatterjee, (1989) "The Combining of Forecasts using recursive techniques with nonstationary weights", *Journal of Forecasting*, 8, 239-251.

Sewall, M.A. (1981) "Relative Information Contributions of Consumer Purchase Intentions and Management Judgment as explainers of sales", *Journal of Marketing Research*, 18, 249-253.

Schnaars, S.P. (1987_a) "An Evaluation of Rules for Selecting an Extrapolation Model on Yearly Sales forecasts", *Interfaces*, 16, 100-107.

Schnaars, S.P. (1987_b) "A Comparison of Extrapolation Models on Yearly Sales forecasts", *International Journal of Forecasting*, 2, 71-85.

Stäel Von Holstein :-A.S. (1972) "Probabilistic Forecasting: An Experiment Related to the Stock Market", *Organizational Behavior and Human Performance*, 8, 39-158.

Stockton, D.J. and Glassman, J.E. (1987) "An Evaluation of the Forecasting Performance of Alternatives Models for Inflation", *The Review of Economics and Statistics*, 108-117.

Vinod, H.D., and Ullah, A. (1981) "Recent Advances in Regression Methods", New York: Marcel Decker.

Virtanen, I., and Yli-Olli, P. (1987) "Forecasting Stock Market Prices in a Thin Security Market", *OMEGA International Journal of Management Science*, 15, 145-155.

Volkov, V.Y. and Glakov, Y.M. (1995) 'Reconfigurable Combined Forecasts in a Non-stationary Inflationary Environment', *Journal of Forecasting*, Vol. 14, 395-404.

Webster, J.T., Gunst, R.F., and Mason, R.L. (1974) "Latent Roots Regression Analysis", *Technometrics*, 16, 513-522.

West, C.T. (1996) 'System Based Weights versus Series-specific Weights in the Combination of Forecasts' *Journal of Forecasting*, Vol. 15, 369-384.

ANEXO
Gráfico A.1.1
Errores de pronóstico estimados para horizontes de 1 trimestre

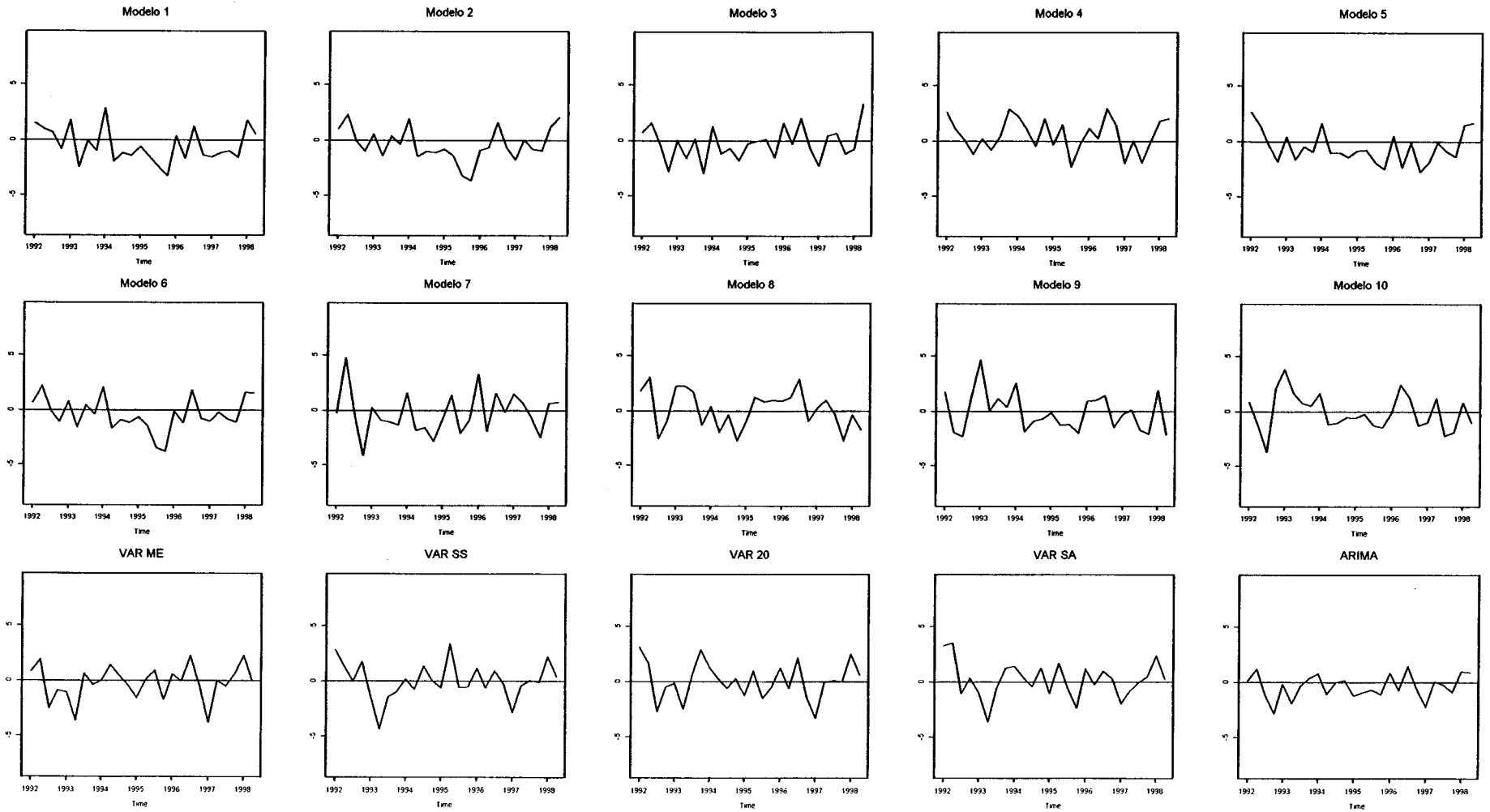


Gráfico A.1.2
Errores de pronóstico estimados para horizontes de 2 trimestres

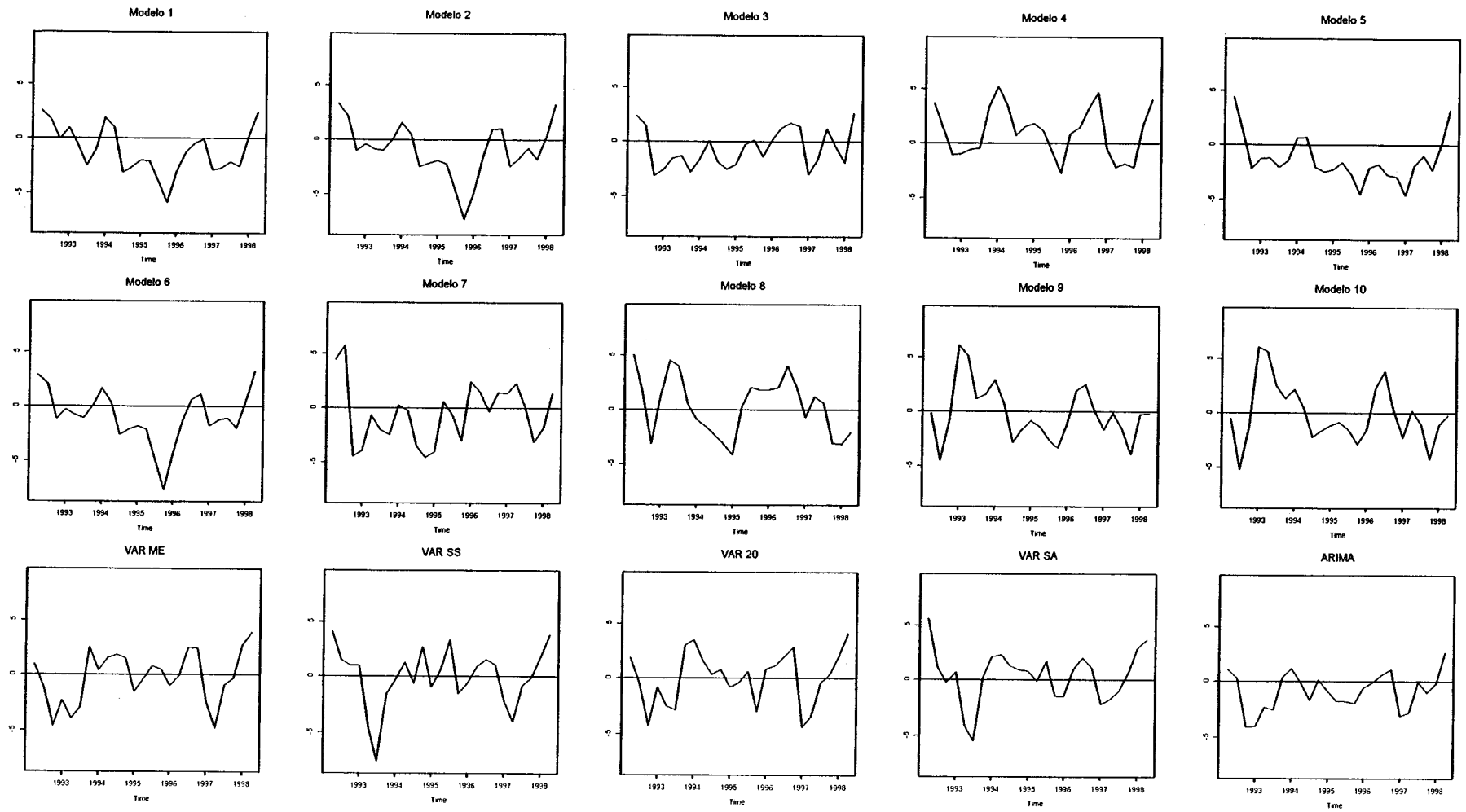


Gráfico A.1.3
Errores de pronóstico estimados para horizontes de 3 trimestres

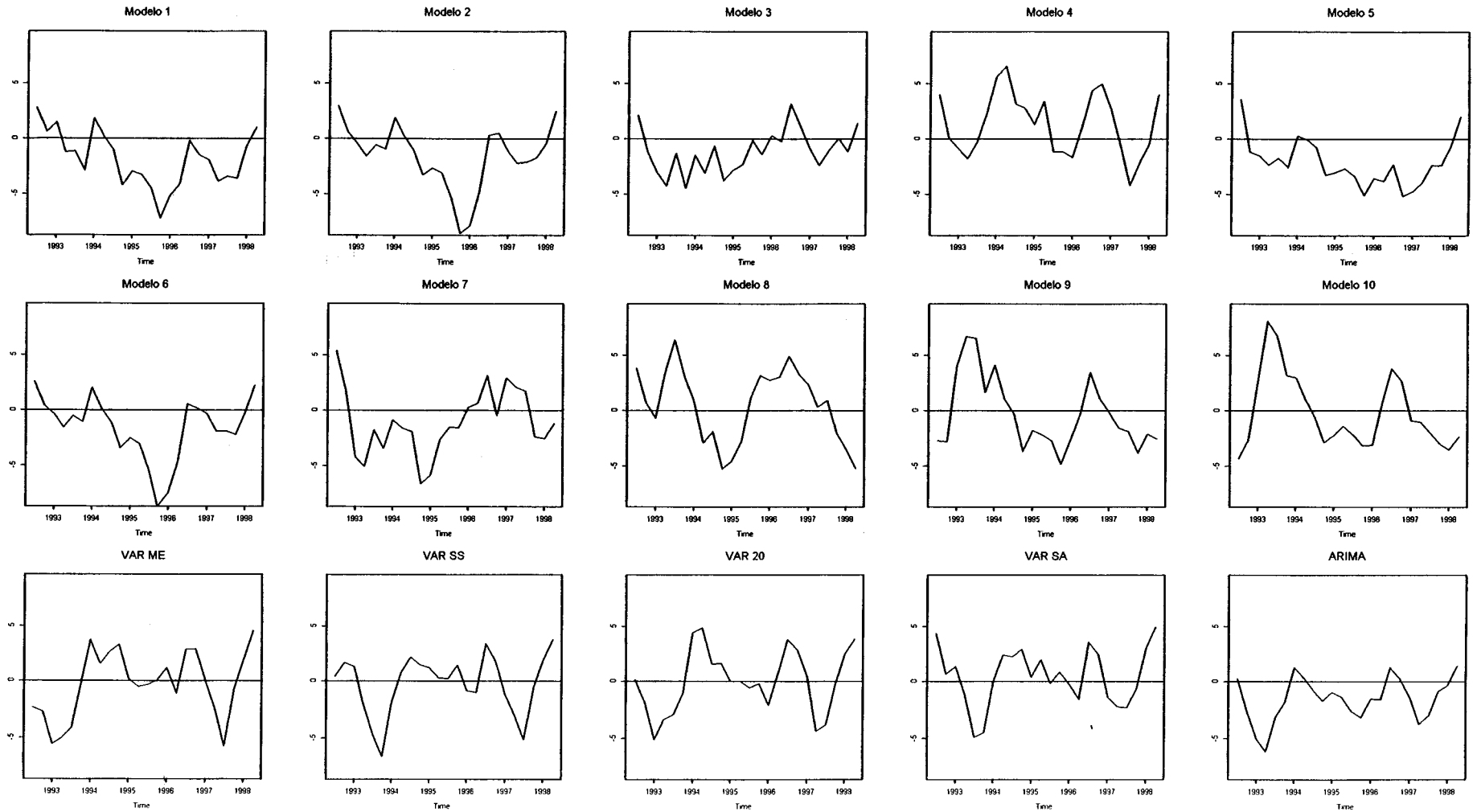


Gráfico A.1.4
Errores de pronóstico estimados para horizontes de 4 trimestres

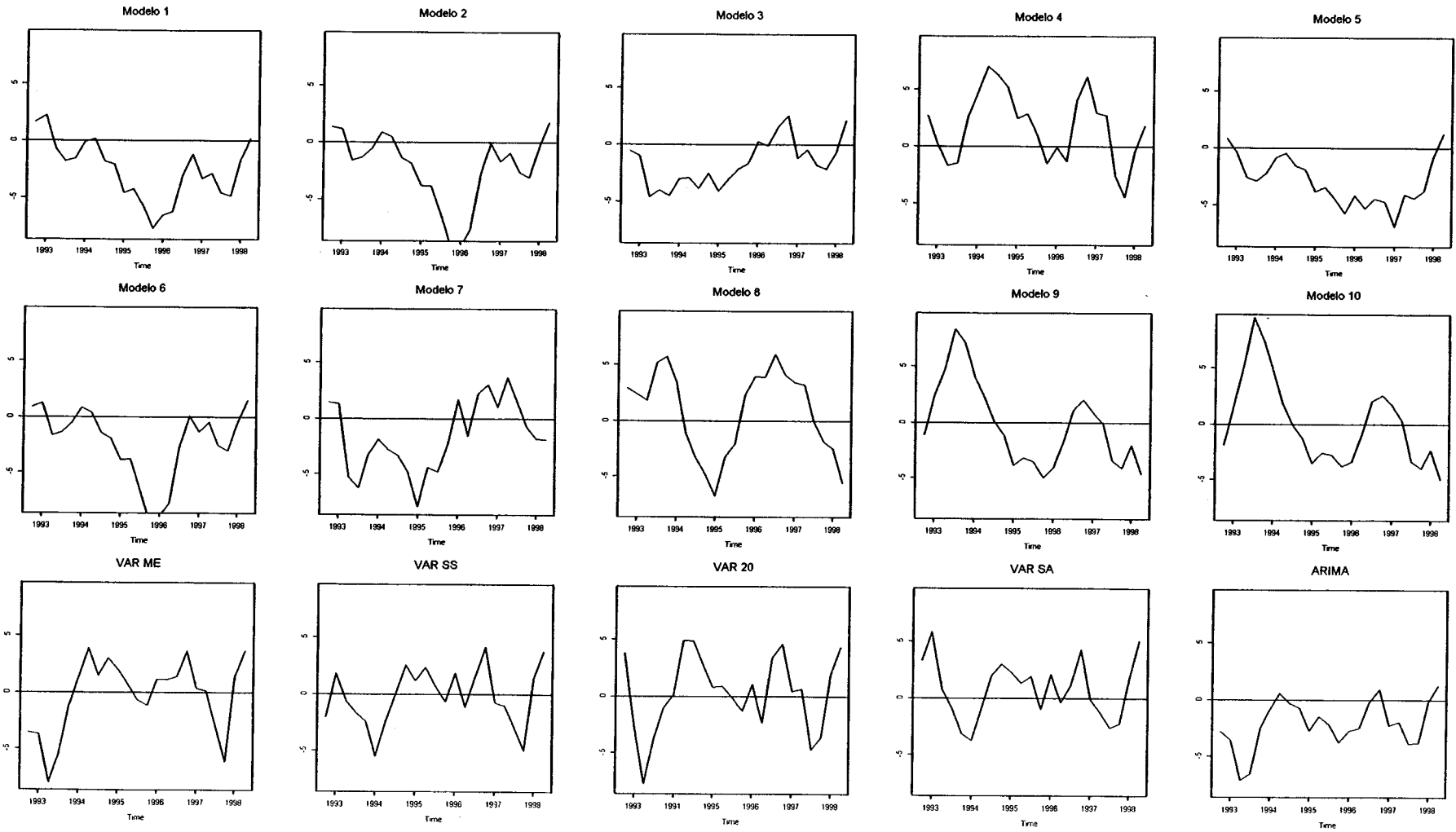


Tabla 2
Estadísticas sobre los errores de pronósticos estimados para los modelos de la Inflación

	Prueba de Inesgamiento					Prueba de Autocorrelación (Ljung-Box*)					Prueba de Normalidad (Jarque-Bera)				
	Horizonte de Pronóstico					Horizonte de Pronóstico					Horizonte de Pronóstico				
		h=1	h=2	h=3	h=4		h=1	h=2	h=3	h=4		h=1	h=2	h=3	h=4
Modelo 1	Media	-0.560	-1.315	-2.012	-2.774	Q-stat	8.290	8.698	12.605	19.921	J-B stat	1.494	0.290	0.376	0.542
	P-value	(0.08)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	P-value	(0.22)	(0.19)	(0.05)	(0.00)	P-value	(0.47)	(0.86)	(0.83)	(0.76)
Modelo 2	Media	-0.490	-1.147	-1.808	-2.483	Q-stat	2.710	10.333	14.558	20.405	J-B stat	0.011	1.444	2.816	3.315
	P-value	(0.10)	(0.02)	(0.01)	(0.00)	P-value	(0.84)	(0.11)	(0.02)	(0.00)	P-value	(0.99)	(0.49)	(0.24)	(0.19)
Modelo 3	Media	-0.387	-0.786	-1.274	-1.834	Q-stat	6.222	8.347	7.392	21.199	J-B stat	0.612	1.969	0.501	0.970
	P-value	(0.16)	(0.03)	(0.00)	(0.00)	P-value	(0.40)	(0.21)	(0.29)	(0.00)	P-value	(0.74)	(0.37)	(0.78)	(0.62)
Modelo 4	Media	0.490	0.852	1.210	1.687	Q-stat	7.346	18.737	23.547	23.442	J-B stat	0.860	1.200	1.046	1.001
	P-value	(0.11)	(0.08)	(0.05)	(0.02)	P-value	(0.29)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	P-value	(0.65)	(0.55)	(0.59)	(0.61)
Modelo 5	Media	-0.653	-1.524	-2.309	-3.114	Q-stat	1.322	4.465	9.415	19.570	J-B stat	1.783	10.415	5.781	0.739
	P-value	(0.03)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	P-value	(0.97)	(0.61)	(0.15)	(0.00)	P-value	(0.41)	(0.01)	(0.06)	(0.69)
Modelo 6	Media	-0.488	-1.147	-1.800	-2.477	Q-stat	1.703	10.129	14.831	20.836	J-B stat	0.039	3.547	3.691	3.663
	P-value	(0.12)	(0.02)	(0.01)	(0.00)	P-value	(0.95)	(0.12)	(0.02)	(0.00)	P-value	(0.98)	(0.17)	(0.16)	(0.16)
Modelo 7	Media	-0.314	-0.633	-1.076	-1.608	Q-stat	2.239	4.864	7.242	15.851	J-B stat	1.289	1.036	0.405	1.171
	P-value	(0.43)	(0.28)	(0.10)	(0.03)	P-value	(0.90)	(0.56)	(0.30)	(0.01)	P-value	(0.52)	(0.60)	(0.82)	(0.56)
Modelo 8	Media	0.215	0.449	0.692	1.008	Q-stat	6.146	16.055	34.205	33.666	J-B stat	1.149	1.207	1.213	1.852
	P-value	(0.53)	(0.42)	(0.31)	(0.21)	P-value	(0.41)	(0.01)	(0.00)	(0.00)	P-value	(0.56)	(0.55)	(0.55)	(0.40)
Modelo 9	Media	-0.041	-0.220	-0.224	-0.015	Q-stat	6.988	6.475	18.788	26.635	J-B stat	1.818	1.565	2.454	1.770
	P-value	(0.91)	(0.69)	(0.75)	(0.99)	P-value	(0.32)	(0.17)	(0.01)	(0.00)	P-value	(0.40)	(0.46)	(0.29)	(0.41)
Modelo 10	Media	-0.037	-0.130	-0.065	0.318	Q-stat	8.710	12.481	21.614	24.076	J-B stat	0.216	1.308	2.931	2.562
	P-value	(0.92)	(0.82)	(0.93)	(0.70)	P-value	(0.19)	(0.05)	(0.00)	(0.00)	P-value	(0.90)	(0.52)	(0.23)	(0.28)
Var_ME	Media	-0.191	-0.357	-0.452	-0.498	Q-stat	6.263	6.958	14.836	14.667	J-B stat	1.582	1.495	1.341	2.394
	P-value	(0.55)	(0.45)	(0.45)	(0.48)	P-value	(0.39)	(0.33)	(0.02)	(0.01)	P-value	(0.45)	(0.47)	(0.51)	(0.30)
Var_SS	Media	0.021	-0.171	-0.367	-0.371	Q-stat	7.928	9.157	16.288	8.072	J-B stat	0.795	4.646	3.198	0.632
	P-value	(0.95)	(0.75)	(0.50)	(0.48)	P-value	(0.24)	(0.17)	(0.01)	(0.15)	P-value	(0.67)	(0.10)	(0.20)	(0.73)
Var_20	Media	0.082	-0.105	-0.103	0.149	Q-stat	7.861	9.905	18.190	13.665	J-B stat	0.371	1.457	0.650	0.932
	P-value	(0.92)	(0.82)	(0.93)	(0.70)	P-value	(0.25)	(0.13)	(0.01)	(0.02)	P-value	(0.83)	(0.48)	(0.72)	(0.63)
Var_SA	Media	0.196	0.272	0.313	0.616	Q-stat	7.551	12.534	14.598	18.823	J-B stat	0.020	1.132	0.939	0.482
	P-value	(0.56)	(0.57)	(0.55)	(0.25)	P-value	(0.27)	(0.05)	(0.02)	(0.00)	P-value	(0.99)	(0.57)	(0.63)	(0.79)
ARIMA	Media	-0.396	-1.016	-2.301	-1.657	Q-stat	6.538	12.917	19.638	15.216	J-B stat	0.519	1.574	1.422	1.011
	P-value	(0.07)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	P-value	(0.37)	(0.04)	(0.00)	(0.01)	P-value	(0.77)	(0.46)	(0.49)	(0.60)

* El número de rezagos utilizados en esta prueba corresponde a la cuarta parte de las observaciones.

Tabla 3.1
Matriz de correlaciones de los Errores de pronóstico estimados para el Horizonte 1

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8	Modelo 9	Modelo 10	Var_ME	Var_SS	Var_20	Var_SA	ARIMA
Modelo 1	1.00	0.88	0.56	0.51	0.86	0.91	0.50	0.25	0.62	0.33	0.37	0.39	0.52	0.55	0.60
Modelo 2	0.88	1.00	0.53	0.59	0.78	0.98	0.50	0.30	0.48	0.34	0.44	0.31	0.56	0.59	0.64
Modelo 3	0.56	0.53	1.00	0.24	0.59	0.53	0.65	0.55	0.17	0.04	0.50	0.35	0.35	0.37	0.66
Modelo 4	0.51	0.59	0.24	1.00	0.51	0.56	0.29	0.05	0.29	0.24	0.49	0.42	0.76	0.66	0.65
Modelo 5	0.86	0.78	0.59	0.51	1.00	0.79	0.56	0.33	0.46	0.23	0.45	0.47	0.66	0.63	0.64
Modelo 6	0.91	0.98	0.53	0.56	0.79	1.00	0.58	0.29	0.52	0.33	0.40	0.29	0.54	0.56	0.64
Modelo 7	0.50	0.50	0.65	0.29	0.56	0.58	1.00	0.55	0.10	-0.02	0.18	0.18	0.26	0.32	0.55
Modelo 8	0.25	0.30	0.55	0.05	0.33	0.29	0.55	1.00	0.41	0.50	0.15	-0.01	0.22	0.02	0.29
Modelo 9	0.62	0.48	0.17	0.29	0.46	0.52	0.10	0.41	1.00	0.89	0.10	0.03	0.35	0.12	0.25
Modelo 10	0.33	0.34	0.04	0.24	0.23	0.33	-0.02	0.50	0.89	1.00	0.08	-0.07	0.30	0.02	0.11
Var_ME	0.37	0.44	0.50	0.49	0.45	0.40	0.18	0.15	0.10	0.08	1.00	0.63	0.76	0.75	0.71
Var_SS	0.39	0.31	0.35	0.42	0.47	0.29	0.18	-0.01	0.03	-0.07	0.63	1.00	0.61	0.78	0.39
Var_20	0.52	0.56	0.35	0.76	0.66	0.54	0.26	0.22	0.35	0.30	0.76	0.61	1.00	0.81	0.74
Var_SA	0.55	0.59	0.37	0.66	0.63	0.56	0.32	0.02	0.12	0.02	0.75	0.78	0.81	1.00	0.63
ARIMA	0.60	0.64	0.66	0.65	0.64	0.64	0.55	0.29	0.25	0.11	0.71	0.39	0.74	0.63	1.00

Tabla 3.2
Matriz de correlaciones de los Errores de pronóstico estimados para el Horizonte 2

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8	Modelo 9	Modelo 10	Var_ME	Var_SS	Var_20	Var_SA	ARIMA
Modelo 1	1.00	0.92	0.25	0.63	0.79	0.92	0.35	0.11	0.45	0.33	0.10	0.36	0.42	0.52	0.37
Modelo 2	0.92	1.00	0.31	0.62	0.73	0.99	0.36	0.14	0.36	0.27	0.15	0.23	0.43	0.45	0.47
Modelo 3	0.25	0.31	1.00	0.29	0.39	0.27	0.68	0.55	-0.15	-0.08	0.33	0.39	0.43	0.37	0.60
Modelo 4	0.63	0.62	0.29	1.00	0.46	0.63	0.27	0.04	0.28	0.20	0.61	0.39	0.78	0.58	0.75
Modelo 5	0.79	0.73	0.39	0.46	1.00	0.70	0.45	0.17	0.17	0.08	0.14	0.35	0.43	0.55	0.45
Modelo 6	0.92	0.99	0.27	0.63	0.70	1.00	0.39	0.12	0.39	0.29	0.12	0.19	0.41	0.41	0.45
Modelo 7	0.35	0.36	0.68	0.27	0.45	0.39	1.00	0.55	-0.10	-0.13	-0.03	0.12	0.15	0.15	0.39
Modelo 8	0.11	0.14	0.55	0.04	0.17	0.12	0.55	1.00	0.35	0.45	-0.09	-0.18	0.00	-0.20	0.09
Modelo 9	0.45	0.36	-0.15	0.28	0.17	0.39	-0.10	0.35	1.00	0.97	-0.14	-0.20	0.15	-0.09	-0.08
Modelo 10	0.33	0.27	-0.08	0.20	0.08	0.29	-0.13	0.45	0.97	1.00	-0.14	-0.25	0.10	-0.17	-0.12
Var_ME	0.10	0.15	0.33	0.61	0.14	0.12	-0.03	-0.09	-0.14	-0.14	1.00	0.56	0.83	0.65	0.73
Var_SS	0.36	0.23	0.39	0.39	0.35	0.19	0.12	-0.18	-0.20	-0.25	0.56	1.00	0.54	0.88	0.43
Var_20	0.42	0.43	0.43	0.78	0.43	0.41	0.15	0.00	0.15	0.10	0.83	0.54	1.00	0.69	0.84
Var_SA	0.52	0.45	0.37	0.58	0.55	0.41	0.15	-0.20	-0.09	-0.17	0.65	0.88	0.69	1.00	0.58
ARIMA	0.37	0.47	0.60	0.75	0.45	0.45	0.39	0.09	-0.08	-0.12	0.73	0.43	0.84	0.58	1.00

Tabla 3.3
Matriz de correlaciones de los Errores de pronóstico estimados para el Horizonte 3

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8	Modelo 9	Modelo 10	Var_ME	Var_SS	Var_20	Var_SA	ARIMA
Modelo 1	1.00	0.91	0.15	0.47	0.77	0.90	0.23	0.07	0.50	0.31	-0.06	0.17	0.22	0.34	0.28
Modelo 2	0.91	1.00	0.11	0.50	0.66	0.99	0.23	0.03	0.45	0.31	-0.01	0.01	0.26	0.21	0.35
Modelo 3	0.15	0.11	1.00	0.13	0.12	0.11	0.71	0.42	-0.17	-0.22	0.23	0.37	0.30	0.37	0.53
Modelo 4	0.47	0.50	0.13	1.00	0.29	0.49	0.11	-0.07	0.20	0.17	0.65	0.32	0.78	0.46	0.71
Modelo 5	0.77	0.66	0.12	0.29	1.00	0.63	0.19	-0.08	0.16	-0.03	-0.08	0.06	0.18	0.34	0.30
Modelo 6	0.90	0.99	0.11	0.49	0.63	1.00	0.26	0.03	0.47	0.33	-0.02	-0.01	0.25	0.19	0.34
Modelo 7	0.23	0.23	0.71	0.11	0.19	0.26	1.00	0.53	-0.13	-0.20	-0.08	-0.03	0.04	0.07	0.30
Modelo 8	0.07	0.03	0.42	-0.07	-0.08	0.03	0.53	1.00	0.44	0.48	-0.27	-0.35	-0.20	-0.38	-0.13
Modelo 9	0.50	0.45	-0.17	0.20	0.16	0.47	-0.13	0.44	1.00	0.96	-0.21	-0.28	-0.05	-0.29	-0.17
Modelo 10	0.31	0.31	-0.22	0.17	-0.03	0.33	-0.20	0.48	0.96	1.00	-0.20	-0.32	-0.06	-0.37	-0.24
Var_ME	-0.06	-0.01	0.23	0.65	-0.08	-0.02	-0.08	-0.27	-0.21	-0.20	1.00	0.47	0.86	0.47	0.78
Var_SS	0.17	0.01	0.37	0.32	0.06	-0.01	-0.03	-0.35	-0.28	-0.32	0.47	1.00	0.47	0.88	0.34
Var_20	0.22	0.26	0.30	0.78	0.18	0.25	0.04	-0.20	-0.05	-0.06	0.86	0.47	1.00	0.55	0.86
Var_SA	0.34	0.21	0.37	0.46	0.34	0.19	0.07	-0.38	-0.29	-0.37	0.47	0.88	0.55	1.00	0.48
ARIMA	0.28	0.35	0.53	0.71	0.30	0.34	0.30	-0.13	-0.17	-0.24	0.78	0.34	0.86	0.48	1.00

Tabla 3.4
Matriz de correlaciones de los Errores de pronóstico estimados para el Horizonte 4

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8	Modelo 9	Modelo 10	Var_ME	Var_SS	Var_20	Var_SA	ARIMA
Modelo 1	1.00	0.92	-0.10	0.43	0.79	0.91	0.10	0.13	0.65	0.54	-0.11	-0.07	0.20	0.26	0.13
Modelo 2	0.92	1.00	-0.12	0.43	0.66	1.00	0.13	0.04	0.61	0.50	-0.07	-0.18	0.20	0.07	0.20
Modelo 3	-0.10	-0.12	1.00	0.07	-0.28	-0.10	0.81	0.40	-0.28	-0.27	0.32	0.39	0.36	0.36	0.42
Modelo 4	0.43	0.43	0.07	1.00	0.27	0.43	0.04	-0.10	0.25	0.21	0.73	0.28	0.82	0.24	0.76
Modelo 5	0.79	0.66	-0.28	0.27	1.00	0.63	-0.14	-0.18	0.33	0.20	-0.08	-0.16	0.23	0.20	0.13
Modelo 6	0.91	1.00	-0.10	0.43	0.63	1.00	0.16	0.06	0.61	0.51	-0.06	-0.17	0.20	0.06	0.21
Modelo 7	0.10	0.13	0.81	0.04	-0.14	0.16	1.00	0.54	-0.11	-0.13	0.08	0.02	0.20	0.07	0.27
Modelo 8	0.13	0.04	0.40	-0.10	-0.18	0.06	0.54	1.00	0.52	0.57	-0.21	-0.19	-0.17	-0.23	-0.20
Modelo 9	0.65	0.61	-0.28	0.25	0.33	0.61	-0.11	0.52	1.00	0.99	-0.21	-0.20	-0.14	-0.18	-0.17
Modelo 10	0.54	0.50	-0.27	0.21	0.20	0.51	-0.13	0.57	0.99	1.00	-0.21	-0.20	-0.18	-0.23	-0.20
Var_ME	-0.11	-0.07	0.32	0.73	-0.08	-0.06	0.08	-0.21	-0.21	-0.21	1.00	0.41	0.80	0.17	0.88
Var_SS	-0.07	-0.18	0.39	0.28	-0.16	-0.17	0.02	-0.19	-0.20	-0.20	0.41	1.00	0.37	0.81	0.30
Var_20	0.20	0.20	0.36	0.82	0.23	0.20	0.20	-0.17	-0.14	-0.18	0.80	0.37	1.00	0.36	0.87
Var_SA	0.26	0.07	0.36	0.24	0.20	0.06	0.07	-0.23	-0.18	-0.23	0.17	0.81	0.36	1.00	0.19
ARIMA	0.13	0.20	0.42	0.76	0.13	0.21	0.27	-0.20	-0.17	-0.20	0.88	0.30	0.87	0.19	1.00

Tabla 4
Pruebas de Fair y Shiller de "Encompassing" *

		Horizonte 1				Horizonte 2				Horizonte 3				Horizonte 4			
		Modelo 3	Modelo 6	Var_ME	ARIMA	Modelo 3	Modelo 6	Var_SA	ARIMA	Modelo 3	Modelo 6	Var_SA	ARIMA	Modelo 3	Modelo 6	Var_SS	ARIMA
Modelo 1	Estadística	5.84	6.30	6.01	0.94	12.37	30.52	22.78	11.85	23.55	55.29	30.65	26.71	32.17	78.93	28.69	41.43
	P-Value	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.44)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
Modelo 2	Estadística	5.57	5.88	5.60	0.88	11.79	26.64	20.64	10.85	21.71	47.51	28.27	23.70	29.10	66.36	26.26	37.19
	P-Value	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.46)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
Modelo 3	Estadística	-	6.70	6.25	0.86	-	29.11	23.49	12.95	-	53.23	29.62	26.12	-	71.81	24.52	37.53
	P-Value	-	(0.00)	(0.00)	(0.47)	-	(0.00)	(0.00)	(0.00)	-	(0.00)	(0.00)	(0.00)	-	(0.00)	(0.00)	(0.00)
Modelo 4	Estadística	5.53	5.90	4.98	0.89	12.14	27.31	20.47	11.15	20.71	47.41	26.80	21.97	27.99	66.93	24.33	37.35
	P-Value	(0.01)	(0.00)	(0.01)	(0.46)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
Modelo 5	Estadística	5.91	6.60	6.32	0.94	11.85	26.69	21.53	11.23	23.05	50.92	29.77	25.80	30.76	68.11	26.71	38.05
	P-Value	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.44)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
Modelo 6	Estadística	5.61	-	5.62	0.86	11.82	-	20.76	10.91	21.81	-	28.46	23.80	28.98	-	26.17	37.07
	P-Value	(0.00)	-	(0.00)	(0.48)	(0.00)	-	(0.00)	(0.00)	(0.00)	-	(0.00)	(0.00)	(0.00)	-	(0.00)	(0.00)
Modelo 7	Estadística	5.53	6.19	5.73	0.83	11.95	28.40	22.66	12.24	22.24	55.47	32.99	27.73	26.83	70.05	25.92	37.23
	P-Value	(0.01)	(0.00)	(0.00)	(0.49)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
Modelo 8	Estadística	9.64	11.08	10.96	2.50	13.61	32.23	25.94	14.14	25.09	62.87	43.71	30.47	28.71	73.46	28.65	39.39
	P-Value	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.08)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
Modelo 9	Estadística	9.71	9.71	9.35	2.49	15.29	30.36	24.33	13.58	26.03	51.86	34.79	26.58	33.12	68.88	28.48	39.04
	P-Value	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.09)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
Modelo 10	Estadística	11.03	10.93	10.61	3.54	14.63	29.91	24.05	13.40	26.45	52.47	35.77	26.81	32.88	69.26	28.34	39.08
	P-Value	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.03)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
Var_ME	Estadística	5.45	5.89	-	0.83	13.27	27.47	21.86	12.36	22.02	48.92	30.86	24.44	27.55	66.37	25.17	36.91
	P-Value	(0.01)	(0.00)	-	(0.49)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
Var_SS	Estadística	5.89	6.54	5.61	1.80	11.80	26.30	21.67	10.82	21.91	53.96	30.17	25.80	27.43	72.38	-	37.32
	P-Value	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.18)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	-	(0.00)
Var_20	Estadística	5.54	6.32	5.38	0.99	16.80	33.00	26.59	18.34	20.81	47.81	27.91	22.06	26.97	66.39	24.14	34.65
	P-Value	(0.01)	(0.00)	(0.01)	(0.41)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
Var_SA	Estadística	5.43	5.96	5.00	0.88	12.00	26.19	-	10.74	20.84	49.36	-	23.49	31.93	80.90	31.04	45.25
	P-Value	(0.01)	(0.00)	(0.01)	(0.47)	(0.00)	(0.00)	-	(0.00)	(0.00)	(0.00)	-	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
ARIMA	Estadística	7.63	8.87	8.49	-	12.20	26.10	20.41	-	21.03	47.50	26.95	-	26.66	65.95	23.66	-
	P-Value	(0.00)	(0.00)	(0.00)	-	(0.00)	(0.00)	(0.00)	-	(0.00)	(0.00)	(0.00)	-	(0.00)	(0.00)	(0.00)	-

* En esta prueba la hipótesis nula indica que el modelo especificado en la columna "encompasa" al modelo de la fila.

Tabla 5.1
Estadísticas de Evaluación de Pronósticos para los Horizontes de 1 y 2 Trimestres
(Ordenadas por RMSE)

Modelos	Horizonte de 1 trimestre Muestra 92:I - 98:II					Modelos	Horizontes de 2 trimestres Muestra 92:I - 98:II				
	MAE	MAPE	RMSE	RMSPE	U-THEIL		MAE	MAPE	RMSE	RMSPE	U-THEIL
ARIMA	0.88	4.08	1.11	5.08	0.91	Modelo 3	1.63	7.49	1.86	8.50	0.99
Modelo 3	1.17	5.39	1.48	6.86	1.22	ARIMA	1.46	6.79	1.89	8.74	1.01
Modelo 5	1.31	6.09	1.51	7.06	1.25	VAR SA	1.84	8.49	2.35	10.63	1.25
Modelo 2	1.25	5.84	1.51	7.17	1.25	VAR ME	1.93	9.02	2.35	11.08	1.25
VAR ME	1.11	5.14	1.53	7.22	1.26	VAR 20	1.94	9.10	2.36	11.15	1.26
Modelo 6	1.26	5.90	1.54	7.32	1.27	Modelo 1	2.01	9.59	2.40	11.71	1.28
Modelo 4	1.27	5.85	1.57	7.24	1.29	Modelo 5	2.14	10.04	2.43	11.53	1.29
Modelo 1	1.41	6.61	1.60	7.56	1.31	Modelo 4	2.06	9.53	2.46	11.26	1.31
VAR SS	1.16	5.33	1.60	7.39	1.32	Modelo 9	1.97	9.16	2.54	11.67	1.36
VAR SA	1.25	5.64	1.61	7.14	1.32	Modelo 6	1.96	9.29	2.56	12.48	1.37
VAR 20	1.26	5.68	1.61	7.33	1.33	Modelo 2	2.01	9.52	2.59	12.54	1.38
Modelo 10	1.39	6.38	1.66	7.46	1.36	VAR SS	1.99	9.26	2.61	12.21	1.39
Modelo 8	1.45	6.54	1.69	7.55	1.39	Modelo 8	2.29	10.58	2.64	12.09	1.41
Modelo 9	1.44	6.54	1.73	7.75	1.42	Modelo 10	2.10	9.74	2.68	12.30	1.43
Modelo 7	1.53	6.97	1.91	8.46	1.58	Modelo 7	2.26	10.20	2.76	12.13	1.47
Métodos de Combinación						Métodos de Combinación					
Hallman-Kamstra	0.69	3.25	0.77	3.69	0.64	C.R. robusto*	0.59	2.81	0.78	3.78	0.42
Coulson-Robins	0.68	3.22	0.77	3.74	0.64	Coulson-Robins	0.66	3.19	0.81	3.98	0.43
C.R. robusto*	0.68	3.23	0.78	3.78	0.64	Hallman-Kamstra	0.89	4.28	1.07	5.34	0.57
Granger-Rama.**	0.68	3.21	0.79	3.80	0.65	Promedio	1.27	5.96	1.48	6.99	0.79
Promedio	0.92	4.23	1.05	4.85	0.86	Granger-Rama.**	1.16	5.75	1.66	8.76	0.92
Modelos	Horizonte de 1 trimestre Muestra 97:I - 98:II					Modelos	Horizontes de 2 trimestres Muestra 97:I - 98:II				
	MAE	MAPE	RMSE	RMSPE	U-THEIL		MAE	MAPE	RMSE	RMSPE	U-THEIL
ARIMA	0.88	4.64	1.12	5.92	0.78	Modelo 6	1.63	8.53	1.84	9.51	0.85
Modelo 6	1.06	5.59	1.16	6.05	0.80	Modelo 9	1.31	7.21	1.88	10.52	0.87
Modelo 7	1.12	6.04	1.32	7.23	0.91	Modelo 7	1.68	8.98	1.93	10.43	0.89
Modelo 2	1.15	5.99	1.32	6.81	0.92	Modelo 2	1.70	8.90	1.97	10.14	0.91
VAR SA	1.00	5.26	1.32	6.95	0.92	Modelo 3	1.81	9.42	2.00	10.32	0.92
Modelo 1	1.26	6.77	1.33	7.14	0.92	Modelo 10	1.51	8.28	2.06	11.46	0.95
Modelo 5	1.24	6.53	1.38	7.22	0.96	ARIMA	1.64	8.55	2.07	10.76	0.96
Modelo 8	1.06	5.68	1.40	7.60	0.97	Modelo 8	1.81	9.61	2.09	11.11	0.97
Modelo 10	1.37	7.40	1.47	8.01	1.02	VAR SA	2.04	10.54	2.30	11.71	1.06
VAR SS	1.01	5.29	1.49	7.81	1.03	Modelo 4	2.10	11.00	2.34	12.07	1.08
Modelo 4	1.31	6.83	1.59	8.31	1.11	Modelo 1	2.16	11.52	2.35	12.55	1.09
Modelo 9	1.38	7.30	1.62	8.60	1.13	VAR SS	2.15	11.15	2.59	13.35	1.20
VAR 20	1.10	5.76	1.71	8.99	1.19	Modelo 5	2.18	11.49	2.63	13.78	1.22
Modelo 3	1.45	7.49	1.77	8.94	1.23	VAR 20	2.45	12.69	2.96	15.23	1.37
VAR ME	1.20	6.37	1.84	9.67	1.27	VAR ME	2.53	13.16	2.97	15.38	1.37
Métodos de Combinación						Métodos de Combinación					
Hallman-Kamstra	0.91	4.82	0.94	5.03	0.65	C.R. robusto*	1.00	5.28	1.07	5.65	0.50
Coulson-Robins	0.96	5.11	0.99	5.25	0.69	Coulson-Robins	1.09	5.78	1.14	5.99	0.53
C.R. robusto*	0.97	5.14	1.00	5.30	0.69	Hallman-Kamstra	1.35	7.15	1.60	8.44	0.74
Granger-Rama.**	0.95	5.08	1.00	5.40	0.70	Promedio	1.49	7.87	1.68	8.78	0.78
Promedio	0.89	4.75	1.03	5.47	0.71	Granger-Rama.**	1.83	9.76	2.02	10.79	0.93

* Método de Coulson y Robins Robusto.

** Granger y Ramanathan

Tabla 5.2
Estadísticas de Evaluación de Pronósticos para los Horizontes de 3 y 4 Trimestres
(Ordenadas por RMSE)

Modelos	Horizontes de 3 trimestres Muestra 92:I - 98:II					Modelos	Horizontes de 4 trimestres Muestra 92:I - 98:II				
	MAE	MAPE	RMSE	RMSPE	U-THEIL		MAE	MAPE	RMSE	RMSPE	U-THEIL
Modelo 3	1.83	8.42	2.23	10.17	0.98	VAR SS	2.07	9.86	2.49	11.98	0.94
ARIMA	1.93	9.16	2.43	11.50	1.06	Modelo 3	2.22	10.42	2.61	12.10	0.98
VAR SA	2.09	9.73	2.56	11.84	1.12	VAR SA	2.21	10.27	2.64	12.08	1.00
VAR SS	2.04	9.71	2.59	12.43	1.13	ARIMA	2.39	11.56	3.00	14.52	1.13
VAR 20	2.18	10.23	2.74	12.86	1.20	VAR ME	2.54	12.04	3.21	15.42	1.21
VAR ME	2.31	10.76	2.90	13.66	1.27	VAR 20	2.69	12.75	3.32	15.72	1.25
Modelo 5	2.61	12.57	2.97	14.46	1.30	Modelo 4	2.88	13.57	3.46	16.10	1.31
Modelo 7	2.57	11.88	3.07	13.97	1.35	Modelo 7	2.99	14.11	3.50	16.42	1.32
Modelo 1	2.54	12.31	3.07	15.23	1.35	Modelo 5	3.10	15.31	3.60	18.06	1.36
Modelo 4	2.53	11.77	3.07	14.15	1.35	Modelo 9	3.07	14.66	3.68	17.56	1.39
Modelo 9	2.69	12.63	3.18	14.98	1.39	Modelo 1	3.00	14.83	3.69	18.55	1.39
Modelo 6	2.29	11.09	3.23	15.96	1.42	Modelo 10	3.11	14.80	3.78	17.89	1.43
Modelo 2	2.36	11.44	3.24	15.97	1.42	Modelo 8	3.45	16.30	3.81	17.92	1.44
Modelo 8	2.87	13.47	3.28	15.38	1.44	Modelo 2	2.78	13.66	3.86	19.23	1.45
Modelo 10	2.80	13.11	3.28	15.32	1.44	Modelo 6	2.73	13.39	3.87	19.29	1.46
Métodos de Combinación						Métodos de Combinación					
C.R. robusto*	0.70	3.36	0.95	4.61	0.42	C.R. robusto*	0.84	4.08	0.98	4.84	0.37
Coulson-Robins	0.74	3.60	0.98	4.77	0.43	Coulson-Robins	0.84	4.09	0.98	4.86	0.37
Hallman-Kamstra	1.01	4.84	1.34	6.48	0.59	Promedio	1.33	6.57	1.71	8.71	0.64
Granger-Rama.**	1.23	6.01	1.45	7.45	0.64	Hallman-Kamstra	1.46	7.08	1.88	9.24	0.71
Promedio	1.38	6.62	1.54	7.53	0.67	Granger-Rama.**	1.54	7.86	2.25	12.00	0.85
Modelos	Horizontes de 3 trimestres Muestra 97:I - 98:II					Modelos	Horizontes de 4 trimestres Muestra 97:I - 98:II				
	MAE	MAPE	RMSE	RMSPE	U-THEIL		MAE	MAPE	RMSE	RMSPE	U-THEIL
Modelo 3	1.17	6.14	1.36	7.18	0.60	Modelo 3	1.41	7.50	1.56	8.33	0.65
Modelo 6	1.48	7.88	1.69	9.03	0.74	Modelo 6	1.56	8.43	1.84	10.09	0.76
Modelo 2	1.69	8.97	1.83	9.68	0.80	Modelo 2	1.76	9.50	1.99	10.90	0.83
ARIMA	1.78	9.54	2.14	11.54	0.94	Modelo 7	1.76	9.30	2.00	10.55	0.83
Modelo 7	2.14	11.45	2.21	11.85	0.97	ARIMA	2.23	12.10	2.59	14.26	1.07
Modelo 9	2.04	10.87	2.30	12.43	1.01	VAR SA	2.14	11.19	2.62	13.36	1.08
Modelo 10	2.15	11.44	2.36	12.53	1.04	Modelo 4	2.51	13.52	2.78	15.21	1.15
Modelo 1	2.42	13.12	2.74	15.00	1.20	VAR SS	2.48	13.27	2.93	15.79	1.21
VAR SA	2.40	12.44	2.76	14.00	1.21	Modelo 9	2.51	13.30	3.01	15.90	1.25
Modelo 4	2.35	12.45	2.77	14.61	1.22	VAR 20	2.64	14.01	3.13	16.69	1.30
Modelo 8	2.37	12.26	2.88	14.57	1.27	Modelo 10	2.78	14.65	3.17	16.64	1.31
Modelo 5	2.70	14.38	3.01	16.05	1.32	VAR ME	2.46	13.22	3.22	17.58	1.33
VAR SS	2.58	13.60	3.01	15.99	1.32	Modelo 8	2.77	14.35	3.23	16.44	1.34
VAR 20	2.54	13.32	3.02	15.89	1.33	Modelo 1	2.92	15.94	3.35	18.41	1.39
VAR ME	2.55	13.43	3.25	17.18	1.43	Modelo 5	3.53	19.04	4.09	22.08	1.70
Métodos de Combinación						Métodos de Combinación					
C.R. robusto*	0.98	5.13	1.07	5.54	0.47	Coulson-Robins	1.26	6.63	1.36	7.13	0.57
Coulson-Robins	1.06	5.58	1.16	6.05	0.51	C.R. robusto*	1.27	6.67	1.37	7.17	0.57
Hallman-Kamstra	1.09	5.87	1.29	7.09	0.57	Promedio	1.33	7.30	1.86	10.42	0.77
Promedio	1.40	7.53	1.60	8.69	0.70	Hallman-Kamstra	1.91	10.03	2.43	12.65	1.01
Granger-Rama.**	1.62	8.75	1.75	9.58	0.77	Granger-Rama.**	2.74	14.69	2.97	16.08	1.23

* Método de Coulson y Robins Robusto.

** Granger y Ramanathan

Tabla 6
Prueba de la significancia en la reducción del SSE

		HORIZONTE 1				HORIZONTE 2			
		Hallman-Kamstra		Coulson-Robins		Hallman-Kamstra		Coulson-Robins	
		Normal Multiv.	Reducc. en SSE	Normal Multiv.	Reducc. En SSE	Normal Multiv.	Reducc. en SSE	Normal Multiv.	Reducc. en SSE
Modelo 1	Estadística	2.72	4.79	3.02	4.67	1.30	4.15	2.18	6.12
	P-Value	(0.60)	(0.00)	(0.55)	(0.00)	(0.86)	(0.00)	(0.70)	(0.00)
Modelo 2	Estadística	2.77	4.34	3.09	4.41	0.73	4.79	1.85	6.89
	P-Value	(0.60)	(0.00)	(0.54)	(0.00)	(0.95)	(0.00)	(0.76)	(0.00)
Modelo 3	Estadística	2.26	4.29	2.10	4.23	3.67	2.70	3.44	4.37
	P-Value	(0.69)	(0.00)	(0.72)	(0.00)	(0.45)	(0.01)	(0.49)	(0.00)
Modelo 4	Estadística	2.61	3.94	3.13	4.12	3.78	5.13	2.67	7.18
	P-Value	(0.63)	(0.00)	(0.54)	(0.00)	(0.44)	(0.00)	(0.61)	(0.00)
Modelo 5	Estadística	3.41	3.86	3.28	3.69	5.46	3.73	6.05	5.80
	P-Value	(0.49)	(0.00)	(0.51)	(0.00)	(0.24)	(0.00)	(0.20)	(0.00)
Modelo 6	Estadística	2.52	4.52	2.42	4.55	1.97	4.67	3.13	6.74
	P-Value	(0.64)	(0.00)	(0.66)	(0.00)	(0.74)	(0.00)	(0.54)	(0.00)
Modelo 7	Estadística	2.16	5.63	2.24	5.54	1.51	5.27	2.39	7.48
	P-Value	(0.71)	(0.00)	(0.69)	(0.00)	(0.82)	(0.00)	(0.66)	(0.00)
Modelo 8	Estadística	2.76	4.60	2.64	4.45	1.72	5.01	2.87	7.18
	P-Value	(0.60)	(0.00)	(0.62)	(0.00)	(0.79)	(0.00)	(0.58)	(0.00)
Modelo 9	Estadística	3.53	5.20	3.28	5.05	1.77	5.07	3.65	7.21
	P-Value	(0.47)	(0.00)	(0.51)	(0.00)	(0.78)	(0.00)	(0.46)	(0.00)
Modelo 10	Estadística	2.08	4.71	1.63	4.67	1.58	5.38	3.33	7.60
	P-Value	(0.72)	(0.00)	(0.80)	(0.00)	(0.81)	(0.00)	(0.50)	(0.00)
Var_ME	Estadística	2.51	4.37	2.36	4.45	2.14	5.16	3.35	7.20
	P-Value	(0.64)	(0.00)	(0.67)	(0.00)	(0.71)	(0.00)	(0.50)	(0.00)
Var_SS	Estadística	2.40	4.58	2.84	4.55	4.32	5.57	4.49	7.75
	P-Value	(0.66)	(0.00)	(0.58)	(0.00)	(0.36)	(0.00)	(0.34)	(0.00)
Var_20	Estadística	1.71	4.74	2.54	4.71	1.54	5.02	1.82	7.16
	P-Value	(0.79)	(0.00)	(0.64)	(0.00)	(0.82)	(0.00)	(0.77)	(0.00)
Var_SA	Estadística	1.05	4.53	1.66	4.57	1.13	4.73	1.67	6.86
	P-Value	(0.90)	(0.00)	(0.80)	(0.00)	(0.89)	(0.00)	(0.80)	(0.00)
ARIMA	Estadística	1.48	2.34	1.83	2.30	1.14	2.81	1.88	4.51
	P-Value	(0.83)	(0.01)	(0.77)	(0.02)	(0.89)	(0.01)	(0.76)	(0.00)

Tabla 7

Modelos incluidos en la combinaciones de pronósticos finales

Horizonte 1, método de Hallman - Kamstra : Modelo 10, VAR 20, VAR SS y ARIMA
Horizonte 2, método de Coulson - Robins : Modelo 1, Modelo2, Modelo 10, VAR 20, VAR ME y ARIMA
Horizonte 3, método de Coulson - Robins : Modelo 7, Modelo 10 y VAR SS
Horizonte 4, método de Coulson - Robins : Modelo 4, VAR 20 y VAR SA

Tabla 8

Estadísticas RMSE sobre los datos simulados*

Modelos	Horizonte 1 Muestra 1 - 32			Modelos	Horizonte 4 Muestra 1 - 32		
	Q1	Mediana	Q3		Q1	Mediana	Q3
VAR	2.72	3.47	4.68	VAR	4.25	5.60	7.56
ARIMA	3.04	3.83	5.06	Regresión	4.23	5.61	7.76
Regresión	3.18	3.95	5.11	ARIMA	4.31	5.63	7.49
Métodos de Combinación				Métodos de Combinación			
Coulson-Robins	1.42	1.66	1.93	Coulson-Robins	1.63	1.95	2.30
Granger-Ramanathan	1.75	2.09	2.48	Granger-Ramanathan	2.47	3.04	3.68
Hallman-Kamstra	1.93	2.27	2.67	Hallman-Kamstra	2.60	3.17	3.81
Promedio	2.76	3.45	4.50	Promedio	3.97	5.10	6.76
Modelos	Horizonte 1 Muestra 25 - 32			Modelos	Horizonte 4 Muestra 25 - 32		
	Q1	Mediana	Q3		Q1	Mediana	Q3
VAR	2.57	3.78	5.57	VAR	4.02	5.84	8.69
ARIMA	3.02	4.24	6.07	Regresión	4.00	5.84	9.01
Regresión	3.05	4.24	5.99	ARIMA	4.17	5.87	8.36
Métodos de Combinación				Métodos de Combinación			
Coulson-Robins	1.47	1.87	2.33	Coulson-Robins	1.80	2.31	2.94
Granger-Ramanathan	1.77	2.31	2.96	Hallman-Kamstra	2.75	3.72	4.83
Hallman-Kamstra	1.87	2.43	3.08	Granger-Ramanathan	2.79	3.76	4.88
Promedio	2.66	3.72	5.28	Promedio	3.70	5.22	7.49

* Datos ordenados por la mediana