

# Tecnología de Transacciones Endógena y los Costos de la Inflación

Gustavo Suárez\*

Marzo de 1999

## Abstract

Alterar la tecnología de transacciones es un proceso endógeno motivado por el deseo de los agentes privados de reducir los requerimientos de efectivo para llevar a cabo un monto dado de transacciones en la economía. Generar este cambio en la tecnología de transacciones es costoso y un mayor nivel de inflación, al aumentar la disposición a invertir recursos en dicho cambio, le genera a la sociedad una reducción en los recursos disponibles para el consumo y por lo tanto en su bienestar.

Este trabajo desarrolla la idea anterior presentando un modelo que incluye en la tecnología de transacciones el número de papeles alternativos al efectivo en la provisión de liquidez. El número de papeles se determina por una condición de libre entrada a la intermediación financiera y es creciente en la inflación. El costo de la inflación se deriva de la necesidad de invertir más recursos para desarrollar los nuevos papeles. Finalmente, de aumentar la inflación, la especificación adoptada permite decir que el beneficio de reducirla es menor que el costo de haberla incrementado inicialmente.

**Clasificación J.E.L.:** E31, E44, O31.

**Palabras Clave:** Costos de la Inflación, Tecnología de Transacciones.

---

\* Este trabajo se basa en la tesis presentada por el autor para acceder al título de Magister en Economía en la Universidad de Los Andes. El autor agradece especialmente la colaboración de Maurice Kugler, su asesor, y la de Juan Pablo Zárate. El trabajo también se benefició de los comentarios de Alberto Carrasquilla, Daniel Castellanos, Javier Gómez, Andrés González, Marc Hofstetter, Hernando Vargas y Leonardo Villar. Los errores restantes son responsabilidad del autor. E-Mail: gsuarero@banrep.gov.co

# 1 Introducción

La tecnología que emplean los agentes económicos para llevar a cabo sus transacciones, es decir la combinación de activos necesaria para realizar la compra de los bienes de consumo final demandados, ha sido tradicionalmente tratada como exógena. La restricción de *cash-in-advance* es tal vez el ejemplo más claro de dicho tratamiento: la demanda por dinero es en equilibrio una fracción constante de las compras que debe realizar el consumidor. Sin embargo, estas especificaciones ignoran que la forma como los individuos llevan a cabo sus transacciones puede ser alterada por el entorno económico, de la misma forma que los modelos de crecimiento endógeno muestran cómo la tecnología de producción se determina dentro del mismo sistema que el producto.

La sustitución de monedas y las innovaciones financieras son ejemplos de cómo se determina endógenamente la tecnología de transacciones de una economía, particularmente por los incentivos que tienen los individuos a evitar el impuesto inflacionario. Sin embargo, la tecnología de transacciones es un arreglo social costoso de establecer y de alterar, de forma tal que un ambiente económico que lleve a los individuos a querer hacerla más eficiente probablemente les exigirá un mayor gasto de recursos.

El principal propósito de este trabajo consiste en derivar un costo en bienestar de la inflación perfectamente prevista asociado con la disminución de recursos disponibles para el consumo consecuencia de un mayor esfuerzo del sector privado para alterar la tecnología de transacciones cuando aumenta la tasa de inflación. Esto no sugiere que la decisión de los agentes económicos de alterar su tecnología de transacciones reduzca por sí misma el bienestar: esta decisión es más bien una respuesta racional de los agentes privados para el nivel de inflación que deben enfrentar.

La hipótesis expuesta se deriva de dos observaciones. La primera está basada en el hecho de que una mayor inflación incrementa los incentivos del sector privado para evitar el impuesto inflacionario y la segunda, en el hecho de que alterar la tecnología de transacciones es un proceso costoso en sí mismo, de la misma forma que lo son las actividades de Investigación y Desarrollo (R&D) para ampliar la gama o mejorar la calidad de los bienes existentes en los modelos de innovación tecnológica endógena.

La primera observación de la que parte la hipótesis anterior está documentada, por ejemplo, en Arrau et al. (1995) y en Aiyagari et al. (1998) y puede estar relacionada con la tendencia que tienen los países con mayores

niveles de inflación a alterar la forma como llevan a cabo sus transacciones a través de la dolarización y la innovación financiera. Por ejemplo, la razón de cuasidineros a M1 de Brasil es casi tres veces la de Alemania, probablemente debido al mayor nivel de inflación de la economía brasileña<sup>1</sup>.

La segunda observación expuesta expresa el hecho de que el sistema de pagos de la economía es un arreglo social costoso de establecer y también de transformar. De manera similar, en algunos modelos que explican endógenamente el surgimiento del sistema financiero, su establecimiento conlleva un costo fijo para la sociedad<sup>2</sup>.

El trabajo se divide en cinco secciones, de las cuales esta introducción es la primera. En la segunda se hace una breve revisión de la literatura acerca de algunos temas afines al enfoque adoptado en este artículo. Las siguientes dos secciones están destinadas a desarrollar modelos teóricos con una tecnología de transacciones endógena. En el primero de los modelos no se introduce de manera explícita un sector financiero, como sí se hace en el segundo. Finalmente, en la quinta sección se presentan algunas conclusiones derivadas del trabajo y sus posibles extensiones.

## 2 Una revisión de la literatura

La mejor prueba de que los economistas son conscientes de la necesidad de endogenizar la tecnología de transacciones es la aparición de literatura acerca de las innovaciones financieras y la sustitución de monedas.

Las innovaciones financieras comenzaron a ser un problema teórico importante debido a la necesidad de explicar problemas que frecuentemente presentaban las estimaciones tradicionales de las funciones de demanda por dinero, particularmente en países en desarrollo. Entre dichos problemas se encontraban la sobrepredicción, como se documenta en Goldfeld (1976) y Goldfeld y Siechel (1990), y la ausencia de cointegración, de acuerdo con la evidencia presentada por Arrau et al. (1995). Al parecer era necesario incluir una variable adicional para especificar correctamente la relación existente entre la demanda por saldos reales y sus variables explicativas: el volumen de transacciones de la economía y el costo de oportunidad de mantener dinero. La variable adicional debía capturar los desarrollos en el sistema de transac-

---

<sup>1</sup>*International Financial Statistics*, Abril de 1997, International Monetary Fund. Los datos corresponden a un promedio de 1987-96.

<sup>2</sup>Ver, por ejemplo, Ireland (1995) y Freixas y Rochet (1997, Capítulo 2).

ciones de la economía que permiten reducir los requerimientos de dinero para efectuarlas. Estos desarrollos fueron denominados en la literatura “innovaciones financieras”.

Sin embargo, la característica común de los modelos teóricos de innovaciones financieras y de sus estimaciones estadísticas, es la naturaleza exógena atribuida a dicho proceso. En las estimaciones econométricas se suele incluir una tendencia determinística o estocástica para explicar la innovación financiera, como lo hacen Arrau et al. (1995) para un conjunto amplio de países en desarrollo y Gómez (1998) para el caso colombiano. En los modelos teóricos, como los que acompañan a los dos trabajos citados anteriormente, la necesidad de justificar la introducción de una variable que capturara el proceso de innovación financiera en las estimaciones de demanda por dinero, llevó a incluir parámetros exógenos en los modelos que fundamentan la inclusión del dinero en equilibrio general (como los costos de transacción, la restricción de *cash-in-advance* o la utilidad derivada de los saldos reales).

Posteriormente otros autores introducen la posibilidad de aproximar el nivel de innovación financiera por medio del volumen de papeles alternativos al efectivo en la provisión de liquidez. Este es el caso de Molyneux y Shamroukh (1996). Sin embargo, los determinantes del proceso económico detrás de las innovaciones financieras tampoco son explicados.

Un primer intento de endogenización aparece en Ireland (1995), quien introduce el dinero para comprar una fracción de los bienes de consumo a los que puede acceder la familia representativa de su modelo. Ireland supone que existe un *continuum* de bienes de consumo perecederos localizados sobre el perímetro de una circunferencia unitaria y el consumidor viaja a lo largo de ella para comprar los bienes: los más cercanos, incluidos en el intervalo  $[0, x)$ , pueden ser comprados a crédito, porque el consumidor es conocido por los vendedores; los más lejanos, incluidos en el intervalo  $[x, 1)$  sólo pueden ser comprados utilizando dinero. La innovación financiera consiste en emplear un determinado monto de recursos para aumentar  $x$ .

Por otra parte, la sustitución de monedas en los países en desarrollo ha sido uno de los fenómenos que más interés ha generado en relación con los procesos de estabilización de la inflación, como lo documentan Tanzi y Blejer (1982) y Calvo y Végh (1992), y también en relación con las finanzas públicas y el señoreaje, como se presenta en Végh (1989). Los trabajos en los cuales se busca endogenizar la sustitución de monedas como Chang (1994) y Sturzenegger (1994), están estrechamente relacionados con el enfoque adoptado en este artículo.

Finalmente, es importante reseñar un tema vinculado, en términos conceptuales y metodológicos, con la endogenización de la tecnología de transacciones: los modelos de crecimiento endógeno en los cuales la fuente de crecimiento proviene del incremento en el nivel de especialización del proceso productivo, capturado como un incremento en la cantidad (innovación horizontal) o en la calidad (innovación vertical) de los bienes, intermedios o finales. Los trabajos de Romer (1987 y 1990) y Grossman y Helpman (1991, Capítulo 3) son los artículos seminales en la expansión de la variedad de bienes. Los trabajos de Grossman y Helpman (1991, Capítulo 4) y Aghion y Howitt (1992) son ejemplos de los modelos con expansión en la calidad de los bienes<sup>3</sup>.

Este trabajo utilizará conceptos y métodos empleados en los modelos de innovación endógena del sector real. En particular, supondremos que las actividades destinadas a alterar la tecnología de transacciones deben ser generadas por los incentivos del sector privado, de la misma forma que los gastos en Investigación y Desarrollo son incurridos por las firmas para apoderarse de un flujo de rentas económicas. En términos metodológicos se utilizará la misma estructura de mercado entre las firmas bancarias que la empleada en los artículos mencionados para las firmas productoras de bienes intermedios en el caso de la innovación horizontal (competencia monopolística con libre entrada).

El modelo construido en este trabajo pretende esclarecer los incentivos que tiene el sector privado para alterar su tecnología de transacciones con el propósito de derivar un costo de la inflación perfectamente prevista. El primer modelo desarrollado, que se presenta a continuación, abstrae la existencia del sector financiero, cuyo papel en la determinación de la tecnología de transacciones queda mejor especificado en el modelo que se presenta en la cuarta sección.

### **3 Un modelo sin sector financiero**

Un modelo enteramente satisfactorio sobre la determinación de la tecnología de transacciones debe hacer explícito el comportamiento del sector financiero privado. Sin embargo, en esta sección se construye un modelo simple sin

---

<sup>3</sup>Adicionalmente, existen algunos modelos como el expuesto por De la Fuente y Marín (1996) en los cuales se explora la relación existente entre la innovación en el sector real y el desarrollo del sistema financiero.

sector financiero para ilustrar el costo de la inflación derivado de la endogenización de la tecnología de transacciones, cuando los individuos tratan de reducir los requerimientos de efectivo para evitar el impuesto inflacionario.

Consideremos una economía pequeña, abierta y con perfecta movilidad de capitales, en la cual el sector privado se encuentra compuesto por un *continuum* de consumidores idénticos con horizonte infinito de vida y el sector público por un Banco Central que transfiere al sector privado todos los ingresos por señoreaje. El ingreso de esta economía se determina exógenamente (es decir, ésta es una *endowment economy*) y existen dos tipos de activos: los bonos externos y el dinero, que se introduce por medio de una variación de la restricción de *cash-in-advance*.

A continuación se describe el comportamiento de los dos tipos de agentes involucrados en este modelo y se analiza el proceso por medio del cual se determina la tecnología de transacciones.

### 3.1 Los agentes de la economía

#### 3.1.1 El sector privado

El consumidor representativo de esta economía ordena trayectorias de consumo de acuerdo con el valor presente de su utilidad, el cual está dado por:

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t) dt \quad (3.1)$$

Donde  $c_t$  es el consumo,  $u(\cdot)$  es la función instantánea de utilidad<sup>4</sup> y  $\rho$  es la tasa de descuento intertemporal, que supondremos igual a la tasa de interés externa en términos del bien de consumo final,  $r$ , que supondremos a su vez constante. La restricción intertemporal del consumidor, en términos nominales es:

$$P_t y + P_t \tau_t + i_t P_t b_t = (\dot{P}_t b_t) + \dot{M}_t + P_t \theta_t + P_t c_t \quad (3.2)$$

Donde  $\dot{x}_t$  denota la derivada de la variable  $x$  con respecto al tiempo,  $P_t$  es el nivel de precios doméstico,  $\pi_t \equiv \frac{\dot{P}_t}{P_t}$  es la tasa de inflación,  $i_t \equiv r + \pi_t$  es la tasa de interés nominal,  $y$  es la dotación constante que recibe el agente representativo en términos del bien de consumo final,  $\tau_t$  es la transferencia de suma fija que el gobierno hace en cada período al consumidor,  $b_t$  son las

---

<sup>4</sup>Que supondremos creciente y estrictamente cóncava.

tenencias de bonos reales,  $M_t$  son las tenencias nominales de dinero y  $\theta_t$  el gasto que hace el sector privado para alterar su tecnología de transacciones, la cual relaciona la cantidad real de dinero ( $m_t \equiv \frac{M_t}{P_t}$ ) con las necesidades de efectuar compras por parte del consumidor:

$$m_t = \alpha(\theta_t)c_t \quad (3.3)$$

Esta última ecuación es una restricción de *cash-in-advance*, en la cual el consumidor puede alterar la velocidad de circulación del dinero a través de un gasto de recursos. Suponemos que la función  $\alpha(\cdot)$  satisface las siguientes propiedades:

1.  $\alpha(0) = \bar{\alpha}$ ,
2.  $\lim_{\theta_t \rightarrow \infty} \alpha(\theta_t) = 0$ ,
3.  $\alpha'(\theta_t) \leq 0$ ,
4.  $\alpha''(\theta_t) > 0$ ,

La primera propiedad implica que en ausencia de gasto para modificar la tecnología de transacciones, el consumidor se enfrenta a la restricción tradicional de *cash-in-advance*, de acuerdo con la cual necesita una cantidad fija de dinero por unidad de consumo. La segunda le da una cota inferior a la tecnología de transacciones, la tercera implica que incrementos en el gasto destinado a alterar la tecnología de transacciones reducen los requerimientos de dinero para llevar a cabo un determinado volumen de consumo y la última que incrementos sucesivos en estos gastos disminuyen los requerimientos de dinero en una proporción cada vez menor, es decir, este gasto tiene rendimientos marginales decrecientes<sup>5</sup>. En la cuarta parte de este artículo se introduce un modelo con sector financiero que nos servirá para justificar este último supuesto acerca de la naturaleza de la tecnología de transacciones de la economía.

La restricción del sector privado puede ser expresada en términos reales como:

$$\dot{a}_t = y + \tau_t + ra_t - c_t - i_t m_t - \theta_t \quad (3.4)$$

Donde  $a_t \equiv b_t + m_t$  es la riqueza financiera total del consumidor.

---

<sup>5</sup>Una función que satisface las cuatro propiedades supuestas es:

$$\alpha(\theta_t) = \frac{\bar{\alpha}}{1 + \theta_t}$$

### 3.1.2 El sector público consolidado

El gobierno utiliza los ingresos por señoreaje para hacer transferencias de suma fija a los consumidores, de forma tal que:

$$\dot{M}_t = P_t \tau_t \quad (3.5)$$

Esta devolución del señoreaje permite concentrarse en el efecto puro que tiene la inflación sobre la asignación de los recursos. Si no se hiciera esta devolución al sector privado y el gobierno utilizara estos ingresos para efectuar gasto público, se generaría un efecto ingreso adicional por el cual el consumidor vería reducido su bienestar debido a la disminución en la cantidad de recursos disponibles para consumir, suponiendo que el gasto público no genera utilidad<sup>6</sup>.

Adicionalmente, el Banco Central de esta economía fija una regla constante de expansión de la cantidad nominal de dinero tal que:

$$\dot{M}_t = \mu M_t \quad (3.6)$$

Donde  $\mu > 0$ .

## 3.2 La condición de equilibrio macroeconómico

El equilibrio macroeconómico resulta de la agregación de las restricciones presupuestales del gobierno y el sector privado, es decir las ecuaciones (3.2) y (3.5). Esta condición implica que:

$$y + rb_t = c_t + \theta_t + \dot{b}_t \quad (3.7)$$

Lo cual quiere decir que el PNB de la economía puede ser utilizado en consumo privado, en gasto destinado a cambiar la tecnología de transacciones y en la acumulación de activos externos. La ecuación (3.7) puede ser integrada en el intervalo  $[0, \infty)$ , suponiendo que el sector privado cumple con la restricción de No-Ponzi<sup>7</sup> y que  $b_0 = 0$ , para obtener que:

$$\int_0^\infty e^{-rt} c_t dt = \frac{y}{r} - \int_0^\infty e^{-rt} \theta_t dt \quad (3.8)$$

---

<sup>6</sup>El resultado de este modelo se mantendría si el gasto público entrara aditivamente en la función de utilidad y no se efectuara la devolución del señoreaje.

<sup>7</sup>Es decir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-rt} b_t = 0$$



Esta restricción intertemporal implica, como es usual, que el valor presente del consumo es igual al valor presente de la riqueza del individuo. Nótese que una mayor cantidad de recursos destinados a alterar la tecnología de transacciones, disminuye el valor presente del consumo que puede alcanzar el agente representativo.

### 3.3 El problema del sector privado

El consumidor representativo de esta economía escoge trayectorias para  $c_t$  y  $\theta_t$  con el propósito de maximizar el valor presente de su utilidad, tomando como dadas la inflación y las transferencias que recibe del sector público. Formalmente, este problema equivale a maximizar (3.1) sujeto a (3.3) y (3.4). El hamiltoniano en valor corriente asociado a este problema es:

$$u(c_t) + \lambda_t[y + \tau_t + ra_t - c_t - i_t\alpha(\theta_t)c_t - \theta_t]$$

La condición necesaria de primer orden con respecto a la variable de estado ( $a_t$ ) y el supuesto de que  $r = \rho$  implican que  $\lambda_t = \lambda_0$  para todo  $t$ . Empleando este resultado, las condiciones necesarias de primer orden con respecto a las variables de control ( $c_t$  y  $\theta_t$ ) pueden escribirse como:

$$u'(c_t) = \lambda_0[1 + i_t\alpha(\theta_t)] \quad (3.9)$$

y

$$-i_t\alpha'(\theta_t)c_t = 1 \quad (3.10)$$

La ecuación (3.9) implica que la utilidad marginal del consumo debe ser igual su precio efectivo, el cual ahora también incluye la tasa de interés nominal (que es el costo de oportunidad en el que debe incurrir el consumidor por mantener dinero para hacer transacciones). La ecuación (3.10), por su parte, implica que el costo marginal en términos de  $c_t$  de invertir en alterar la tecnología de transacciones<sup>8</sup> debe ser igual al beneficio marginal que genera al reducir el costo de oportunidad en el que debe incurrir el agente al tener que mantener saldos reales para consumir. De la ecuación (3.10) se puede inferir que un mayor nivel de inflación hace que los consumidores deseen incrementar  $\theta_t$ , para un *volumen dado* de transacciones, utilizando el hecho de que  $\alpha''(\theta_t) > 0$ .

---

<sup>8</sup>Porque el precio relativo de  $\theta_t$  en términos de  $c_t$  es 1.

Dada una tasa de inflación constante, el sistema de ecuaciones compuesto por (3.9) y (3.10) implica que  $c_t$  y  $\theta_t$  también lo son<sup>9</sup>. Si  $c_t = c$  y  $\theta_t = \theta$  para todo  $t$ , la demanda real por dinero, ecuación (3.3), es constante. La condición de equilibrio en el mercado de dinero implica que:

$$\pi_t = \frac{\dot{M}_t}{M_t} - \frac{\dot{m}_t}{m_t}$$

Con una demanda constante por saldos reales, la tasa de inflación es invariante en el tiempo e igual a la tasa de expansión de la cantidad nominal de dinero, lo cual confirma el supuesto inicial de que la tasa de inflación de equilibrio es constante. Con un consumo y un gasto para alterar la tecnología de transacciones de la economía constantes, la ecuación (3.8) puede escribirse como:

$$y = c + \theta \tag{3.11}$$

Por lo tanto, un mayor nivel de  $\theta$  reduce el consumo permanente del agente representativo de esta economía y por lo tanto el bienestar, dado que el consumo privado es la única fuente de utilidad en la economía.

### 3.4 La tecnología de transacciones y el efecto de la inflación sobre el bienestar

Si no fuera posible alterar la tecnología de transacciones en esta economía, de forma tal que  $\alpha$  fuera constante, el nivel óptimo de  $\theta_t$  sería 0 para todo  $t$ <sup>10</sup>. La ecuación (3.11) implica que si éste fuera el caso, la inflación no tendría efectos sobre el bienestar del agente representativo, debido a que el gobierno devuelve a las familias por medio de transferencias de suma fija el ingreso por señoreaje que recauda<sup>11</sup>. Como en este caso el sector privado no podría cambiar la asignación de sus recursos entre el consumo y las “actividades

---

<sup>9</sup>Dada una tasa de inflación constante,  $c_t$  y  $\theta_t$  podrían crecer, pero ello impondría una restricción funcional conjunta sobre  $\alpha(\theta_t)$  y  $u(c_t)$  para todo  $\theta_t$  y  $c_t$ :

$$\frac{-u''(c_t)c_t}{u'(c_t)} = \frac{i_t \alpha'(\theta_t)^2}{\alpha''(\theta_t)[1 + i_t \alpha(\theta_t)]}$$

<sup>10</sup>Esta sería también la solución de un planificador central benevolente en el modelo planteado anteriormente.

<sup>11</sup>Que en equilibrio es igual al impuesto inflacionario.

financieras” (que en este modelo se reducen a la realización de transacciones), la inflación sólo podría tener efectos sobre el consumo si el Gobierno, en vez de devolver el señoreaje a las familias lo empleara para incrementar su gasto.

Sin embargo, en esta economía el sector privado puede gastar una cantidad determinada de recursos en alterar la tecnología de transacciones y en equilibrio esta cantidad depende de la tasa de inflación. Una mayor tasa de inflación implica un mayor impuesto inflacionario para un nivel dado de transacciones que el consumidor tratará de evitar mediante el gasto en recursos para reducir los requerimientos de efectivo para un monto dado de consumo. En este modelo, el impuesto inflacionario es distorsionante porque genera los incentivos para crear un mecanismo de elusión y el carácter endógeno de la tecnología de transacciones es lo que permite generar tal mecanismo. En este sentido, este modelo se asemeja al propuesto por Frenkel y Mehrez (1997) en el cual, un mayor nivel de inflación genera una reasignación de recursos dentro de la sociedad, incrementando los destinados hacia las actividades financieras y disminuyendo los destinados hacia actividades productivas presentes y futuras.

Ahora analizamos los efectos de un incremento en la tasa de inflación de equilibrio<sup>12</sup>, dentro del modelo hasta ahora desarrollado. Sustituyendo (3.11) en (3.10) y diferenciando totalmente con respecto a la tasa de inflación de equilibrio, es posible mostrar que:

$$\frac{d\theta}{d\pi} = -\frac{\alpha'(\theta)(y - \theta)}{(r + \pi)[\alpha''(\theta)(y - \theta) - \alpha'(\theta)]} \quad (3.12)$$

Las propiedades 3 y 4 de la tecnología de transacciones implican que esta derivada es positiva, lo cual quiere decir que el sector privado incrementa el gasto destinado a alterar la tecnología de transacciones si se incrementa la inflación. Este hecho, junto con la ecuación (3.11), permite concluir que un mayor nivel de inflación genera una reasignación de la demanda agregada que reduce el consumo y por lo tanto el bienestar<sup>13</sup>. Para obtener los

---

<sup>12</sup>Producido por un incremento en  $\mu$ . Conceptualmente, la derivada de interés es  $\frac{d\theta}{d\mu}$  sin embargo, la tasa de inflación de equilibrio es igual a la tasa de expansión monetaria ( $\pi = \mu$ ).

<sup>13</sup>Estrictamente estamos comparando dos equilibrios distintos. Aunque es de anotar que el subsistema de ecuaciones diferenciales en  $c_t$  y  $\theta_t$  es estable alrededor del estado estacionario al tomar como dada la tasa de inflación, no se analiza la estabilidad del sistema de ecuaciones diferenciales completo al incluir  $\pi_t$ . Por lo tanto en este trabajo estrictamente no se analiza la dinámica de ajuste entre los dos equilibrios que se comparan.

resultados descritos resulta crucial la cuarta propiedad de la tecnología de transacciones que fue supuesta en la sección 3.1.1. La sensibilidad del signo de la derivada en (3.12) con respecto a este supuesto se analiza en el Apéndice A y en la sección 4.1.1 se argumentan razones que nos permiten pensar que es relativamente plausible asumirlo.

En este trabajo no se sugiere que la posibilidad de alterar la tecnología de transacciones sea la causa de la reducción en el bienestar de la sociedad: de hecho, esta adaptación es una respuesta óptima del sector privado *para el nivel de inflación existente* y nadie duda que es mejor poder contar con cajeros automáticos que no poderlo hacer. Lo que se pretende decir, más bien, es que en una economía altamente inflacionaria se destinan más recursos a mejorar la tecnología de transacciones de los que se destinan en una economía de baja inflación<sup>14</sup>.

Es importante notar que en este modelo, el mayor nivel de inflación no reduce *por sí mismo* el ingreso disponible del consumidor, porque se ha supuesto que los ingresos del Banco Central por señoreaje son devueltos al consumidor por medio de transferencias de suma fija. La reducción en el ingreso disponible se debe a que el mayor nivel de inflación produce una reasignación de los recursos de la economía, porque incentiva al sector privado a generar más innovación en su tecnología de transacciones, la cual es un proceso costoso porque implica el uso de parte del bien final en este modelo.

Una pregunta que puede surgir en este punto de la discusión es por qué los agentes toman una decisión que los termina perjudicando. La respuesta radica en que los consumidores toman como dadas las transferencias de suma fija que le hace el sector público. Si éstas se mantuvieran constantes al aumentar la inflación, el mayor gasto del sector privado en alterar la tecnología de transacciones incrementaría su bienestar. En este sentido, la determinación de la tecnología de transacciones puede entenderse como una disputa entre los sectores de la sociedad por la distribución del impuesto inflacionario.

Otro supuesto discutible es la naturaleza del gasto destinado a mejorar

---

La conclusión puede interpretarse de la siguiente forma: todo lo demás constante, el consumo de una economía con mayor inflación es menor.

<sup>14</sup>La discusión de esta sección sugiere la existencia de un nivel óptimo de inflación. Si supusiéramos que:

$$\lim_{\theta_t \rightarrow 0} \alpha'(\theta_t) = \infty$$

obtendríamos, por la ecuación (3.10), la regla de Friedman para obtener la cantidad óptima de dinero, es decir, la inflación óptima sería  $-\rho$ .

la tecnología de transacciones en el modelo. Es posible que el consumidor no tenga que incurrir en un gasto todos los períodos para alterar la tecnología de transacciones que enfrenta, sino que incurra en un costo fijo en  $t = 0$ . En el Apéndice B se introduce un modelo que supone este tipo de gasto. Las conclusiones obtenidas en los dos modelos son esencialmente iguales.

## 4 Un modelo con sector financiero

En esta sección se construye un modelo en el cual los agentes que alteran la tecnología de transacciones son firmas bancarias.

Consideraremos nuevamente una economía pequeña y abierta con perfecta movilidad de capitales, horizonte infinito, y con producción exógena en la cual existen tres tipos de agentes: un sector privado no financiero, constituido por las familias, un sector privado financiero, que incluye a los bancos comerciales, y un sector público que consolida al Banco Central con el Gobierno. En el modelo existen dos tipos de activos que pueden ser acumulados por el sector privado. El primer tipo incluye los activos externos que no prestan servicios de liquidez y que constituyen los bonos puros de este modelo. El segundo tipo está constituido por los activos que, a diferencia de los bonos externos, le permiten a las familias realizar sus transacciones. Esta categoría incluye dinero (definido como efectivo) y un *continuum* de activos que, a diferencia de éste, pagan una tasa de interés nominal positiva pero más baja que la de los bonos puros. Los bancos comerciales se encargan de la oferta de estos papeles y se encuentran en competencia monopolística.

A continuación se describe el comportamiento de los tres tipos de agentes de este modelo y se analiza qué determina la tecnología de transacciones en esta economía.

### 4.1 Los agentes de la economía

#### 4.1.1 El sector privado no financiero

Supongamos que el sector privado no financiero de la economía está constituido por *continuum* de familias o consumidores comprendidos en el intervalo  $[0, 1]$ , de forma tal que el comportamiento del sector puede derivarse del análisis de un consumidor representativo cuyas preferencias están definidas sobre el consumo de bienes finales ( $c_t$ ) y el valor presente neto de su utilidad

está dado por:

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} \ln c_t dt \quad (4.1)$$

Donde  $\rho$  es la tasa de descuento intertemporal que supondremos, para hacer más sencillo el modelo, igual a la tasa de interés internacional en términos del bien de consumo final ( $r$ ), que supondremos a su vez constante.

El agente recibe en cada período, en términos de  $c_t$ , un ingreso exógeno constante ( $y$ ) y una transferencia de suma fija del gobierno ( $\tau_t$ ) que destina a consumir del bien final y a acumular activos: bonos puros ( $b_t$ , en términos reales), efectivo ( $m_t$ , en términos reales y  $M_t$ , en términos nominales) y un *continuum* de activos financieros que también prestan algún servicio de liquidez pero pagan en equilibrio una tasa de interés nominal positiva menor que  $i_t$ , comprendidos en el intervalo  $[0, \theta]$ . La cantidad real de cada uno de estos activos se denota por  $F(j)$ , donde  $j \in [0, \theta]$ . Por lo tanto  $\theta$ , es un índice del estado de la tecnología de transacciones de la economía.

De esta forma, la restricción presupuestal de este consumidor representativo está dada en términos reales por:

$$\dot{a}_t = y + \tau_t + ra_t - i_t m_t - \int_0^{\theta} [r - r(j)] F(j) dj - c_t \quad (4.2)$$

Donde  $a_t \equiv b_t + m_t + \int_0^{\theta} F(j) dj$  representa la riqueza financiera total<sup>15</sup>,  $P_t$  el nivel general de precios doméstico,  $\pi_t \equiv \frac{\dot{P}_t}{P_t}$  es la tasa de inflación,  $i_t \equiv r + \pi_t$  es la tasa de interés nominal que pagan los bonos externos,  $r(j)$  es la tasa de interés real que paga el activo  $F(j)$ , donde  $j \in [0, \theta]$ . En este planteamiento del problema, el efectivo y los activos  $F(j)$ , pueden entenderse como “bienes” cuyos precios ( $i_t$  y  $[r - r(j)]$ , respectivamente), son sus costos de oportunidad con respecto a los bonos.

---

<sup>15</sup>Nótese que la riqueza financiera mantenida en forma de activos líquidos diferentes al efectivo puede aumentar por un incremento en la cantidad de cada activo o en el número de activos. Formalmente:

$$\dot{a}_t = \dot{b}_t + \dot{m}_t + \int_0^{\theta_t} \dot{F}(j) dj + F(\theta_t) \dot{\theta}_t$$

Sin embargo, el equilibrio de competencia monopolística en esta economía lleva a que  $\theta_t$  sea constante, como se mostrará más adelante. Para hacer que el número de papeles financieros alternativos al efectivo en la provisión de liquidez variara en el tiempo podría endogenizarse la producción de la economía o hacer que la tasa de interés externa fuera distinta de la tasa de preferencia intertemporal.

La tecnología de transacciones de la economía (que relaciona las necesidades de consumo de las familias con sus tenencias de activos con servicios de liquidez) está definida por una modificación de la restricción de *cash-in-advance*, para incluir los servicios que prestan los activos  $F(j)$ :

$$c_t = m_t \left[ \int_0^\theta F(j)^\alpha dj \right]^{1/\alpha} \quad (4.3)$$

Donde  $\alpha \in (0, 1)$ . Este tipo de especificaciones se conocen como restricciones de *liquidity-in-advance* y han sido utilizadas para dos activos, entre otros, por Walsh (1984) y Calvo y Végh (1994). En esta tecnología de transacciones, similar a la función de producción de bienes finales en los modelos de innovación horizontal en bienes intermedios que utilizan Romer (1987 y 1990) y Grossman y Helpman (1991, Capítulo 3), el efectivo es sustituto imperfecto de todos los demás activos líquidos (que tienen el mismo grado de liquidez). Una de las ventajas de esta especificación de la tecnología de transacciones es que permite obtener en equilibrio demandas positivas por todos los activos que prestan servicios de liquidez<sup>16</sup>. Como se verá al describir el comportamiento del sector privado financiero, la analogía con estos modelos no sólo cubre la demanda por los activos  $F(j)$ , sino también su estructura de oferta.

La ecuación (4.3) nos permite ilustrar por qué  $\theta$  es un índice del estado de la tecnología de transacciones de esta economía. Supongamos que todos los activos líquidos distintos del efectivo se demandan en la misma cantidad (como efectivamente ocurre en equilibrio), es decir,  $F(j) = \bar{F}$  para todo  $j \in [0, \theta]$ . De esta forma, los requerimientos de dinero para llevar a cabo un volumen determinado de transacciones están dados por:

$$m_t = (\theta^{1/\alpha} \bar{F})^{-1} c_t$$

Cuando aumenta  $\theta$  las familias pueden llevar a cabo el mismo nivel de transacciones con una menor cantidad de dinero. Una analogía con la ecuación (3.3), nos permite justificar las tres últimas propiedades de la tecnología de transacciones que fueron supuestas en la sección anterior<sup>17</sup>, ya

<sup>16</sup>Lo cual no ocurriría si la función fuera aditivamente separable en  $m_t$  y  $F(j)$  para  $j \in [0, \theta]$ . En este último caso, los activos serían sustitutos perfectos entre sí y se obtendría una solución de esquina, en la cual no existiría demanda por dinero, ya que es el activo que paga la menor tasa de interés nominal.

<sup>17</sup>En otras palabras, la ecuación (3.3) puede verse como la forma reducida de la ecuación (4.3). La función  $\alpha(\cdot)$  de la sección anterior es ahora  $(\theta^{1/\alpha} \bar{F})^{-1}$ . Es fácil comprobar que esta última función es decreciente y convexa en  $\theta$ , como fue supuesto en la sección 3.1.1.

que el “gasto” en mejorar la tecnología de transacciones es proporcional al número de activos sustitutos del efectivo en la provisión de liquidez<sup>18</sup>.

#### 4.1.2 El sector privado financiero

El sector privado financiero de esta economía está compuesto por un *continuum* de bancos comerciales comprendidos en el intervalo  $[0, \theta]$ . El  $k$ -ésimo banco es el único que ofrece el papel  $F(k)$  y con los depósitos que recibe de las familias, acumula bonos externos. El Banco Central de la economía no impone requerimientos de reserva pero existe un costo administrativo de  $\gamma$  por unidad del activo  $F(k)$ , de forma tal que las ganancias del  $k$ -ésimo banco en el momento  $t$  están dadas por  $[r - r(k) - \gamma]F(k)$ .

El incentivo a cambiar la tecnología de transacciones (es decir a expandir el número de activos líquidos sustitutos del efectivo) que tiene el sector financiero proviene de la posibilidad de apoderarse de rentas monopólicas en la labor de intermediación. Esta interpretación guarda una estrecha relación con la explicación de los incentivos empresariales que tienen las firmas para invertir en Investigación y Desarrollo en los modelos de innovación tecnológica endógena.

Adicionalmente existe un costo fijo  $\eta$  de crear un nuevo activo financiero  $F(k)$  para cada firma bancaria. De esta forma, los bancos comerciales se encuentran en competencia monopolística, de la misma forma que los productores de bienes intermedios en los modelos de Romer (1990) y Grossman y Helpman (1991, Capítulo 3). Al igual que en estos modelos de Investigación y Desarrollo supondremos libre entrada a la intermediación financiera, por lo cual el valor presente de las ganancias de cualquier firma bancaria debe ser igual a  $\eta$  en equilibrio<sup>19</sup>. Como veremos más adelante, es la condición de libre entrada la que permite encontrar el número de papeles  $F(k)$  de la economía.

---

<sup>18</sup>En este sentido, la ecuación (4.3) captura de manera reducida la existencia de una “externalidad de red” en la provisión de liquidez por parte de los intermediarios financieros. El concepto de *network externality* se encuentra expuesto en Tirole (1988, Capítulo 10).

<sup>19</sup>Supondremos para simplificar que los dueños de los bancos comerciales son extranjeros. Relajar este supuesto no tiene consecuencias importantes sobre las conclusiones del modelo, dado que en equilibrio el valor presente de todas las firmas es cero.



### 4.1.3 El sector público

Al igual que en modelo sin un sector financiero explícito, el Banco Central de esta economía determina una regla de expansión de la base monetaria<sup>20</sup> de forma tal que:

$$\dot{M}_t = \mu M_t \quad (4.4)$$

Donde  $\mu > 0$ . Adicionalmente, el Gobierno no tiene gasto público que satisfacer, razón por la que los ingresos por señoreaje son empleados para hacer una transferencia de suma fija, como en la sección anterior, al sector privado no financiero. Formalmente:

$$\dot{M}_t = P_t \tau_t \quad (4.5)$$

## 4.2 La condición de equilibrio macroeconómico

El equilibrio macroeconómico resulta de la agregación de las restricciones presupuestales del gobierno y el sector privado, es decir las ecuaciones (4.2) y (4.5). Esta condición implica que:

$$\dot{\Omega}_t = y + r\Omega_t - c_t - \int_0^\theta [r - r(j)]F(j)dj \quad (4.6)$$

Donde definimos  $\Omega_t$  como los activos netos que tiene la economía con el resto del mundo, es decir:  $\Omega_t \equiv b_t + \int_0^\theta F(j)dj$

La ecuación (4.6) implica que la economía puede acumular activos externos gracias al exceso del ingreso sobre el gasto, el cual no sólo incluye el consumo sino también el costo de oportunidad en el que debe incurrir el sector privado no financiero para acumular activos líquidos diferentes al efectivo. Al integrar esta ecuación en el intervalo  $[0, \infty)$ , suponiendo que la economía como un todo satisface la restricción de No-Ponzi<sup>21</sup>, que  $r(j) = \bar{r}$  y  $F(j) = \bar{F}$  para todo  $j$  y para todo  $t$  (como efectivamente ocurre en equilibrio) y que  $\Omega_0 = 0$ , se obtiene que:

$$r \int_0^\infty e^{-rt} c_t dt = y - \theta \bar{F}(r - \bar{r})$$

---

<sup>20</sup>En esta economía, la base monetaria y los medios de pago son iguales al efectivo porque no existen cuentas corrientes ni requerimientos de reserva sobre los depósitos del sistema financiero.

<sup>21</sup>Es decir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-rt} \Omega_t = 0$$

Esta restricción intertemporal tiene la interpretación usual de ser la igualdad entre el valor presente del consumo y el valor presente de la riqueza del individuo. Debe notarse que un mayor número de activos financieros hace que disminuya el valor presente del consumo que pueden alcanzar las familias. Con un nivel de consumo constante (como el que se tiene en equilibrio), la ecuación anterior implica que:

$$c = y - \theta \bar{F}(r - \bar{r}) \quad (4.7)$$

Por lo tanto un aumento en  $\theta$  reduce el bienestar de la economía en equilibrio, debido a que el consumo privado es la única fuente de utilidad para el agente representativo.

### 4.3 El problema del sector privado no financiero

El objetivo del consumidor representativo es escoger una trayectoria de consumo para maximizar el valor presente de su utilidad, (4.1), sujeto a la restricción presupuestal, (4.2), y a la tecnología de transacciones, (4.3). Al hacerlo, el consumidor toma como dadas las tasas de interés de todos los activos, las transferencias que le hace el gobierno, la tasa de inflación y el número de activos diferentes al efectivo disponibles para efectuar transacciones,  $\theta$ . El hamiltoniano en valor corriente asociado con este último problema está dado por:

$$\begin{aligned} & \ln[m_t[\int_0^\theta F(j)^\alpha dj]^{1/\alpha}] + \lambda_t\{y + \tau_t + ra_t - i_t m_t \\ & - \int_0^\theta [r - r(j)]F(j)dj - m_t[\int_0^\theta F(j)^\alpha dj]^{1/\alpha}\} \end{aligned}$$

La condición de primer orden con respecto a  $a_t$ , la variable de estado, y el supuesto de que  $r = \rho$  implican que  $\lambda_t = \lambda_0$  para todo  $t$ . Empleando este resultado, las condiciones de primer orden asociadas con  $m_t$  y  $F(k)$ , las variables de control, pueden escribirse como:

$$\frac{1}{m_t} = \lambda_0[[\int_0^\theta F(j)^\alpha dj]^{1/\alpha} + i_t] \quad (4.8)$$

y

$$\frac{1}{\int_0^\theta F(j)^\alpha dj} F(k)^{\alpha-1} = \lambda_0[m_t[\int_0^\theta F(j)^\alpha dj]^{(1-\alpha)/\alpha} F(k)^{\alpha-1} + r - r(k)] \quad (4.9)$$

La ecuación (4.9) debe ser satisfecha para todo  $k \in [0, \theta]$ . Multiplicando los dos lados de esta última ecuación por  $F(k)$  e integrando en el intervalo  $[0, \theta]$  obtenemos:

$$\lambda_0^{-1} = \int_0^\theta [r - r(j)]F(j)dj + m_t \left[ \int_0^\theta F(j)^\alpha dj \right]^{1/\alpha} \quad (4.10)$$

Combinando la ecuaciones (4.8) y (4.10) obtendremos:

$$m_t = \frac{1}{i_t} \int_0^\theta [r - r(j)]F(j)dj \quad (4.11)$$

Esta última ecuación implica que, todo lo demás constante, entre mayor sea la inflación, menor será la demanda por dinero y puede interpretarse como una condición de equilibrio en la que el costo de oportunidad incurrido por mantener dinero debe ser igual al costo de oportunidad incurrido por mantener todo el resto de activos líquidos.

Utilizando las ecuaciones (4.9) y (4.11) es posible encontrar la demanda por el activo  $F(k)$ :

$$F(k) = \delta^{-1/(1-\alpha)} [r - r(k)]^{-1/(1-\alpha)} \quad (4.12)$$

Donde:

$$\delta = \frac{\lambda_0 \int_0^\theta F(j)^\alpha dj}{1 - \frac{\lambda_0}{i_t} \left[ \int_0^\theta F(j)^\alpha dj \right]^{1/\alpha} \int_0^\theta [r - r(j)]F(j)dj} \quad (4.13)$$

#### 4.4 El problema del sector privado financiero

Cada una de las firmas bancarias que componen el sector privado financiero trata de maximizar el valor presente de sus ganancias. Como las firmas bancarias no tienen variables para acumular (es decir variables de estado), este problema equivale a maximizar en cada momento del tiempo su flujo de ganancias. Esto quiere decir que el problema banco  $k$  equivale a una secuencia infinita de problemas estáticos que consisten en:

$$\begin{aligned} & \max_{r(k)} [r - r(k) - \gamma]F(k) \\ & \text{sujeto a (4.12)} \end{aligned}$$

Si el número de firmas bancarias es lo suficientemente grande, el efecto que tiene la tasa de interés que paga cada una de ellas sobre  $\delta$  es despreciable

y cada una percibe una demanda con elasticidad precio constante de  $-1/(1-\alpha)^{22}$ . Esto implica que la tasa de interés que cobra cada una de las firmas está determinada por:

$$r(k) = \bar{r} = r - \frac{\gamma}{\alpha} \quad (4.14)$$

Esto quiere decir que la política de fijación de “precios”, que consiste en imponer un *mark-up* sobre el costo marginal, es independiente de  $k$  y de  $t^{23}$ . Las ecuaciones (4.9) y (4.14) nos permiten concluir que  $F(k) = \bar{F}$ , es decir el equilibrio es efectivamente simétrico entre firmas bancarias. Las ecuaciones (4.8) a (4.13) implican que, dada una tasa de inflación constante,  $\bar{F}$  y  $m_t$  son constantes a través del tiempo. La tasa de inflación de equilibrio será efectivamente constante ya que la tasa de expansión de la base monetaria también lo es<sup>24</sup>. Con demandas constantes por todos los activos líquidos, el consumo también será constante, por la ecuación (4.3).

La condición de libre entrada y el hecho de que las ganancias de cada firma bancaria sean constantes en el tiempo implican que:

$$\frac{(r - \bar{r} - \gamma)\bar{F}}{r} = \eta \quad (4.15)$$

---

<sup>22</sup>Esta aproximación a la competencia monopolística es introducida por Dixit y Stiglitz (1977 y 1993). Es aplicada por varios trabajos de economía internacional, como Krugman (1979) y Helpman y Krugman (1985, pp. 118-9), y crecimiento endógeno, como Romer (1990) y Grossman y Helpman (1991). Un argumento matemático para despreciar el efecto que la  $k$ -ésima firma tiene sobre  $\delta$  proviene de la interpretación de la integral como el área bajo una curva y del hecho de que el área bajo un punto (en este caso una firma) es cero. Un argumento económico es el siguiente: Utilizando (4.3) y (4.11), podemos escribir (4.13) como:

$$\delta = \frac{\lambda_0(c_t/m_t)^\alpha}{1 - \lambda_0 c_t}$$

Si el número de firmas bancarias es lo suficientemente grande, cada una tomará como dados la demanda por dinero y el consumo agregados. Una prueba formal de que la elasticidad precio de la demanda tiende a  $-1/(1-\alpha)$  cuando el número de firmas es lo suficientemente grande se encuentra en el Apéndice C.

<sup>23</sup>La ecuación (4.14) implica que en equilibrio, la tasa de interés nominal que pagan los activos  $F(j)$  es menor que  $i_t$ , como se señaló en la sección 4.1.1. Como  $\alpha \in (0, 1)$ , la tasa de interés que pagan los intermediarios financieros sobre sus depósitos es menor de la que se pagaría en competencia perfecta (*i.e.*,  $r - \gamma$ ). Adicionalmente es necesario imponer una restricción paramétrica para que la tasa de interés nominal que pagan los activos  $F(j)$  sea efectivamente positiva:

$$r + \mu > \frac{\gamma}{\alpha}$$

<sup>24</sup>El argumento empleado es esencialmente el mismo de la sección 3.3.

Utilizando las ecuaciones (4.12) y (4.15) se encuentra que en equilibrio simétrico:

$$\frac{r\eta}{r - \bar{r} - \gamma} = \delta^{-1/(1-\alpha)}(r - \bar{r})^{-1/(1-\alpha)} \quad (4.16)$$

Por lo tanto,  $\delta$  es constante e independiente de la inflación en el equilibrio de cero ganancia en valor presente que implican la condición de libre entrada y la política de fijación de tasa de interés de las firmas bancarias.

## 4.5 La tecnología de transacciones y el efecto de la inflación sobre el bienestar

La ecuación (4.13), en el equilibrio simétrico de las firmas bancarias con una tasa constante de inflación, puede ser escrita como:

$$\frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{\delta}{i} \theta^{(1+\alpha)/\alpha} (r - \bar{r}) \bar{F}^2 + \theta \bar{F}^\alpha$$

Esta ecuación define a  $\theta$  como una función implícita de la tasa de inflación de equilibrio. Es posible demostrar que<sup>25</sup>:

$$\frac{d\theta}{d\pi} = \frac{\delta \theta^{(1+\alpha)/\alpha} (r - \bar{r}) \bar{F}^2}{i^2 [\bar{F}^\alpha + \frac{(1+\alpha)}{\alpha} \frac{\delta}{i} (r - \bar{r}) \bar{F}^2 \theta^{1/\alpha}]} > 0$$

Esto quiere decir que un mayor nivel de inflación conduce a una expansión en la cantidad de activos líquidos sustitutos del efectivo. Sin embargo un incremento en este número de papeles reduce, por la ecuación (4.7), el bienestar<sup>26</sup>. Cuando se incrementa la inflación disminuye la demanda por efectivo relativa a la demanda por los demás activos líquidos; como cada papel es demandado en la misma cantidad, es necesario un incremento en la cantidad de papeles para cubrir las necesidades de liquidez del consumidor<sup>27</sup>.

Este efecto de la inflación es probablemente otra forma de ver el conocido *shoe leather cost*. En este caso la inflación produce una reasignación de los

<sup>25</sup>Utilizando las ecuaciones (4.3), (4.7) y (4.10) es posible mostrar que  $\lambda_0^{-1} = y$ , por lo cual es independiente de  $\theta$  y de la tasa de inflación de equilibrio. Adicionalmente,  $\delta$  debe ser positivo en un equilibrio en el cual la demanda por  $F(k)$  es positiva.

<sup>26</sup>Estrictamente deberíamos decir que, todo lo demás constante, las economías con mayor inflación se caracterizan por tener menores niveles de consumo.

<sup>27</sup>Para satisfacer el aumento en la demanda por activos líquidos, podrían también aumentar las tenencias de los activos existentes, pero la forma funcional de la tecnología de transacciones implica “amor por la variedad”.

recursos de la economía desviando una mayor cantidad de los mismos hacia las actividades financieras, que en este modelo se reducen a servir como medio de llevar a cabo las transacciones de las familias. Probablemente en un modelo con producción endógena, los recursos que se deben destinar a las actividades financieras competirían con los destinados a incrementar la capacidad productiva de la economía.

## 5 Conclusiones y posibles extensiones

Alterar la tecnología de transacciones es un proceso endógeno motivado por el deseo de los agentes privados de reducir los requerimientos de efectivo para llevar a cabo un monto dado de transacciones en la economía. Generar este cambio en la tecnología de transacciones es costoso y un mayor nivel de inflación, al aumentar la disposición a invertir recursos en dicho cambio, le genera a la sociedad una reducción en los recursos disponibles para el consumo y por lo tanto en su bienestar.

En las secciones 3 y 4 se construyeron modelos en los cuales se presentaba el efecto anteriormente descrito, que puede entenderse como una sofisticación del *shoe leather cost* de la inflación, en la cual la reasignación de recursos que genera la inflación puede reducir el bienestar. Sin embargo, como es difícil construir un modelo que permita endogenizar o tener en cuenta todas las variables que intervienen en un proceso económico, se mencionan a continuación algunas extensiones que pueden llegar a ser importantes para el modelo presentado en este trabajo.

La oferta de bienes finales de esta economía es demasiado sencilla y la endogenización de la producción podría hacer más clara la forma en la cual la inflación desvía efectivamente recursos, más allá de lo que es socialmente deseable, de la actividad productiva hacia la intermediación, que en este modelo es útil sólo para efectuar transacciones. Una forma de hacerlo es incluir trabajo en el modelo. Una parte de la dotación total de trabajo permite producir  $y$  y otra cubre los costos fijos y variables que el sector financiero debe enfrentar para producir y mantener nuevos activos. En este caso, es posible que la inflación no sólo afecte la asignación de los recursos sino su también su disponibilidad. Otra posibilidad es introducir capital en el modelo (probablemente cerrando la economía) y de esta forma analizar si la inflación también afecta la disponibilidad de recursos en el futuro al generar, ya no sólo un desplazamiento del consumo sino también de la inversión.

En el modelo presentado aquí, se ha hecho énfasis en los incentivos para alterar la tecnología de transacciones: existen agentes interesados en reducir los requerimientos de efectivo necesarios para consumir. Sin embargo, el lado de la oferta no ha sido completamente explorado. En este sentido sería muy interesante preguntarse de qué depende el costo fijo de la innovación ( $\eta$ ) y cómo influye sobre el costo en bienestar de la inflación presentado en este artículo. Probablemente sean los países en desarrollo los que tienen mayores niveles de inflación y, en consecuencia, mayores incentivos para hacer más eficiente su tecnología de transacciones, sin embargo el costo de desarrollarla (por ejemplo, una red de cajeros automáticos extremadamente avanzados) puede ser más alto que en los países industrializados. En este sentido el nivel de progreso tecnológico en el sector real no es del todo independiente de las posibilidades de alterar la forma de llevar a cabo las transacciones de la economía.

El párrafo anterior nos lleva a un punto curioso, pero importante para entender por qué el costo en bienestar de la inflación presentado en este trabajo puede ser más significativo para los países en desarrollo: son éstos países los que tienen los mayores incentivos para alterar su tecnología de transacciones pero a los que les resulta más costoso hacerlo, debido a su reducido potencial tecnológico en otros sectores, ya que la posibilidad de desarrollar innovaciones financieras está estrechamente relacionada con los avances en telecomunicaciones y sistematización<sup>28</sup>. En consecuencia, la inflación puede ser particularmente costosa para los países en desarrollo.

Si alterar la tecnología de transacciones implica un costo fijo como el que se incluye en el modelo desarrollado en la cuarta sección de este trabajo, probablemente el beneficio en términos de consumo de disminuir la inflación es inferior al costo de haberla incrementado en un comienzo.

Finalmente sería deseable estudiar si el carácter endógeno de la tecnología de transacciones tiene efectos sobre el nivel de equilibrio de la inflación incluyendo requerimientos de reserva en el modelo, lo cual implicaría que una política de fijación de tasa de interés de las firmas bancarias dependiente de la tasa de inflación.

---

<sup>28</sup>Nótese que empleando la ecuación (4.7) y la condición de libre entrada al mercado de activos, puede escribirse el consumo de equilibrio como:

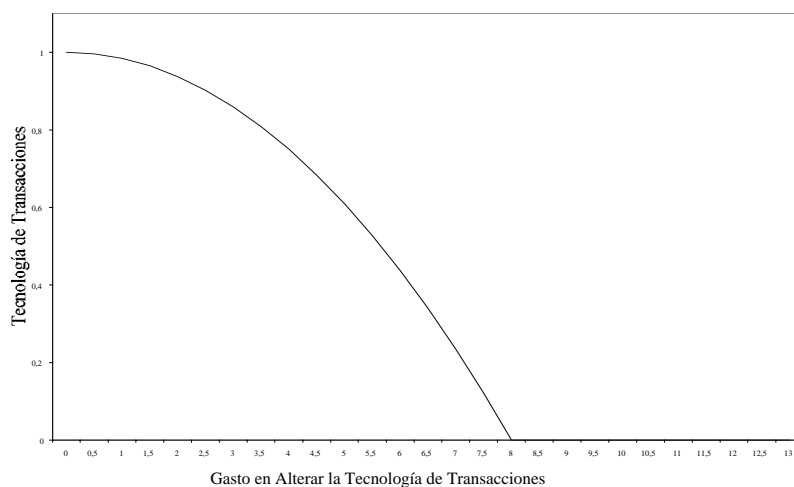
$$c = y - \theta(r\eta + \gamma\bar{F})$$

El costo de la inflación es creciente en  $\eta$ , para un mismo  $\frac{d\theta}{d\pi}$ .

## 6 Apéndice A

En la sección 3.4 se mencionó que el signo de la derivada (3.12) depende de la concavidad o convexidad de la función  $\alpha(\cdot)$ . Aunque la especificación de la tecnología de transacciones de la sección 4.1.1, ecuación (4.3), permite argumentar que el supuesto de que  $\alpha''(\theta) > 0$  es relativamente plausible, en este apéndice mostraremos que el signo de la derivada (3.12) sólo puede revertir para valores de  $\theta$  muy cercanos a 0 en caso de no cumplirse nuestro supuesto.

En términos matemáticos, la tecnología de transacciones es una función decreciente con una cota inferior. La concavidad o convexidad de la función determina si la cota se alcanza asintóticamente (si la función es estrictamente convexa) o en un valor de  $\theta$  tal que  $0 < \theta < \infty$  (si la función es estrictamente cóncava). La tecnología de transacciones en el caso de una función cóncava<sup>29</sup> se ilustra en el siguiente gráfico.



---

<sup>29</sup>La función graficada es:

$$\alpha(\theta) = \begin{cases} 1 - \theta^2/64 & \text{si } \theta < 8 \\ 0 & \text{si } \theta \geq 8 \end{cases}$$



Como puede observarse, la función no puede ser estrictamente cóncava en todo su dominio. En particular debe existir un valor de  $\theta$  a partir del cual  $\alpha''(\theta) = 0$ . Esto implica que para valores de  $\theta$  lo suficientemente altos el signo de la derivada en (3.12) es independiente del supuesto hecho acerca del grado de concavidad o de convexidad de la función.

## 7 Apéndice B

Supongamos que el consumidor sólomente tiene que incurrir en  $t = 0$  en un costo  $\theta_0$  que determina la tecnología de transacciones que debe enfrentar en el intervalo  $[0, \infty)$ . Supondremos las mismas preferencias que en la tercera parte del trabajo, el cumplimiento de la restricción de No-Ponzi para el sector privado<sup>30</sup> y  $b_0 = 0$ . La restricción presupuestal intertemporal que enfrenta el consumidor es ahora:

$$\frac{y}{r} + m_0 - \theta_0 + \int_0^{\infty} e^{-rt}(\tau_t - i_t m_t - c_t)dt = 0 \quad (\text{B.1})$$

La tecnología de transacciones estará determinada por:

$$m_t = \alpha(\theta_0)c_t \quad (\text{B.2})$$

Donde  $\alpha(\cdot)$  satisface *mutatis mutandis* las propiedades listadas en la sección 3.1.1. El problema que enfrenta el consumidor consiste en escoger una senda de consumo y un valor  $\theta_0$  para maximizar (3.1) sujeto a (B.1) y (B.2). El lagrangiano asociado a este problema es:

$$\ell = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t)dt + \nu \left[ \frac{y}{r} + m_0 - \theta_0 + \int_0^{\infty} e^{-rt}(\tau_t - i_t \alpha(\theta_0)c_t - c_t)dt \right]$$

Las condiciones necesarias de primer orden de este problema (teniendo en cuenta la elección del consumo es separable en el tiempo y que  $r = \rho$ ) pueden ser escritas como:

$$u'(c_t) = \nu[1 + i_t \alpha(\theta_0)] \quad (\text{B.3})$$

---

<sup>30</sup>Es decir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-rt} a_t = 0$$

Donde se define  $a_t$  como en la sección 3.1.1.

y

$$-\alpha'(\theta_0) \int_0^\infty e^{-rt} i_t c_t dt = 1 \quad (\text{B.4})$$

Las ecuaciones anteriores implican un nivel constante de  $c_t$  si la tasa de inflación es constante, como efectivamente ocurre porque la demanda por saldos reales de dinero, ecuación (B.2), y la tasa de expansión de la cantidad nominal de dinero, ecuación (3.6), permanecen constantes.

Supondremos que el sector público puede acumular deuda con el exterior ( $b_t^g$ ) pagando la misma tasa que los agentes privados, de forma tal que su restricción en cada momento del tiempo implica que:

$$\dot{b}_t^g + \dot{m}_t = \tau_t + r(b_t^g + m_t) - i_t m_t$$

La integración de esta ecuación en el intervalo  $[0, \infty)$ , suponiendo que el gobierno también satisface la restricción de No-Ponzi<sup>31</sup> y que  $b_0^g = 0$ , implica que:

$$m_0 + \int_0^\infty e^{-rt} (\tau_t - i_t m_t) dt = 0 \quad (\text{B.5})$$

La condición de equilibrio macroeconómico (si el consumo privado permanece constante, como efectivamente ocurre en equilibrio) en valor presente, surge de la combinación de las restricciones presupuestales de los hogares y el gobierno, es decir, las ecuaciones (B.1) y (B.5):

$$c = y - r\theta_0 \quad (\text{B.6})$$

Con un consumo constante en el nivel implicado por (B.6), la ecuación (B.4) puede escribirse como:

$$-\alpha'(\theta_0)(r + \pi)\left(\frac{y}{r} - \theta_0\right) = 1$$

Esta última ecuación define implícitamente a  $\theta_0$  como una función de  $\pi$ , tal que:

$$\frac{d\theta_0}{d\pi} = -(r + \pi)^{-1} [\alpha''(\theta_0)\left(\frac{y}{r} - \theta_0\right) - \alpha'(\theta_0)]^{-1} \alpha'(\theta_0)\left(\frac{y}{r} - \theta_0\right)$$

---

<sup>31</sup>Es decir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-rt} (b_t^g + m_t) = 0$$

Esto implica que el gobierno no puede dejar pasivos en valor presente al “final” de su horizonte temporal, sin importar si éstos son remunerados o no por la tasa de interés real del mercado.

Bajo las propiedades de  $\alpha(\cdot)$  supuestas en la sección 3.1.1, esta derivada sería nuevamente positiva disminuyendo, por la ecuación (B.6), el bienestar del consumidor de esta economía.

## 8 Apéndice C

El hamiltoniano en valor corriente asociado al problema del sector privado no financiero se puede escribir como:

$$\ln c_t + \lambda_{1t} [y + \tau_t + r a_t - i_t m_t - \int_0^\theta [r - r(j)] F(j) dj - c_t] + \lambda_{2t} [m_t [\int_0^\theta F(j)^\alpha dj]^{1/\alpha} - c_t]$$

La condición necesaria de primer orden con respecto a  $F(k)$  permite derivar la curva inversa de demanda por este activo:

$$r - r(k) = \frac{\lambda_{2t} m_t}{\lambda_{1t}} [\int_0^\theta F(j)^\alpha dj]^{(1-\alpha)/\alpha} F(k)^{\alpha-1}$$

Interpretando el costo de oportunidad con respecto a los bonos reales,  $r - r(k)$ , como el “precio” del activo  $F(k)$ , es posible encontrar el inverso multiplicativo de la elasticidad precio de la demanda:

$$\varepsilon^{-1} = \frac{\partial [r - r(k)] / \partial F(k)}{[r - r(k)] / F(k)} = -(1 - \alpha) + \frac{(1 - \alpha) F(k)^\alpha}{\int_0^\theta F(j)^\alpha dj}$$

El inverso multiplicativo de la elasticidad precio de la demanda evaluado en el equilibrio simétrico (en el cual todos los papeles  $F(j)$  son demandados en la misma cantidad) es:

$$\bar{\varepsilon}^{-1} = -(1 - \alpha) + \frac{(1 - \alpha)}{\theta}$$

Entre mayor sea el número de firmas bancarias o de papeles, el segundo componente de  $\bar{\varepsilon}^{-1}$  será cada vez menor. Formalmente:

$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} \bar{\varepsilon}^{-1} = -(1 - \alpha)$$

## 9 Referencias

Aghion, P. y P. Howitt (1992), "A Model of Growth through Creative Destruction", en *Econometrica*, 60, 2, 323-51.

Aiyagari, R., A. Braun y Z. Eckstein (1998), "Transaction Services, Inflation, and Welfare", en *Journal of Political Economy*, 106, 6, 1274-1301.

Arrau, P., J. de Gregorio, P. Whickman y C. Reinhart (1995), "The Demand for Money in Developing Countries: Assessing the Role of Financial Innovation", en *Journal of Development Economics*, 46, 317-40.

Calvo, G. y C. Végh (1992), "Currency Substitution in developing countries: an Introduction", en *Revista de Análisis Económico*, 7, 1, 3-27.

Calvo, G. y C. Végh (1994), "Interest Rate Targeting in a Small Open Economy: The Predetermined Exchange Rates Case", en *IMF Staff Papers*, 37, 4, 753-76.

Chang, R. (1994), "Endogenous Currency Substitution, Inflationary Finance, and Welfare", en *Journal of Money, Credit, and Banking*, 26, 4, 903-16.

De la Fuente, A. y J. Marín (1996), "Innovation, Bank Monitoring, and Endogenous Financial Development", en *Journal of Monetary Economics*, 38, 269-301.

Dixit, A. y J. Stiglitz (1977), "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity", en *American Economic Review*, 67, 3, 297-308.

Dixit, A. y J. Stiglitz (1993), "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity: Reply", en *American Economic Review*, 83, 302-4.

Freixas, X. y J.-C. Rochet (1997), *Microeconomics of Banking*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Frenkel, M. y G. Mehrez (1997), "Inflation and the Misallocation of Resources", Mimeo, Georgetown University.

Goldfeld, S. (1976), "The Case of the Missing Money", en *Brooking Papers on Economic Activity*, 683-730.

Goldfeld, S. y D. Siechel (1990), "The Demand for Money", en B. Friedman y F. Hahn (ed.), *Handbook of Monetary Economics*, North-Holland, Amsterdam, 299-356.

Gómez, J. (1998), "La Demanda por Dinero en Colombia", en *Borradores de Economía*, No. 101, Banco de la República.

Grossman, G. y E. Helpman (1991), *Innovation and Growth in the Global Economy*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Helpman, E. y P. Krugman (1985), *Market Structure and Foreign Trade*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Ireland, P. (1995), “Endogenous Financial Innovation and the Demand for Money”, en *Journal of Money, Credit, and Banking*, 27, 1, 107-22.

Krugman, P. (1979), “Increasing Returns, Monopolistic Competition and International Trade”, en *Journal of International Economics*, 9, 469-79.

Molyneux, P. y N. Shamroukh (1996), “Diffusion of Financial Innovations: The Case of Junk Bonds and Note Issuance Facilities”, en *Journal of Money, Credit, and Banking*, 28, 3, 502-26.

Romer, P. (1987), “Growth Based on Increasing Returns due to Specialization”, en *American Economic Review (Papers and Proceedings)*, 77, 2, 56-62.

Romer, P. (1990), “Endogenous Technological Change”, en *Journal of Political Economy*, 98, 5, parte II, S71-S102.

Sturzenegger, F. (1994), “Hyperinflation with Currency Substitution: Introducing and Indexed Currency”, en *Journal of Money, Credit, and Banking*, 26, 3, parte I, 377-95.

Tanzi, V. y M. Blejer (1982), “Inflation, Interest Rate Policy, and Currency Substitutions in Developing Economies: A Discussion of Some Major Issues”, en *World Development*, 10, 781-9.

Tirole, J. (1988), *The Theory of Industrial Organization*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Végh, C. (1989), “The Optimal Inflation Tax in the Presence of Currency Substitution”, en *Journal of Monetary Economics*, 24, 139-46.

Walsh, C. (1984), “Optimal Taxation by the Monetary Authority”, *NBER Working Papers*, 1375.