Ataques especulativos: un enfoque de incertidumbre e información*

Leonidas Enrique de la Rosa†
ldelarve@banrep.gov.co

Abstract

Durante la década pasada hemos presenciado una proliferación de crisis cambiarias, tanto en Asia como en Europa y Latinoamérica, acompañada de abundante literatura acerca del tema. Es aceptado que, cuando las políticas monetaria y fiscal no son congruentes entre sí, habrá una crisis de balanza de pagos. La literatura reciente ha avanzado en varias direcciones para explicar los mecanismos de propagación de una crisis, que aplican aún cuando la política del gobierno es sostenible. No obstante, este tipo de modelos explica escasamente la iniciación de un ataque. El objetivo de este artículo es dar una explicación tentativa a esa iniciación.

Se presenta un modelo donde la obtención de información es crucial para el inversionista y ésta se deteriora con el tiempo; en este marco, el ataque especulativo es un comportamiento óptimo para un inversionista que tenga la capacidad de llevarlo a cabo. Del modelo puede concluirse, entre otras cosas, que existe una relación inversa entre la frecuencia y la profundidad de los ataques. Además, el tamaño del agente relativo a la economía y la fuerza del efecto manada afectan de manera importante los costos del ataque y, de esta forma, afectan también la vulnerabilidad de cada economía a sufrir ataques especulativos.

Clasificación JEL: F32, D84

---

*An english version of this paper is available upon request.

†Este artículo está basado en el artículo publicable presentado a la Universidad de los Andes para obtener el título de Magister en Economía. Agradezco en especial a mi asesor, Maurice Kugler, a Javier Gómez, a Daniel Castellanos, a Fernando Barrera y a Arturo Galindo sus sugerencias y comentarios. Cualquier error u omisión es mi entera responsabilidad.

1 Introducción

Con la proliferación de crisis cambiarias en la última década, tanto en Asia como en Europa y Latinoamérica, los economistas están intentando dar explicaciones a este fenómeno sin lograr un consenso. Se define un ataque especulativo en la literatura como una disminución significativa de las reservas internacionales del banco central como consecuencia de la defensa de un régimen cambiario. En el caso colombiano se han podido observar ataques contra el peso en febrero y junio de 1998. En ambos casos el Banco de la República perdió reservas, al tiempo que la tasa de cambio nominal permanecía pegada al techo de la banda; sin embargo, los ataques no han sido exitosos en el sentido de que no han conducido a una crisis cambiaria.

Algunos expertos se refieren al déficit fiscal como factor determinante en la posibilidad de una crisis cambiaria en Colombia. Esta causalidad es clara y ya ha sido discutida en la literatura en los llamados modelos de primera generación. Sin embargo, la experiencia reciente como la crisis de la libra esterlina en 1992 y los casos de Corea e Indonesia en 1997 parece indicar que, aún en casos en que la política fiscal y la monetaria son consistentes con el tipo de cambio fijo, pueden darse ataques y en ocasiones serán exitosos. Los modelos que intentan explicar este tipo de fenómenos se llaman de segunda generación y usualmente exhiben multiplicidad de equilibrios e indeterminación expectacional.[1] Si estos modelos son acertados, los economistas deberíamos dedicar recursos a estudiar los canales de transmisión de los ataques, la credibilidad de las instituciones, la eficiencia y confiabilidad de los sistemas de información y las diferencias, en estos términos, de algunos instrumentos de política además de concentrarnos en los determinantes directos de la tasa de cambio como son la política fiscal y monetaria.

La literatura de segunda generación se ha centrado en los mecanismos de transimisión de un ataque, pero usualmente se refiere a la iniciación del mismo como un "rumor", sin explicar su dinámica. El modelo que se va a presentar pretende explicar el origen de un ataque especulativo como la decisión racional de un agente, en el marco de una economía sin incongruencias en la política cambiaria y donde hay incertidumbre, suponiendo que la información que le es útil es costosa y se deteriora con el tiempo. En la siguiente sección se hace una breve revisión de la literatura relevante a

[1] Se refiere a la cualidad de algunos modelos de exhibir multiplicidad de equilibrios con base solamente en cambios en las expectativas de los agentes.

ataques especulativos y crisis cambiarias. La sección tres trata lo referente a la especificación y solución del modelo. El objetivo de la cuarta sección es sugerir una justificación al supuesto de que el ataque especulativo es una fuente de información valiosa para el inversionista. Por último, se resumen algunas conclusiones y posibles extensiones del modelo.

2 Antecedentes

Es aceptado que un constante déficit fiscal apoyado por una expansión monetaria, vía por ejemplo crédito doméstico, en conjunción con una tasa de cambio fija tendrá como resultado una crisis cambiaria [Krugman (1979)]. En este caso, el ataque es único y exitoso, y responde a las expectativas de devaluación en el momento en que la cantidad de dinero se vuelve inconsistente con la tasa de cambio fija, ya que la tasa de expansión monetaria presenta un salto discreto en el instante en que ocurre la crisis. Al mismo tiempo, las reservas caen abruptamente; antes del ataque simplemente contrarrestan el crecimiento del crédito doméstico para dejar constante la cantidad de dinero en la economía. Esto es necesario ya que esta explicación se apoya en el modelo monetario de determinación de la tasa de cambio, según el cual la tasa de cambio nominal sigue *pari passu* a la cantidad de dinero. De esta manera, para que una tasa de cambio fija sea sostenible, la cantidad de dinero en la economía debe ser también constante. Este tipo de explicación es la que corresponde a una crisis cambiaria causada por problemas estructurales, denominada de fundamentales, en la economía. Calvo (1995) presenta varias extensiones de este modelo. Estos modelos, aunque son buenos para explicar algunas crisis que han ocurrido en diferentes países, son malos predictores de muchas otras, en especial de las crisis cambiarias recientes [Flood y Marion (1997)].

Tomando esto en cuenta, diversos modelos de segunda generación tratan de dar una explicación diferente a las crisis cambiarias. Algunos modelos exhiben multiplicidad de equilibrios que se desprende de no linealidades presentes en la política de la autoridad monetaria, que es condicional al estado de la economía [dos ejemplos son presentados en Flood y Marion (1997)], y en general la incertidumbre juega un papel fundamental en el comportamiento de los mercados. En otros modelos de este tipo, los múltiples equilibrios responden a la imposibilidad de que haya coordinación entre los especuladores [Obstfeld (1995)], de manera que tanto la crisis cambiaria como la supervivencia del régimen cambiario son equilibrios, dadas unas condiciones iniciales. Por otro lado, al modelar una prima de riesgo que varía con el tiempo de manera estocástica, Flood y Marion (1998) introducen una no linealidad en los mercados de activos que le da paso a la posibilidad de profecías auto-inducidas (*self-fulfilling prophecies)*, que implican indeterminación expectacional para un rango de los fundamentales.

Otro tipo de artículos en la literatura de crisis, que se centran en el acercamiento empírico al problema, tratan de encontrar señales que alerten con anticipación una crisis cambiaria y formas de caracterizar una crisis. Kaminsky y Reinhart (1998), por ejemplo, toman una gran cantidad de indicadores de un grupo de países y los clasifican según varios criterios como buenos o malos predictores de crisis. Por otro lado, Eichengreen, Rose y Wyplosz (1995) observan que las crisis cambiarias se caracterizan por aumentos significativos de la tasa de cambio y la tasa de interés nominales, y una disminución del nivel de reservas de la economía.

En este artículo el ataque especulativo se efectúa en contra de las reservas internacionales causando, *ceteris paribus*, un alza en la tasa de interés nominal. Crisis cambiaria es definida aquí como la devaluación forzosa de la moneda doméstica. Si el ataque no lleva a una devaluación no es exitoso, entendiendo de aquí en adelante por exitoso aquel ataque que empuje a la economía a una crisis. El modelo presentado está basado en microfundamentos y el objetivo es mostrar por qué la causa detrás de un ataque puede ser la calidad de la información que tienen los agentes, ya que un método importante de obtención de información es el ataque especulativo. Los inversionistas o especuladores atacan buscando conocer el grado de compromiso del banco central con la tasa de cambio fija. Dado que no introducimos los actos del gobierno, es decir no existe política fiscal, una caída en las reservas sólo puede ser reflejo de los agentes buscando información o respondiendo a información recién adquirida.

3 El modelo

3.1 Especificación

En el modelo básico propuesto, el banco central es el responsable de mantener la tasa de cambio fija usando sus reservas internacionales. Tiene un nivel crítico de reservas (f_c) por debajo del cual los beneficios de mantener la tasa de cambio fija son menores que los costos del bajo nivel de reservas, por ejemplo el costo en términos de crecimiento asociado a una alta tasa de interés, de manera que si las reservas caen por debajo del nivel crítico el banco decide liberar la tasa de cambio. Un ataque que empuje el nivel de reservas por debajo de f_c será exitoso e implicará una crisis cambiaria.

Dado que, en principio, el enfoque se va a centrar en las decisiones del inversionista, el banco central va a actuar como una máquina. Llamemos f_t al nivel de reservas en el momento t; si $f_t < f_c$, entonces se abandonará el régimen de tasa de cambio fija y se mantendrá en caso contrario. El agente por su lado tiene en el momento t un nivel de activos A_t denominados en moneda extranjera que puede repartir entre una inversión segura sin riesgo cambiario, B_t, digamos bonos del tesoro, y una inversión en el país doméstico, I_t, expuesta a riesgo cambiario. De esta manera, $A_t = B_t + I_t$. El agente, averso al riesgo, busca maximizar su utilidad en el siguiente período, que depende exclusivamente del valor de su portafolio; definamos

$$u_{t+1} = \ln(A_{t+1}) \tag{1}$$

El agente escoge en t la composición de su portafolio, luego ocurre la crisis (o no ocurre), y en $t+1$ el inversionista recibe el rendimiento en consecuencia con el estado de la conomía. Dado que el agente no puede hacer nada en t acerca del nivel actual de sus activos, A_t, lo que le interesa es buscar la proporción α_t de sus activos que mantendrá en el país con riesgo:

$$I_t = \alpha_t A_t \quad ; \quad B_t = (1 - \alpha_t) A_t \tag{2}$$

de tal forma que su utilidad esperada sea la máxima posible. El problema del agente es entonces

$$\underset{\alpha_t}{Max}\; E(u_{t+1}) \tag{3}$$

Los bonos rinden con certeza una tasa r. La inversión riesgosa rinde una tasa nominal ϵ, pero existe el riesgo de una devaluación si ocurre una crisis cambiaria de manera que el rendimiento observado *ex-post* en moneda extranjera de esta inversión puede ser menor que r. Un supuesto necesario es que $\epsilon > r$; cualquier inverionista le exigirá a la economía doméstica una prima de riesgo cambiario por su inversión, aún si fuera neutro al riesgo. El nivel de activos que tendrá el agente el próximo período será:

$$A_{t+1} = (1 + r)(1 - \alpha_t) A_t + (1 + r_{I_t}) \alpha_t A_t \tag{4}$$

Donde r_{I_t} es el rendimiento nominal, en moneda extranjera, de la inversión en el país doméstico. Para definir de manera explícita este rendimiento, supongamos que con una probabilidad $P_t = \Pr(f_{t+1} < f_c \mid t)$, que modelaremos más adelante, habrá una crisis cambiaria. En este escenario habrá una devaluación nominal de proporción δ de la moneda doméstica, de manera que el rendimiento en moneda extranjera de la inversión doméstica será $\frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}$, con una probabilidad P_t, y $(1+\epsilon)$, con una probabilidad $(1-P_t)$. Entonces, y utilizando las ecuaciones anteriores, podemos escribir el problema del agente de la ecuación (3) así:

$$\underset{\alpha_t}{Max}\ \Big\{(1-P_t)\ln[(1+r)(1-\alpha_t)A_t + (1+\epsilon)\alpha_t A_t]$$

$$+P_t \ln[(1+r)(1-\alpha_t)A_t + \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}\alpha_t A_t]\Big\} \tag{5}$$

3.2 Solución

Supongamos que el inversionista ha observado las reservas por bastante tiempo, de manera que puede asignarle a f_{t+1} una distribución que explica bien su comportamiento. Sea $\phi(f_{t+1})$ la función de densidad de probabilidad asociada a esta distribución.

3.2.1 Transparencia de f_c

Para empezar, consideremos el caso de un inversionista que tiene información segura e instantánea de la variable de política f_c. Así, para el agente, $P_t = \int_{-\infty}^{f_c} \phi(f_{t+1})df_{t+1}$ y le es exógena. La condición necesaria de primer orden -CNPO- del problema de maximización, $\frac{\partial E(u_{t+1})}{\partial \alpha_t} = 0$, es satisfecha por:[2]

$$\alpha_t^* = \frac{(1-P_t)(\epsilon - r)(1+r) - P_t\beta(1+r)}{\beta(\epsilon - r)} \tag{6}$$

Donde se define $\beta = \left((1+r) - \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}\right)$, una abreviación útil para simplificar las expresiones. $\frac{\partial^2 E(u_{t+1})}{\partial \alpha_t^2} < 0$, de manera que este comportamiento en efecto maximiza la utilidad esperada del inversionista.

[2] Las expresiones matemáticas completas se resumen en el apéndice, para facilitar la lectura del artículo.

El comportamiento de este máximo es, como veremos, congruente con la intuición económica.

Para poder hacer análisis comparativo es necesario que la decisión del agente sea una solución interior, es decir, que $\alpha_t \in (0,1)$. Existen dos condiciones para que esto ocurra. Primera, $(1-P_t)(1+\epsilon)+P_t\frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)} > (1+r)$; dado que nuestro agente es averso al riesgo el activo riesgoso debe mostrar una rentabilidad esperada mayor que la del activo que no exhibe riesgo cambiario, para que invierta una proporción positiva de su portafolio en el país doméstico. Segunda, $(1+r) > \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}$; el riesgo, por definición, necesariamente debe reflejarse en una pérdida relativa del activo expuesto a riesgo cambiario frente a la inversión segura.

$\frac{\partial \alpha_t^*}{\partial \epsilon} > 0$; *ceteris paribus*, un aumento en la tasa nominal de interés ofrecida por la inversión doméstica inclina al portafolio hacia una mayor participación de este tipo de inversión. Es apropiado anotar que parece poco probable que en un mercado real se observe un aumento en la rentabilidad de un activo sin un consecuente aumento en su riesgo relativo.

Recíprocamente $\frac{\partial \alpha_t^*}{\partial r} < 0$, lo que significa que la prima de riesgo sobre la inversión doméstica se mantiene. Si la tasa de rendimiento de los bonos, r, aumenta, la tasa de rendimiento de la inversión riesgosa debe aumentar para que la composición del portafolio del inversionista siga siendo óptima. Para nuestro especulador lo relevante es el comportamiento relativo de los activos.

$\frac{\partial \alpha_t^*}{\partial P_t} < 0$; si aumenta la probabilidad de crisis, el agente disminuirá su tenencia de activos denominados en moneda doméstica. Esto ocurrirá, por ejemplo, si el banco central demuestra un menor compromiso con el objetivo cambiario.

Por último, $\frac{\partial \alpha_t^*}{\partial \delta} < 0$. Claramente la magnitud del riesgo cambiario aumenta cuando la tasa de cambio resultante de una crisis cambiaria muestra un mayor grado de devaluación nominal. Esta variable depende en especial de la política que el banco central esté dispuesto a aplicar al sufrir una crisis.

Según este enfoque el especulador obtiene información perfecta en cada instante del tiempo, de manera que su comportamiento es unívoco; el único incentivo para "atacar" es observar o prever un aumento súbito de P_t, que podemos identificar como una crisis de tipo primera generación. Hasta ahora no podemos explicar el ataque especulativo como un comportamiento propio del inversionista.

3.2.2 Incertidumbre e información

En la sección anterior se supuso que el agente no tiene problema para calcular P_t, ya que conoce f_c y le asigna una distribución a f_{t+1} caracterizada por una función de densidad de probabilidad ϕ. Sin embargo, probablemente ni siquiera el banco central conoce el valor exacto de f_c, luego un supuesto plausible es que el agente debe tener un estimador de esta variable y también asignarle una distribución. Esta incertidumbre introduce una mayor probabilidad de crisis sin ambigüedad si el valor esperado de f_c se mantiene. Ahora $P_t = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{f_c} \phi(f_{t+1})\varphi(f_c) df_{t+1} df_c$,[3] donde φ es la función de densidad de probabilidad asignada a f_c. Suponemos que P_t es continua y dos veces diferenciable.

Un supuesto crucial es que el agente no sólo debe recoger información acerca del compromiso del banco central con el régimen cambiario, sino que la calidad de esta información se deteriora. Su deterioro se refleja en el modelo como un aumento en la varianza del estimador de f_c que el agente ha hecho[4]. Esto implica que el soporte de la distribución de f_c se amplía, y la percepción de P_t que tiene el agente crece sin ambigüedad a medida que la varianza del estimador crece.

Por último, por la regla de comportamiento óptimo, ecuación (6), sabemos que la respuesta del agente a una P_t subjetiva creciente es disminuir α_t, de manera que, si después de un período cualquiera (t_0) el agente no vuelve a recibir información acerca de f_c, la tenencia de activos en el país doméstico será lentamente decreciente.[5]

[3] Estrictamente, el integrando es la función de densidad de probabilidad conjunta de f_c y f_{t+1}. Sin embargo, si estas variables son estocásticamente independientes, la función de densidad de probabilidad conjunta es la multiplicación de las funciones individuales, y no hay razón para suponer lo contrario. Por otro lado, para ser matemáticamente estrictos los límites inferiores de la integral doble son $-\infty$, pero cuando hablamos de la serie de reservas su distribución sería acotada por la izquierda en 0. Sin embargo, otra variable que puede ser significativa es la posición neta frente al resto del mundo (reservas menos deuda), que en principio no tiene cota inferior ni superior.

[4] Esto puede ser causado por el proceso que sigue $\{f_c(t)\}$; si, por ejemplo, dada la información a la que tiene acceso el inversionista, la mejor predicción que puede hacer de este proceso es que sigue un paseo aleatorio ($f_c(t) = f_c(t-1) + \nu_t$) entonces si en $t = 0$ obtiene un estimador de $f_c(0)$, digamos $\hat{f}_0$, con una varianza estimada $\hat{\sigma}_\nu^2$, y no obtiene información desde entonces, la varianza del estimador T períodos adelante será $T\hat{\sigma}_\nu^2$.

[5] La velocidad a la que decrece depende directamente de la velocidad a la que se deteriora la información. Además, dado que P_t es cóncava con respecto a la varianza del estimador de f_c, α_t disminuirá a un ritmo decreciente.

Dado que el agente está perdiendo rendimiento por el deterioro de su información, está dispuesto a pagar por actualizarla; si lo hiciera, podría asignar una mayor proporción de activos a la inversión más rentable y obtener una mayor utilidad esperada, reflejo de un mayor rendimiento esperado de su portafolio. Supongamos que un ataque contra la moneda doméstica es la forma de acceder a esta información; en la siguiente sección exploraremos una posible explicación para esto. Supongamos además que el ataque tiene que ser de un tamaño mínimo; es decir, para que los agentes logren extraer información del ataque, la caída en reservas debe ser discreta y de un tamaño mínimo establecido, digamos k. Supongamos también que existe un costo fijo de atacar, c_0, que puede ser reflejo de costos de transacción, costos de traducir los resultados del ataque u otros.

Para simplificar el análisis suponemos que el agente sólo tiene en cuenta tres períodos al evaluar los costos y beneficios de un ataque: T, el período en el cual realiza el ataque, $T-1$, el período previo al ataque, y $T+1$, cuando incorpora la nueva información a la distribución de su portafolio.

Tanto los costos como los benficios de atacar dependen del estado de la economía en T y $T+1$ respectivamente. Para aislar el incentivo de información de atacar y así eliminar el caso en que el ataque se da por la opción de lograr ganancias extraordinarias, por medio de arbitraje intertemporal, suponemos que no habrá crisis en el momento T. El caso de los incentivos de atacar cuando existe la posibilidad de ganancias extraordinarias ha sido estudiado ya, entre otros, por Obstfeld (1994) y Flood y Marion (1998).

El costo de atacar incluye entonces el costo fijo c_0 y el rendimiento que se deja de percibir en ese período. Entonces, una aproximación de los costos del ataque en términos de utilidad es:[6]

$$\frac{1}{(1+r)}\left[\frac{c_0}{A_T}+(\epsilon-r)\left(\alpha_T^0-\alpha_T^1\right)\right] \tag{7}$$

donde el superíndice 0 diferencia la decisión óptima en caso de no atacar de la decisión óptima en el caso de atacar, denotada con el superíndice 1.

Bajo la misma racionalidad, el beneficio inmediato de obtener la información nueva se refleja en el nuevo nivel de α que rendirá una mayor tasa. Sea $\hat{x}_{T+1}$ el pronóstico que el inversionista hace acerca de la variable x con

[6] En el apéndice, sección 6.5, se deriva esta expresión de la expresión completa de los costos utilizando una aproximación de Taylor de primer orden. Se incluyen también otras derivaciones resumidas adelante.

la información disponible en T: $\hat{x}_{T+1} = E[x_{T+1} \mid T]$. El beneficio esperado en T del ataque, recibido en $T+1$, se puede aproximar a:

$$\frac{1}{(1+r)}\theta(\hat{\alpha}^1_{T+1} - \hat{\alpha}^0_{T+1}) \tag{8}$$

donde $\theta = \left\{(1+\epsilon)\left(1-\hat{P}_{T+1}\right) + \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}\hat{P}_{T+1}\right\} - (1+r)$. θ es el valor esperado del diferencial de tasas; la primera parte de la expresión es el rendimiento esperado de la inversión doméstica, y la segunda el rendimiento de la inversión que no exhibe riesgo cambiario. Nótese que cuando $\hat{P}_{T+1} \to 0$, $\theta \to (\epsilon - r)$, el diferencial "absoluto" de tasas de interés.

El último elemento que entra en la decisión del agente es que el ataque debe ser de un tamaño k; utilizando γ como *proxy* del efecto manada,[7] esto significa que $\gamma\left(\alpha_{T-1} - \alpha_T\right)A_T \geq k$ para que el agente logre obtener información. Esto tiene una implicación importante: si k es alto en relación a γA_T (si $\frac{k}{\gamma} > A_T$), como será el caso si la economía es lo suficientemente grande frente al especulador o el efecto manada es muy pequeño, el inversionista no podrá usar el ataque especulativo como mecanismo de obtención de información ya que $-1 \leq (\alpha_{T-1} - \alpha_T) \leq 1$ por definición. Aún si $\frac{k}{\gamma} \leq A_T$, es posible que, mientras el especulador mantiene capacidad de efectuar un ataque significativo, el beneficio de atacar no logre ser suficiente para contrarestar su costo. Supongamos por último que la calidad de la información que se puede extraer de un ataque no depende de manera creciente del tamaño del ataque, sino que responde simplemente a una relación binaria de información; si la condición arriba citada se cumple, se obtiene información y si no, no se obtiene. De esta forma, dado que atacar es costoso, garantizamos que un ataque por información será de tamaño k, así que la condición de información se cumple con igualdad:

$$\left(\alpha_{T-1} - \alpha_T\right)A_T = \frac{k}{\gamma} \tag{9}$$

Dado que el agente maximiza el rendimiento esperado actualizará su información tan pronto como le sea rentable, de manera que cuando los beneficios de atacar igualen a los costos se presentará un ataque. Así, igualando las ecuaciones (7) y (8), tenemos que:

[7] Se ha demostrado que el efecto manada, cuando la información es costosa, es racional [Calvo y Mendoza (1997)]. Si existe un efecto manada en esta economía, $\gamma > 1$; para lograr que las reservas se reduzcan en una cuantía k, la reducción en la tenencia de activos domésticos puede ser menor que k si otros inversionistas siguen el ataque en alguna medida.

$$\left[\frac{c_0}{A_T} + (\epsilon - r)\left(\alpha_T^0 - \alpha_T^1\right)\right] = \left[\theta(\hat{\alpha}_{T+1}^1 - \hat{\alpha}_{T+1}^0)\right] \tag{10}$$

Resolviendo para encontrar α_T, utilizando el hecho expuesto en la ecuación (9) y haciendo varias simplificaciones, obtenemos:

$$\alpha_T = \left[\hat{\alpha}_{T+1} - \frac{c_0}{\theta A_T} - \left(\lambda_2 + \lambda_1 \frac{(\epsilon - r)}{\theta}\right)\frac{k}{\gamma A_T}\right]\Lambda \tag{11}$$

donde λ_1, λ_2 y Λ son parámetros (dado T) mayores que cero y son explicados en el apéndice. Si esta situación se cumple para algún T, nuestro inversionista efectuará un ataque en contra de la moneda doméstica en ese período. Mientras no lo cumpla, el especulador seguirá basando sus decisiones según su primera regla de comportamiento, ecuación (6).

Como dijimos, $\hat{\alpha}_{T+1}$ será el α al que el inversionista espera llegar si la información que recoge no implica ninguna sorpresa; puede ser el α que le resultó óptimo la última vez que recogió información. Es claro pues, que el momento del ataque depende en primera instancia del objetivo del agente. Si el agente quiere mantener un α promedio alto a lo largo del tiempo debe mantenerse constantemente informado, de manera que los ataques serán frecuentes.[8]

Como es de esperarse, los costos de obtener información, representados por c_0 y k, afectan negativamente a α_T de manera que en una situación donde el atacar es costoso los ataques serán poco frecuentes. Sin embargo, serán más profundos en el sentido de un menor nivel de reservas en T y por consiguiente le será más difícil al banco central lidiar con ellos.[9] Por otro lado, dado que una economía grande necesita choques más fuertes que una pequeña para reaccionar, k estará fuertemente correlacionada con el tamaño de la economía y así la idea de que hay instituciones tan grandes que no pueden caer (*too big to fail)* puede ser aplicable aquí.

[8]Podría identificarse una función g tal que $T = g(\alpha_T)$ con $g'(\alpha_T) < 0$. Un α_T alto, derivado de un α_{T+1} objetivo alto, se traduce en un bajo número de períodos T para llegar a α_T sin recoger nueva información dada la velocidad de deterioro de la misma. Es necesario recordar que *ceteris paribus*, dado que el soporte de la distribución de P_t se amplía con el tiempo, $\frac{dP_t}{dt} > 0$. El gráfico al final de esta subsección puede ser ilustrativo.

[9]En un escenario en donde el tamaño del ataque afecte la calidad de la información recogida estos ataques, aunque menos frecuentes, serán más profundos también en el sentido de la caída súbita de reservas en T.

El efecto sobre α_T del poder financiero del inversionista, representado por A_T, es positivo. La *proxy* de efecto manada usada, γ, como es de esperarse tiene el mismo efecto positivo, ya que en la práctica el efecto manada implica mayor poder de mercado para aquellos que ya lo tienen. De esta forma, una economía en donde existe efecto manada entre los inversionistas o donde los activos están repartidos entre unos pocos sufrirá ataques mucho más frecuentes que una economía sin estas cualidades.

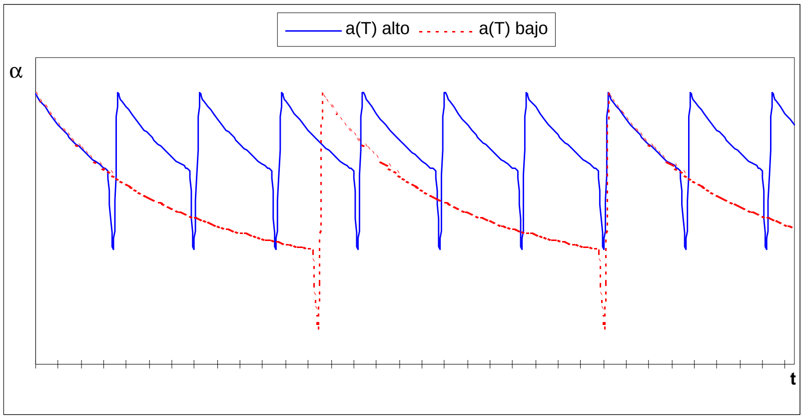
Por otro lado, el efecto de ϵ y r es ambiguo; matemáticamente no puede deifinirse si es positivo o negativo. De esta forma, la respuesta de los inversionistas frente a cambios en el rendimiento de los activos, en términos de comportamiento de ataque, parece ser un problema empírico. Sin embargo, como vemos en el apéndice (sección 6.5.4), lo más factible es que el efecto de ϵ sobre α_T sea positivo, y que el efecto de r sea en consecencia negativo.[10] Esto implica ataques más frecuentes en una economía que ofrece una tasa de interés nominal mayor a la inversión extranjera. Es un resultado interesante, ya que es congruente con la reciente situación de algunos países del sudeste asiático. Los inversionistas vieron las mayores tasas de interés como reflejo de crecimiento desmesurado en el riesgo de esos activos, lo que alimentó nuevos ataques. Esta situación presionó aún más la tasa de interés, completando el círculo, hasta desembocar en una crisis cambiaria y financiera.[11] Desde este punto de vista, políticas de control de la tasa de interés parecen ser óptimas si el banco central prefiere sufrir ataques menos frecuentes.

Por último, los movimientos de la tasa de devaluación *post-crisis* afectan las decisiones del agente de manera inversa a como lo hacen los movimientos de la tasa de interés sobre el activo riesgoso; los cambios de rentabilidad y riesgo afectan de manera inversa las decisiones del agente, como se esperaría en principio.

Es ilustrativo un gráfico donde se muestra el *trade-off* entre la frecuencia y la profundidad de los ataques. En este ejemplo los ataques relacionados a un α_T alto son tres y media veces más frecuentes que en el caso en que α_T es bajo, y son claramente menos profundos. El comportamiento graficado refleja las decisiones de un agente cuando las variables del modelo permanecen estáticas a través del tiempo, exceptuando P_t.

[10] Para que esto se cumpla, es suficiente que γA_T sea finito y que en el momento del ataque la tenencia de activos domésticos sea pequeña, es decir α_T es pequeño. También se cumple cuando $\hat{P}_{T+1}$ es lo suficientemente pequeña.

[11] Este tipo de comportamiento puede caracterizarse como contrario al de una burbuja especulativa en crecimiento.



Entonces, desde el punto de vista de la información, puede ser óptimo para un inversionista con capacidad suficiente de efectuar un ataque especulativo contra las reservas del país doméstico llevarlo a cabo.

4 El ataque especulativo como fuente de información

Es importante dar una explicación al por qué un ataque especulativo puede darle información relevante al inversionista. La decisión de este agente se basa en distribuciones estimadas por él mismo, es decir que la probabilidad de crisis es totalmente subjetiva. Mientras la distribución estimada de f_{t+1} puede basarse en una serie lo suficientemente larga del nivel de reservas observado, f_c no es observable de manera que el inversionista tiene que asignarle una distribución que considere apropiada, incluyendo valor esperado y varianza.

Una forma de derivar el comportamiento de esta variable sería conocer la función objetivo del gobierno, pero ésta tampoco es observable ni constante. El inversionista necesita una variable observable que le sea útil en la especificación del comportamiento de la variable no observable. Una hipótesis es que la respuesta de la tasa de interés doméstica a un ataque especulativo de los agentes privados puede "delatar" las acciones y objetivos del banco central. Cuando una tasa de interés muy alta amenaza al sistema de pagos de la economía o el nivel de inversión real que se realiza, el banco central probablemente estará dispuesto a sacrificar reservas, en especial si cree que la situación es temporal y que puede lograr ganancias de bienestar social aplicando medidas contracíclicas. Si es así, los inversionistas pueden actualizar su información observando la tasa de interés;

$$\Delta i_T \sim \omega_T(\Delta B_T) \Rightarrow \varphi_T(f_c) \tag{12}$$

donde B es la base monetaria. Usualmente esta variable tampoco es observable, y si lo es, con demasiado rezago para un inversionista, pero el beneficio de atacar las reservas es que se tiene una buena idea acerca de ΔB, y la respuesta de la tasa de interés es rápida y observable.

La idea detrás de la expresión (12) es que el especulador le asigna a un cambio en B una respuesta de i plausible, según la función ω basada en la información disponible al agente en T;[12] dependiendo de la desviación de Δi_T con respecto a $\omega_T(\Delta B_T)$, el inversionista podrá inferir una nueva distribución subjetiva de f_c que utilizará en sus decisiones a partir de $T+1$.

Suponiendo que se tiene una $\hat{\varphi}_0(f_c)$ preliminar. Si el comportamiento de la tasa de interés responde a la información disponible al momento de atacar o, en otras palabras, si Δi es estadísticamente igual a $\omega(\Delta B)$, se mantendrá $\hat{\varphi}_0(f_c)$ en T en términos de valor esperado, pero con una varianza notablemente menor. Si i no responde de acuerdo con ω_T, el inversionista actualizará su información consecuentemente. Esto puede ser causado por diversos factores.

Primero, ΔB puede ser significativamente diferente al cambio inducido por el inversionista; menor, si el banco central está esterilizando la caída en la base en busca de mantener la tasa de interés o si hay una entrada importante de capitales, y mayor, si hay una salida importante de capitales. También puede ser causado por una información preliminar errada en términos del nivel o composición de la base. El costo de atacar, c_0, puede entonces ser justificado aquí: el costo de conseguir toda la información relevante para que el análisis de lo observado le sea útil puede llegar a ser alto y el banco central tiene algo que decir a este respecto.

La información revelada por cada uno de estos casos es difícil de analizar, pero la literatura se ha encargado de modelar distintos escenarios. En el caso en que la base no cae como esperaba el especulador porque el banco central tiene objetivos de tipo real además de monetario, Obstfeld (1995) observa que existen varias posibilidades. Si las reservas se encuentran en un nivel

[12] Esta información puede ser, entre otras cosas, estimadores del tamaño de la base B y de su composición entre reservas y crédito doméstico neto.

alto, el banco puede encargarse de el objetivo real sin preocuparse porque los especuladores, aún si tienen poder de colusión, no podrán empujar la economía a una crisis cambiaria. Si el nivel de reservas es *moderado*, los especuladores necesitan un mecanismo de colusión que les permita atacar de forma exitosa el régimen cambiario. Por último, si el nivel es *bajo*, cualquiera de los dos puede atacar y en efecto atacará, por las ganacias extraordinarias que trae el forzar a la economía a una crisis cambiaria.[13] Es importante entonces el nivel de reservas en el momento del ataque. Si cuando el nivel de reservas es moderado el banco central insiste en esterilizar el ataque, le está dando información al inversionista acerca de sus prioridades: está dispuesto a olvidar su objetivo cambiario por cumplir su objetivo real que puede ser, por ejemplo, no dejar que las tasas de interés internas suban por encima de un techo definido.[14]

Una entrada masiva de capitales, si no es transitoria, puede significar por otro lado un mayor nivel de reservas respaldando su inversión, de manera que la probabilidad de crisis es menor que en el caso anterior. En este caso, sin embargo, el ataque no le provee al inversionista información acerca de la posición del banco central ya que éste no fue presionado a intervenir en el mercado ni a delatarse acerca del orden de prioridad de sus objetivos.

Por otro lado, si el inversionista observa una salida masiva de capitales puede interpretarlo como respuesta de otros especuladores a nueva información que él no tiene. Así, la literatura reciente sugiere que es óptimo para el agente seguir la huída de capitales y no recoger más información [ver Calvo y Mendoza (1997)]. Por último, si el comportamiento sorpresivo de la tasa de interés se debe sólo a errores en lo percibido acerca de los niveles y composición de la base, el ataque le sirve al inversionista para actualizar esta información y tomar una mejor decisión.

El banco central tiene incentivos claros de cambiar su compromiso con el régimen cambiario; cuando la tasa de interés sube a niveles demasiado altos, el sistema financiero puede tener una crisis de liquidez.[15] En este

[13] Es importante resaltar que los especuladores en Obstfeld (1995) y en Flood y Marion (1998) atacan por ganancias extraordinarias realizables si su ataque es exitoso, no como mecanismo de extraer información del mercado.

[14] Bensaid y Jeanne (1997) en efecto revisan los posibles costos de una alta tasa de interés nominal, y en su modelo una crisis ocurre cuando las expectativas de devaluación sobrepasan un nivel crítico determinado, después del cual es demasiado costoso seguir aumentando la tasa de interés para el gobierno.

[15] No es necesario que tenga problemas de solvencia; problemas como la asimetría en la

escenario, el costo relativo de mantener el régimen cambiario, que significa no inyectarle liquidez al sistema financiero, aumenta rápidamente, por lo que la crisis cambiaria tenderá a acelerarse y será más profunda [ver Calvo(1995)].

La solidez del sistema financiero juega un papel central. Si el sector financiero se concentra en deuda de corto plazo, como fue el caso reciente de Corea, deja a la economía en un estado muy vulnerable a una crisis ante la posibilidad de un ataque. El riesgo radica en que el inversionista puede decidir, al menos por un período, no extenderle (*roll-over*) la deuda que mantenía al sistema financiero. Al hacerlo, le crea problemas que eventualmente se transferirán al banco central. El banco central tiene la posibilidad de dejar que el sistema financiero entre en crisis, lo que es políticamente poco viable en la mayoría de los casos, o entrar y darle una malla de seguridad al sistema (socializar la deuda), de manera que los depositantes tengan como garantía las reservas internacionales del banco central. Aunque esta opción puede salvar al sistema financiero de una crisis, este tipo de política acompa ada de tasas de interés persistentemente altas ofrecidas por las instituciones financieras, atraen más capital de corto plazo que eventualmente efectuará un nuevo ataque a la Krugman (1979), esta vez exitoso. Este tipo de dilema de política macroeconómica es revisado por Kaminsky y Reinhart (1998).

5 Conclusiones

La conclusión principal de este artículo es que, cuando la información se deteriora con el tiempo y los agentes tienen cierto poder de mercado, el ataque especulativo es un comportamiento óptimo como mecanismo de actualización de la información. Encontramos además que el costo de información tiene un efecto interesante sobre el comportamiento de los ataques; aunque son menos frecuentes son más profundos en una economía con altos costos de información, de manera que la probabilidad de que haya una crisis cambiaria en el momento de un ataque es mayor que en el caso en que los ataques son frecuentes y superficiales. Otro elemento crucial para definir la frecuencia y la profundidad de las crisis es la rapidez con que se deteriora la información y esto, junto con el costo y beneficio esperado de atacar, depende de manera importante de la política macroeconómica del gobierno y del ambiente

madurez de activos y pasivos son suficientes para forzar a muchas instituciones financieras a declarar bancarrota, con todas las implicaciones que eso trae; una intervención del banco central es prácticamente obligatoria financiero internacional. Desde el enfoque de la información percibida por el mercado podemos decir que los ataques especulativos, aún cuando no hay posibilidad de ganancias extraordinarias en el caso de ser exitosos, son una conducta racional de un inversionista. Pueden darse, además, aún cuando las preferencias de los agentes no presentan anomalías y no hay saltos abruptos en la política del banco central.

Dado que la tasa de interés es una de las variables que responden a choques de manera más rápida, puede ser una buena alternativa para observar el comportamiento de la economía. Aunque una conclusión preliminar de la sección acerca de incertidumbre e información fue que una política de mantener una baja tasa de interés conlleva a ataques menos frecuentes, se vio después que puede empujar a la economía a una crisis cambiaria como fue en efecto el caso de la libra esterlina en 1992. Si, como en este modelo, los inversionistas usan la tasa de interés como herramienta para adquirir información, políticas muy populares como la de estabilización de tasa de interés (*interest-rate smoothing*) pueden tener efectos perversos que no se tienen en cuenta. En el modelo, la aplicación de ese tipo de políticas: primero, hace más frecuentes los ataques porque deteriora la información recibida por el inversionista; segundo, hace más costoso el proceso de obtención de información relacionado como vimos a la profundidad de los ataques; por último, puede enviar una señal errónea al mercado acerca de la importancia de la meta cambiaria para el banco central, empujando a la economía a una crisis auto-inducida.

Otra conclusión del artículo es que parece haber un incentivo fuerte para el banco central en mantener la información costosa en épocas de crisis, para ganar tiempo a expensas de un ataque más profundo en el futuro. Si aplicara esta política y en tiempos tranquilos diera libre acceso a la información de manera sistemática, el mercado identificaría altos costos de información como un indicio de crisis futura, acelerando entonces el ataque. De esta forma, tratar de esconder información de manera permanente, como lo hacen muchos bancos centrales especialmente en economías en desarrollo, puede ser un comportamiento racional para un gobierno que considera que los ataques especulativos son perjudiciales en términos de bienestar.

Este artículo pretende complementar la literatura de contagio y de efecto manada, según la cual la respuesta óptima de un inversionista a un ataque efectuado por otro es descartar su información y atacar, pero no modela el primer ataque sino le da el nombre de rumor. Si en efecto la complementa podemos entonces explicar ataques profundos o exitosos a una economía, aún cuando los niveles de reservas son altos y considerados de riesgo nulo para una crisis por otros autores.

Existen varios temas que se dejaron por fuera del artículo, que pueden llegar a ser importantes.

Endogenización de P_t: una observación que surge rápidamente es que si un inversionista tiene la capacidad de atacar en una cuantía significativa las reservas de algún país, entonces tendrá capacidad de cambiar en alguna medida con sus decisiones de portafolio la probabilidad de una crisis. Endogenizar P_t consecuentemente con este raciocinio presenta un inconveniente: afecta la forma de la función objetivo volviéndola más convexa, de manera que en efecto lo que se logra es cambiar la preferencia por riesgo del especulador, dado $\frac{dP_t}{d\alpha_t} < 0$, hasta el punto que las soluciones se pueden volver de esquina. Del grado de aversión al riesgo que exhiba el agente y del poder efectivo del agente para cambiar P_t depende si presentará en el agregado aversión, neutralidad o amor al riesgo. En el apéndice, sección 6.6, se muestra que para niveles suficientemente pequeños de P_t la aversión relativa al riesgo del agente se mantiene, de manera que el análisis hecho en este artículo conserva su validez.[16] Esto es muy apropiado, ya que se intenta dar explicación a un ataque especulativo en una economía donde la crisis cambiaria no es evidente. Es un resultado muy interesante que el poder de mercado de un agente lo presione a ser menos averso al riesgo; implica que la formación de grandes fondos de inversiones puede llevar a portafolios en promedio más riesgosos. A la luz de este artículo esto a su vez tiene como consecuencia una mayor disponibilidad de recursos para la economía doméstica frente al caso en que la aversión al riesgo del inversionista es mayor, pero también conlleva ataques más frecuentes.

Problema del polizón: puede argumentarse que, mientras los costos del ataque son incurridos por un solo inversionista, los beneficios en términos de información se riegan rápidamente a los otros inversionistas interesados. Esta observación está bien fundada y podría significar que la frecuencia de los ataques es menor que lo "socialmente óptimo" desde el punto de vista de los inversionistas. Sin embargo, al mismo tiempo que en T cae abruptamente el α del especulador que ataca, crece la probabilidad de crisis luego a los otros inversionistas les interesaría atacar, es decir reducir su α al tiempo que nuestro inversionista. Puede haber entonces incentivos fuertes para agruparse y formar fondos de inversión para diluir el costo y aprovechar el beneficio del

[16] Para funciones de utilidad con mayor aversión al riesgo, la condición de valores pequeños de P_t es menos restrictiva.

ataque en conjunto. También puede haber tendencia a la especialización de algunos analistas en su mercado a la vez que forman alianzas estratégicas; cada uno corre con sus costos pero se beneficia de su información y de la información de aquellos que estén dispuestos a trabajar en conjunto. De nuevo encontraremos incentivos a la coalición del mundo financiero.

Función objetivo del banco: aún si existe una función bien definida que explica las preferencias del banco central, si no cambia con el tiempo, la teoría de expectativas racionales nos dice que los agentes podrán tarde o temprano derivarla, de manera que, a medida que pasa el tiempo, la información será cada vez más permanente, hasta no deteriorarse para nada. Ya se demostró que, cuando el gobierno tiene en su función objetivo varias prioridades, la economía sufrirá eventualmente ataques especulativos [Obstfeld (1994)]. La explicación del ataque como método de obtención de información perdería entonces validez.

La literatura hasta ahora ha hecho énfasis en los mecanismos de transmisión de un ataque, dejando de lado los incentivos primarios que lo originan. Es por esto que el enfoque de incertidumbre e información expuesto en este artículo puede servir de base para explicar la dinámica de los ataques especulativos.

References

[1] Bensaid, Bernard y Olivier Jeanne (1997). "The instability of fixed exchange rate systems when raising the nominal interest rate is costly", *European Economic Review* 41. pp. 1461-1478.

[2] Calvo, Guillermo (1995). "Varieties of Capital-Market Crises", *Working Paper* No. 15, Center of International Economics, University of Maryland.

[3] Calvo, Guillermo y Enrique Mendoza (1997). "Rational Herd Behavior and the Globalization of Securities Markets", *Duke Economics Working Paper* #97-26.

[4] DeGroot, Morris H. (1970). *Optimal Statistical Decisions*, McGraw Hill, New York.

[5] Dooley, Michael P. (1997). "A Model of Crises in Emerging Markets", *NBER Working Paper* No. 6300, December.

[6] Eichengreen, Barry, Andrew Rose y Charles Wyplosz (1995). "Exchange Market Mayhem: The Antecedents and Aftermath of Speculative Attacks", *Economic Policy* 21, October. pp. 249-312.

[7] Flood, Robert, Peter M. Garber y Charles Kramer (1996). "Collapsing Exchange Rate Regimes: Another Linear Example", *Journal of International Economics*, vol 41, Nos 3/4, November. pp. 223-234.

[8] Flood, Robert y Peter M. Garber (1994). *Speculative Bubbles, Speculative Attacks, and Policy Switching*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

[9] Flood, Robert y Nancy Marion (1997). "Perspectives on the Recent Currency Crisis Literature", *IMF Working Paper* WP/98/130.

[10] Flood, Robert y Nancy Marion (1998). "Self-Fulfilling Risk Predictions: An Application to Speculative Attacks", *IMF Working Paper* WP/98/124.

[11] Garber, Peter M. (1997). *Derivatives in International Capital Flows.* Prepared for the NBER Woodstock Conference on international Capital Flows, October 17-18, 1997, Woodstock, Vermont.

[12] Garber, Peter M. y Lars E.O. Svensson (1995). "The Operation and Collapse of Fixed Exchange Rate Regimes", en Grossman y Rogoff, *Handbook of International Economics*, vol III, Elsevier Science B.V. pp. 1865-1911.

[13] Kaminsky, Graciela L. y Carmen M. Reinhart (1998). "The Twin Crises: The Causes of Banking and Balance-of-Payments Problems", Working Paper.

[14] Krugman, Paul (1979). "A Model of Balance-of-Payments Crises", *Journal of Money, Credit and Banking* 11, pp. 311-25.

[15] Krugman, Paul (1997). "Are Currency Crises Self-Fulfilling?", *NBER Macroeconomics Annual*, Cambridge, MIT Press.

[16] Obstfeld, Maurice (1994). "The Logic of Currency Crises", *Cahiers économiques et monétaires* 43. pp. 189-213.

[17] Obstfeld, Maurice (1995). "Models of Currency Crises with Self-Fulfilling Features", *NBER Working Paper* No. 5285, October.

[18] Phlips, Louis (1988). *The Economics of Imperfect Information*, Cambridge University Press, Cambridge, Great Britain.

[19] Reinhart, Carmen M. y R. Todd Smith (1997). "Temporary Capital Controls". Working Paper.

6 Apéndice

6.1 Condición necesaria de primer orden

Tenemos el problema del agente,

$$\underset{\alpha_t}{Max}\ E(u_{t+1})$$

$$= \underset{\alpha_t}{Max}\ \{\, (1-P_t)\ln[(1+r)(1-\alpha_t)A_t + (1+\epsilon)\alpha_t A_t]$$

$$+ P_t \ln[(1+r)(1-\alpha_t)A_t + \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}\alpha_t A_t] \Big\}$$

Derivando $E(u_{t+1})$ con respecto a α_t e igualando a cero, tenemos que

$$\Big\{ (1-P_t)\frac{A_t\,(\epsilon - r)}{(1+r)\,(1-\alpha_t)\,A_t + (1+\epsilon)\,\alpha_t A_t}$$

$$-P_t \frac{A_t\left((1+r) - \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}\right)}{(1+r)\,(1-\alpha_t)\,A_t + \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}\alpha_t A_t} \Bigg\} = 0$$

Resolviendo para α_t entonces, en el óptimo,

$$\alpha_t = \frac{(1-P_t)(\epsilon - r)(1+r) - P_t\left((1+r) - \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}\right)(1+r)}{\left((1+r) - \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}\right)(\epsilon - r)}$$

Y definimos $\beta = (1+r) - \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}$.

$$\therefore \quad \alpha_t^* = \frac{(1-P_t)(\epsilon - r)(1+r) - P_t\beta(1+r)}{\beta(\epsilon - r)} \blacksquare$$

6.2 Condición suficiente de segundo orden

Es fácil ver que

$$\frac{\partial^2 E(u_{t+1})}{\partial \alpha_t^2} = \Bigg\{ -(1-P_t)\left(\frac{A_t\,(\epsilon - r)}{(1+r)\,(1-\alpha_t)\,A_t + (1+\epsilon)\,\alpha_t A_t}\right)^2$$

$$-P_t\left(\frac{-A_t\beta}{(1+r)\,(1-\alpha_t)\,A_t+\frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}\alpha_t A_t}\right)^2\Bigg\}$$

$\Rightarrow$

$$\therefore \quad \frac{\partial^2 E(u_{t+1})}{\partial \alpha_t^2} < 0 \;\blacksquare$$

6.3 Condiciones para asegurar $\alpha_t^* \in (0,1)$

La primera, para asegurar $\alpha_t^* > 0$, basta reemplazar α_t^* en esta desigualdad para obtener

$$(1-P_t)(\epsilon - r) > P_t\left((1+r)-\frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}\right)$$

que significa que el rendimiento esperado del activo que conlleva riesgo cambiario debe ser mayor que el del activo seguro. Esto es consecuencia de la aversión al riesgo que muestra el agente. Puede reescribirse así:

$$(1-P_t)(1+\epsilon)+P_t\frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)} > (1+r) \qquad \text{(cond. 1)}$$

Además, dado $\epsilon > r$, puede demostrarse que si

$$(1+r) > \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)} \qquad \text{(cond. 2)}$$

entonces $\alpha_t < 1$. Con la función objetivo, ecuación (5), puede verse por otro lado que si $(1+r) \leq \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}$, la decisión óptima es la solución de esquina $\alpha_t = 1$.

Tenemos pues:

$$\left(\begin{array}{c}\left[(1-P_t)(1+\epsilon)+P_t\frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)} > (1+r)\right] \\ \wedge\left[(1+r) > \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}\right]\end{array}\right) \rightarrow \alpha_t \in (0,1)$$

$$\left(\begin{array}{c}\left[(1-P_t)(1+\epsilon)+P_t\frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)} \leq (1+r)\right] \\ \vee\left[(1+r) \leq \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}\right]\end{array}\right) \rightarrow \alpha_t \in \{0,1\} \;\blacksquare$$

6.4 Respuesta de α_t^*

6.4.1 Con respecto a ϵ:

$$\frac{\partial \alpha_t^*}{\partial \epsilon} = \left\{ \frac{(1-P_t)(1+r) + P_t\frac{(1+r)}{(1+\delta)}}{\beta(\epsilon - r)} \right.$$

$$\left. -\frac{(1-P_t)(\epsilon-r)(1+r) - P_t\beta(1+r)}{[\beta(\epsilon-r)]^2}\left[\beta - \frac{(\epsilon-r)}{(1+\delta)}\right]\right\}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{\partial \alpha_t^*}{\partial \epsilon} = \frac{(1+r)}{[\beta(\epsilon-r)]^2}\left[\frac{(1-P_t)\,(\epsilon-r)^2}{(1+\delta)} + P\beta^2\right]$$

$\Rightarrow$

$$\therefore \quad \frac{\partial \alpha_t^*}{\partial \epsilon} > 0 \blacksquare$$

6.4.2 Con respecto a r:

$$\frac{\partial \alpha_t^*}{\partial r} = \left\{ \frac{(1-P_t)(\epsilon-r) - (1-P_t)(1+r) - P_t\beta - P_t(1+r)}{\beta(\epsilon-r)} \right.$$

$$\left. -\frac{(1-P_t)(\epsilon-r)(1+r) - P_t\beta(1+r)}{[\beta(\epsilon-r)]^2}\left[(\epsilon-r) - \beta\right]\right\}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{\partial \alpha_t^*}{\partial r} = \left(\frac{1}{\beta(\epsilon-r)}\right)^2 \{[(1-P_t)(\epsilon-r) - (1-P_t)(1+r) - P_t\beta - P_t(1+r)]\,\beta(\epsilon-r)$$

$$-\left[(1-P_t)(\epsilon-r)(1+r) - P_t\beta(1+r)\right]\left[(\epsilon-r)-\beta\right]\}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{\partial \alpha_t^*}{\partial r} = \left(\frac{1}{\beta(\epsilon-r)}\right)^2 \left\{(1-P_t)(\epsilon-r)^2\left[(1+r) - \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)} - (1+r)\right]\right.$$

$$\left. -P_t\beta^2\left[(\epsilon-r) + (1+r)\right]\right\}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{\partial \alpha_t^*}{\partial r} = \left(\frac{1}{\beta(\epsilon-r)}\right)^2\left[-(1-P_t)(\epsilon-r)^2\frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)} - P_t\beta^2(1+\epsilon)\right]$$

$$\therefore \quad \frac{\partial \alpha_t^*}{\partial r} < 0 \blacksquare$$

6.4.3 Con respecto a P_t:

$$\frac{\partial \alpha_t^*}{\partial P_t} = \frac{-(\epsilon - r)(1+r) - \beta(1+r)}{\beta(\epsilon - r)}$$

$\Rightarrow$

$$\therefore \quad \frac{\partial \alpha_t^*}{\partial P_t} < 0 \blacksquare$$

6.4.4 Con respecto a δ:

$$\frac{\partial \alpha_t^*}{\partial \delta} = \left\{ -\frac{P_t \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)^2}(1+r)}{\beta(\epsilon - r)} \right.$$

$$\left. - \frac{(1-P_t)(\epsilon - r)(1+r) - P_t\beta(1+r)}{\beta^2(\epsilon - r)} \frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)^2} \right\}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{\partial \alpha_t^*}{\partial \delta} = -\frac{(1-P_t)(1+\epsilon)(1+r)}{[\beta(1+\delta)]^2}$$

$\Rightarrow$

$$\therefore \quad \frac{\partial \alpha_t^*}{\partial \delta} < 0 \blacksquare$$

6.5 Incertidumbre e información

6.5.1 Costo de atacar

El costo en T en términos de utilidad de atacar es:

$$\ln\left[(1+r)\left(1-\alpha_T^0\right)A_T + (1+\epsilon)\,\alpha_T^0 A_T\right]$$
$$- \ln\left[(1+r)\left(1-\alpha_T^1\right)A_T + (1+\epsilon)\,\alpha_T^1 A_T - c_0\right]$$
$$= \ln A_T + \ln\left[(1+r)\left(1-\alpha_T^0\right) + (1+\epsilon)\,\alpha_T^0\right]$$
$$- \ln A_T - \ln\left[(1+r)\left(1-\alpha_T^1\right) + (1+\epsilon)\,\alpha_T^1 - \tfrac{c_0}{A_T}\right]$$
$$= \ln\left[(1+r) + (\epsilon - r)\,\alpha_T^0\right] - \ln\left[(1+r) + (\epsilon - r)\,\alpha_T^1 - \tfrac{c_0}{A_T}\right]$$

Haciendo una aproximación de Taylor de primer orden[17] alrededor de $(1+r)$, tenemos

$$\approx \ln(1+r) + \tfrac{(\epsilon - r)\alpha_T^0}{(1+r)} - \ln(1+r) - \tfrac{(\epsilon - r)\alpha_T^1 - \frac{c_0}{A_T}}{(1+r)}$$
$$= \tfrac{1}{(1+r)}\left[\tfrac{c_0}{A_T} + (\epsilon - r)\left(\alpha_T^0 - \alpha_T^1\right)\right] \blacksquare$$

[17] $f(x) \approx f(x^*) + f'(x^*)(x - x^*)$

6.5.2 Beneficio de atacar

El beneficio esperado de atacar, siguiendo con la notación del artículo, es en términos de utilidad:

$$\hat{P}_{T+1}\ln\left[(1+r)\left(1-\hat{\alpha}^1_{T+1}\right)A_{T+1}+\tfrac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}\hat{\alpha}^1_{T+1}A_{T+1}\right]$$
$$+\left(1-\hat{P}_{T+1}\right)\ln\left[(1+r)\left(1-\hat{\alpha}^1_{T+1}\right)A_{T+1}+(1+\epsilon)\,\hat{\alpha}^1_{T+1}A_{T+1}\right]$$
$$-\hat{P}_{T+1}\ln\left[(1+r)\left(1-\hat{\alpha}^0_{T+1}\right)A_{T+1}+\tfrac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}\hat{\alpha}^0_{T+1}A_{T+1}\right]$$
$$-\left(1-\hat{P}_{T+1}\right)\ln\left[(1+r)\left(1-\hat{\alpha}^0_{T+1}\right)A_{T+1}+(1+\epsilon)\,\hat{\alpha}^0_{T+1}A_{T+1}\right]$$

Es claro que $\hat{\alpha}^1_{T+1}>\hat{\alpha}^0_{T+1}$; el especulador debe esperar "buenas noticias" para que exista un beneficio en términos de rentabilidad de portafolio del ataque como fuente de información. Siguiendo el mismo procedimiento de la sección anterior, llegamos a una expresión aproximada más simple de los beneficios:

$$\tfrac{1}{(1+r)}\left[(1+\epsilon)\left(1-\hat{P}_{T+1}\right)+\tfrac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)}\hat{P}_{T+1}-(1+r)\right]\left(\hat{\alpha}^1_{T+1}-\hat{\alpha}^0_{T+1}\right)$$

Así, el beneficio de atacar es aproximadamente

$$\tfrac{1}{(1+r)}\theta(\hat{\alpha}^1_{T+1}-\hat{\alpha}^0_{T+1})\ \blacksquare$$

6.5.3 Regla de ataque

Ahora, dado que *ceteris paribus* $\frac{dP_t}{dt}>0$, también $\frac{d\alpha^*_t}{dt}<0$. Dado que no tenemos en cuenta el caso en que hay una crisis cambiaria en T y que $\frac{d^2\alpha^*_t}{dt^2}>0$ al suponer una distribución contínua gaussiana para P_t, podemos escribir $\alpha^0_T=\lambda_1\alpha_{T-1}$ y $\hat{\alpha}^0_{T+1}=\lambda_2\alpha_{T-1}$, con $0<\lambda_2<\lambda_1<1$. Sin sorpresas, el agente seguirá tomando sus decisiones con base en su primera regla de comportamiento, ecuación (6). Sea $\Lambda=\frac{1}{\lambda_2-\frac{(\epsilon-r)}{\theta}(1-\lambda_1)}>0$. Se supone mayor que cero para mantener la decisión óptima del agente como una solución interior; $\alpha_t\in(0,1)$. Igualando costo y beneficio, utilizando el hecho expresado en la ecuación (9) que nos dice que $(\alpha_{T-1}-\alpha_T)\,A_T=\frac{k}{\gamma}$, y omitiendo los superíndices por no ser ya necesarios, tenemos que en T será óptimo atacar si se cumple

$$\alpha_T=\left[\hat{\alpha}_{T+1}-\tfrac{c_0}{\theta A_T}-\left(\lambda_2+\lambda_1\tfrac{(\epsilon-r)}{\theta}\right)\tfrac{k}{\gamma A_T}\right]\Lambda\ \blacksquare$$

6.5.4 Análisis estático comparativo

Dada la expresión anterior para α_T, tenemos entonces:

$$\frac{d\alpha_T}{dc_0} = \left[-\frac{1}{\theta A_T}\right]\Lambda < 0$$
$$\frac{d\alpha_T}{dk} = \left[-\frac{\left(\lambda_2+\lambda_1\frac{(\epsilon-r)}{\theta}\right)}{\gamma A_T}\right]\Lambda < 0$$
$$\frac{d\alpha_T}{dA_T} = \left[\frac{c_0}{\theta A_T^2} + \frac{\left(\lambda_2+\lambda_1\frac{(\epsilon-r)}{\theta}\right)k}{\gamma A_T^2}\right]\Lambda > 0$$
$$\frac{d\alpha_T}{d\gamma} = \left[\frac{\left(\lambda_2+\lambda_1\frac{(\epsilon-r)}{\theta}\right)k}{\gamma^2 A_T}\right]\Lambda > 0$$
$$\frac{d\alpha_T}{dr} = \frac{\Lambda}{\theta}\left[-\frac{1}{A_T}\left\{\frac{c_0}{\theta} + \left(\frac{(\epsilon-r)}{\theta} - 1\right)\frac{\lambda_1 k}{\gamma}\right\} + \alpha_T\left(\frac{(\epsilon-r)}{\theta} - 1\right)(1-\lambda_1)\right]$$

El signo de esta derivada es ambiguo, ya que la primera parte de la expresión es negativa y la segunda positiva, teniendo en cuenta que $\frac{(\epsilon-r)}{\theta} > 1 > \lambda_1$. Podemos decir, sin embargo, que cuando $\frac{1}{\gamma A_T} \to 0$, es decir si el inversionista tiene mucho poder de mercado, $\frac{d\alpha_T}{dr} > 0$ y cuando $\alpha_T \to 0$, que podemos identificar como el caso en que el inversionista tiene que disminuir mucho su tenencia de activos en el país doméstico (sea por poco poder de mercado o por una k bastante alta), entonces $\frac{d\alpha_T}{dr} < 0$. El caso más factible es el segundo, teniendo en cuenta los volúmenes de activos que se manejan en una economía. Por otro lado, independiente del poder de mercado del especulador, si $\hat{P}_{T+1}$ es lo suficientemente pequeña, también tenemos $\frac{d\alpha_T}{dr} < 0$, ya que la parte de la expresión se desvanece.

$$\frac{d\alpha_T}{d\epsilon} = \frac{\Lambda}{\theta}\left[\frac{1}{A_T}\left\{\frac{c_0}{\theta}\left(1-\hat{P}_{T+1}\left(\frac{\delta}{1+\delta}\right)\right) + \left(\frac{(\epsilon-r)}{\theta}\left(1-\hat{P}_{T+1}\left(\frac{\delta}{1+\delta}\right)\right) - 1\right)\frac{\lambda_1 k}{\gamma}\right\}\right.$$
$$\left. -\alpha_T\left(\frac{(\epsilon-r)}{\theta}\left(1-\hat{P}_{T+1}\left(\frac{\delta}{1+\delta}\right)\right) - 1\right)(1-\lambda_1)\right]$$

El signo de esta derivada es también ambiguo. Tomando en cuenta que lo que importa al inversionista es el rendimiento relativo de los activos, sin embargo, podemos decir que el comportamiento de α_T con respecto a ϵ es inverso a la respuesta frente a r, de manera que lo más factible es que $\frac{d\alpha_T}{d\epsilon} > 0$.

$\frac{d\alpha_T}{d\delta} = \frac{\Lambda}{\theta}\left[-\frac{1}{A_T}\left\{\frac{c_0}{\theta} + \frac{(\epsilon-r)}{\theta}\frac{\lambda_1 k}{\gamma}\right\} + \alpha_T\frac{(\epsilon-r)}{\theta}(1-\lambda_1)\right]\frac{(1+\epsilon)}{(1+\delta)^2}\hat{P}_{T+1}$; su comportamiento es similar al de $\frac{d\alpha_T}{dr}$.

En resumen, si el costo de atacar es significativo para el inversionista o si la probabilidad de crisis es pequeña, $\frac{d\alpha_T}{dr} < 0$, $\frac{d\alpha_T}{d\epsilon} > 0$ y $\frac{d\alpha_T}{d\delta} < 0$. ■

6.6 Poder de mercado reflejado también en P_t

Supogamos que existe una función u de utilidad, dependiente del valor de los activos, que exhibe aversión al riesgo. Entonces, $u'(\cdot) > 0$ y $u''(\cdot) < 0$. Supongamos ahora que P_t responde a cambios en α_t. Dado que la probabilidad de crisis en el modelo depende de la posición relativa de las reservas, un agente con poder de mercado aumentará la probabilidad de crisis si disminuye su tenencia de activos en esa economía. Definamos entonces $P_t = p(\alpha_t)$, con $p'(\cdot) < 0$. Podemos escribir el problema del agente entonces:

$$\underset{\alpha_t}{Max}\ (1 - P_t)u(A_{t+1}^n) + P_t u(A_{t+1}^c)$$

donde $A_{t+1}^n = (1+r)(1-\alpha_t)A_t + (1+\epsilon)\alpha_t A_t$, el nivel de activos del agente en $t+1$ si no hay crisis, y $A_{t+1}^c = (1+r)(1-\alpha_t)A_t + (1+\epsilon)(1-\delta)\alpha_t A_t$, el nivel si hay una crisis.

Ahora, para que el análisis de la sección 3.2.1 sea válido y el análisis del equilibrio se mantenga, el inversionista debe mantener su aversión al riesgo. Si no lo hace, cualquier equilibrio será solución de esquina dado que la probabilidad de crisis aumenta con el tiempo. Para esto, la condición suficiente para un máximo quiere decir que $\frac{d^2E(u_{t+1})}{d\alpha_t^2} < 0$.

Tenemos que:

$$\frac{d^2E(u_{t+1})}{d\alpha_t^2} = p''(\alpha_t)\left[u(A_{t+1}^c) - u(A_{t+1}^n)\right]$$

$$+2p'(\alpha_t)\left[-u'(A_{t+1}^c)[A_t\beta] - u'(A_{t+1}^n)[A_t(\epsilon - r)]\right]$$
$$+p(\alpha_t)u''(A_{t+1}^c)[A_t\beta]^2 + (1 - p(\alpha_t))u''(A_{t+1}^n)[A_t(\epsilon - r)]^2$$

Los dos últimos términos son menores que cero con seguridad, dado $p \in (0,1)$ y $u''(\cdot) < 0$. Para que el inversionista mantenga su aversión al riesgo, es entonces necesario que:

$$\left|p''\left[u(A_{t+1}^c) - u(A_{t+1}^n)\right] + p(\alpha_t)u''(A_{t+1}^c)[A_t\beta]^2\right.$$
$$\left.+(1 - p(\alpha_t))u''(A_{t+1}^n)[A_t(\epsilon - r)]^2\right|$$
$$\geq \left|2p'\left[-u'(A_{t+1}^c)[A_t\beta] - u(A_{t+1}^n)[A_t(\epsilon - r)]\right]\right|$$

Esto es necesario porque tenemos que $p'(\cdot) < 0$, y el término que lo multiplica es también negativo, de manera que $2p'[\cdot] > 0$. Por otro lado, dado que estamos trabajando en la cola izquierda de la distribución de f_{t+1} (si f_c estuviera a la derecha de la media de la distribución, ya habría habido una crisis), $p'' > 0$.

Sin embargo, p' y p'' responden de forma distinta a disminuciones en α_t, dependiendo del punto de la distribución en que se encuentre. Una forma para satisfacer esa condición es que el inversionista exhiba significativa aversión al riesgo, es decir que $u''(\cdot)$, negativa, sea lo suficientemente grande. Dada esa aversión al riesgo, se necesita p' pequeña (qué tan pequeña es un problema, de nuevo, empírico) que implica, **suponiendo una distribución gaussiana de** P_t, que P_t es pequeña. ■