

# ***Desequilibrios Nominales y Reales del Tipo de Cambio en Colombia<sup>1</sup>***

***Hugo Oliveros C.***

***Carlos Huertas C.***

## **Resumen**

La estimación de los desequilibrios nominales y reales del tipo de cambio en Colombia es abordada en este documento a partir de la construcción de dos componentes: el permanente asociado con una tendencia estocástica y el transitorio vinculado con el ciclo. La separación entre lo permanente y lo transitorio se hace usando relaciones de largo plazo entre el tipo de cambio nominal (real) y sus determinantes fundamentales. La estimación de los desequilibrios nominales y reales (componente transitorio) se lleva a cabo para diferentes frecuencias (anual y trimestral) y periodos de información y se usan varios modelos de determinación del tipo de cambio nominal y real.

El concepto de “*common trends*” (dual de cointegración) es introducido aquí para construir una variable no-observada, “el nivel de equilibrio” y para derivar medidas de desequilibrio. Es decir, se opta por derivar el componente permanente o de largo plazo del tipo de cambio nominal (o real) y asociarlo a su nivel de equilibrio y obtener por residuo su componente transitorio y relacionarlo con el desequilibrio. Dicha descomposición además de recuperar el componente no-estacionario (la tendencia estocástica) y estacionario (el ciclo), se hace usando los determinantes del tipo de cambio.

Los resultados sugieren que el tipo de cambio real estuvo por debajo de su nivel de equilibrio durante los últimos periodos y que a marzo de 2002 continuaba ligeramente por debajo de éste.

***Septiembre de 2002***

---

<sup>1</sup> Documento de trabajo para discusión. Su contenido no compromete al Banco de la República ni a su Junta Directiva. Se agradece la colaboración de Gloria Alonso y Ángela Cristina González por la estimación de los activos externos netos, variable importante en este documento. Como siempre los errores y omisiones son responsabilidad exclusiva de los autores.

E-mail: [holiveca@banrep.gov.co](mailto:holiveca@banrep.gov.co) , [chuertca@banrep.gov.co](mailto:chuertca@banrep.gov.co)

## 1. Introducción

En Colombia se calculan dos índices de tasa de cambio real (ITCR) basados en la paridad de poder de compra: el ITCR-IPC deflactado con precios al consumidor y el ITCR-IPP el cual utiliza los precios al productor como medida de precios interna y externa. Estos indicadores reflejan la tendencia de apreciación o depreciación real en el tiempo del peso frente a una canasta de monedas de los principales socios comerciales del país. Sin embargo, dichos índices no permiten establecer si en un periodo determinado la tasa de cambio real (TCR) está subvaluada o sobrevaluada, es decir, si el valor observado del índice es superior o inferior a su nivel de equilibrio.

Presentar una metodología que permita estimar el sendero de equilibrio de la TCR y derivar una medida de los desequilibrios nominales y reales del tipo de cambio hace parte de los propósitos del presente documento. Como se colige de la revisión de literatura económica, la TCR de equilibrio no es única, puesto que ésta cambia según los fundamentos que la determinan. Variables como los activos externos netos, nivel de productividad y la diferencia entre la tasa de interés interna y externa, entre otras, son fundamentos que conducen a la TCR de equilibrio por un sendero diferente en el tiempo. Por tal motivo se hace necesario de un lado, mediante métodos estadísticos y técnicas econométricas establecer cuáles de dichos fundamentos son significativos para el caso colombiano y de otro, evaluar que tipo de metodología se debe usar para aproximar adecuadamente el nivel de equilibrio de la TCR. En este documento se opta por derivar el componente permanente o de largo plazo de la TCR y asociarlo a su nivel de equilibrio y obtener por residuo su componente transitorio y relacionarlo con el desequilibrio. Dicha descomposición además de recuperar el componente no-estacionario (la tendencia estocástica) y estacionario (el ciclo), permite derivarlos usando para ello los determinantes de la TCR<sup>2</sup>. El uso de técnicas de cointegración en un contexto multivariado y de conceptos como el de tendencias comunes, “*common trends*” permite construir el componente de tendencia estocástica, o el transitorio, de la TCR a partir de sus fundamentales.

El documento se divide en cuatro partes, siendo ésta introducción la primera. En la segunda se hace un breve resumen teórico de los componentes y determinantes de la TCR, y en el tercero se presentan los resultados de las estimaciones de los modelos tipo BEER para el tipo de cambio nominal y real. Por último se concluye. En los anexos 1 y 2 se presenta una descripción de las variables usadas y de la metodología escogida para derivar las medidas, respectivamente.

## 2. La Tasa de cambio Real –TCR- y sus componentes.

La TCR es un precio relativo importante en una economía abierta que refleja los cambios en competitividad de un país. Su evolución afecta principalmente al sector de bienes comerciables, y por lo tanto, a la balanza comercial. Dicho indicador se define como el cociente entre los precios externos e internos llevados ambos a una misma moneda. En términos de logaritmos, esta medida se puede expresar de la siguiente forma:

---

<sup>2</sup> Ver, McDonald (2000) y Alberola y Lopez (2001), entre otros.

$$q_t = s_t + p_t^* - p_t \quad (1)$$

Donde  $q$ ,  $p$  y  $p^*$  y  $s$  se refieren al logaritmo de la TCR, de los precios internos y externos (\*), y del tipo de cambio nominal (pesos x unidad monetaria de la canasta) respectivamente. En esta definición, el tipo de cambio nominal indica el número de unidades monetarias domésticas que se necesitan para adquirir una unidad monetaria extranjera.

Para distinguir los componentes de la TCR, se debe dividir los precios de una economía en dos tipos: precios de bienes y servicios transables  $p_t^T$  y no transables  $p_t^{NT}$ . Si la participación de éstos últimos es  $0 \leq \alpha \leq 1$  en la economía doméstica y  $0 \leq \alpha^* \leq 1$  en la externa, el nivel general de precios de cada país puede ser representado como un promedio ponderado de cotizaciones transables y no transables:

$$p_t = \alpha p_t^{NT} + (1 - \alpha) p_t^T \quad (2)$$

$$p_t^* = \alpha^* p_t^{*NT} + (1 - \alpha^*) p_t^{*T} \quad (3)$$

Remplazando (2) y (3) en (1) se puede expresar a  $q_t$  de la siguiente forma:

$$q_t = s_t + p_t^{*T} - p_t^T + \alpha(p_t^T - p_t^{NT}) - \alpha^*(p_t^{*T} - p_t^{*NT}) \quad (4)$$

En la anterior ecuación se puede distinguir dos términos:

$$q_t^E = s_t + p_t^{*T} - p_t^T \quad (5a)$$

$$q_t^I = \alpha(p_t^T - p_t^{NT}) - \alpha^*(p_t^{*T} - p_t^{*NT}) \quad (5b)$$

De esta forma, la TCR tiene dos componentes<sup>3</sup>. El primero  $q_t^E$  llamado TCR externa<sup>4</sup> es una medida de competitividad de la economía doméstica que afecta la cuenta corriente, y corresponde a la relación de precios transables externos e internos en moneda local. En otras palabras, refleja si el bien transable del país doméstico es más favorable en “precio” que el que se produce en el extranjero<sup>5</sup>, situación que de ser cierta incentiva las exportaciones. El segundo  $q_t^I$  (TCR interna), que representa el diferencial entre precios transables y no transables en el país doméstico y en el foráneo ponderados por sus respectivas participaciones de no transables, mide el efecto de sesgo de productividad de Balassa-Samuelson. Dicho sesgo aduce que en países con una alta productividad en bienes transables, superior a la de los no transables, conducen a una apreciación la TCR.

Una vez distinguidos los dos componentes de la TCR es necesario definir su equilibrio  $\bar{q}_t$ : aquel consistente con el objetivo dual de balance interno y externo de la economía, dadas

<sup>3</sup> Para ver cuál de los dos componentes tiene mayor efecto sobre la volatilidad de la TCR, Engel (1993) realizó un estudio con los países del G7 y encontró que  $V(q_t^E) > V(q_t^I)$ . También hallaron poca evidencia de que:  $q_t^E$  sea un proceso  $I(0)$  y que los componentes estén cointegrados.

<sup>4</sup> Ver Alberola y López (2001)

<sup>5</sup> Si se cumple la PPP dicha medida debería ser cero o al menos tender a una constante.

otras variables que pueden tener un efecto sobre dichos objetivos. En este contexto, al tener balance interno<sup>6</sup> y externo  $q_t^E$  y  $q_t^I$  se encuentran en equilibrio<sup>7</sup>, alcanzando de esta forma el equilibrio  $\bar{q}_t$ :

$$\bar{q}_t = \bar{q}_t^E + \bar{q}_t^I \quad (6)$$

El siguiente paso es establecer los determinantes de la TCR interna y externa que las conducen a diferentes niveles de equilibrio en el tiempo. Dichos determinantes, o fundamentos, pueden tener un efecto permanente o de largo plazo sobre la TCR, y su influencia se da a través de la oferta o la demanda agregada de la economía. Incrementos en los niveles de gasto público y privado se asocian a fundamentos de demanda que aprecian la TCR. Por su parte, los fundamentos de la TCR que operan a través de la oferta se relacionan con la productividad y el ingreso permanente de la economía. Incrementos en la productividad de un país o en su nivel de ingreso permanente, debido por ejemplo a una mejora en los términos de intercambio o en una bonanza petrolera, tienden a apreciar la TCR.

## 2.1 TCR externa de Equilibrio, enfoque de balanza de pagos.

Un equilibrio de balanza de pagos con régimen de tasa de cambio flexible puede ser descrito de la siguiente forma:

$$cc_t + ck_t = 0 \quad (7)$$

$$cc_t = nx_t + i_t' aen_t \quad (8)$$

$$ck_t = \mu(i_t - i_t^* - \Delta s_{t+k}^e) \quad \mu < \infty \quad (9)$$

Donde  $cc$  y  $ck$  es la cuenta corriente y de capital respectivamente;  $nx$  se refiere a las exportaciones netas (exportaciones menos importaciones);  $i'$  es la tasa real promedio de rendimiento de los activos externos netos ( $aen$ );  $i$  e  $i^*$  es la tasa de interés doméstica y externa, y  $\Delta$  es el operador de primeras diferencias<sup>8</sup>.

Como se mencionó anteriormente,  $q_t^E$  afecta la balanza comercial a través de su efecto positivo sobre las exportaciones. De igual forma, comúnmente se asume en la literatura económica que incrementos en el ingreso doméstico ( $y$ ) deteriora la balanza comercial a través del aumento en la demanda por bienes importados, mientras que un una mejora en el ingreso externo ( $y^*$ ) tiene un efecto positivo sobre las exportaciones netas debido a la mayor demanda de los agentes extranjeros por los bienes nacionales exportados. En términos formales<sup>9</sup>:

<sup>6</sup> Alberola y López (2001) definen el balance interno como la situación de estado estacionario en términos de producción sectorial.

<sup>7</sup> Otra definición de balance interno es aquel nivel de producto consistente con pleno empleo y baja inflación –NAIRU–, y el ahorro neto generado en este nivel de producto debe ser igual al balance en cuenta corriente, el cual no necesariamente es igual a cero para dicha aproximación.

<sup>8</sup>  $\Delta X_{t+k} = X_{t+k} - X_t$

<sup>9</sup> Se asume el cumplimiento de las condiciones de Marshall-Lerner.

$$nx_t = \alpha_1 q_t^E - \alpha_2 y_t + \alpha_3 y_t^* \quad \text{con } \alpha_i > 0 \quad \forall i \quad (10)$$

Combinando las ecuaciones (7) a la (10) se llega a una expresión para  $q_t^E$ :

$$q_t^E = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} y_t - \frac{\alpha_3}{\alpha_1} y_t^* - \frac{1}{\alpha_1} i_t' aen_t - \frac{\mu}{\alpha_1} (i_t - i_t^* - \Delta s_{t+k}^e) \quad (11)$$

De (1) se deduce que  $\Delta q_{t+k} = \Delta s_{t+k}^e + \Delta p_{t+k} - \Delta p_{t+k}^{10}$ , por lo tanto la expresión (11) se puede escribir como:

$$q_t^E = \frac{\mu}{\alpha_1 + \mu} (q_{t+k}^E + \Delta q_{t+k}^I) + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \mu} y_t - \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \mu} y_t^* - \frac{1}{\alpha_1 + \mu} i_t' aen_t - \frac{\mu}{\alpha_1 + \mu} (r_t - r_t^*) \quad (12)$$

Donde  $r_t = i_t - \Delta p_{t+k}$  y  $r_t^* = i_t^* - \Delta p_{t+k}$ .

En estado estacionario  $\bar{q}^E = q_t^E = q_{t+k}^E$  y  $q_{t+k}^I = q_t^I$ . El equilibrio resultante  $\bar{q}^E$  se puede interpretar como aquella representación de equilibrio en TCR para bienes transables consistente con un equilibrio en balanza de pagos:

$$\bar{q}^E = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \bar{y} - \frac{\alpha_3}{\alpha_1} \bar{y}^* - \frac{1}{\alpha_1} i' \bar{aen} - \frac{\mu}{\alpha_1} (\bar{r} - \bar{r}^*) \quad (13)$$

La anterior ecuación muestra algunos de los fundamentales de la TCR externa en estado estacionario según los supuestos realizados en la cuenta corriente y de capital. Se pueden adicionar otras variables como por ejemplo los términos de intercambio, asumiendo que tienen un efecto positivo sobre la balanza comercial (10), y por tal motivo en (12) y (13) dicha variable tendría signo negativo.

## 2.2 TCR interna de equilibrio.

Uno de los determinantes de la TCR es el llamado efecto de Balassa-Samuelson (BS), el cual argumenta que las diferencias de productividad entre sectores productivos de transables y no transables afecta la evolución de la TCR. El argumento central es que la productividad de un país se concentra en mayor grado en la producción de bienes transables, ya que este sector es más intensivo en capital y el progreso tecnológico se aplica con mayor rapidez, situación que genera altos niveles salariales en el sector. Si en el país existe una perfecta movilidad laboral, se producirían incrementos salariales en el sector no transable tendientes a equiparar las remuneraciones del otro sector, subiendo los costos de producción y por éste motivo, el equilibrio sólo será alcanzado a través de un incremento en los precios de los no transables. Así, en una economía pequeña y abierta como la colombiana, en donde el precio de los bienes que se pueden comerciar internacionalmente

<sup>10</sup> Otra forma es utilizar la TCR externa (5a) en lugar de ésta ecuación, y por lo tanto  $\Delta q_{t+k}^I = 0$  y la tasa de interés real en (12) estaría deflactada por los precios transables ( $\Delta p^T$ ). No obstante, el único cambio en la ecuación de estado estacionario (13) es una tasa de interés real que se obtiene con un deflactor diferente.

es exógeno, se presentaría una caída del precio relativo de transables con relación al de los no transables, apreciándose la TCR.

Otros autores explican que las diferencias de precios se inician por la discrepancia de demanda entre sectores. Por ejemplo, incrementos en el gasto público más allá de los niveles de ingreso de un país, están acompañados generalmente de aumentos en la demanda de bienes y servicios no transables, produciéndose alzas en los precios de este sector superior al de las cotizaciones de los transables, efecto que aprecia la TCR. Adicionalmente, si el gasto público es deficitario, este tiene que ser financiado por deuda interna o externa. En el primer caso, se genera un aumento en la tasa de interés interna que incentiva el ingreso de capitales externos que conlleva a una caída en el tipo de cambio nominal y real. En el segundo caso, el ingreso de divisas provenientes de los préstamos externos aumenta la oferta de moneda extranjera y también se genera una revaluación nominal y real, al menos en forma temporal.

La anterior diferencia de productividades que conduce a distintos precios se puede deducir a través de un modelo de dos sectores, transables y no transables, con dos factores de producción: trabajo  $L$  y capital  $K$ , bajo los supuestos de pleno empleo, perfecta movilidad laboral y un producto  $Y$  con tecnología tipo Cobb-Douglas:

$$Y_i^T = A^T (L_i^T)^\theta (K_i^T)^{1-\theta} \quad (14)$$

$$Y_i^{NT} = A^{NT} (L_i^{NT})^\delta (K_i^{NT})^{1-\delta} \quad (15)$$

La perfecta movilidad laboral implica que los salarios entre sectores sean iguales  $W^T = W^{NT} = W$ , y el salario es pagado según el producto marginal del trabajo  $\partial Y^j / \partial L^j = \partial W^j / \partial P^j$  con  $j = T, NT$ <sup>11</sup>. Por otra parte, al derivar (14) y (15) con respecto a  $L$ , se obtiene  $\partial Y^T / \partial L^T = \theta Y^T / L^T$  y  $\partial Y^{NT} / \partial L^{NT} = \delta Y^{NT} / L^{NT}$  respectivamente. Así, la razón de productividades marginales de los sectores es proporcional al cociente de la producción promedio por trabajador:

$$\frac{\partial Y^T / \partial L^T}{\partial Y^{NT} / \partial L^{NT}} = \frac{W^T / P^T}{W^{NT} / P^{NT}} = \frac{P^{NT}}{P^T} = \frac{\theta Y^T / L^T}{\delta Y^{NT} / L^{NT}} \quad (16)$$

Aplicando logaritmos y multiplicando la igualdad por -1, la expresión (16) queda:

$$p_i^T - p_i^{NT} = \log(\delta/\theta) + y_i^{NT} - y_i^T \quad (17)$$

Donde la expresión  $y^j$  representa el logaritmo de la producción promedio por trabajador en el sector  $j$ . La anterior expresión ilustra cómo las diferencias en niveles de productividad entre sectores de un país conducen a niveles distintos de precios. Un incremento en la productividad del sector transable genera una caída del precio relativo de dicho sector con respecto al precio del no transable, efecto que aprecia la TCR.

<sup>11</sup> En competencia perfecta el beneficio de cada sector es igual a cero  $P^j Y^j - W^j L^j - r^j K^j = 0$ , y al despejar  $Y^j$  y derivando con respecto a  $L^j$ , se obtiene dicha relación.

Al remplazar el resultado (17) en la definición de TCR interna (5b), se observa  $q_t^I$  es explicado por el diferencial de productividades entre países más una constante<sup>12</sup> que representa la intensidad de recurso humano asignado a cada sector.

$$q_t^I = \alpha(p_t^T - p_t^{NT}) - \alpha^*(p_t^{*T} - p_t^{*NT}) = c + \alpha(y_t^{NT} - y_t^T) - \alpha^*(y_t^{*NT} - y_t^{*T}) \quad (18)$$

En este contexto, la TCR interna puede ser expresada como el diferencial sectorial de precios entre países, y la reasignación de recursos entre sectores puede reflejar una desviación temporal de  $q^I$  con respecto a su nivel de equilibrio  $\bar{q}^I$ . Por ejemplo, si  $\alpha = \alpha^*$ , y denotando a  $p^{T,NT} = (p_t^T - p_t^{NT}) - (p_t^{*T} - p_t^{*NT})$ , el desequilibrio interno sería el siguiente:

$$q_t^I - \bar{q}_t^I = \alpha[p_t^{T,NT} - \bar{p}_t^{T,NT}] \quad (19)$$

### 2.3 Behavioral Equilibrium Exchange Rate –BEER–

Otra aproximación al equilibrio de la TCR es la el llamada “Behavioral Equilibrium Exchange Rate”. Esta aproximación aduce que la cuenta corriente y de capital son probablemente, los determinantes más importantes de la TCR. Parte de la paridad de tasas de interés es decir, la devaluación nominal esperada se explica exclusivamente por el diferencial de tasas de interés: interna menos externa, lo que es equivalente a suponer en (9) que  $\mu \rightarrow \infty$ , y por lo tanto  $i_t - i_t^* = \Delta s_{t+k}^e$ . Al sumar y restar en ambos lados de la anterior ecuación  $\Delta p_{t+k}^* - \Delta p_{t+k}$  se obtiene<sup>13</sup>:

$$\Delta q_{t+k}^e = (r_t - r_t^*) \quad (20a)$$

$$q_t = q_{t+k}^e - (r_t - r_t^*) \quad (20b)$$

Donde  $r$  se refiere a la tasa de interés real esperada. Por su parte,  $q_{t+k}^e = \bar{q}_t$  es interpretado como el componente sistemático de largo plazo de la TCR, determinado por variables reales. Por ejemplo, Clark y MacDonald (2000) hicieron este tipo de modelación para la TCR de Estados Unidos, Canada, y Reino Unido. El componente de largo plazo  $\bar{q}_t$  se asumió como función de los activos externos netos, términos de intercambio y el efecto BS. Los resultados arrojaron dos vectores de cointegración, donde el primero representaba para cada país el componente sistemático de largo plazo, mientras que el segundo se interpretó como la diferencia de tasas de interés reales.

### 3. Estimación de los desequilibrios

En esta sección se presentan los métodos estadísticos y econométricos que se usan para la estimación de un indicador de la variable no-observada, tasa de cambio nominal de

<sup>12</sup>  $c = \alpha \log(\delta/\theta) - \alpha^* \log(\delta^*/\theta^*)$

<sup>13</sup> Note que si  $\mu \rightarrow \infty$  en la ecuación 12, se obtiene el mismo resultado de la ecuación 20 b, con la diferencia que se refiere a la TRC externa.

equilibrio ( $\bar{s}$ ) y de TCR de equilibrio, ( $\bar{q}$ ). Su estimación puntual se hace reconociendo que existen unos determinantes del comportamiento de  $s$  y  $q$ , a partir de los cuales es posible derivar una medida de equilibrio. El eventual des-alineamiento puede ser evaluado desde diferentes métricas. En el caso de la tasa de cambio nominal, los desequilibrios están regularmente asociados a las desviaciones de dicha variable con respecto a su paridad de poder de compra, ( $PPP^{14}$ ). En cuanto a la TCR, se construyen medidas de equilibrio provenientes de modelos y métodos estadísticos que postulan la existencia de una relación de largo plazo entre  $q$  y sus determinantes.

Dos premisas son fundamentales para entender la construcción de la medida de equilibrio. En una primera instancia es indispensable considerar que las propiedades estadísticas<sup>15</sup> de la variable no-observada deben ser similares a las de la variable observada. El otro aspecto a considerar está relacionado con el nivel de desequilibrio que se derive al usar dichas medidas, el cual debe ser estacionario y tener una media que tienda a cero<sup>16</sup>. Los anteriores argumentos sugieren que la metodología que se debe usar para derivar medidas de equilibrio debe estar basada en la evaluación de las relaciones de largo plazo de  $q$  y  $s$  y sus posibles determinantes.

De otro lado, a partir de información económica, se pueden construir algunas medidas estadísticas que permiten derivar de un lado, el componente permanente o de largo plazo de la variable y asociarlo a un nivel de equilibrio<sup>17</sup>, y del otro, obtener por residuo el componente transitorio y relacionarlo con el desequilibrio<sup>18</sup>. Así, se puede optar por las siguientes alternativas: (i) probar la existencia de PPP en un sentido estricto o leve. Ello implica una TCR de equilibrio constante en el tiempo; (ii) si la PPP no se cumple es por la existencia de un diferencial de tasas de interés distinto de cero. De esta forma, es posible construir un modelo donde la medida de equilibrio esté basada en PPP más un argumento que integra la existencia de paridad descubierta de intereses<sup>19</sup>; (iii) utilizar modelos en los

<sup>14</sup> PPP, Purchasing Power Parity:  $s = p - p^*$ .

<sup>15</sup> El orden de integración de  $\bar{s}$  y  $\bar{q}$  debe ser el mismo. Regularmente estas variables son no-estacionarias, y usualmente son catalogadas como I(1).

<sup>16</sup> Desde la estadística y la econometría tanto la serie observada como su nivel de equilibrio (lo no-observado) deben tener órdenes de integración iguales, de tal forma que aquello soportable económicamente se verifique estadísticamente, es decir, que los des-alineamientos observados no sean permanentemente sesgados. En otras palabras, que tengan una media de cero y que retornen a dicho nivel con una alta frecuencia (estacionarios alrededor de cero). En este contexto es importante recordar que bajo análisis de cointegración multivariado, Johansen (1988,1995) el valor esperado de  $\beta' X_t$  no es necesariamente igual a cero,  $E(\beta' X_t) = \bar{\alpha}(\Gamma C - I)\mu$ , a menos que  $(\Gamma C = I)$  o  $\mu = 0$ . Así, el componente transitorio que regularmente depende de una matriz de ponderación, ( $LM$ ), y de  $\beta'$ ,  $(LM)\beta' X_t$ , requiere que se le descuente su media para obtener una medida de desequilibrio adecuada. En el Anexo 2 se presenta una discusión detallada de la descomposición usando fundamentales económicos.

<sup>17</sup> Gonzalo y Granger (1995), Escribano y Peña (1993).

<sup>18</sup> Ariño y Newbold (1998).

<sup>19</sup> En McDonald (2000) el modelo se conoce con el nombre de: "Capital Enhanced Measures of the Equilibrium Exchange Rate", **CHEERS**, el cual permite recoger el efecto de los flujos de capital sobre la  $\bar{q}$ . Formalmente equivale a tener la siguiente relación:  $s_t = \omega(p_t - p_t^*) - (i_t - i_t^*)$ . Note que esta expresión al tener en cuenta exclusivamente la cuenta de capital, ignora el efecto de variables como los activos externos netos y los términos de intercambio sobre la TCR.



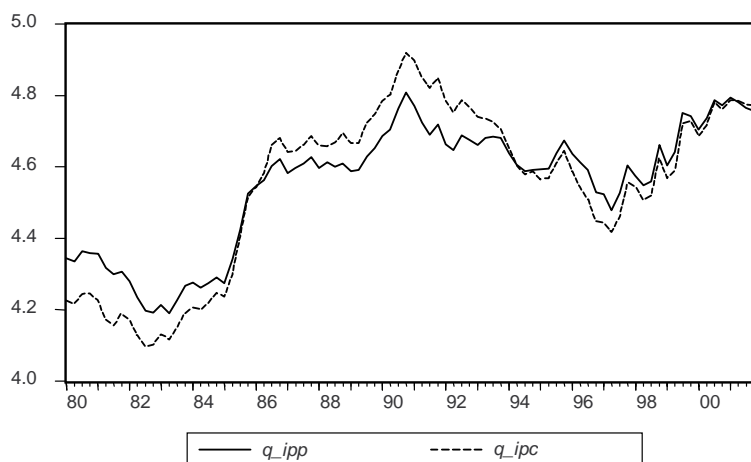
cuales se reconoce la existencia de determinantes asociados con el componente real, (niveles de actividad económica domésticos y externos) de tal forma que se pueda establecer una relación entre  $q$  y sus fundamentos<sup>20</sup>.

Para la economía colombiana se evalúan modelos con periodicidad anual desde 1958 hasta 2001, y con información trimestral desde 1980:1 hasta 2002:1. El propósito de ésta última es evaluar en un periodo reciente y con una frecuencia más alta medidas de equilibrio de  $s$  y de  $q$ . En el anexo 1 se describen las variables que fueron usadas en este documento.

### 3.1 Pruebas de de raíz unitaria

En la literatura de TCR es común encontrar referencias sobre la alta persistencia de la tasa de cambio nominal y de la TCR, y en particular de su no-estacionariedad. La evolución de la tasa de cambio real en logaritmos, deflactada por precios al consumidor ( $q\_ipc$ ) y por precios al productor ( $q\_ipp$ ), descrita en los Gráficos 1 y 2, permite señalar la existencia de algún tipo de tendencia secular y variabilidad no estable a lo largo del tiempo<sup>21</sup>.

**Gráfico 1**  
ITCR deflactado con IPC y con IPP

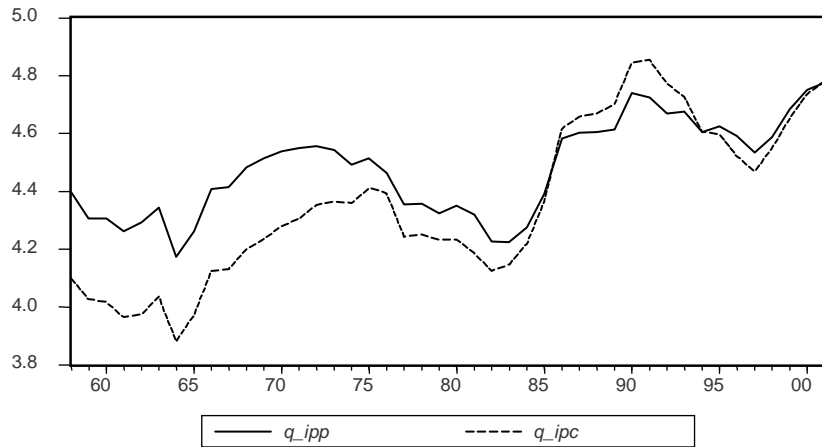


Los resultados de las pruebas presentados en el Cuadro 1 permiten señalar que existe evidencia a favor de la no-estacionariedad de  $s$  y de  $q$  en ambas frecuencias. La prueba,  $\tau_\mu(*)$  o  $\tau_\tau(*)$  informa el resultado del ADF y el rezago (\*) usado para realizar el test. La estadística Q corresponde al valor de la prueba Chi-Cuadrado que se usa para evaluar la condición de ruido blanco de los residuos involucrados en la prueba de raíz unitaria.

<sup>20</sup> Estos modelos son conocidos como Behavioral Equilibrium Exchange Rate, BEER Models.

<sup>21</sup> Esto se evidencia dentro del periodo en el cual se pasa de régimen de tasa de cambio fijo, a mini-devaluaciones, y luego al de bandas cambiarias con distintas pendientes, para finalizar con uno de flotación. En el caso de las series anuales todos operaron en tanto que para la serie trimestral (1980-2002) tan solo los tres últimos regímenes están involucrados.

**Gráfico 2**  
**ITCR deflactado con IPC y con IPP**



**Cuadro 1**  
**Test de Raíz Unitaria**

Muestra Trimestral (1980:1 2002:1)		
Variable	ADF(Rezago):(CV 5%) Q(12):(P-value)	KPSS (CV 10%)
S	$\tau_{\tau}(7)=-2.17 (-3.46)$ Q(12)=4.39 (0.98)	$\eta_{\tau}=0.192$ (0.119)
$q_{ipp}$	$\tau_{\mu}(7)=-1.64 (2.90)$ Q=8.01 (0.78)	$\eta_{\mu}=0.782$ (0.347)
$q_{ipc}$	$\tau_{\mu}(12)=-2.56 (-2.90)$ Q=4.39 (0.98)	$\eta_{\mu}=0.617$ (0.347)
Muestra Anual (1958:2001)		
Variable	ADF(lag):(CV 5%) Q(4):(P-value)	KPSS CV 10%
S	$\tau_{\tau}(1)=-2.31 (-3.52)$ Q=2.70 : (0.61)	$\eta_{\tau}=0.124$ (0.119)
$q_{ipp}$	$\tau_{\mu}(1)=-1.39(-2.93)$ Q=3.20 : (0.52)	$\eta_{\mu}= 0.49$ (0.347)
$q_{ipc}$	$\tau_{\mu}(1)= -1.25:(-2.93)$ Q=1.82(0.77)	$\eta_{\mu}= 0.68$ (0.347)

### 3.2 Medidas de desequilibrio nominal<sup>22</sup>.

Dado que medidas de desequilibrio de la tasa de cambio nominal pueden ser derivadas a partir de la presencia de la PPP, a continuación se discute la estimación de dicha condición

<sup>22</sup> Los resultados que se reportan en esta sección corresponden a aquellos que mantienen los requerimientos mínimos tanto económica como estadísticamente para ser seleccionados. En todos los casos se evaluaron modelos usando los dos tipos de información disponible.

evaluada en un sentido relativo. Si la PPP se cumple, ello implicaría que movimientos de tasa de cambio nominal son explicados por los cambios en los precios domésticos y externos, es decir que  $s$  es homogénea de grado uno con respecto a  $p$  y  $p^*$ . Posteriormente, ante la no homogeneidad de grado uno, se permitió la existencia de un efecto precio similar, y se adicionaron variables como el diferencial de tasas de interés nominales, el efecto BS, los términos de intercambio y los aranceles<sup>23</sup>.

### 3.2.1 El problema de la PPP.

En el Cuadro 2 se reportan los resultados de la estimación de los parámetros y de las pruebas estadísticas de un medida de PPP relativa derivada del uso de indicadores de precios al por mayor. En éste caso se cuenta con tres parámetros de largo plazo, uno de los cuales es normalizado a uno, ( $\beta_{11}$ ), en tanto que para los restantes componentes del vector de cointegración, ( $\beta_{12}, \beta_{13}$ ), se evalúa si ellos son inversos aditivos. Adicionalmente, se examina la posibilidad de que los precios externos,  $ipp^*$ , se comporten como una variable exógena en éste sistema<sup>24</sup>.

**Cuadro 2**  
**Resultados de la estimación PPP con WPI<sup>25</sup>**  
**(Información trimestral 1982:1 2002:1)**

<b>Modelo</b>	<b>Variables</b>	<b>Test (P-value)</b> ( $\beta_{12} = -\beta_{13}$ ; $\alpha_{31} = 0$ )	<b>Vector</b> $\beta' = (\beta_{11} \ \beta_{12} \ \beta_{13})$ <b>Velocidad de ajuste</b> $\alpha' = (\alpha_{11} \ \alpha_{21} \ \alpha_{31})$
VAR(5) : Drift	$s, ipp, ipp^*$	$\chi^2(2) = 4.28$ (0.12)	$\beta' = (1.00 \ -1.727 \ 1.727)$ $\alpha' = (-0.14 \ 0.04 \ 0.00)$
<b>Test de comportamiento de los residuales.</b>			
<b>Normalidad Multivariada Test (P-value)</b> $\chi^2(6) = 15.1 : (0.03)$	<b>Autocorrelación: Test (P-value)</b> Portmanteau(12) = 93.49: ( 0.04) LM(1) = 9.23 (0.41)		
<b>Pruebas de diagnóstico Iniciales : r=1</b>			
Exclusión	(VC5% : $s, ipp, ipp^*$ ) = (3.84 : 7.28 12.63, 12.75)		
Estacionariedad	(VC5% : $s, ipp, ipp^*$ ) = (5.99 : 21.55, 23.35, 24.36)		
Exogeneidad	(VC5% : $s, ipp, ipp^*$ ) = (3.84 : 3.65, 3.17, 4.04)		

Los resultados de las pruebas estadísticas permiten concluir que no existe homogeneidad de grado uno, que los precios externos son exógenos y que el 14% de los desequilibrios son ajustados en un periodo. En el Gráfico 3 se presenta el comportamiento del desequilibrio de la tasa de cambio nominal durante el periodo comprendido entre 1982:01-2002:1 usando para ello una descomposición de tipo permanente – transitorio (P-T) según la propuesta

<sup>23</sup> En estos ejercicios se controla el cambio de régimen de tipo de cambio al introducir a los modelos dos variables *dummy* : *dumband* y *flo*, asociadas con el régimen de banda cambiaria y de flotación “libre” del tipo de cambio, respectivamente. Adicionalmente se usan variables *dummy* centradas para capturar la componente determinística estacional.

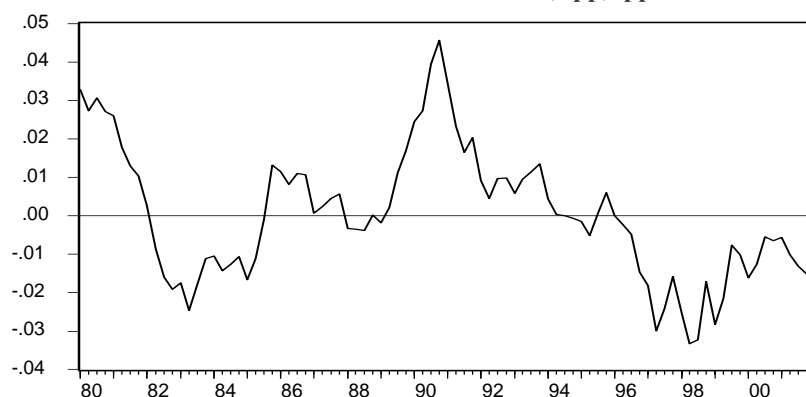
<sup>24</sup> Esto último significa que la velocidad con que se ajustan los cambios en precios externos a los desequilibrios en el largo plazo del tipo cambio nominal es nula, es decir,  $\alpha_{31} = 0$ .

<sup>25</sup> Los resultados de la prueba de cointegración corregida por tamaño de muestra son los siguientes: ( $r > 0, CV10\%$ ) = (32.94, 26.7); ( $r > 1, CV10\%$ ) = (11.30, 13.31); ( $r > 2, CV10\%$ ) = (0.16, 2.71). Los valores críticos son corregidos por la presencia de “*dummies*” no estacionales.

hecha por Stock y Watson (1988), SW, en adelante. En dicha descomposición la componente permanente, P, depende del componente ortogonal del vector de cointegración y la transitoria, T, depende del vector de cointegración<sup>26</sup>. En este caso, el componente transitorio, T, depende del vector de cointegración y tiene unos loading factors (ponderaciones) que están también asociadas a éste.

De esta forma, no existe una diferencia entre esta aproximación del ciclo, en cuanto a su forma, y la que se deriva de observar tan solo los desequilibrios que provienen del vector de cointegración. En este caso el desequilibrio negativo que se observa en los últimos dos trimestres, diciembre de 2001 y marzo de 2002, significa que el tipo de cambio nominal colombiano estuvo sobrevaluado en 1.5% y 2.0% respectivamente<sup>27</sup>.

**Gráfico 3**  
**Desequilibrios Nominales**  
**Datos trimestrales con modelo: s, ipp, ipp\***



### 3.2.2 La aproximación BEER al tipo de cambio nominal<sup>28</sup>.

En el Cuadro 3 se reportan los resultados de la estimación de los parámetros y de las pruebas estadísticas para una medida de PPP relativa derivada del uso de indicadores de precios al consumidor y un indicador de productividad, asociado con el efecto BS<sup>29</sup>. En éste caso se cuenta con cuatro parámetros de largo plazo. El primero es normalizado a uno, ( $\beta_{11}$ ), en tanto que para las restantes componentes del vector de cointegración, ( $\beta_{12}$ ,  $\beta_{13}$ ,  $\beta_{14}$ ) se evalúa la posibilidad de que  $\beta_{12} = -\beta_{13}$ . Adicionalmente se examina si los precios externos se comportan como una variable exógena en este sistema.

Los resultados de las pruebas estadísticas permiten concluir que no existe homogeneidad de grado uno y que los precios externos son exógenos. Los desequilibrios nominales son

<sup>26</sup> Ver en el anexo 2 los detalles de la descomposición y sus características.

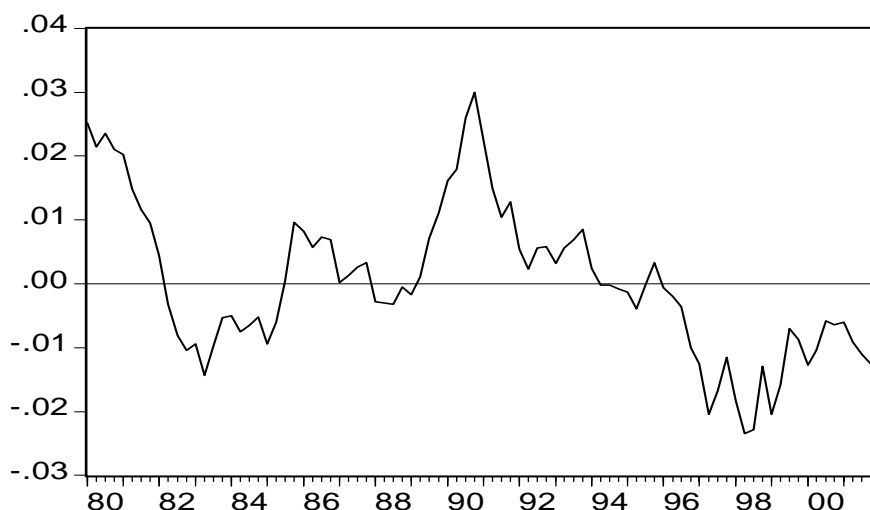
<sup>27</sup> La evaluación de PPP usando indicadores de precios al consumidor no arroja resultados significativos tanto en el sentido estricto como leve.

<sup>28</sup> En Brook and Hargreaves (2001) se encuentra una aproximación similar a la presentada aquí en el caso de la tasa de cambio de Nueva Zelanda.

<sup>29</sup> En la segunda sección de este documento se discute ampliamente sobre esta alternativa metodológica.

presentados en el Gráfico 4 y son muy similares a los descritos en el Grafico 3 y se ajusta tan solo el 12% de éstos en un periodo.

**Gráfico 4**  
**Desequilibrios Nominales**  
**Datos Trimestrales con modelo: s, ipc, ipc\*, BS**



**Cuadro 3**  
**Resultados de la estimación BEER<sup>30</sup>**  
**(Información trimestral 1982:1 2002:1)**

Modelo	Variables	Test (P-value) ( $\beta_{12}, -\beta_{13}; \alpha_{31}=0$ )	Vector $\beta'=(\beta_{11} \beta_{12} \beta_{13} \beta_{14})$ Velocidad de ajuste $\alpha'=(\alpha_{11}, \alpha_{21}, \alpha_{31}, \alpha_{41})$
VAR(5) : Drift	(s, ipc, ipc*, BS)	$\chi^2(2)=1.63$ (0.44)	$\beta'=(1.00 \ -1.792 \ 1.792 \ -1.809)$ $\alpha'=(-0.12 \ 0.09 \ 0.00 \ -0.05)$
<b>Test de comportamiento de los residuales.</b>			
<b>Normalidad Multivariada</b> Test (P-value) $\chi^2(6)=11.7 : (0.17)$	<b>Autocorrelación:</b> Test (P-value) Portmanteau(12)=164.3: ( 0.02) LM(1)=13.07 (0.67)		
<b>Pruebas de diagnóstico Iniciales : r=1</b>			
Exclusión	(VC5% : s, ipc, ipc*) = (3.84 : 5.69, 13.58, 13.16, 4.69)		
Estacionaridad	(VC5% : s, ipc, ipc*) = (5.99 : 28.45, 27.31, 28.54, 21.16)		
Exogeneidad	(VC5% : s, ipc, ipc*) = (3.84 : 3.00*, 10.08, 1.31, 4.68)		

1/ Se rechaza al 10%.

Por último, resulta conveniente señalar que el examen conjunto de la estimación de la matriz de impacto,  $C(1) = C = \beta_{\perp}(\alpha'_{\perp} \Gamma \beta_{\perp})^{-1} \alpha'_{\perp}$ , descrita en el Anexo 2 sección II<sup>31</sup>, y de sus

<sup>30</sup> Los resultados de la prueba de cointegración corregida por tamaño de muestra son los siguientes:  
( $r>0, CV10\%$ ) = (50.7, 43.8); ( $r>1, CV10\%$ ) = (24.5, 26.7);  
( $r>2, CV10\%$ ) = (7.3, 13.31); ( $r>3, CV10\%$ ) = (0.0, 2.71).

Los valores críticos no son corregidos por la presencia de "dummies" no estacionales.

<sup>31</sup> La cual hace posible decidir sobre cuales son las fuerzas que en largo plazo determinan el comportamiento del sistema estimado.

respectivos “*t-tests*”, permite señalar lo siguiente en lo referente a la estimación de los equilibrios nominales:

- (i) Para el ejercicio de PPP, Cuadro 2, tan solo los choques provenientes de los errores asociados a los precios externos persisten [ $c(1,3)=-6.5$ , “ $t$ ”=-1.8] en el largo plazo en la determinación del tipo de cambio nominal y de los precios domésticos [ $c(2,3)=1.0$ , “ $t$ ”=-1.8]. Estos últimos responden también a sus propios choques con [ $c(3,3)=5.6$ , “ $t$ ”=-1.9].
- (ii) En el caso de la “*BEER approach*” el tipo de cambio nominal y los precios al consumidor domésticos responden tan solo a choques en los precios al consumidor externos [ $c(1,3)=-8.4$ , “ $t$ ”=-1.7] y [ $c(1,3)=4.6$ , “ $t$ ”=-1.9], respectivamente.

### 3.3 Medidas de desequilibrio real.

En esta sección se presentan los resultados de las estimaciones de desequilibrios de la TCR, usando para ello un enfoque similar al descrito por McDonald (2000) y Alberola y López (2001).

#### 3.3.1 La aproximación BEER (Datos anuales: 1958-2001).

En el capítulo 2 se mostró cómo la TCR de equilibrio  $\bar{q}_t$  está determinada por fundamentos de la economía. También se explicó cómo al separarla en su componente externo e interno, se puede establecer el signo de las diferentes variables que afectan su comportamiento. Basados en dicha teoría, con información anual para el periodo 1958-2001 se estimó un modelo tipo “*BEER*” que considera la evolución de los activos externos netos ( $aen$ ), el diferencial de tasas de interés ( $DIF = i-i^*$ ), y el efecto BS. Los resultados son presentados en el Cuadro 4. y en el Gráfico 5.

Los resultados del VEC sugieren que el tipo de cambio real responde a sus fundamentales correctamente y ajusta el 20% a los desequilibrios en un periodo. En el largo plazo la TCR deflactada con IPC ( $q_{ipc}$ ), responde significativamente tanto a sus propios choques [ $c(1,1)=0.75$ , “ $t$ ”=3.5] como a sus determinantes. Choques a los errores: de los activos externos netos,  $aen$ , producen un efecto de [ $c(1,2)=-0.01$ , “ $t$ ”=-3.5]; de la variable que mide el efecto Balassa-Samuelson, BS, generan un cambio en el largo plazo, [ $c(1,3)=0.33$ , “ $t$ ”=3.5] y finalmente el efecto de los choques provenientes del diferencial de tasas de interés reales,  $DIF$ , producen un efecto de largo plazo en  $q$  de [ $c(1,4)=-0.75$ , “ $t$ ”=-1.9].

Los desequilibrios reales no superan el 1% en los últimos cinco años. Para el año 2000 y el 2001 dichos desequilibrios señalan que la TCR estuvo sobrevaluada aproximadamente en 0.9% y 0.4% respectivamente.

**Cuadro 4**  
**Resultados de la estimación BEER<sup>32</sup>**  
**(Información Anual 1958-2001)**

Modelo	Variables	Test (P-value) ( $\alpha_{21}=0$ )	Vector $\beta'=(\beta_{11} \beta_{12} \beta_{13} \beta_{14})$ Velocidad de ajuste $\alpha'=(\alpha_{11} \alpha_{21} \alpha_{31} \alpha_{41})$
VAR(1) : Drift	( <i>q_ipc, aen, BS, DIF</i> )	$\chi^2(1)=0.16$ (0.69)	$\beta'=(1.00 \ 0.025 \ -1.308 \ 2.968)$ $\alpha'=(-0.20 \ 0.00 \ -0.06 \ -0.22)$
<b>Test de comportamiento de los residuales.</b>			
Normalidad Multivariada Test (P-value) $\chi^2(8)=13.9 : (0.08)$	Autocorrelación: Test (P-value) Portmanteau(12)=169.6 : ( 0.87) LM(1)=11.5 (0.78)		
<b>Pruebas de diagnóstico Iniciales : r=1</b>			
Exclusión	(VC5% : <i>q_ipc, aen, BS, DIF</i> ) = (3.84 : 13.83, 19.17, 6.31, 18.45)		
Estacionaridad	(VC5% : <i>q_ipc, aen, BS, DIF</i> ) = (7.81 : 41.94, 32.48, 47.75, 35.90)		
Exogeneidad	(VC5% : <i>q_ipc, aen, BS, DIF</i> ) = (3.84 : 13.69, 0.16, 9.48, 13.95)		

**Gráfico 5**  
**Desequilibrios Reales:**  
**Datos anuales y modelo: *q\_ipc, aen, BS, DIF***



### 3.3.2 La aproximación BEER (Datos Trimestrales: 1980:1-2002:1).

Similar al ejercicio anual, para el trimestral se estimó un modelo tipo BEER con las variables *aen*, y *BS*<sup>33</sup>. En el Cuadro 5 se ilustran los resultados de la estimación y el Grafico 6 muestra el comportamiento de los desequilibrios reales.

<sup>32</sup> Los resultados de la prueba de cointegración corregida por tamaño de muestra son los siguientes:  
 $(r>0, CV10\%) = (50.7, 43.8)$  ;  $(r>1, CV10\%) = (24.5, 26.7)$  ;  
 $(r>2, CV10\%) = (7.3, 13.31)$  ;  $(r>3, CV10\%) = (0.0, 2.71)$ .

Los valores críticos no son corregidos por la presencia de “*dummies*” no estacionales.

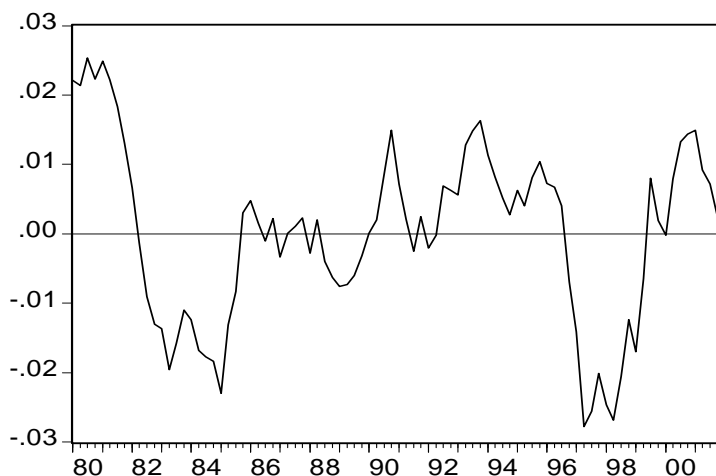
El 22% del valor del desequilibrio real del tipo de cambio se ajusta en un trimestre. Los *aen* y los cambios en productividad se comportan en el largo plazo como se espera (signos adecuados) y son tratadas como variables exógenas.

Los desequilibrios reales del tipo de cambio en este ejercicio sugieren que el tipo de cambio real estuvo sobrevaluado en el periodo 1996-1999 y que a Marzo de 2002 también lo está en 0.4%.

**Cuadro 5**  
**Resultados de la estimación BEER<sup>34</sup>**  
**(Información Trimestral 1980:1- 2002:1)**

Modelo	Variables	Test (P-value) ( $\alpha_{21}=\alpha_{31}=0$ )	Vector $\beta'=(\beta_{11} \beta_{12} \beta_{13})$ Velocidad de ajuste $\alpha'=(\alpha_{11} \alpha_{21} \alpha_{31})$
VAR(5) : Drift	( <i>q_ipc, aen, BS</i> )	$\chi^2(2)=2.38$ (0.30)	$\beta'=(1.00 \ 0.014 \ -2.554)$ $\alpha'=(-0.22 \ 0.00 \ 0.00)$
<b>Test de comportamiento de los residuales.</b>			
<b>Normalidad Multivariada</b> Test (P-value) $\chi^2(6)=19.1 : (0.005)$	<b>Autocorrelación:</b> Test (P-value) Portmanteau(12)=95.38: ( 0.04) LM(1)=11.03 (0.27)		
<b>Pruebas de diagnóstico Iniciales : r=1</b>			
Exclusión	(VC5% : <i>q_ipc, aen, BS</i> ) = (3.84 : 10.19, 18.39, 7.61)		
Estacionaridad	(VC5% : <i>q_ipc, aen, BS</i> ) = (5.99 : 21.83, 12.53, 20.98)		
Exogeneidad	(VC5% : <i>q_ipc, aen, BS</i> ) = (3.84 : 18.30, 0.34, 2.21)		

**Gráfico 6**  
**Desequilibrios Reales:**  
**Datos trimestrales y modelo: *q\_ipc, aen, BS***



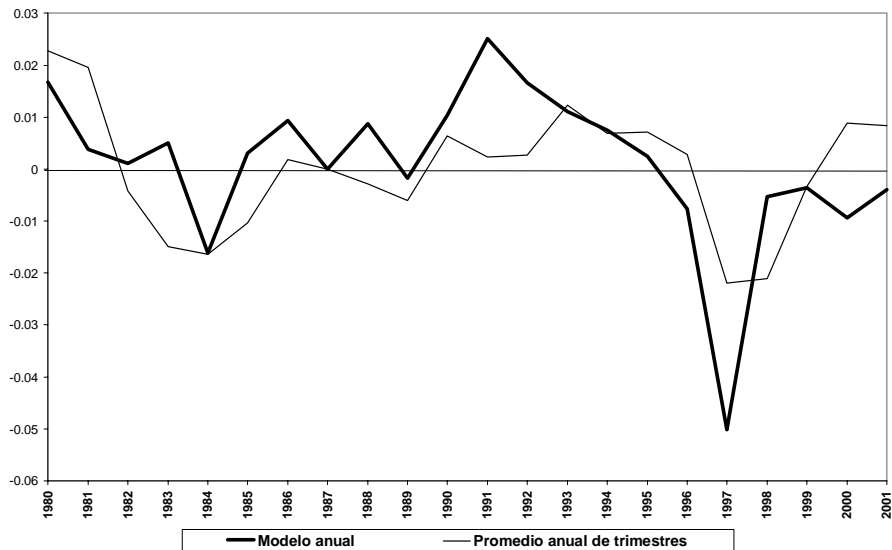
<sup>33</sup> El diferencial de tasas no dio significativo.

<sup>34</sup> Los resultados de la prueba de cointegración corregida por tamaño de muestra son los siguientes:  
( $r>0, CV10\%$ ) = (32.64, 5, 26.7) ; ( $r>1, CV10\%$ )=(11.85, 13.31) ; ( $r>2, CV10\%$ )=(0.64, 2.71).  
Los valores críticos no son corregidos por la presencia de “*dummies*” no estacionales.



El gráfico 7 compara los resultados del modelo BEER con datos anuales y trimestrales, suavizando éstos últimos mediante promedios anuales. En él se puede observar una tendencia similar, con la salvedad de que el modelo con periodicidad anual tiende a reflejar mayores diferencias (en valor absoluto) con respecto a la TCR de equilibrio. Las discrepancias entre ellos se explican tanto por las distintas periodicidades, trimestrales y anuales, como también por las diferentes estructuras, ya que el de menor frecuencia contiene por ejemplo el diferencial de tasas de interés, variable que no resultó significativa en el modelo trimestral.

**Gráfico 7**  
**Desequilibrios Reales:**  
**Datos anuales y modelo : q\_ipc, aen, DIF, BS vs Datos trimestrales y modelo : q\_ipc, aen,BS**



#### 4. Conclusiones

En este documento se presentaron diferentes medidas de desequilibrio nominal y real del tipo de cambio. Para tal efecto, se utilizó una metodología que permite desagregar una serie en su componente permanente que se asocia al equilibrio, y el transitorio que se relaciona con los desequilibrios<sup>35</sup>. Inicialmente se estimaron modelos basados en la PPP, es decir, que el tipo de cambio nominal se ajusta perfectamente con el cambio en los precios y por lo tanto, la TCR es constante. Posteriormente, se calcularon modelos tipo “*BEER*”, para los cuales la TCR de equilibrio cambia según sus fundamentos.

En el caso del tipo de cambio nominal se descarta la posibilidad de la existencia de PPP en el sentido estricto y se observa que el tipo de cambio nominal a Marzo de 2002 está sobrevaluado en 2.0% aproximadamente. El modelo “*BEER*” en este contexto reporta comportamientos similares del tipo de cambio nominal. En ambos casos los modelos son desarrollados usando información trimestral desde Marzo de 1980 hasta Marzo de 2002.

En términos reales, con información anual el modelo estimado señala la existencia de una sobrevaluación de la TCR entre 1996 hasta 2001, siendo 1997 el año con el mayor desequilibrio 5.0% y el 2001 con el menor 0.4%. Un resultado similar se obtiene con la información trimestral, con excepción de los últimos dos años, 2000 y 2001, en los cuales el modelo estima que la TCR estuvo subvaluada en 0.9% y 0.8% respectivamente. Para el primer trimestre de 2001, se halla que la TCR está sobrevaluada en un 0.4%.

Algunos de los procedimientos de descomposición ofrecen alternativas de identificación de los determinantes de las tendencias comunes “*common trends*”, como es el caso de GG, Gonzalo y Granger (1995). En este ejercicio no son presentados dado que se decidió utilizar SW para construir la descomposición.

---

<sup>35</sup> Ver en el Anexo 2 los detalles.

## Referencias

Alberola E., and Lopez, H (2001), "*Internal and external exchange rate equilibrium in a cointegration framework. An application to the Spanish peseta*". Spanish Economic Review, 3, 23-40.

Ariño, M. and Newbold, P., (1998) "*Computation of the Beridge-Nelson decomposition for multivariate economic time series*" Economics Letters, 61, 37-42.

Brook, A. M., and Hargreaves, D., (2001) "*PPP-based analysis of New Zealand's equilibrium exchange rate*" Reserve Bank of New Zealand, Discussion Paper Series, DP2001/01.

Campbell, J. and Perron, P., (1991) "Pitfalls and Opportunities: What macroeconomics should know about unit roots" NBER, Macroeconomics Annual, 141-201.

Clark, P. and MacDonald, R., (2000) "*Filtering the BEER : A permanent and Transitory Decomposition*" IMF, WP/144.

Cochrane, J., (1994) "Univariate vs. Multivariate Forecast of GNP Growth and Stock returns: Evidence and Implications for the Persistence of Shocks, Detrending Methods." NBER WP 3427.

Escribano, A. and Peña, D., (1994) "Cointegration and Common Factors" Journal of Time Series, 15, 577-586.

Engel C. (1993) "*Real Exchange Rates an Relative Prices: An Empirical Investigation*", Journal of Monetary Economics Vol. 32, pp 33-50.

Feyzioglu, T., (1997) "*Estimating the Equilibrium Real Exchange Rate: An Application to Finland*" IMF, WP/97/109

Gonzalo, J. and Granger, C. (1995) "*Estimation of Common Long Memory Components in Cointegrated Systems*" Journal of Business and Economic Statistics, 13, 27-35.

Gonzalo, J. and Serena, Ng. (2001) "*A systematic framework for analyzing the dynamic effects of permanent and transitory shocks,*" Journal of Economics Dynamic & Control, 25 1527-1546.

Johansen, S., (1995). Likelihood-Based Inference in cointegrated Vector Auto-Regressive Models, Oxford University Press

MacDonald, R., (2000) "*Concepts to Calculate Equilibrium Exchanges Rates: An Overview*" Discussion Paper 3/00 Economic Research Group, Deutsche Bundesbank.

Misas, M., Ramirez, M. T y Silva, L. (2001) “*Exportaciones no tradicionales en Colombia y sus determinantes*” Borradores de Economía, # 178, Banco de la República.

Misas, M., y Oliveros, H. (1997) “*Cointegración, Exogeneidad y Critica de Lucas: Funciones de Demanda de dinero en Colombia: un ejercicio más*” Borradores de Economía, # 75, Banco de la República.

Mongardini, J. (1998) “*Estimating Egypt’s Equilibrium Real Exchange Rate*” IMF, WP/98/5

Montiel Peter J., Hinkle Lawrence E. (1999), “Exchange Rate Misalignment: Concepts and Measurement for Developing Countries”. A World Bank Research Publication.

Morley, J., Nelson, C. and Zivot, E., (2001) “*Why Are Beveridge Nelson and Unobserved-Component decompositions of GDP so different?*,”. Mimeo Department of Economics: Washington University St. Louis, University of Washington.

Oliveros, H. y Silva, L. (2001) “*La demanda por Importaciones en Colombia*” Borradores de Economía, # 187, Banco de la República.

Quah, D. (1992). “*The relative importance of Permanent and Transitory Components: Identification and some Theoretical Bounds,*”. *Econometrica*, 59, 283-306.

Stock, J, and Watson, M., (1988) “Testing for common trends” *Journal of the American Statistical Association*, 83, 1097-1107.

## ANEXO 1 (Promedios trimestrales y anuales)

**q\_ipp:** índice de la tasa de cambio real basado en indicadores de precios al productor o precios mayoristas (en logaritmo).

**q\_ipc:** índice de la tasa de cambio real basado en indicadores de precios al consumidor (en logaritmo).

**s:** indicador de tasa de cambio spot (logaritmo de: pesos x unidad monetaria de los 20 países que participan en el cálculo del ITCR).

**ipp\*:** indicador de precios externos: promedio ponderado de los 20 países que participan en el cálculo del ITCR, al productor o al por mayor (en logaritmo).

**ipp:** Colombia: hasta 1990 precios al por mayor, en adelante al productor (en logaritmo).

**ipc\*:** índice de precios al consumidor externo: promedio ponderado de los 20 países que participan en el cálculo del ITCR (en logaritmo).

**ipc:** Colombia: índice de precios al consumidor (en logaritmo).

**r:** tasa de interés real domestica asumiendo perfecta información de precios (CDT-90 días real Colombia).

**r\*:** tasa de interés real externa asumiendo perfecta información de precios: CDT-90 días real USA.

**tt:** términos de intercambio (exportados/importados: ipp en logaritmo).

**tarif:** arancel efectivo.

**BS=** construido como:  $\log\left[\frac{ipp}{ipc}\right] - \log\left[\frac{ipp^*}{ipc^*}\right]$

**aen** = activos externos netos (ver anexo 3).

### **Metodología utilizada en la estimación de los aen:**

A partir del dato de posición de inversión internacional de diciembre de 1996 y de los datos anuales de la cuenta corriente (*cc*) de la balanza de pagos se estimaron las cifras anuales de los aen desde 1980 según la siguiente ecuación:

$$aen_t = aen_{t+1} - cc_t$$

Para la estimación trimestral de los *aen* también se partió de la posición de inversión internacional observada en diciembre de 1996. Con respecto a la *cc*, entre 1996:1 y 2002:1

se utilizó la serie observada con fuente Sector Externo del B. R, y entre 1980:1 y 1995:4 fue necesario hacer una estimación. Para éste último efecto, se utilizaron las series mensuales de la balanza cambiaria y de importaciones y exportaciones de bienes. Con ellas se estableció la proporción de los montos observados trimestralmente sobre el total anual para cada uno de los rubros de la *cc*. Estas proporciones fueron aplicadas a los datos anuales de la balanza de pagos para obtener una estimación de las cifras trimestrales.

Otros aspectos importantes en la estimación de la *cc* entre 1980:1 y 1995:4 fueron: 1) Se excluyeron las exportaciones de oro en los datos trimestrales de la balanza comercial. 2) Dentro de la cuenta de servicios no se incluyeron las transacciones petroleras. 3) Los datos correspondientes a embarques y otros transportes fueron calculados utilizando las series de exportaciones e importaciones del DANE 4) Para el cálculo de otros servicios que incluyen viajes y otras transacciones se utilizaron las cifras de la balanza cambiaria. 5) Las cifras trimestrales de intereses se calcularon utilizando los datos de la balanza cambiaria incluyendo dentro de los egresos, los pagos de intereses de deuda pública y privada, y del Banco de la República. 6) Para el cálculo de utilidades y dividendos se utilizaron las cifras de egresos por utilidades de la balanza cambiaria y las cifras netas de la balanza de pagos. 7) Finalmente, las cifras trimestrales de transferencias se calcularon utilizando los datos de ingresos de la balanza cambiaria y las cifras netas de las transferencias de la balanza de pagos.

## Anexo 2

### A propósito de la descomposición entre lo permanente y lo transitorio.

#### I. Tendencia estocástica y ciclo.

El problema de la descomposición entre lo permanente y lo transitorio en el contexto de series de tiempo ha sido abordado sistemáticamente a partir del reconocimiento de la existencia de un componente de tendencia, regularmente estocástico y no-estacionario y otro componente, también estocástico, denominado de ruido, cuyo carácter es el ser estacionario en tiempo. El artículo con que se inicia esta tradición es el de Beveridge y Nelson (1981) (BN en adelante) y partir de éste, un sin número de técnicas de extracción de la componente de tendencia han sido sugeridas por los analistas de series de tiempo<sup>36</sup>. Sin embargo, el punto fundamental, como lo señala Morley et al (2001), es la falta de convergencia en los resultados cuando se trata de caracterizar bien sea la tendencia, o el ciclo, de una variable económica. En este sentido, los problemas de la caracterización del ciclo, (tendencia) están supeditados a la forma como éste(a) se relaciona con su tendencia (ciclo)<sup>37</sup>.

De otro lado, el uso de información económica para construir el ciclo (tendencia) de una manera menos estadística y automatizada, si bien había sido sugerido desde finales de los 80's y principios y a mediados de los 90's<sup>38</sup>, su utilización no se ha generalizado por que adolece de un problema de identificación aun no resuelto. La dificultad, en este caso, se deriva del mecanismo de ponderación (loading matrix,  $LM$ ) que se usa y de la forma como se construye el componente permanente regularmente a partir de la identificación de tendencias comunes "common factors"<sup>39</sup>. En este sentido el argumento mas comúnmente usado para introducir la discusión es el siguiente:

Sea  $X_t$  un vector de  $n$  variables  $I(1)$ , las cuales permiten la construcción de  $r < n$  combinaciones lineales,  $\beta'X_t$  cuyo orden de integración es  $I(0)$ , es decir, las variables están cointegradas con vector de cointegración  $\beta: (n \times r)$  y rango de cointegración  $r$ .

Johansen.(1995,1988), propone el uso de estimadores de Máxima Verosimilitud, (MLE), para estimar valores para  $\beta$  y describe el comportamiento de  $X_t$  a partir de una

<sup>36</sup> Unobserved Components Methods, (UC), Hodrick and Prescott con y sin  $\lambda$  cambiante, (HP), band-pass filters, (BP), promedios móviles, (MA), entre otros.

<sup>37</sup> Por ejemplo: en BN se supone que la tendencia y el ciclo se correlacionan negativa y perfectamente; en HP se procede a derivar la tendencia a partir de un proceso de ajuste a priori que no especifica la relación entre el ciclo y la tendencia; la alternativa de UC permite establecer y probar un mecanismo menos restrictivo donde la correlación entre el ciclo y la tendencia es estimada y son los datos los que determinan dicha relación, es decir, los datos "hablan" de la naturaleza de su relación

<sup>38</sup> Stock y Watson (1988), Quah (1992), Cochrane (1994), entre otros.

<sup>39</sup> Escribano and Peña (1994) "...Of course the difference between those two formulations is due to normalization problem. These questions are examples of the well-known identification problem between loading matrix and the factors that appear in the dynamic as well as in the static factor model" Gonzalo and Granger (1995): "The identification of these  $I(1)$  common factors is achieved by imposing that they be linear combinations of the original variables  $X_t$ , and that error correction terms do not cause the common factors at low frequencies".

descomposición de media móvil, (MA) que utiliza un aproximación similar a la descrita por BN pero desde un punto de vista multivariado, Campbell and Perron (1991).

$$(A2.1) \quad X_t = \underbrace{\beta_{\perp} (\alpha'_{\perp} \Gamma \beta_{\perp})^{-1} \alpha'_{\perp} \left[ \sum_{i=1}^t (\xi_i + \Phi D_i) \right]}_{I(1)} + \underbrace{[C(B) [\xi_t + \Phi D_t]]}_{I(0)}$$

$$\text{con} \quad S_t = \beta_{\perp} (\alpha'_{\perp} \Gamma \beta_{\perp})^{-1} \alpha'_{\perp} \sum_{i=1}^t \xi_i$$

$$(A2.2) \quad \nabla X_t = \alpha \beta' X_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \nabla X_{t-i} + \Phi D_t + \xi_t \quad ; \quad \Gamma = I_n - \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \quad ; \quad \beta' \beta_{\perp} = 0 = \alpha'_{\perp} \alpha \quad ;$$

$$\Pi = \alpha \beta' = I_n - \sum_{i=1}^k A_i = A(1)$$

$$(A2.3) \quad X_t = A_1 X_{t-1} + A_2 X_{t-2} + \dots + A_k X_{t-k} + \mu + \Psi D_t + \xi_t$$

$$A(B) X_t = \mu + \Psi D_t + \xi_t$$

$$A(B) = I_n - \sum_{i=1}^k A_i B^i$$

El inconveniente que ofrece la representación (A2.1) es que ésta no permite una generación directa del componente permanente y transitorio de las series dado que se requiere conocer las realizaciones de los errores del sistema<sup>40</sup>, donde las matrices  $C(I) = \beta_{\perp} (\alpha'_{\perp} \Gamma \beta_{\perp})^{-1} \alpha'_{\perp}$  y la matriz  $\Pi = \alpha \beta'$  tienen rango  $(n-r)$  y  $r$  respectivamente. Esta característica y el hecho de que  $\beta' X_t$  y  $R \beta' X_t$  son  $I(0)$  y que por lo tanto se puede escoger un  $T = R \beta'$ , tal que  $T' T = I$  permite suponer que  $\beta$  es normalizable, tal que  $\beta' \beta = I$ .

Los anteriores argumentos facilitan: (i) considerar que las siguientes proposiciones son equivalentes [Escribano y Peña (1994)]:

- (a)  $X_t$  esta cointegrado con rango  $r$ ,
- (b)  $X_t$  es generado por  $(n-r)$  tendencias comunes
- (c)  $X_t$  es el resultado de  $(n-r)$  factores comunes y  $r$  factores estacionarios,

y (ii) construir combinaciones que por su naturaleza garantizan la existencia de una descomposición no única del vector, en términos de su componente permanente, es decir, existen diferentes formas de encontrar la componente permanente, la parte  $I(1)$  de (A2.1) y por lo tanto lo mismo ocurre con la componente transitoria, la parte  $I(0)$  de (A2.1). Con relación a este último punto se tiene que:

$$(A2.4) \quad \beta' \beta = I \quad \text{y} \quad \beta'_{\perp} \beta_{\perp} = I \Rightarrow \underbrace{\beta \beta' \beta \beta'}_I = \beta \beta' \wedge \underbrace{\beta_{\perp} \beta'_{\perp} \beta_{\perp} \beta'_{\perp}}_I = \beta_{\perp} \beta'_{\perp}$$

$$(A2.5) \quad I = \beta_{\perp} \beta'_{\perp} + \beta \beta'$$

<sup>40</sup> La estimación de los parámetros de (A2.2) se lleva a cabo concentrando la función de verosimilitud de tal forma que se estima primero  $\beta$ , luego  $\alpha$  como una función de  $\beta$ ,  $\alpha = g(\beta)$ , y por último los restantes parámetros, ver Johansen (1995) y Misas y Oliveros (1997), entre otros.



Así, al premultiplicar a (A2.1) por  $\beta'_{\perp} : [(n-r) \times n]$ ,  $\beta'_{\perp} X_t$  no es I(0) dado que  $\beta'_{\perp}$  es el complemento ortogonal de  $\beta$  que es el que genera las combinaciones lineales I(0) de éste. Así, es posible derivar el componente permanente de X al operar con la matriz  $\beta'_{\perp} : [(n-r) \times n]$ , es decir a partir de  $\beta'_{\perp} X_t$ : el cual es considerado como el “common factor”. La componente transitoria se puede encontrar por residuo, o generarla por construcción usando el segundo termino del lado derecho de (A2.5). En ambos casos se presenta un problema de identificación pues existen matrices D y E tales que:

$$(A2.6) \quad SW : D\beta'_{\perp} + E\beta' = I \quad ; \quad GG : D\alpha'_{\perp} + E\beta' = I .$$

Para Stock y Watson (1988), SW, y Gonzalo y Granger (1995), GG; la forma que toman D y E, presentada en (A2.7), es diferente y cumple con lo señalado en (A2.6)<sup>41</sup>:

$$(A2.7) \quad SW : D = \beta_{\perp} (\beta'_{\perp} \beta_{\perp})^{-1} ; E = \beta (\beta' \beta)^{-1} \quad ; \quad GG : D = \beta_{\perp} (\alpha'_{\perp} \beta_{\perp})^{-1} ; E = \alpha (\beta' \alpha)^{-1}$$

El siguiente escollo a superar se asocia con la escogencia de alguna de las representaciones, SW, o GG para aproximar la componente permanente. Si se considera importante que los que los efectos de largo plazo no se disipen al considerar la representación VEC hecha en (A2.2), la opción de SW se puede considerar adecuada. Si por el contrario, se desea que estos efectos desaparezcan, es decir, que los factores de cointegración tengan un efecto transitorio en  $X_t$ , la alternativa de GG resulta la indicada. Sin embargo, es posible que  $\alpha'_{\perp} = \beta'$  y en dicha situación  $\alpha'_{\perp} X_t$  sería estacionario y por lo tanto la propuesta de GG no podría ser considerada como adecuada para la definición de la “common trend”. Es en ese sentido, Hansen and Johansen (1998, pp 27-28) sugieren no usar esta alternativa como definición general de la “common trend”.

El efecto que tiene el uso de los diferentes “loading matrices, (LM)” como las descritas en (A2.7) en la construcción de la componente transitoria que en ambos casos depende de  $\beta' X_t$  y el hecho de que bajo análisis de cointegración multivariado, [Johansen, 1995], el valor esperado de  $\beta' X_t$  no es necesariamente igual a cero hace necesario descontarlo, [o en su defecto, adicionarlo al componente permanente], para derivar una medida de desequilibrio que desde el punto de vista económico tenga sentido<sup>42</sup>. Resulta importante señalar que tanto SW como GG permiten derivar un componente transitorio (el ciclo) que si bien, están altamente correlacionados [por ejemplo, los puntos de quiebre son los mismos] las magnitudes si son distintas dado que GG impone una restricción de nulidad a los choques que provienen de los factores de cointegración, los cuales están definidos como

<sup>41</sup> Escribano and Peña (1994) sugieren una representación distinta donde el “common factor” sigue una representación multivariada ARIMA. Ariño and Newbold (1998) sugieren una descomposición distinta.

<sup>42</sup> Ariaño y Newbold (1998), pagina 41, hacen uso de un argumento similar para extender la descomposición de BN en modelos VARIMA al caso en el cual existe cointegración y descuentan en valor esperado de  $\beta' X_t$  al derivar dicha descomposición. En este caso  $E(\beta' X_t) = \mu_c$  y la descomposición propuesta es  $X_t^P = X_t - X_t^T$  donde  $X_t^T$  es un proceso estacionario con media cero.

una función de  $\beta$ , en tanto que el componente permanente depende de  $\beta_{\perp}$  o de  $\alpha_{\perp}$ , como se desprende de la definición de “*common factor*” descrita en Escribano y Peña como  $f_t$ , (A2.8), o como el componente no-estacionario,  $S_t$ , presentado en (A2.1).

$$(A2.8) \quad f_t = \begin{bmatrix} A_{\perp} \\ \bar{A} \end{bmatrix} X_t \quad ; \quad A_{\perp} = \begin{cases} \beta_{\perp} \\ \alpha_{\perp} \end{cases} \quad ; \quad \bar{A} = \beta'$$

En este sentido es importante reconocer que es a partir de la existencia de una relación estable entre los componentes permanentes que es posible establecer la relación entre los respectivos componentes transitorios<sup>43</sup>. Adicionalmente, el uso de restricciones de exogeneidad en el sistema es altamente sugerido en ambos casos [en el caso de GG el efecto se refleja más directamente] dado que la existencia de incertidumbre sobre la construcción de el componente permanente se puede disminuir, imponiendo restricciones estadísticamente soportables a partir de pruebas de hipótesis, Gonzalo y Serena (2001).

## II. ¿Qué tan persistentes son los choques?

Una medida de persistencia de los choques se puede derivar a partir de la representación MA, descrita en (A2.1), asociada con la representación VEC equivalente de sistema VAR bajo restricciones de cointegración<sup>44</sup>, presentados en (A2.2) y (A.23) respectivamente.

La componente  $I(1)$  de (A2.1) recoge la persistencia de la choques  $\xi_i$  en el largo plazo. El factor  $C(1) = C = \beta_{\perp}(\alpha'_{\perp} \Gamma \beta_{\perp})^{-1} \alpha'_{\perp}$  permite derivar la magnitud de la persistencia de choques iniciales a las innovaciones del sistema cointegrado.  $C$  es conocida como la matriz de impactos y permite dada la existencia de una representación VEC equivalente, descrita en (A2.2), usar el teorema de representación de Granger para encontrar la influencia que tiene el componente no-estacionario, la tendencia estocástica, definida como:

$S_t = C \sum_{i=1}^t \xi_i$ , del sistema implícito en el vector  $X_t$ , Johansen, (1995). CATS ofrece la posibilidad de asociar “t-values” a los componentes de la matriz  $C(1)$  y por lo tanto tener alguna idea sobre le grado de incertidumbre que se tiene en la estimación de estos.

<sup>43</sup> En particular, Escribano y Peña, señalan que los componentes permanentes provenientes de las descomposiciones de GG y SW están cointegrados.

<sup>44</sup> Ver, en Misas et al (2001) y Oliveros y Silva (2001) una discusión sobre el problema.