

Un “choque” del activo externo neto y el ciclo económico colombiano 1994-2001[♦]

Wilman Gómez M.[♦] y Carlos Esteban Posada P.^{*}

Resumen

El período 1994-2001 correspondió al de un ciclo de la economía colombiana, especialmente intenso sobretudo en lo que se refiere a la magnitud de la depresión ocurrida entre 1998 y 2001. En el presente documento se describe la construcción y el uso de un modelo de equilibrio general dinámico para evaluar los efectos de un impacto que, presumiblemente, dio origen al auge y a la posterior depresión de la economía: un aumento transitorio, súbito e imprevisto del activo externo neto (gracias, supuestamente, a una caída de la tasa externa de interés). Tal “choque” desató, según los resultados de las simulaciones descritas en este documento, primero, un auge, y después, una desaceleración. Con todo, la depresión observada entre 1998 y 2001 fue de magnitud sustancialmente mayor que la desaceleración predicha por el choque mencionado, así que en 1998 debió ocurrir un choque adicional, esta vez de magnitud negativa, capaz de transformar aquella en una depresión.

Abstract

During the period 1994-2001 the Colombian economy had one of the most intensive business cycles of the twenty century, mostly for the depression phase. In this paper we made an assessment of the one hypothetical cause of this business cycle: a positive (and transitory and unexpected) shock to the capital stock just before the booming period. Our assessment is based on a dynamic general equilibrium model of a small open economy calibrated with the Colombian data. The shock was able to impose a certain movement to the economy: first, a boom, and, after, a “smooth landing”. So, to explain the extent of the observed recession we need to look at other causes or propagation mechanisms not incorporated in our model.

Palabras claves: ciclo económico; modelo de equilibrio general dinámico; impulso o choque; respuestas cíclicas; auge; depresión; entradas y salidas de capital.

Clasificación JEL: C68, D50, E10, E13, E32, F20, F30, F32, F41

[♦] Las opiniones y estimaciones contenidas en este documento son de la responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a sus directivas. Se agradece la colaboración de José Fernando Escobar, y los comentarios y sugerencias de Luis Eduardo Arango, Hernando Vargas y de los asistentes al seminario de la Universidad de Antioquia en el cual se presentó una versión anterior de este trabajo.

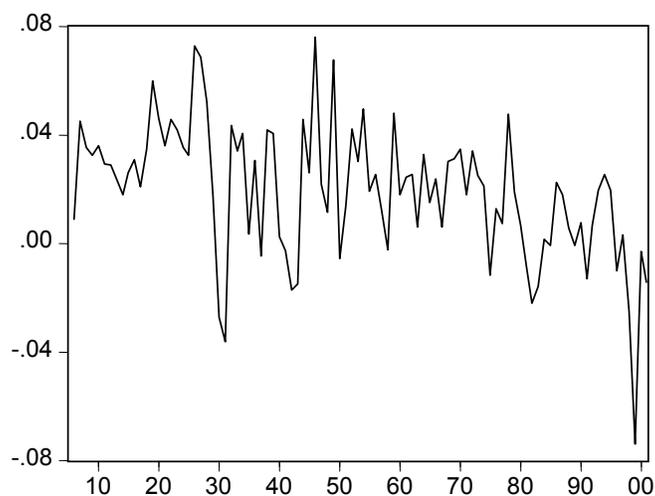
[♦] Docente e investigador, Facultad de Economía, Universidad de Antioquia.

^{*} Investigador de la Subgerencia de Estudios Económicos, Banco de la República.

I. Introducción

Entre 1994 y 2001 el producto colombiano (total, *per cápita* y por trabajador) tuvo una fluctuación (gráficos 1 y 2). La fase recesiva de este ciclo fue una de las más intensas de la historia del siglo XX, como puede apreciarse en el gráfico 2¹.

Gráfico 1.
Tasa de crecimiento del PIB real por trabajador
(diferencias de logaritmos)
(PIB real/PEA; valores en pesos de 1975)
1905-2001

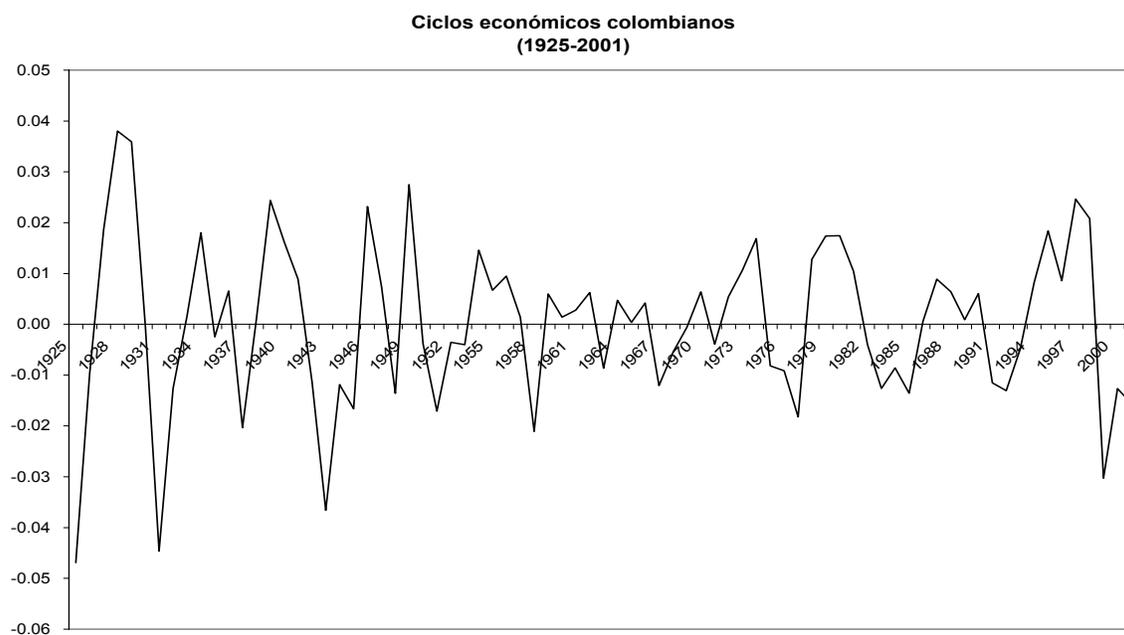


Fueron varios, muy probablemente, los factores determinantes de las fases de auge y recesión del ciclo iniciado en 1994 y que finalizó en 2001. El objetivo del trabajo reportado en este documento fue establecer la importancia de un impacto supuestamente recibido por

¹ La fuente del gráfico 1 y de los demás datos utilizados en este documento es GRECO (2002) con actualizaciones de los autores. El gráfico 2 muestra los ciclos de la economía colombiana entre 1925 y 2001. Estos ciclos corresponden a la descomposición de la serie del producto/PEA observado y realizada con el filtro de Baxter y King con una media móvil de orden tres y un proceso auto-regresivo de orden 1. El orden de la media móvil se debe a la duración promedio de cada fase del ciclo. Así, para la economía de Estados Unidos, Baxter y King (1995) sugirieron una media móvil de orden tres. Para el caso de la economía colombiana, los ciclos parecen presentar una duración promedio de cuatro años por fase; por esto se efectuó una descomposición alternativa (no reportada) con una media móvil de orden 4; los resultados no difieren de manera sustancial de los del gráfico 2, y la duración de los ciclos es la misma que la reportada. Caracterizaciones de los ciclos económicos colombianos, de su duración e intensidad medias se encuentran (entre otros, y para mencionar sólo documentos elaborados en el Banco de la República) en Suescún (1997), Arango (1998), Hamman y Riascos (1998), Misas y López (1998), Posada (1999), Fernández y González (2000), y Misas y Posada (2000).

la economía al inicio de la fase de auge del ciclo que culminó en 2001. Así, nuestro interés consistió en evaluar la incidencia de un factor que pudo haber contribuido a gestar tanto la fase de auge como la de depresión bajo la hipótesis de dependencia de la recesión de los sucesos asociados al auge. Esto significa que utilizamos la hipótesis de ocurrencia de un verdadero ciclo, esto es, de una oscilación cuya fase de recesión fue, al menos parcialmente, endógena.

Gráfico 2



Para este propósito se utilizó un modelo determinístico de equilibrio general dinámico. Sus resultados fueron comparados con la evidencia empírica a fin de extraer conclusiones con respecto a la importancia del choque supuestamente soportado por la economía que quisimos evaluar con tal modelo.

El choque (supuestamente exógeno) soportado por la economía en vísperas de la fase de auge y cuyos efectos nos propusimos examinar mediante el ejercicio aquí reportado fue el aumento (súbito, transitorio e inesperado) del activo externo neto (activo menos deuda). En la sección del presente documento en la cual se presenta el análisis de tal choque se justifica el hecho de haber dirigido nuestra atención a dicho evento y a sus efectos macroeconómicos.

Conviene mencionar que omitimos deliberadamente realizar un ejercicio de generación de un ciclo de auge y posterior recesión con base en choques estocásticos al parámetro de productividad del modelo, que es la eficiencia laboral, como ha sido usual en la literatura de los “ciclos económicos reales”. Esta omisión se debe, principalmente, al hecho de que casi ninguno de los analistas de la coyuntura económica colombiana consideró, cuando se hicieron evidentes el auge o la depresión posterior, que el origen de estos podría haber sido un incremento o un decremento exógenos de los niveles medios de la eficiencia laboral (o de la productividad multifactorial)².

Este documento consta de cinco secciones principales y un anexo, siendo la primera esta introducción. La sección II esboza los principales rasgos macroeconómicos del ciclo 1994-2001. La sección III describe el modelo utilizado, la sección IV presenta los valores de sus parámetros, los de las variables en el estado estacionario y la simulación realizada para generar un movimiento temporal a partir de un choque. La sección V resume y concluye. El anexo aborda el tema relativo a las propiedades dinámicas del sistema y las reacciones de éste ante choques.

II. Características generales del ciclo 1994-2001

1. Las variables macroeconómicas

En las tablas 1 y 2 figuran las tasas medias de crecimiento anual (1994-2001) de las principales variables macroeconómicas en términos *per* cápita y en unidades efectivas de trabajo (dividiendo el valor de la variable por la cantidad de trabajo ampliada por el factor de eficiencia técnica), respectivamente. Las fases del ciclo económico presentadas en esas tablas fueron elegidas tomando como criterio los ciclos del producto *per* cápita presentados en el gráfico 2. La información contenida en las tablas 1 y 2 se interpreta mejor a partir de la observación de los gráficos 3 a 7.

Puesto que un promedio es una estimación sensible a valores extremos, las estadísticas reportadas en las tablas 1 y 2 están influenciadas por las observaciones de los años 1996, 1997 y 1998, cuyas cifras son bastante bajas con respecto a 1993, 1994 y 1995. Más aún,

² Un caso excepcional al respecto es el análisis de Arias (2001). De acuerdo con éste, los cambios en la regulación bancaria de mediados de los años 90 originaron una caída de la productividad bancaria y esta, a su turno, causó una contracción del crédito bancario. La depresión del período 1998-2000 habría sido la consecuencia de ello según tal hipótesis. Arias (2001) defiende la verosimilitud de tal hipótesis mostrando que un modelo (calibrado numéricamente) de ciclo económico que incluye un sistema financiero que otorga crédito bajo condiciones restrictivas puede generar una recesión similar a la observada en Colombia en tales años si soporta un choque negativo de productividad de una cierta magnitud.

los promedios ocultan dos momentos importantes del ciclo que estudiamos: en 1994 se alcanzó la mayor tasa de crecimiento del producto *per cápita* (3,77%), y en 1997/1998 la economía ya estaba al borde de la recesión (sus tasas de crecimiento *per cápita* fueron 1,43% y -1,37%, respectivamente).

Tabla 1

El ciclo más reciente de la economía colombiana

Tasas medias de crecimiento <i>per cápita</i> según la fases del ciclo económico (1994-2001)		
	Fase del ciclo	
	Auge 1994-1998	Recesión 1999-2001
PIB	1.42	-1.95
Capital	4.61	0.11
Consumo privado	0.82	-2.03
Deuda externa	4.88	6.22
Inversión bruta	-0.02	-7.13
exportaciones netas	-8.11	-80.71

Fuente: DANE, Banco de la República, DNP y GRECO.

Tabla 2

El ciclo más reciente de la economía colombiana

Tasas medias de crecimiento por trabajo efectivo según la fases del ciclo económico (1994-2001)		
	Fase del ciclo	
	Auge 1994-1998	Recesión 1999-2001
PIB	-0.08	-3.40
Capital	3.07	-1.37
Consumo privado	-0.67	-3.47
Deuda externa	3.33	4.65
Inversión bruta	-3.42	-8.51
Exportaciones netas	-9.47	-81.00

Fuente: DANE, Banco de la República, DNP y GRECO.

Las tasas de crecimiento del producto, el capital y el consumo tuvieron un pico en 1994 y a partir de allí comenzaron a descender continuamente hasta 1999; y en 2000 y 2001 mostraron una recuperación leve. Por su parte, la inversión bruta tuvo, desde 1993, una tasa de aumento positiva pero decreciente y luego, a partir de 1995 y hasta 1999, se hizo negativa. Para 2000 y 2001 la economía exhibió unos primeros síntomas de recuperación aunque en ese momento no parecían bien definidos.

Gráfico 3

PIB, Capital y consumo per cápita
(tasas de crecimiento)

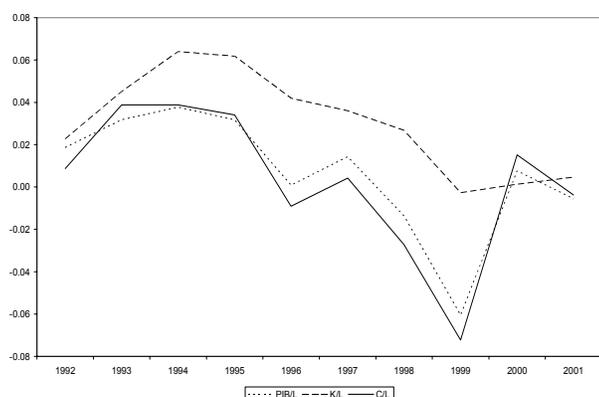


Gráfico 5

Tasa de crecimiento del PIB per cápita y exportaciones netas per cápita

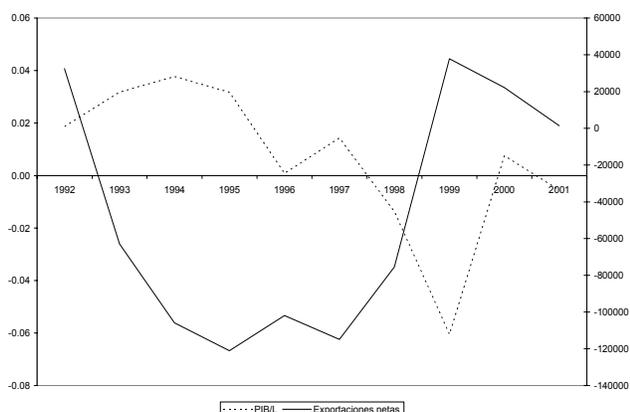


Gráfico 4

PIB, Inversión bruta y Deuda externa per cápita
(tasas de crecimiento)



Gráfico 6

PIB, Capital y Consumo por unidad efectiva de trabajo
(tasas de crecimiento)

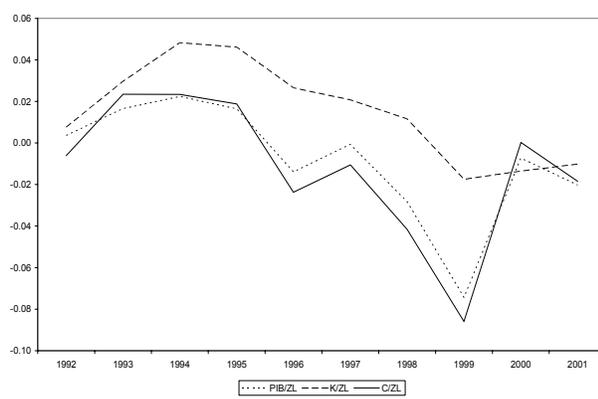
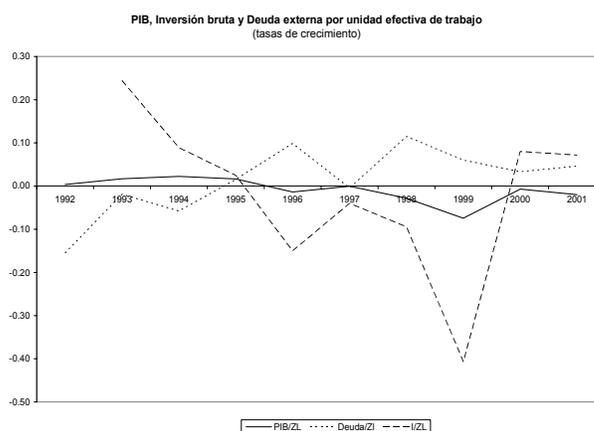


Gráfico 7



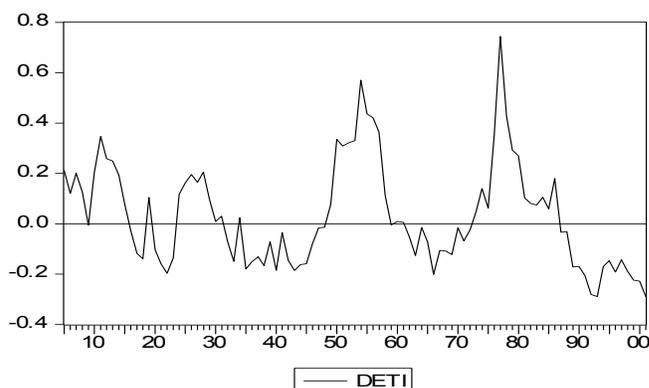
2. Los términos de intercambio

La economía colombiana ha sido, tradicionalmente, susceptible a fluctuaciones a raíz de alteraciones intensas de sus términos de intercambio (la relación entre los precios externos de sus exportaciones e importaciones). Un caso sobresaliente al respecto fue el del ciclo asociado a la bonanza cafetera de mediados de los años 70 y a la “destorcida” (como así se llamó) posterior. Con todo, en lo que sigue supondremos que no es posible explicar el ciclo económico de los años 90 con base en variaciones de los términos de intercambio en vista de que el nivel de estos empezó a caer, con respecto a su tendencia de largo plazo, desde fines de los años 80 y aunque tuvo un comportamiento pro-cíclico entre 1993 y 2001 tales movimientos pueden juzgarse de magnitud y efectos secundarios (Gráfico 8³). Aunque esto no se demuestra en el presente documento, creemos que se puede defender la hipótesis de significación secundaria de la oscilación de los términos de intercambio al tratar de entender el ciclo de los años 90.

³ La fuente de las cifras del gráfico 8 es GRECO (2002), con actualización de los autores basada en información del Fondo Monetario Internacional.

Gráfico 8

Desviaciones de los términos de intercambio con respecto a su tendencia

**III. El modelo**

Nuestro punto de partida es bastante convencional: suponemos que la producción depende de dos factores, capital y trabajo, y de la productividad de estos, con rendimientos marginales positivos pero decrecientes y rendimientos de escala constantes. A su vez el capital depende, por definición, de la inversión. Esta se financia con ahorro interno y externo. Además, suponemos que el acto de modificar el monto del capital mediante la inversión tiene costos de ajuste.

La economía tiene dos bienes: uno que produce, consume y exporta la empresa representativa y otro que importa como bien de capital; por tanto, existe un precio relativo del bien producido que usualmente se denomina “términos de intercambio”. El supuesto de existencia de un bien de exportación y otro de importación hace fácil justificar el uso de un modelo de economía abierta.

Bajo la situación de estado estable la inversión tiene un crecimiento similar al del producto pero bajo otras situaciones la inversión presenta comportamientos diferentes a los de éste. Además, los movimientos coyunturales de la inversión usualmente son independientes de los del ahorro en vista de que estos últimos obedecen básicamente a la suavización intertemporal del consumo. Por tanto, las fluctuaciones de la inversión van acompañadas de alteraciones del saldo de la cuenta corriente externa y, por ende, del grado de endeudamiento externo. A su turno, el grado de endeudamiento externo tiene influencia

positiva sobre la tasa de interés real en la economía, pues esta se caracteriza (entre otras cosas) por una movilidad imperfecta del capital⁴.

Nuestro modelo incorpora los costos de modificar el capital (o la inversión) directamente en la función objetivo de la empresa, como en Moore y Schaller (2002), y modela la movilidad imperfecta de capitales mediante una función lineal de oferta del activo externo⁵.

Modelar los costos de ajuste del capital (e incluir éste como un argumento de la función objetivo de la firma) tiene una consecuencia importante: el activo externo y el capital físico no son sustitutos perfectos; su importancia se observará en los resultados de las simulaciones que se presentan más adelante.

El problema de la firma

El problema de la empresa representativa es maximizar el valor presente de la serie de sus flujos de caja:

$$\text{Max } V_0 = \sum_{j=0}^{\infty} \lambda_{t+j}^j \left\{ \tau_{t+j} Y_{t+j} - s_{t+j} L_{t+j} Z_{t+j} - \frac{\gamma}{2} \frac{(K_{t+j} - K_{t+j-1})^2}{K_{t+j-1}} - I_{t+j} \right\} \quad (1)$$

$$\text{Sujeto a: } I_{t+j-1} = K_{t+j} - K_{t+j-1} + \delta K_{t+j-1} \quad (2)$$

Siendo: $\lambda_t = \frac{1}{1+r_t}$, r_t la tasa de interés real, τ_t el nivel de los términos de intercambio (el precio relativo del producto en términos del bien de capital importado), Y_t el producto, s_t la tasa de salario real, L_t el tiempo de trabajo, Z_t el parámetro de eficiencia laboral, γ_t el parámetro de la función de costo de ajuste del capital, K_t el capital, I_t la inversión bruta y δ la tasa de depreciación.

La función de producción es del tipo Cobb-Douglas con rendimientos constantes de escala:

⁴ Esta hipótesis fue presentada inicialmente por Bardhan en 1967 (citado por Montenegro 1993). Si, por el contrario, se supusiera que hay movilidad perfecta de capitales (tasa de interés real exógena para la pequeña economía abierta) este modelo podría no tener una solución de estado estable. Sobre la importancia de esta condición, véase Turnovsky (2002). En su modelo utilizado para explicar los efectos de choques de financiamiento externo, Badel (2001) aborda el asunto de la movilidad imperfecta de capitales mediante una restricción cuantitativa de crédito y una tasa de interés externa aplicada a deudores riesgosos. En Hamann (2002a, y 2002b) la tasa de interés depende no sólo del nivel de endeudamiento sino también de los recursos de la economía y de la probabilidad de no pago (*default*) percibida por los acreedores, siendo esta probabilidad dependiente de los choques soportados por la economía.

⁵ Las funciones de Hamann y Riascos (1998) y de Senhadji (2003) tienen como argumento el acervo del activo externo, pero son no-lineales, mientras que la de Correia *et al.* (1995) incorpora el precio del activo externo.

$$Y_t = K_t^\alpha (Z_t L_t)^{1-\alpha}; \quad 0 < \alpha < 1$$

Además, definimos la inversión neta así:

$$In_t \equiv K_{t+1} - K_t$$

La condición de primer orden para la firma es:

$$\tau_t f'(k_t) - \frac{\gamma(K_t - K_{t-1})}{K_{t-1}} - 1 + \lambda \left[\frac{\gamma(K_{t+1} - K_t)}{K_t} + \gamma \left(\frac{K_{t+1} - K_t}{K_t} \right)^2 + 1 - \delta \right] = 0$$

Resolviendo hacia adelante para hallar I_t resulta que:

$$I_t = \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \lambda_{t+j}^j \left[\tau_{t+j+1} f'(k_{t+j+1}) + \frac{\gamma In_{t+j+1}^2}{2 K_{t+j+1}^2} - \delta \right] - 1 \right\} \frac{K_t}{\gamma}$$

$$I_t = (q_t - 1) \frac{K_t}{\gamma} \quad (3a)$$

Siendo:

$$q_t = \sum_{j=0}^{\infty} \lambda_{t+j}^j \left[\tau_{t+j+1} f'(k_{t+j+1}) + \frac{\gamma In_{t+j+1}^2}{2 K_{t+j+1}^2} - \delta \right] \quad (3b)$$

La ecuación 3b muestra la solución para el valor de q (el precio sombra del capital o “la q de Tobin”) en un momento cualquiera y una vez impuesta la condición de transversalidad que excluye la existencia de burbujas en dicho valor.

Por tanto, a partir de 3b podemos hallar la ecuación de movimiento para q_t consistente con una trayectoria estable:

$$q_{t+1} = (1 + r_t) \left[q_t - \tau_{t+1} f'(k_{t+1}) - \frac{\gamma \left(\frac{in_{t+1}}{k_{t+1}} \right)^2}{2} + \delta \right] \quad (4)$$

La ecuación dinámica para el capital por unidad de trabajo eficiente viene dada por:

$$g_{ZL} k_{t+1} = i_t + k_t - \delta k_t$$

Siendo $g_{ZL} = g_Z g_L$, y $g_L = \left(1 + \frac{\dot{L}}{L} \right)$, $g_Z = \left(1 + \frac{\dot{Z}}{Z} \right)$ las tasas brutas de crecimiento del

trabajo y de la eficiencia de éste, respectivamente.

El problema del consumidor

Supongamos un agente representativo que busca maximizar la utilidad inter-temporal de su familia (una dinastía que se prolonga hasta el infinito):

$$\text{Max } U = \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j g_L^j g_Z^{j(1-\theta)} \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} = \sum_{j=0}^{\infty} \beta^{*j} \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} \quad (5)$$

Siendo $\beta^* = \beta g_L^j g_Z^{j(1-\theta)}$, $\beta = \frac{1}{1+\rho}$, ρ la tasa de descuento, c el consumo *per cápita* y θ

el inverso de la elasticidad de sustitución inter-temporal (que suponemos constante).

La restricción de riqueza (w) del agente es:

$$w_t = b_t + q_t k_t \quad (6)$$

Siendo b_t el activo externo.

La ley de movimiento de la riqueza (en unidades de trabajo eficiente) es:

$$g_{ZL} w_{t+1} = (1+r_t)w_t + s_t - \tau_t(c_t - \psi_t) \quad (7)$$

Siendo ψ_t el monto de impuestos, que suponemos igual al gasto público⁶.

Reemplazando (7) en (5) y maximizando en w_t se tiene la condición de primer orden para el consumidor:

$$c_{t+1} = c_t \left[\frac{\tau_t(1+r_t)\beta^*}{\tau_{t+1}g_{ZL}} \right]^{1/\theta} \quad (8)$$

La evolución del activo externo neto (también en unidades de trabajo eficiente) está dada por:

$$g_{ZL} b_{t+1} = (1+r_t)b_t + \tau_t(f(k_t) - c_t - \psi_t) - \frac{C(I_t)}{Z_t L_t} - in_t - \delta k_t$$

Siendo $C(I_t)$ el costo de ajuste del capital. Por tanto:

$$g_{ZL} b_{t+1} = (1+r_t)b_t + \tau_t(f(k_t) - c_t - \psi_t) - \frac{(q_t - 1)^2 k_t}{2\gamma} - \frac{(q_t - 1)k_t}{\gamma} - \delta k_t \quad (9)$$

La tasa de interés viene dada por:

$$r_t = r_0 + r_1 b_t, \quad r_0 > 0 \text{ y } r_1 < 0 \quad (10)$$

Así, cuando un país está endeudado ($b_t < 0$) se le cobra un margen sobre la tasa de interés mundial como mecanismo que refleja un mayor riesgo de incumplimiento de sus

⁶ Un estudio completo del ciclo económico colombiano 1994-2001 debería sustituir este supuesto por otro que permitiese los aumentos de la deuda pública.

compromisos. Esto permite modelar la movilidad imperfecta de capital en esta economía. Esta es la representación de la curva de oferta de activo externo del país.

Obsérvese que, a diferencia de un modelo sin costos de ajuste, en esta economía la tasa de interés no es igual al rendimiento marginal del capital. Para el caso contemplado con este modelo no se cumple lo anterior pero sí una condición alternativa: la tasa de interés es igual a una “tasa de rendimiento marginal del capital ajustada” en el estado estacionario, mientras que por fuera de éste estas dos variables difieren, dando lugar al movimiento del precio sombra del capital y , a partir de allí, al de toda la economía.

De la ecuación 4 se deduce que a lo largo de una trayectoria estable la relación entre la tasa de interés y el producto marginal del capital está dada por:

$$r_t = \frac{q_{t+1}}{q_t - \tau_{t+1} f'(k_{t+1}) - \frac{\gamma}{2} \left(\frac{in_{t+1}}{k_{t+1}} \right)^2 + \delta} - 1 \quad (11)$$

O también:

$$r_t = \chi \left[\tau_{t+1} f'(k_{t+1}) + \frac{\gamma}{2} \left(\frac{in_{t+1}}{k_{t+1}} \right)^2 - \delta \right]$$

Siendo:

$$\chi = \frac{1}{q - \tau_{t+1} f'(k_{t+1}) - \frac{\gamma}{2} \left(\frac{in_{t+1}}{k_{t+1}} \right)^2 + \delta}$$

IV. Calibración y simulación

En la Tabla 3 presentamos los valores de los parámetros. Estos se estimaron mediante el proceso convencional de calibración de este tipo de modelos⁷, y suponiendo que la situación de la economía de los años 1993-1994 podía considerarse relativamente próxima a una de estado estacionario.

La tabla 4 contiene los valores generados para las principales variables dependientes bajo la situación de estado estacionario.

⁷ En el caso del parámetro γ (Gamma en la Tabla 3) utilizamos el valor de Moore y Schaller (2002) que, como lo anotan estos autores, minimiza el riesgo de una suavización excesiva de las respuestas de las variables antes choques eventuales. Senhadji (2003) utiliza 0,5 como valor de este parámetro. En Greco (2002, cap. 4) y en Posada y Gómez (2002) se encuentran justificaciones de los demás parámetros.

Tabla 3

Parámetros	
α	0.420
γ	2.000
θ	4.000
δ	0.027
ρ	0.052
g_Z	0.015
g_L	0.022
r_0	0.055
r_1	-0.05
ψ	0.200

Tabla 4

Estado estacionario	
W	6.0954
Act externo	-1.2318
r_s	0.1166
k/y	3.0446
F'(k)	0.1380
F''(k)	-0.0117
F(k)	2.2394
K	6.8182
q	1.0747
Inversión neta	0.2545
Costos de inversión	0.0095
Consumo	1.2450
i/y	0.1137
b/y	-0.5500
c/y	0.5559
Exportaciones netas	0.0976
Cuenta corriente	0.0000

Dados los valores de los parámetros, y calculados los niveles de las variables correspondientes al estado estacionario (Tablas 3 y 4), se simuló un choque sobre la economía, estando ésta, previamente, en una situación de estado estacionario; el choque fue soportado, en primera instancia, por el activo externo neto (asociado, por hipótesis, a una caída de la tasa externa de interés). Este choque y sus resultados se describen a continuación.

Varios economistas (por ejemplo, Echeverry [1999] y Urrutia [1999]) insistieron en la importancia de observar los acervos (activos, deudas) para entender la dinámica económica durante la segunda mitad de los noventa y el inicio de la recesión. Tenjo y López (2002) ofrecieron nueva evidencia de la relación entre el ciclo de los flujos externos de capital, el ciclo del crédito bancario al sector privado y la oscilación del gasto privado (incluyendo el desarrollo y colapso de la burbuja de propiedad raíz) a lo largo del período 1992-1999⁸. De acuerdo con Badel (2001): “Entre marzo de 1991 y marzo de 1998, la cartera de créditos del sector financiero colombiano experimentó un crecimiento real de

⁸ Urrutia (2002 y 1999) insistió en el papel jugado en la génesis (y en la intensidad) de la crisis de 1999 por el desarrollo y colapso de la “burbuja” (precios y cantidades) de la propiedad raíz. Véase también el análisis de Tenjo y López (2002).

cerca de 143%. Esta expansión del crédito vino acompañada de un fuerte incremento del precio de los activos. Entre enero de 1990 y marzo de 1995, el IBB (índice de la Bolsa de Bogotá) aumentó 224% en términos reales, mientras que los precios reales de la vivienda nueva se elevaron, entre enero de 1990 y diciembre de 1995, en 55%.” (p. 2).

Según lo anterior, teorías como la neo-austríaca del ciclo y de la crisis parecerían especialmente pertinentes para interpretar los años noventa en Colombia, así: un auge de la acumulación (gracias al mayor crédito y, entonces, sin apoyo en una reducción del consumo) que tarde o temprano habría generado la depresión, de manera que los eventuales choques negativos presentados durante 1998 y 1999 sólo jugaron el papel de precipitar o agravar un proceso encaminado de todas maneras a la recesión⁹.

Una forma de poner a prueba, con el presente modelo, la hipótesis del ciclo asociado a una alteración inicial y significativa de los flujos de capital es mediante una simulación específica: un choque positivo al activo externo neto. El choque, en términos más específicos, consistió en imponer una caída inicial (exógena) a la tasa de interés externa tal que se redujese en 4.38% *per cápita* o 5.7% por unidad de trabajo efectivo el saldo del endeudamiento externo neto (compárese el valor de éste en el período 5 con el del período 3, que es aún el de estado estable, como se observa en el gráfico 9).

Imponer este choque implica suponer, entonces, que en un primer momento el activo financiero del país aumenta, como resultado las primeras operaciones crediticias asociadas a la caída de la tasa de interés, más que su pasivo, es decir, que el registro contable del aumento del pasivo (y el conocimiento de esto por parte de la comunidad financiera) tiene un rezago, así que en el mismo período en el cual sucede el choque no hay reversión del movimiento descendente de la tasa de interés.

⁹ Un resumen de la teoría neo-austríaca es el siguiente: “If our doctrine of crises is to be applied to more recent history, then it must be observed that the banks have never gone as far as they might in extending credit and expanding the issue of fiduciary media... And so the crises broke out before they need have broken out. It is only in this sense that we can interpret the statement that it is apparently true after all to say that restriction of loans is the cause of economic crises, or at least their immediate impulse; that if the banks would only go on reducing the rate of interest on loans they could continue to postpone the collapse of the market. If the stress is laid upon the word *postpone*, then this line of argument can be assented to without more ado. Certainly, the banks would be able to postpone the collapse; but nevertheless, as has been shown, the moment must eventually come when no further extension of the circulation media is possible. Then the catastrophe occurs, and its consequences are the worse and the reaction against the bull tendency of the market the stronger, the longer the period during which the rate of interest on loans has been below the natural rate of interest...” (von Mises, 1980, p. 404).

Puesto que un aumento súbito del activo externo neto se asocia, en primera instancia, a la caída de la tasa de interés, tiene efectos similares al que tendría el aumento exógeno, súbito y transitorio del flujo de entradas de capital al país, fenómeno que atrajo la atención de varios economistas como causante de auges económicos en Latinoamérica y en Colombia a lo largo del período 1992-1998¹⁰.

La tabla 5 registra las variaciones (endógenas) de las principales variables a lo largo de las fases de auge y desaceleración a raíz del mencionado choque.

Tabla 5
Choque al activo externo

Tasas medias de crecimiento según la fases del ciclo económico de la economía hipotética (%)		
<i>Per cápita</i>	Fase del ciclo	
	Auge 1994-1998	Recesión 1999-2001
PIB	2.36	1.36
Capital	3.65	1.17
Consumo privado	2.83	1.33
Deuda externa	-1.17	1.54
Inversión bruta	2.22	1.78
Exportaciones netas	-0.79	-0.83
Unidades de trabajo efectivo	Fase del ciclo	
	Auge 1994-1998	Recesión 1999-2001
PIB	0.85	-0.135
Capital	2.12	-0.321
Consumo privado	1.31	-0.164
Deuda externa	-2.69	0.042
Inversión bruta	0.71	0.276
Exportaciones netas	-2.25	-2.29

¹⁰ La importancia de las entradas exógenas (o autónomas) de capital a Latinoamérica a principios de los años 90 en el origen de los auges económicos de la región fue resaltada inicialmente por Guillermo Calvo (véase Calvo *et al.*, 1993, Cárdenas y Garay, 1993, y Cárdenas y Barrera, 1997).

Gráfico 9

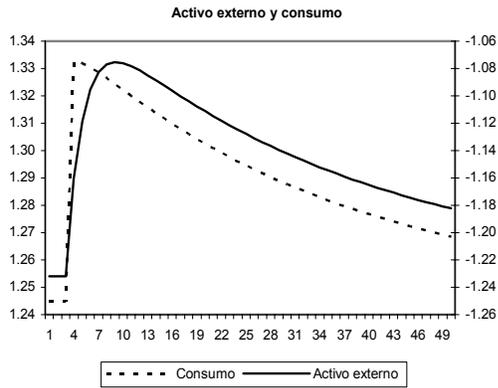


Gráfico 10

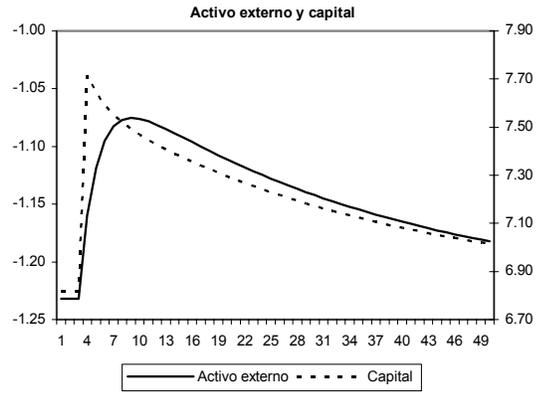


Gráfico 11

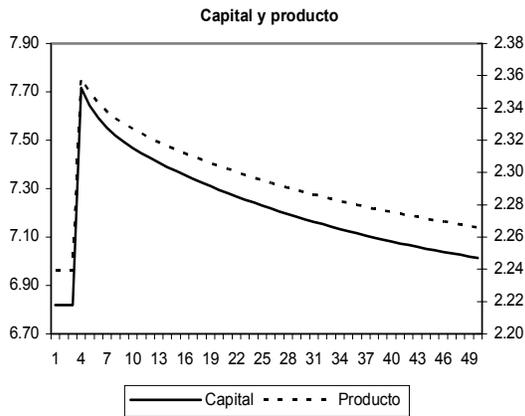


Gráfico 13

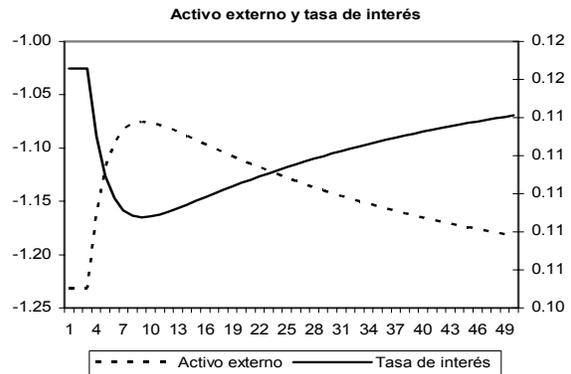


Gráfico 12

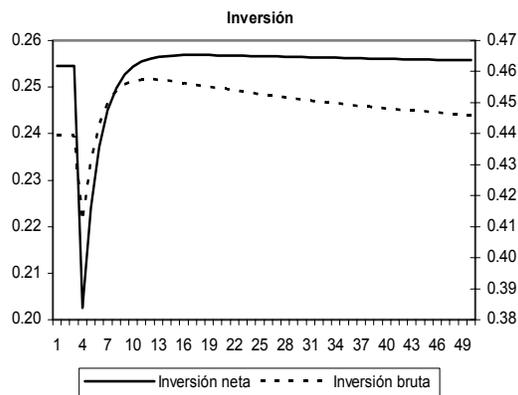


Gráfico 14

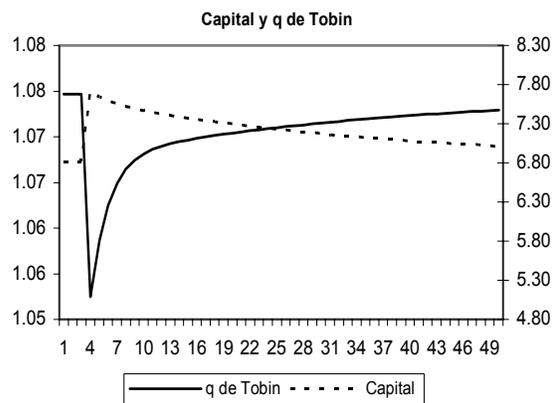
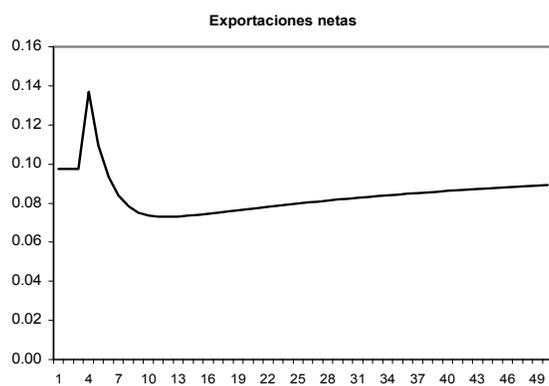


Gráfico 15

Cuando la economía recibe un choque positivo al activo externo neto, esto es, cuando cae la tasa externa de interés, se generan aumentos del consumo y del capital; al aumentar éste aumenta el producto.

Un resultado menos fácil de entender a primera vista es la reacción de la inversión neta. De la ecuación 4 se deduce que:

$$\frac{q_{t+1}}{(1+r_t)} + f'(k_{t+1}) + \frac{\gamma}{2} \left(\frac{in_{t+1}}{k_{t+1}} \right)^2 - \delta = q_t \quad (4')$$

Nótese que, según el lado izquierdo de 4', actúan dos fuerzas de forma simultánea cuando la economía está por fuera de su estado estacionario: la tasa de interés y el beneficio marginal del capital físico. La disminución de la tasa de interés tendrá un efecto positivo sobre el valor de q_t .

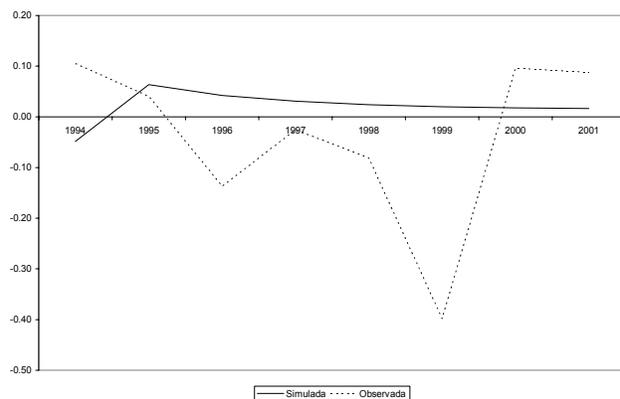
La segunda fuerza, la reducción del beneficio marginal del capital, tiene un efecto negativo y se presenta ante los aumentos del capital.

Mediante el choque al activo externo el modelo puede replicar los movimientos de las tasas de crecimiento del PIB, el consumo y el capital, aunque no en la magnitud correcta como se aprecia en los gráficos 16 a 20. En el caso del PIB y del consumo, los gráficos 17 y 18 muestran que sus tasas observadas de crecimiento parecen, de nuevo, fluctuar alrededor de la trayectoria señalada por el modelo, pero en 1999 la economía parece recibir un nuevo choque que la aleja de dicha trayectoria y por tanto del estado estacionario. Así, para 1994-1998 las tasas de crecimiento predichas son, en promedio, mayores que las observadas, y para 1999-2001, las tasas observadas son bastante inferiores a las del modelo.

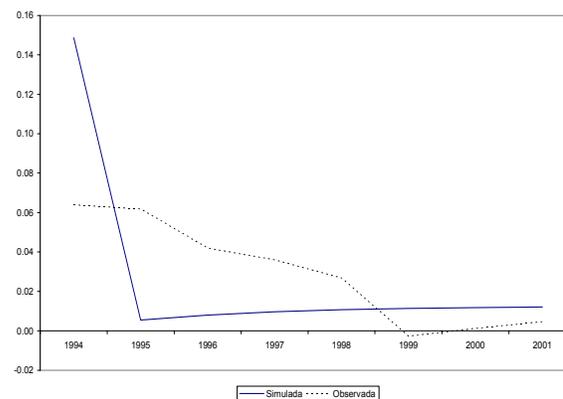
Para el caso de la reacción mostrada por el capital (gráfico 19), las tasas predichas son, en promedio, menores que las observadas. Sin embargo, en 1994 y durante 1999-2001 la tasa de aumento predicha es mayor que la observada. El gráfico 19 muestra que en los últimos años ambas tasas de crecimiento tienden a acercarse. La inversión bruta, por su lado, presenta unas tasas observadas negativas desde 1996 hasta 1999 y sólo en 1994-1995 y 2000-2001 las tasas observadas superaron a las predichas.

Gráfico 16

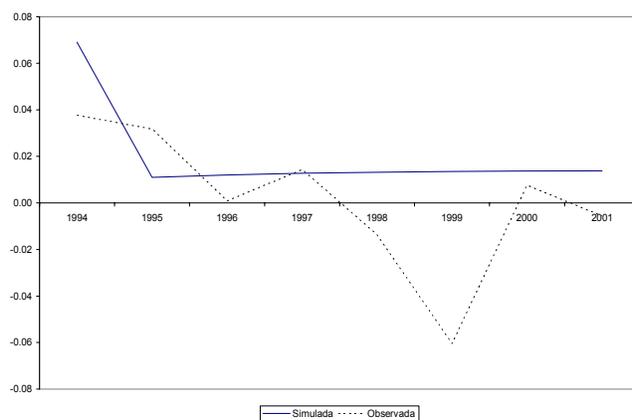
Tasas de crecimiento de la inversión bruta

**Gráfico 19**

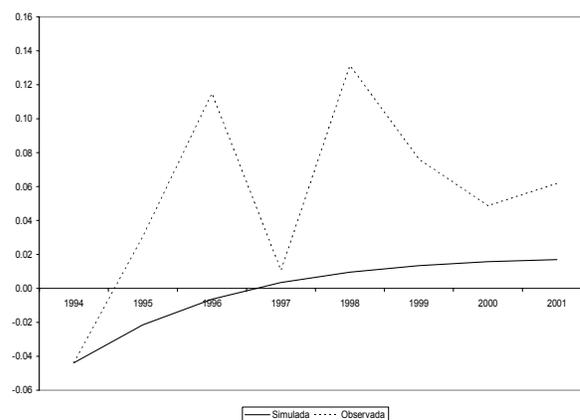
Tasas de crecimiento del capital

**Gráfico 17**

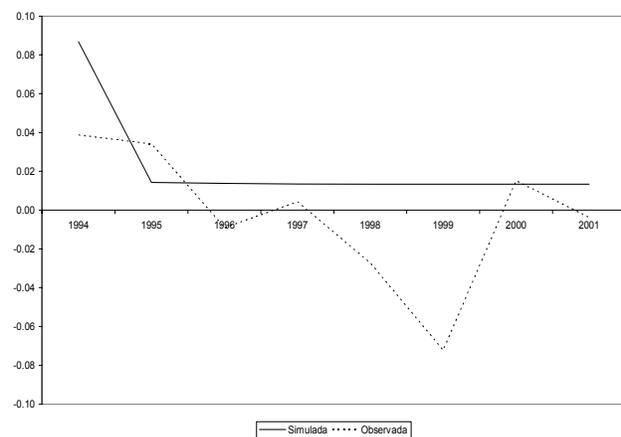
Tasas de crecimiento del producto

**Gráfico 20**

Tasas de crecimiento de la deuda externa

**Gráfico 18**

Tasas de crecimiento del consumo



V. Resumen y conclusiones

Entre 1999 y 2001 Colombia soportó una depresión económica intensa. Esta depresión sucedió a un auge (crecimiento por encima de la tendencia) a lo largo del período 1994-1998. Este auge fue algo más fuerte de lo que, en general, se había podido observar desde 1950 (gráfico 2).

Muchas explicaciones no establecen conexión alguna entre el auge previo y la recesión posterior, y hacen énfasis, por tanto, en algunos eventos ocurridos durante 1998 y 1999 como factores causantes de la mencionada depresión.

¿Fue la mencionada depresión un evento independiente del auge previo? O, ¿fue, por el contrario, un resultado del auge, tal como se podría interpretar siguiendo algunas teorías del ciclo económico, como la neo-austriaca, según las cuales las épocas en las que se presenta una extraordinaria acumulación de capital, en comparación con la senda de estado estable, tienden a ser sucedidas por una fase de depresión que corrige los excesos previos?

Una forma de contestar las preguntas anteriores se expone en este documento. Tal forma es la construcción de un modelo de equilibrio general dinámico, y el uso de éste mediante un ejercicio de simulación. Los resultados de este ejercicio son respuestas, no las únicas posibles, es cierto, a los interrogantes mencionados.

La economía que se modela tiene los rasgos propios de la llamada “pequeña economía abierta”, a saber: producción local y exportación de un bien de consumo e importación de un bien de capital requerido para la producción de aquel, términos de intercambio (o precio relativo del bien producido localmente) determinados exógenamente y movilidad imperfecta de capitales. Unos rasgos adicionales de la economía modelada son los siguientes: agentes representativos (para la familia y para la empresa) que toman decisiones con base en la maximización de una función objetivo sujeta a restricciones, existencia de costos de ajuste del capital a su nivel óptimo y cambio técnico exógeno.

Los resultados de la simulación son favorables a cuatro hipótesis principales:

- A) El choque supuesto (reducción exógena, por una sola vez, de la tasa externa de interés y, por ende, aumento del nivel del activo externo neto) es capaz de explicar la ocurrencia de un auge con las características básicas del observado en Colombia entre 1993 y 1998.
- B) La economía colombiana reacciona bajo la forma de un auge que se desata a continuación de tal impacto y, después, de una manera endógena, tiende a desacelerarse.

- C) Pero la desaceleración es de magnitud bastante inferior a la depresión observada entre 1999 y 2001.
- D) Por tanto, la inclusión del costo de ajuste del capital a su nivel óptimo, un rasgo que sin duda otorga un carácter más realista a un modelo de equilibrio general inter-temporal, no basta para que éste reproduzca un verdadero ciclo económico ante un único impacto causante del auge. Así, la ilustración numérica de la hipótesis del ciclo endógeno requeriría un modelo que incorporase al menos una “imperfección” adicional.

Una conclusión que se deriva de lo anterior es la siguiente: debió presentarse, además del choque originario del movimiento auge-desaceleración, un choque negativo durante 1998 o 1999 (éste último fue el año de mayor caída del producto) capaz de explicar el componente mayor de la depresión que ocurrió entre 1999 y 2001. En la literatura reciente sobre los ciclos de las economías en desarrollo se ha hecho énfasis en las consecuencias especialmente negativas de una suspensión súbita de las entradas de capital (y consecuentes salidas rápidas de éste) como elemento explicativo de las depresiones, sobretodo en América Latina¹¹. Probablemente los dos principales factores de la depresión colombiana en tales años fueron: a) la suspensión abrupta de la entrada de capitales derivada de la crisis asiática¹² y b) el conjunto de eventos, en buena medida derivados de lo anterior, que llevaron a los ataques de 1998 y 1999 a la banda cambiaria y las reacciones inmediatas ante tales ataques¹³. Con todo, se requeriría un modelo con rigideces nominales (y dinero) para la evaluación cuantitativa de la hipótesis de la importancia de este segundo conjunto de factores, esto es, de las cuestiones cambiarias y monetarias derivadas de tales ataques¹⁴.

Puesto que desde el segundo trimestre de 1998 la economía ya había empezado a acusar el síntoma básico de una desaceleración¹⁵ que, según los ejercicios reportados en la sección anterior,

¹¹ Véanse (entre otros): Calvo *et al.* (2003), Arellano y Mendoza (2002), Caballero y Krishnamurthy (2001) y Mendoza (2001).

¹² “..las crisis financieras internacionales que se desarrollaron desde finales de 1997 ocasionaron el cierre de los mercados internacionales, lo cual, ..., se manifestó en una reducción en las entradas de capital, especialmente de endeudamiento externo privado...” (Alonso *et al.*, 2003, p. 18).

¹³ Los *Informes de la Junta Directiva al Congreso de la República* presentan análisis detallados de tales sucesos y de los resultados de los ataques a la banda en materia de dinero, tasas de interés y política monetaria. Una explicación informal del ciclo 1994-2001 y de su recesión, que incluye elementos monetarios, se encuentra en Echeverry (2002).

¹⁴ Un modelo reciente de ciclo económico con elementos monetarios y rigideces nominales pero en un marco de optimización intertemporal se encuentra en Kim (2003).

¹⁵ El PIB trimestral aumentó 2,23% en el segundo trimestre de 1998, en tanto que había crecido 3,81%, 2,41% y 5,38% en trimestres similares de 1997, 1996 y 1995, respectivamente (cifras del DANE del PIB trimestral a precios de 1994).

era consecuencia del auge previo, el choque negativo que la transformó en una fuerte depresión no tuvo que ser especialmente intenso; ya la economía se encontraba en un momento de fragilidad.

Anexo. La dinámica del sistema

A. Cuando puede variar el nivel de los términos de intercambio

La dinámica de este sistema está gobernada por:

$$q_{t+1} = (1+r_t) \left[q_t - \tau_{t+1} f'(k_{t+1}) - \frac{\gamma}{2} \left(\frac{in_{t+1}}{k_{t+1}} \right)^2 + \delta \right]$$

$$g_{ZL} k_{t+1} = \frac{(q_t - 1)k_t}{\gamma} + k_t$$

$$g_{ZL} b_{t+1} = (1+r_t)b_t + \tau_t (f(k_t) - c_t - \psi_t) - \frac{(q_t - 1)^2 k_t}{2\gamma} - \frac{(q_t - 1)k_t}{\gamma} - \delta k_t$$

$$c_{t+1} = c_t \left[\frac{\tau_t (1+r_t) \beta^*}{\tau_{t+1} g_{ZL}} \right]^{1/\theta}$$

Para poder resolver este sistema dinámico no lineal, lo linealizamos en la vecindad del estado estacionario:

$$\tilde{k}_{t+1} = \frac{\tilde{k}_t}{g_{ZL}} + \frac{(q_t - 1)\tilde{k}_t}{g_{ZL}\gamma} + \frac{k}{g_{ZL}\gamma} \tilde{q}_t$$

$$\tilde{q}_{t+1} = (1+r_t) \left[\tilde{q}_t - \tau_{t+1} f''(k_{t+1}) \tilde{k}_{t+1} - \tau_{t+1} f'(k_{t+1}) - \frac{2(q_{t+1} - 1)}{\gamma} \tilde{q}_{t+1} \right] \\ + r_1 \tilde{b}_t \left[q_t - \tau_t f'(k_{t+1}) - \frac{(q_{t+1} - 1)^2}{2\gamma} + \delta \right]$$

$$\tilde{c}_{t+1} = \left[\frac{\tau_t (1+r_t) \beta^*}{g_{ZL} \tau_{t+1}} \right]^{1/\theta} \tilde{c}_t + \frac{c}{\theta} \left[\frac{\tau_t (1+r_t) \beta^*}{g_{ZL} \tau_{t+1}} \right]^{\frac{1}{\theta}-1} \frac{\tau_t r_1 \beta^* \tilde{b}_t}{g_{ZL} \tau_{t+1}} + \frac{c}{\theta} \left[\frac{\tau_t (1+r_t) \beta^*}{g_{ZL} \tau_{t+1}} \right]^{\frac{1}{\theta}-1} \frac{\tau_t (1+r_t) \beta^*}{g_{ZL} \tau_{t+1}} \\ - \frac{c}{\theta} \left[\frac{\tau_t (1+r_t) \beta^*}{g_{ZL} \tau_{t+1}} \right]^{\frac{1}{\theta}-1} \frac{\tau_t (1+r_t) \beta^* \tau_{t+1}}{g_{ZL} \tau_{t+1}^2}$$

$$g_{zL} \tilde{b}_{t+1} = (1+r+r1b) \tilde{b}_t + f'(k) \tilde{k}_t - \tilde{c}_t - 0,2f'(k) \tilde{k}_t - \frac{(q-1)^2 \tilde{k}_t}{2\gamma} - \frac{(q-1) \tilde{k}_t}{\gamma} - \delta \tilde{k}_t - \frac{(q-1)k \tilde{q}_t}{\gamma} - \frac{k \tilde{q}_t}{\gamma}$$

$$\tilde{\tau}_t [f(k) - c_t - 0.2f(k)]$$

Matricialmente este sistema se escribe como:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(1+r)\frac{2(q-1)}{\gamma} & 0 & -(1+r)f''(k) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_{t+1} \begin{bmatrix} -\frac{c\tau\beta^*(1+r)}{\theta g_{ZL}\tilde{\tau}_{t+1}^2} \left[\frac{\tau\beta(1+r)}{g_{ZL}\tilde{\tau}_{t+1}} \right]^{\frac{1}{\theta}-1} \\ -(1+r)f'(k) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_t \begin{bmatrix} \frac{c\beta^*(1+r)}{\theta g_{ZL}\tilde{\tau}_{t+1}} \left[\frac{\tau\beta(1+r)}{g_{ZL}\tilde{\tau}_{t+1}} \right]^{\frac{1}{\theta}-1} \\ 0 \\ [f(k)-c-0,2f(k)] \\ 0 \end{bmatrix} \\
+ \begin{bmatrix} \left[\frac{\tau(1+r_t)\beta^*}{\tau g_{ZL}} \right]^{1/\theta} & 0 & \frac{c}{\theta g_{ZL}} \left[\frac{\tau(1+r_t)\beta^*}{\tau g_{ZL}} \right]^{\frac{1}{\theta}-1} \frac{r1\beta^*\tau_t}{\tau_{t+1}} & 0 \\ 0 & (1+r) & r1 \left[q_t - \tau_{t+1}f'(k_t) - \frac{(q-1)^2}{2\gamma} + \delta \right] & 0 \\ -\frac{\tau_t}{g_{ZL}} & -\frac{(q-1)k}{g_{ZL}\gamma} - \frac{k}{g_{ZL}\gamma} & \frac{1+r+r1b}{g_{ZL}} & \frac{1}{g_{ZL}} \left[\tau_t f'(k) - 0.2\tau_t f'(k) - \frac{(q-1)^2}{2\gamma} - \frac{q-1}{\gamma} - \delta \right] \\ 0 & \frac{k}{g_{ZL}\gamma} & 0 & \frac{1}{g_{ZL}} + \frac{(q-1)}{g_{ZL}\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}_t \\ \tilde{q}_t \\ \tilde{b}_t \\ \tilde{k}_t \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Este sistema, bajo su forma compacta, se escribe así:

$$\begin{aligned}
 \tilde{X}_{t+1} &= \Gamma_1 \tilde{X}_{t+1} + \Gamma_2 \tilde{X}_t + \tilde{\tau}_{t+1} \Theta_1 + \tilde{\tau}_t \Theta_2 \\
 \tilde{X}_{t+1} - \Gamma_1 \tilde{X}_{t+1} &= \Gamma_2 \tilde{X}_t + \tilde{\tau}_{t+1} \Theta_1 + \tilde{\tau}_t \Theta_2 \\
 (I - \Gamma_1) \tilde{X}_{t+1} &= \Gamma_2 \tilde{X}_t + \tilde{\tau}_{t+1} \Theta_1 + \tilde{\tau}_t \Theta_2 \\
 \tilde{X}_{t+1} &= (I - \Gamma_1)^{-1} \Gamma_2 \tilde{X}_t + \tilde{\tau}_{t+1} (I - \Gamma_1)^{-1} \Theta_1 + \tilde{\tau}_t (I - \Gamma_1)^{-1} \Theta_2 \\
 \tilde{X}_{t+1} &= \Omega \tilde{X}_t + \tilde{\tau}_{t+1} \Phi_1 + \tilde{\tau}_t \Phi_2 \tag{10}
 \end{aligned}$$

Siendo $\Omega = (I - \Gamma_1)^{-1} \Gamma_2$; $\Phi_1 = (I - \Gamma_1)^{-1} \Theta_1$; $\Phi_2 = (I - \Gamma_1)^{-1} \Theta_2$.

La matriz Ω está definida puesto que $(I - \Gamma_1)$ es una matriz triangular superior.

Siguiendo la metodología propuesta por King, Plosser y Rebelo (1987) y Blanchard y Khan (1980), procedemos a diagonalizar la matriz Ω ; al hacerlo podemos escribir:

$$\Omega = S \Lambda Z \tag{11}$$

Siendo $Z = S^{-1}$ y la matriz S es la matriz de vectores propios debidamente normalizados.

La solución al sistema (10) podría ser hallada iterando hacia atrás:

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} = S\Lambda^t Z \begin{bmatrix} \tilde{c}_t \\ \tilde{q}_t \\ \tilde{b}_t \\ \tilde{k}_t \end{bmatrix} + \sum_{h=0}^t S\Lambda^h Z \tilde{\tau}_{t-h+1} \Phi_1 + \sum_{h=0}^t S\Lambda^h Z \tilde{\tau}_{t-h} \Phi_2 \quad (12)$$

Si organizamos las raíces características de Ω de mayor a menor de manera tal que $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4$, y hacemos luego una partición de la matriz que contiene estos valores característicos de forma tal que queden aparte las raíces inestables de las estables:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{23} \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{14} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & z_{24} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} & z_{34} \\ z_{41} & z_{42} & z_{43} & z_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{23} \end{bmatrix}$$

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{12} \\ \phi_{13} \\ \phi_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{bmatrix}, \quad \Phi_2 = \begin{bmatrix} \phi_{21} \\ \phi_{22} \\ \phi_{23} \\ \phi_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \end{bmatrix}$$

Redefinimos las variables del sistema pre-multiplicándolo por Z :

$$Z\tilde{X}_{t+1} = \hat{X}_{t+1} = Z\Omega\tilde{X}_t + \tilde{\tau}_{t+1}Z\Phi_1 + \tilde{\tau}_tZ\Phi_2$$

$$\hat{X}_{t+1} = ZS\Lambda Z\tilde{X}_t + \tilde{\tau}_{t+1}ZS\Lambda Z\Theta_1 + \tilde{\tau}_tZS\Lambda Z\Theta_2$$

$$\hat{X}_{t+1} = \Lambda Z\tilde{X}_t + \tilde{\tau}_{t+1}\Lambda Z\Theta_1 + \tilde{\tau}_t\Lambda Z\Theta_2$$

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix} \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Theta_{11} \\ \Theta_{12} \end{bmatrix}, \quad \Theta_2 = \begin{bmatrix} \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Theta_{21} \\ \Theta_{22} \end{bmatrix}$$

Podemos expresar todo el sistema mediante la partición del vector de variables en dos sub-vectores: uno que contiene las variables de estado y otro que contiene las demás variables involucradas en el sistema dinámico.

$$\begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{q}_{t+1} \end{bmatrix} = \Lambda_1 \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{q}_t \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_{t+1} \bar{\varphi}_{11} + \tilde{\tau}_t \bar{\varphi}_{21} \quad (12a)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{b}_{t+1} \\ \hat{k}_{t+1} \end{bmatrix} = \Lambda_2 \begin{bmatrix} \hat{b}_t \\ \hat{k}_t \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_{t+1} \bar{\varphi}_{12} + \tilde{\tau}_t \bar{\varphi}_{22} \quad (12b)$$

Premultiplicamos la ecuación (12a) por Λ_1^{-1} :

$$\Lambda_1^{-1} \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{q}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{q}_t \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_{t+1} \Lambda_1^{-1} \bar{\varphi}_{11} + \tilde{\tau}_t \Lambda_1^{-1} \bar{\varphi}_{21}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{q}_t \end{bmatrix} = \Lambda_1^{-1} \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{q}_{t+1} \end{bmatrix} - \tilde{\tau}_{t+1} \Lambda_1^{-1} \bar{\varphi}_{11} - \tilde{\tau}_t \Lambda_1^{-1} \bar{\varphi}_{21}$$

Resolviendo hacia adelante tendremos que:

$$\begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{q}_t \end{bmatrix} = \Lambda_1^{-k+1} \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+k+1} \\ \hat{q}_{t+k+1} \end{bmatrix} - \sum_{j=0}^k \tilde{\tau}_{t+j+1} \Lambda_1^{-j-1} \bar{\varphi}_{11} - \sum_{j=0}^k \tilde{\tau}_{t+j} \Lambda_1^{-j-1} \bar{\varphi}_{21} \quad (13)$$

Cuando el horizonte de tiempo se hace tan grande que tiende a infinito entonces la ecuación (13) se transforma en:

$$f_t = \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{q}_t \end{bmatrix} = - \left[\sum_{j=0}^{\infty} \tilde{\tau}_{t+j+1} \Lambda_1^{-j-1} \bar{\varphi}_{11} + \sum_{j=0}^{\infty} \tilde{\tau}_{t+j} \Lambda_1^{-j-1} \bar{\varphi}_{21} \right] \quad (14)$$

Ahora debemos volver al sistema original:

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{q}_t \\ \hat{b}_t \\ \hat{k}_t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{q}_{t+1} \\ \hat{b}_{t+1} \\ \hat{k}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{q}_t \\ \hat{b}_t \\ \hat{k}_t \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_{t+1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varphi_{13} \\ \varphi_{14} \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_t \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varphi_{23} \\ \varphi_{24} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_2 \\ 0 \end{bmatrix} f_{t+1} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{q}_t \\ \hat{b}_t \\ \hat{k}_t \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_{t+1} S \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\varphi}_{12} \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_t S \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\varphi}_{22} \end{bmatrix} + S \begin{bmatrix} I_2 \\ 0 \end{bmatrix} f_{t+1}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 \end{bmatrix} Z S \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{q}_t \\ \hat{b}_t \\ \hat{k}_t \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_{t+1} S \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\varphi}_{12} \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_t S \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\varphi}_{22} \end{bmatrix} + S \begin{bmatrix} I_2 \\ 0 \end{bmatrix} f_{t+1}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 \end{bmatrix} Z \begin{bmatrix} \tilde{c}_t \\ \tilde{q}_t \\ \tilde{b}_t \\ \tilde{k}_t \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_{t+1} S \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\varphi}_{12} \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_t S \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\varphi}_{22} \end{bmatrix} + S \begin{bmatrix} I_2 \\ 0 \end{bmatrix} f_{t+1} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}_t \\ \tilde{q}_t \\ \tilde{b}_t \\ \tilde{k}_t \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_{t+1} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\varphi}_{12} \end{bmatrix}$$

$$+ \tilde{\tau}_t \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\varphi}_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ 0 \end{bmatrix} f_{t+1} \quad (16)$$

Haciendo un poco más de álgebra a la ecuación (16) tendremos la solución definitiva para nuestro sistema, garantizando convergencia al estado estacionario:

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{12}\Lambda_2 Z_{11} & S_{12}\Lambda_2 Z_{12} \\ S_{22}\Lambda_2 Z_{21} & S_{22}\Lambda_2 Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}_t \\ \tilde{q}_t \\ \tilde{b}_t \\ \tilde{k}_t \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_{t+1} \begin{bmatrix} S_{11}\bar{\varphi}_{12} \\ S_{22}\bar{\varphi}_{12} \end{bmatrix} + \tilde{\tau}_t \begin{bmatrix} S_{12}\bar{\varphi}_{22} \\ S_{22}\bar{\varphi}_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{21} \end{bmatrix} f_{t+1}$$

B. Solución cuando es constante el nivel de los términos de intercambio

La representación matricial de nuestro modelo linealizado cuando τ es constante queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(1+r)\frac{2(q-1)}{\gamma} & 0 & -(1+r)f''(k) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} \left[\frac{\tau(1+r_t)\beta^*}{\tau g_{ZL}} \right]^{1/\theta} & 0 & \frac{c}{g_{ZL}} \left[\frac{\tau(1+r_t)\beta^*}{\tau g_{ZL}} \right]^{\frac{1}{\theta}-1} \frac{r1\beta^*\tau_t}{\tau_{t+1}} & 0 \\ 0 & (1+r) & r \left[q_t - \tau_{t+1} f'(k_t) - \frac{(q-1)^2}{2\gamma} + \delta \right] & 0 \\ -\frac{\tau_t}{g_{ZL}} & -\frac{(q-1)k}{g_{ZL}\gamma} - \frac{k}{g_{ZL}\gamma} & \frac{1+r+r1b}{g_{ZL}} & \frac{1}{g_{ZL}} \left[\tau_t f'(k) - 0.2\tau_t f'(k) - \frac{(q-1)^2}{2\gamma} - \frac{q-1}{\gamma} - \delta \right] \\ 0 & \frac{k}{g_{ZL}\gamma} & 0 & \frac{1}{g_{ZL}} + \frac{(q-1)}{g_{ZL}\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}_t \\ \tilde{q}_t \\ \tilde{b}_t \\ \tilde{k}_t \end{bmatrix}$$

De acuerdo con esto, la solución al sistema es:

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{12}\Lambda_2 Z_{11} & S_{12}\Lambda_2 Z_{12} \\ S_{22}\Lambda_2 Z_{21} & S_{22}\Lambda_2 Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}_t \\ \tilde{q}_t \\ \tilde{b}_t \\ \tilde{k}_t \end{bmatrix}$$

O lo que es lo mismo:

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_t \\ \tilde{q}_t \\ \tilde{b}_t \\ \tilde{k}_t \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 \end{bmatrix}^t Z \begin{bmatrix} \tilde{c}_0 \\ \tilde{q}_0 \\ \tilde{b}_0 \\ \tilde{k}_0 \end{bmatrix}$$

O,

$$\tilde{X}_t = S \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 \end{bmatrix}^t Z \tilde{X}_0$$

Siendo Λ_2 la matriz que contiene las raíces estables del sistema y \tilde{X}_0 el vector de desviaciones iniciales de la economía con respecto a su estado estacionario.

Con esta última ecuación podemos hacer lo siguiente: i) suponer para cada una de las variables más importantes un choque tal que las desviaciones de las demás sean consistentes con la desviación de esta; ii) usar la información disponible y calcular el valor de la brecha correspondiente a cada variable y así obtener el valor de \tilde{X}_0 .

Para el primer caso la solución del sistema viene a quedar así:

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}_0 \\ \tilde{q}_0 \\ \tilde{b}_0 \\ \tilde{k}_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{14} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & z_{24} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} & z_{34} \\ z_{41} & z_{42} & z_{43} & z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}_0 \\ \tilde{q}_0 \\ \tilde{b}_0 \\ \tilde{k}_0 \end{bmatrix}$$

O también:

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{14} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & z_{24} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} & z_{34} \\ z_{41} & z_{42} & z_{43} & z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}_0 \\ \tilde{q}_0 \\ \tilde{b}_0 \\ \tilde{k}_0 \end{bmatrix}$$

También podemos decir que:

$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_{t+1} \\ \tilde{q}_{t+1} \\ \tilde{b}_{t+1} \\ \tilde{k}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \bar{c}_1 \\ \bar{c}_2 \\ \bar{c}_3 \\ \bar{c}_4 \end{bmatrix}$$

Siendo:

$$\begin{bmatrix} \bar{c}_1 \\ \bar{c}_2 \\ \bar{c}_3 \\ \bar{c}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{14} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & z_{24} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} & z_{34} \\ z_{41} & z_{42} & z_{43} & z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}_0 \\ \tilde{q}_0 \\ \tilde{b}_0 \\ \tilde{k}_0 \end{bmatrix}$$

Entonces la solución para la trayectoria temporal de todas las variables de interés quedará expresada como:

$$\tilde{c}_t = s_{13} \lambda_3^t \bar{c}_3 + s_{14} \lambda_4^t \bar{c}_4$$

$$\tilde{q}_t = s_{23} \lambda_3^t \bar{c}_3 + s_{24} \lambda_4^t \bar{c}_4$$

$$\tilde{b}_t = s_{33} \lambda_3^t \bar{c}_3 + s_{34} \lambda_4^t \bar{c}_4$$

$$\tilde{k}_t = s_{43} \lambda_3^t \bar{c}_3 + s_{44} \lambda_4^t \bar{c}_4$$

Si evaluamos en $t = 0$

$$\tilde{c}_0 = s_{13}\lambda_3^0\bar{c}_3 + s_{14}\lambda_4^0\bar{c}_4$$

$$\tilde{q}_0 = s_{23}\lambda_3^0\bar{c}_3 + s_{24}\lambda_4^0\bar{c}_4$$

$$\tilde{b}_0 = s_{33}\lambda_3^0\bar{c}_3 + s_{34}\lambda_4^0\bar{c}_4$$

$$\tilde{k}_0 = s_{43}\lambda_3^0\bar{c}_3 + s_{44}\lambda_4^0\bar{c}_4$$

Nótese que todas estas soluciones son una combinación lineal de alguna de ellas. Por lo que finalmente requerimos conocer el valor de \bar{c}_3 y \bar{c}_4 .

De lo anterior podemos ver que:¹⁶

$$\tilde{k}_0 = \bar{c}_3 + \bar{c}_4$$

Suponemos que en $t = 0$ la economía recibe un choque encontrándose previamente en su estado estacionario, por lo que:

$$\tilde{k}_{-1} = \frac{\bar{c}_3}{\lambda_3} + \frac{\bar{c}_4}{\lambda_3} = 0$$

Si juntamos esta ecuación y la anterior podemos formar un sistema de ecuaciones que nos permitirá encontrar los valores de \bar{c}_3 y \bar{c}_4 .

Luego de hacer el álgebra correspondiente tenemos que:

$$\bar{c}_4 = \frac{-\frac{\tilde{k}_0}{\lambda_3}}{\left[\frac{1}{\lambda_4} - \frac{1}{\lambda_3} \right]}, \quad \bar{c}_3 = \tilde{k}_0 - \bar{c}_4$$

De la observación de estas dos ecuaciones se deduce que todos los valores de las brechas de las demás variables dependen del valor inicial de la brecha de capital por unidad efectiva de trabajo. Similarmente, podemos hacer que la dinámica de todo el sistema quede determinada a partir de la brecha del activo externo y así simular lo que ocurre en la economía cuando esta variable resulta alejada de su estado estacionario, causando, por tanto, el alejamiento de las otras.

¹⁶ Recuérdese que $s_{43} = s_{44} = 1$ pues los vectores propios han sido normalizados.

Referencias

- Alonso, Gloria; Enrique Montes, y Carlos Varela (2003); “Evolución de los flujos de capital y de la deuda externa del sector privado en Colombia. 1990-2003”, *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 266.
- Arango, Luis Eduardo (1998); “Temporary and Permanent Components of Colombia’s Output”, *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 96.
- Arellano, Cristina, y Enrique Mendoza (2002); “Credit Frictions and ‘Sudden Stops’ in Small Open Economies: An Equilibrium Business Cycle Framework for Emerging Market Crises”, *NBER Working Paper* W8880.
- Arias, Andrés (2001); “Banking Productivity and Economic Fluctuations: Colombia 1998-2001”, *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 192.
- Badel, Alejandro (2001); “Choques financieros, precios de activos y recesión en Colombia”, *Borradores de Economía* (DNP), No. 164.
- Baxter, Marianne, y Robert King (1995); “Measuring Business Cycles Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series”, *NBER Working Papers*, W5022.
- Blanchard, Olivier, y C. Kahn (1980); “The solution of linear difference models under rational expectations”, *Econometrica*, No. 48.
- Caballero, Ricardo, y Arvind Krishnamurthy (2001); “Smoothing Sudden Stops”, *NBER Working Papers*, W8427.
- Calvo, Guillermo; Leonardo Leiderman y Carmen Reinhart (1993); “Afluencia de capital y apreciación del tipo de cambio real en América Latina: el papel de los factores externos”, en *Macroeconomía de los flujos de capital en Colombia y América Latina* (M. Cárdenas y L. J. Garay, compiladores), Tercer Mundo-Fedesarrollo-Fescol, 1993.
- Calvo, Guillermo; Alejandro Izquierdo, y Ernesto Talvi (2003); “Sudden Stops, the real Exchange Rate, and Fiscal Sustainability: Argentina’s Lessons”, *NBER Working Paper* W9828.
- Cárdenas, Mauricio y Felipe Barrera (1997); “La efectividad de los controles de capitales: la experiencia de Colombia durante los años noventa”, en *Inflación, estabilización y política cambiaria en América Latina. Lecciones de los años noventa*, Tercer Mundo-Fedesarrollo-NBER-Colciencias, 1997.

- Cárdenas, Mauricio, y Luis Jorge Garay (1993); “Introducción”, en *Macroeconomía de los flujos de capital en Colombia y América Latina* (M. Cárdenas y L. J. Garay, compiladores), Tercer Mundo-Fedesarrollo-Fescol, 1993.
- Córdoba, Juan Carlos, y Marla Ripoll (2002); “Credit Cycle Redux”, documento no publicado presentado en el seminario del Banco de la República y en el Stanford Institute for Theoretical Economics Workshop en 2002.
- Correia, I; J. Neves, y S. Rebelo (1995); “Business Cycles in a Small Open Economy”, *European Economic Review*, Vol. 39, No. 6.
- Echeverry, Juan Carlos (1999); “La recesión actual en Colombia: flujos, balances y política anticíclica”, *Archivos de Macroeconomía* (DNP), No. 113.
- Echeverry, Juan Carlos (2002); “La recesión de fin de siglo”, en *Ensayos sobre Colombia y América Latina*, Banco Bilbao Vizcaya Argentaria.
- Fernández, Cristina, y Andrés González (2000); “Integración y vulnerabilidad externa en Colombia”, *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 156.
- GRECO (2002); *El crecimiento económico colombiano en el siglo XX*, Banco de la República-Fondo de Cultura Económica.
- Hamann, Franz (2002a); “Sovereign Risk and Macroeconomic Fluctuations”, *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 225.
- Hamann, Franz (2002b); “Sovereign Risk and Real Business Cycles in a Small Open Economy”, *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 226.
- Hamann, Franz, y Alvaro Riascos (1998); “Ciclos económicos en una economía pequeña y abierta- una aplicación para Colombia”, *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 89.
- Kim, Soyoungh (2003); “Monetary Policy Rules and Business Cycles”, *The Scandinavian Journal of Economics*, Vol. 105, No. 2.
- King, Robert; C. Plosser, y S. Rebelo (1987); “Production, growth and business cycles: Technical appendix”, *Working Paper*, University of Rochester.
- Mendoza, Enrique (2001); “Credit, Prices, and Crashes: Business Cycles with a Sudden Stop”, *NBER Working Paper*, W8338.
- Misas, Martha, y Enrique López (1998); “El producto potencial en Colombia: una estimación bajo VAR estructural”, *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 94.

- Misas, Martha, y Carlos Esteban Posada (2000); “Crecimiento y ciclos económicos en Colombia en el siglo XX: el aporte de un VAR estructural”, *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 155.
- Montenegro, Armando (1993); “Crecimiento óptimo en una economía con comercio complementario”, en *Café, dinero y macroeconomía*, Fescol.
- Moore, Bartholomew, y Huntley Schaller (2002); “Persistent and Transitory Shocks, Learning, and Investment Dynamics”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 34, No. 3 (Parte I).
- Posada, Carlos Esteban (1999); “Los ciclos económicos colombianos en el siglo XX”, *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 126.
- Posada, Carlos Esteban, y Wilman Gómez (2002); “Crecimiento económico y gasto público: un modelo para el caso colombiano”, *Ensayos sobre política económica*, No. 41-42.
- Senhadji, Abdelhak (2003); “External shocks and debt accumulation in a small open economy”, *Review of Economic Dynamics*, Vol. 6, No. 1.
- Suescún, Rodrigo (1997); “Commodity Booms, Dutch Disease, and Real Business Cycles in a Small Open Economy: The Case of Coffee in Colombia”, *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 73.
- Tenjo, Fernando y Enrique López (2002); “Burbuja y estancamiento del crédito en Colombia”, *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 215.
- Turnovsky, Stephen (2002); “Knife-Edge Conditions and the Macrodynamics of Small Open Economies”, *Macroeconomic Dynamics*, Vol. 6, No. 2.
- Urrutia, Miguel (1999); “Antecedentes de la recesión y estrategia de reactivación” (Nota Editorial), *Revista del Banco de la República*, Vol. LXXII, mayo.
- Urrutia, Miguel (2002); “Una visión alternativa: la política monetaria y cambiaria en la última década” (Nota Editorial), *Revista del Banco de la República*, Vol. LXXV, No. 895, mayo.
- von Mises, Ludwig (1981); *The Theory of Money and Credit* (traducción de la 2a. edición en alemán de 1934), LibertyClassics.