

# **La vivienda como colateral: política monetaria, precios de la vivienda y consumo en Colombia**

**Martha López P.\*<sup>1</sup>**

**Estudios Económicos**

**Departamento de Modelos Macroeconómicos**

**Banco de la República, Colombia**

[mlopezpi@banrep.gov.co](mailto:mlopezpi@banrep.gov.co)

## **RESUMEN**

En este documento se calibra un modelo de equilibrio general dinámico para el sector de vivienda en Colombia. El modelo tiene en cuenta el papel de las fricciones del mercado de crédito en la explicación del ciclo económico. La vivienda sirve dos propósitos: el de proveer servicios de vivienda y el de servir como colateral para disminuir los costos de financiamiento relativos a la actividad de pedir prestado. Con el modelo se pretende mostrar la relación existente entre la hoja de balance de los hogares, la inversión en vivienda, los precios de la misma y el consumo. Se encuentra evidencia empírica de que existe un mecanismo de acelerador financiero en la inversión en vivienda y de que el consumo de los hogares responde a los efectos de la hoja de balance. En la década de los noventa, el mecanismo de acelerador financiero explica cerca del cuarenta por ciento de la respuesta máxima de la inversión en vivienda y de los precios de la misma ante un choque en tasas de interés. Finalmente, se hace un experimento para capturar la forma como desde 2000 el mecanismo de acelerador financiero se ve afectado por un cambio estructural en el mercado de financiación de vivienda.

## **1. Introducción**

La década de los noventa se caracterizó por un ciclo económico más fuerte y más largo que los ciclos observados en décadas anteriores. Entre 1950 y 1980, el ciclo completo tuvo una duración promedio de ocho años, y la diferencia entre las tasas de crecimiento del producto más altas y más bajas tuvo un promedio cercano al seis por ciento. En contraste, en los noventa el ciclo económico se “cerró” después de diez años y la diferencia entre el punto máximo y el mínimo en la tasa de crecimiento del producto fue de diez por ciento.

---

\* La autora agradece a Hernando Vargas, Juan Pablo Zarate, Franz Hamann, Carlos Arango, Ana María Iregui, Eduardo Sarmiento G., Carlos Esteban Posada y Juan Mauricio Ramírez por los valiosos comentarios y discusiones acerca de las ideas contenidas en éste documento. Las opiniones aquí expresadas no comprometen ni al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

La década comenzó con una reducción en el producto entre 1990 y 1991. Posteriormente, entre 1992 y 1995 se presentó una recuperación acelerada del producto. Finalmente, desde 1996 hubo una continua desaceleración en el crecimiento del producto hasta llegar a una recesión en 1999. Como señalan Villar y Rincón (2001), las fluctuaciones del ritmo de crecimiento del producto coincidieron con las del crecimiento del gasto interno. Los factores de demanda fueron determinantes en la explicación del ciclo económico de éste período.

Esta década también estuvo caracterizada por una masiva entrada de capitales al país durante la primera mitad, y una reducción abrupta de flujos de financiamiento externo en la segunda mitad. La entrada masiva de capitales financió en gran medida el alto nivel de endeudamiento del sector privado. Este rápido aumento del endeudamiento privado estuvo acompañado en su primera fase por niveles relativamente bajos de las tasas de interés y un gran incremento en los precios de los activos, especialmente los precios de la vivienda. Posteriormente, la escasez de nuevos flujos crediticios ocasionó una elevación en las tasas de interés que se vio traducida en una caída en los precios de los activos y por ende de la riqueza del sector privado.

Uno de los sectores más afectados por el ciclo económico fue el mercado de vivienda. En ésta década la inversión promedio de este sector representó aproximadamente el 40% de la inversión total<sup>2</sup>. Entre 1993 y 1995 la masiva entrada de capitales al país permitió una gran disponibilidad de financiamiento para inversión en vivienda. La demanda por inversión en vivienda elevó los precios de la misma. Los altos precios de la vivienda a su vez permitieron condiciones financieras más favorables para los hogares ya que el valor del colateral ofrecido como garantía, las viviendas, era mayor. Esto estimuló aun más la inversión en el sector. En 1999, como consecuencia de la abrupta interrupción de la entrada de capitales al país y el alto nivel que registraron las tasas de interés domésticas, el proceso se revirtió y el sector entró en crisis.

Por su parte, el consumo de los hogares en bienes durables, también presentó una relación bastante cercana a la evolución del precio de los activos durante la década; esta

---

<sup>2</sup> La inversión en obras civiles es el 25%, la inversión en maquinaria y equipo es el 28%, en equipo de transporte el 9.5% aproximadamente.

relación sugiere que podría existir un canal de crédito como parte del mecanismo de transmisión de la política monetaria.

En este documento se investiga la relación entre los precios de la vivienda, la inversión en vivienda y el consumo de los hogares ante cambios en la tasa de interés doméstica. Para tal efecto se utiliza una variante del modelo propuesto por Bernanke et al (1999), y desarrollada por Aoki et al (2002). El modelo se fundamenta en los efectos macroeconómicos de las imperfecciones en los mercados de crédito. Tales imperfecciones generan un *premium* en el costo de financiamiento para inversión en vivienda con fondos externos que depende de la calidad de la hoja de balance del deudor. En éste contexto, desarrollos endógenos de los mercados de crédito, como cambios en la riqueza o el valor del colateral, amplifican y propagan los choques a la economía. Mediante este modelo, es posible describir y cuantificar un mecanismo de acelerador financiero que amplifica y propaga los efectos de la política monetaria.

Adicionalmente, el modelo incluye una relación directa entre los movimientos de los precios de la vivienda y los del consumo mediante la presencia de un tipo de agentes dentro del sector de los hogares que enfrenta restricciones de crédito. Estos agentes hipotecan sus viviendas para financiar sus gastos corrientes. Esta relación entre el precio de la vivienda y el consumo constituye un canal adicional a través del cual los precios de los activos afectan la demanda agregada.

Finalmente, se investigan los posibles efectos de los cambios en la regulación del sector de financiación de vivienda introducidos en 1999. Después de la crisis del sector, la Corte Constitucional tomó algunas medidas para corregir algunas deficiencias en el sistema de financiación de vivienda. Los cambios en la regulación y la crisis misma tuvieron como resultado una mejora en la calidad de la hoja de balance de los hogares; la relación de riqueza neta-capital en vivienda de los hogares es ahora superior al promedio observado en la década de los noventa y muy similar al nivel que se observaba a mediados de la década de los ochenta. Como consecuencia, a partir de 2000 la economía se encuentra menos expuesta a oscilaciones tan fuertes en la inversión en vivienda y en los precios de la misma como las que se observaron en la década de los noventa. No obstante, el mecanismo de acelerador financiero y su papel en la explicación del ciclo económico sigue siendo importante.

## **2. El mercado de vivienda en Colombia durante la década de los 90**

### **2.1 Algunos hechos estilizados**

La evolución de los precios de la vivienda, la inversión en vivienda y el producto interno bruto durante la década de los noventa se encuentran en los gráficos 1.1, 1.2 y 1.3<sup>3</sup>, respectivamente. Las series corresponden a desviaciones porcentuales de la tendencia. Para la mayor parte de la muestra, los precios de la vivienda se mueven de manera muy cercana al producto y la inversión en vivienda.

En los gráficos 1.4 y 1.5 se muestra la relación entre los precios de la vivienda y el consumo de los hogares. El comportamiento de la serie de consumo total es similar al de los precios de la vivienda con algún rezago. Esta relación es más fuerte en el caso del consumo de bienes durables.

En el cuadro 1 se muestran las correlaciones entre las variables macroeconómicas descritas arriba y los precios de la vivienda para diferentes adelantos y rezagos. La primera observación es que las correlaciones entre las variables no son despreciables por lo tanto, los hechos sugieren que valdría la pena tener en cuenta el papel de los precios de la vivienda en la explicación del ciclo económico en Colombia. La segunda observación es que dichas correlaciones son más bajas que las observadas en países como Estados Unidos o Reino Unido. Es decir, en éstos últimos países los precios de la vivienda juegan un papel aún más importante en la determinación del ciclo económico. Esto se explica principalmente por el mayor grado de desarrollo del sistema financiero en dichos países frente al del sistema financiero colombiano. Por ejemplo, los costos de transacción para adquirir créditos de consumo respaldados con hipotecas son mucho más altos en Colombia, y la variedad de instrumentos financieros por medio de los cuales se pueden adquirir dichos créditos en países como Reino Unido también son mucho más variados que los disponibles en Colombia.

---

<sup>3</sup> La serie de precios de la vivienda se obtiene del estudio realizado por Carrasquilla, Galindo y Patrón (1994) actualizado con información de Planeación Nacional. Los datos de producto, consumo e inversión provienen de la información trimestral de Planeación Nacional hasta 1994, luego se empalman las series con datos del Banco de la República. La serie de acervo de capital en vivienda proviene de cálculos de GRECO (2000) y los datos de cartera hipotecaria de la Superintendencia Bancaria. A todas las variables les ha sido extraída la tendencia utilizando el filtro de Hodrick y Prescott, los resultados son similares al filtrar las series mediante una constante y una tendencia lineal.

Cuadro 1 : Correlación de precios de la vivienda con variables agregadas

	PV <sub>t-3</sub>	PV <sub>t-2</sub>	PV <sub>t-1</sub>	PV <sub>t</sub>	PV <sub>t+1</sub>	PV <sub>t+2</sub>	PV <sub>t+3</sub>
Producto Interno Bruto	0.50	0.51	0.50	0.51	0.48	0.37	0.29
Inversión en Vivienda	0.28	0.39	0.53	0.59	0.56	0.51	0.41
Consumo Total	0.54	0.58	0.45	0.33	0.24	0.15	0.10
Consumo en bienes durables	0.30	0.42	0.51	0.60	0.49	0.38	0.35
Consumo en bienes no durables	0.56	0.58	0.43	0.28	0.18	0.09	0.03

La fuerte relación observada entre la evolución del consumo de bienes durables y los precios de la vivienda es consistente con la presencia de un canal de crédito de los hogares. Ante un incremento en los precios de la vivienda, los hogares tendrán un valor de colateral más alto para financiar sus compras en vivienda mediante crédito y podrán liberar parte de sus recursos propios para destinarlos a gastos de bienes de consumo.

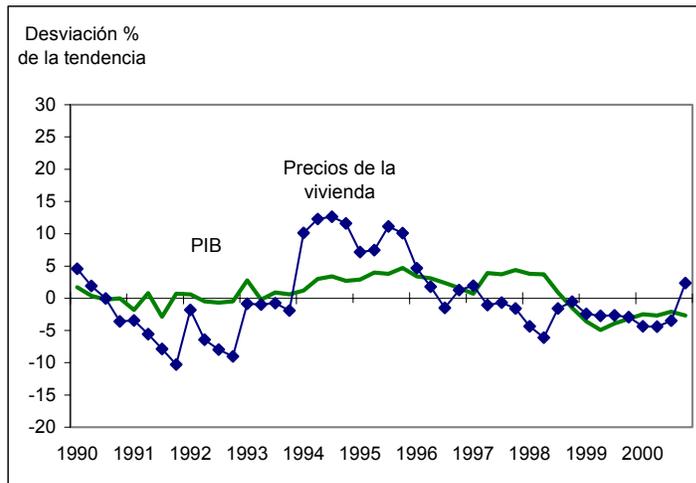
Con base en los coeficientes de correlación más altos, se puede confirmar que en el caso colombiano los precios de la vivienda anticipan el ciclo del producto. Los precios de la vivienda anticipan los movimientos en el PIB y su mayor componente por el lado de la demanda, el consumo, por 1-2 trimestres. Obsérvese que en el caso de la inversión en vivienda hay un mecanismo más complejo. Allí, la inversión en vivienda parecen anticipar en un trimestre el movimiento de los precios de misma, pero la correlación entre la inversión y los precios de la vivienda rezagados un trimestre también es importante, sugiriendo un mecanismo de retroalimentación.

Finalmente, el gráfico 1.6 muestra evolución de la relación riqueza neta-acervo de capital en vivienda<sup>4</sup> de los hogares, (el inverso de la relación de apalancamiento). Entre 1984 y 1995, dicha relación se situó en un valor promedio muy estable de 86%. Sin embargo, gracias a la masiva entrada de capitales al país a comienzos de la década, hubo un incremento importante en la cartera hipotecaria de los hogares, de tal manera que la relación riqueza neta-acervo de capital bajó de 81% en 1994 a 75% en 1998.

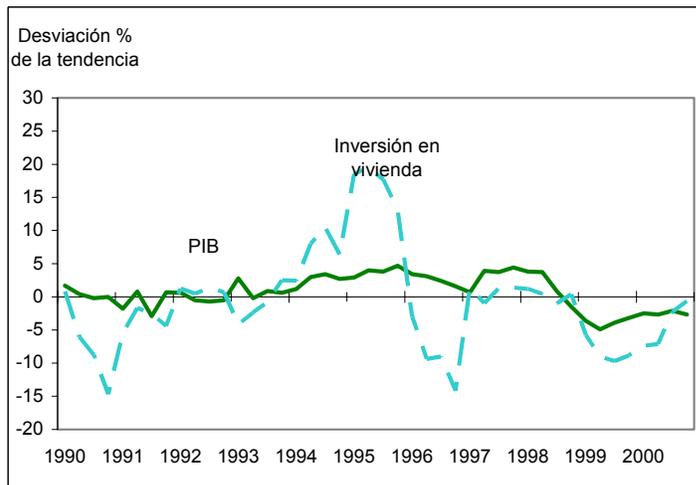
<sup>4</sup> La relación riqueza neta-acervo de capital en vivienda se construye como la relación (acervo de capital en vivienda menos cartera hipotecaria / acervo de capital en vivienda).

**Gráfico 1: El mercado de vivienda en Colombia**

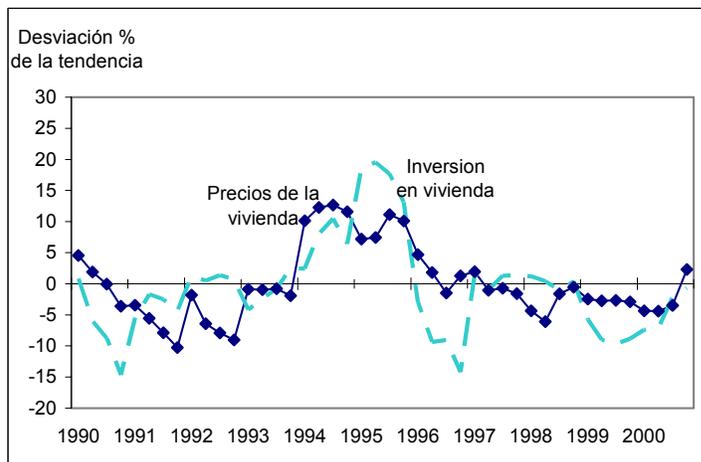
**1.1**



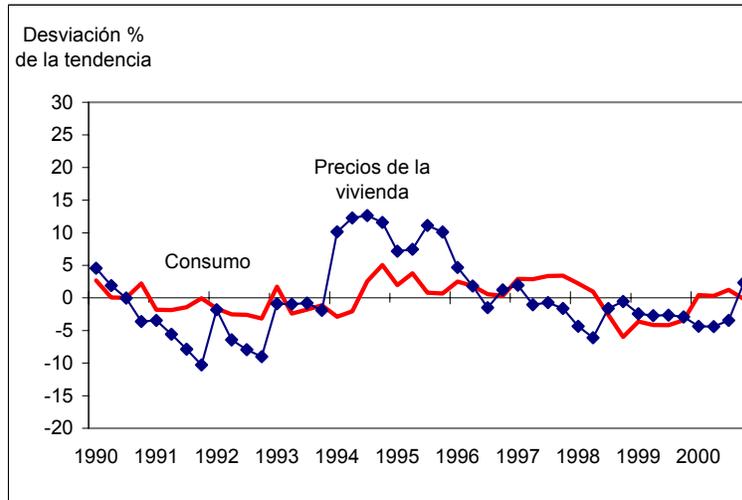
**1.2**



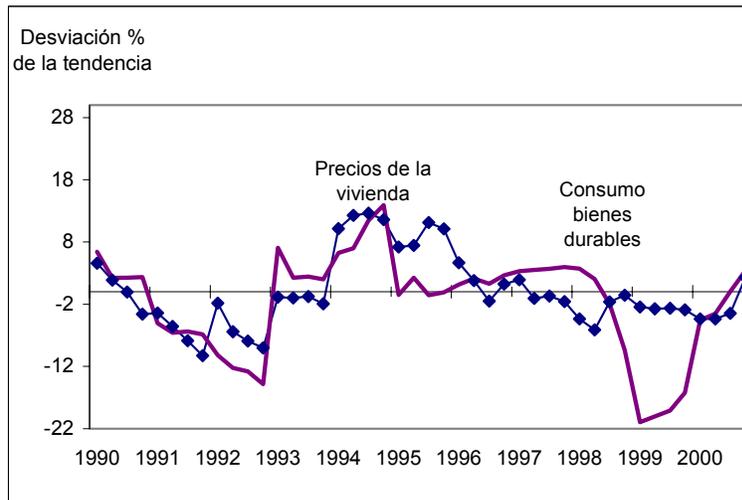
**1.3**



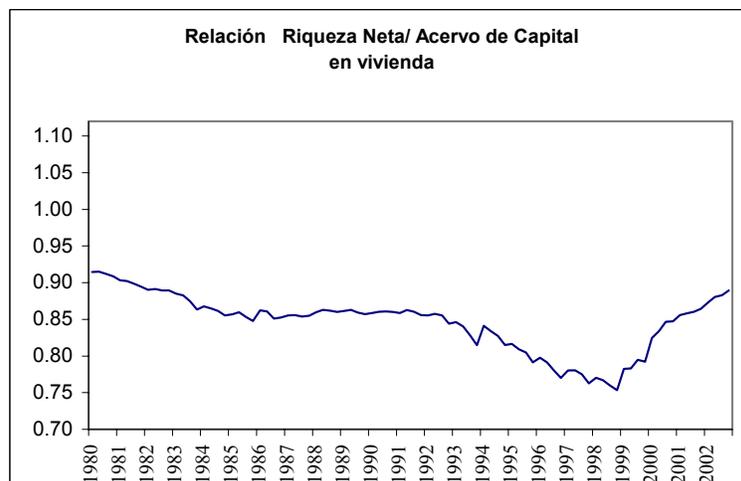
1.4



1.5



1.6



## 2.2 Efectos de cambios en la tasa de interés doméstica.

Como se describió en la sección 2.1, la relación entre el consumo de bienes durables y los precios de la vivienda sugiere que podría existir un canal de crédito como parte del mecanismo de transmisión de la política monetaria. En esta sección se investiga cómo los precios de la vivienda, el consumo de los hogares, la inversión en vivienda y el producto son afectados por cambios en la tasa de interés doméstica.

Para la calibración del modelo teórico que se presenta más adelante, es necesario tener una idea de la magnitud del impacto de movimientos en la tasa de interés doméstica sobre las variables de interés. Para tal efecto, se estima un modelo de vectores auto-regresivos, VAR. Dicho VAR incluye como variables el PIB trimestral, la inflación, la tasa de interés de los CDT, los precios de la vivienda, la inversión en vivienda, el consumo de los hogares en bienes durables, el consumo total, una constante y una tendencia<sup>5</sup>. Para hacer la identificación del choque de política monetaria, se ordena la tasa de interés al final en una estructura de identificación recursiva. Esto implica que las autoridades monetarias observan las variables contemporáneamente cuando fijan las tasas de interés, pero todas las variables, y en particular las variables reales, responden con cierto rezago al choque de política monetaria. El período de análisis va desde el primer trimestre de 1990 hasta el cuarto trimestre de 1999.

Las funciones de impulso respuesta, gráfico 2, son respuestas estimadas de todas las variables en el sistema ante una innovación inesperada de 50 puntos base en la tasa de interés. Las respuestas son reportadas como desviaciones porcentuales de las tendencias. Ante una política monetaria expansiva (disminución de las tasas de interés), el producto aumenta. El nivel de precios de la economía también aumenta después de cierto rezago. La inversión en vivienda, los precios de la vivienda y el consumo de bienes durables responden de manera

---

<sup>5</sup> Las variables en el VAR probablemente se encuentran cointegradas pero debido a que sólo estamos tratando con datos de una década no podemos hacer pruebas de cointegración robustas. El modelo VAR se plantea de manera general (variables en niveles, constante y tendencia) para incluir dos hipótesis. Una que es la hipótesis de cointegración y otra que es que algunas de las variables del VAR pueden ser estacionarias. Tsay-Tiao (1983) muestran que para este modelo más general, la matriz de coeficientes es consistente pero que las bandas de confianza pueden no servir debido a que la distribución multivariada de los residuos puede que no sea normal. Por lo tanto es recomendable usar un método como el de “*bootstrapping*” para el cálculo de las bandas de confianza. Para este VAR la prueba de normalidad multivariada de los residuales arroja un valor de 21.6 que comparamos con una  $\chi^2_{14} = 26.6$ , así que la hipótesis de normalidad no se rechaza. Adicionalmente, se estimó un VAR utilizando las series sin tendencia extrayendo ésta última mediante el filtro de Hodrick y Prescott y los resultados son muy similares.

positiva ante la política monetaria expansiva. La inversión en vivienda responde más rápidamente que los precios de la misma, y su incremento es mayor.

Ante una disminución de 50 puntos base en la tasa de interés nominal, la respuesta pico en la inversión en vivienda es de 53 puntos base y ocurre en el quinto trimestre después del choque. La respuesta pico en los precios de la vivienda ocurre dos trimestres después y es del orden de 25 puntos base. El consumo de bienes durables de los hogares por su parte, responde más fuertemente que el consumo total. El consumo de bienes durables presenta su máxima respuesta en el quinto trimestre y su efecto estimado de 56 puntos base, mientras que la respuesta del consumo total está alrededor de los 10 puntos base<sup>6</sup>. La respuesta del producto parece ser bastante importante ante la expansión monetaria, 10 puntos base.

### **2.3 Cambio estructural en el mercado de financiación de vivienda y comportamiento de la deuda de los hogares.**

Desde finales de 1998 el sector hipotecario entró en crisis porque la calidad de esta cartera se deterioró debido a tres factores principales; a las fuertes alzas en los tipos de interés (la capitalización de intereses hizo que el valor de la cartera se incrementara de manera importante); al gran aumento en la tasa de desempleo; y a la caída generalizada en los precios de la vivienda. Los activos en vivienda de los hogares se desvalorizaron a tal punto que el valor de las viviendas financiadas con crédito hipotecario llegó a ser inferior al valor de la deuda que estaban respaldando<sup>7</sup>.

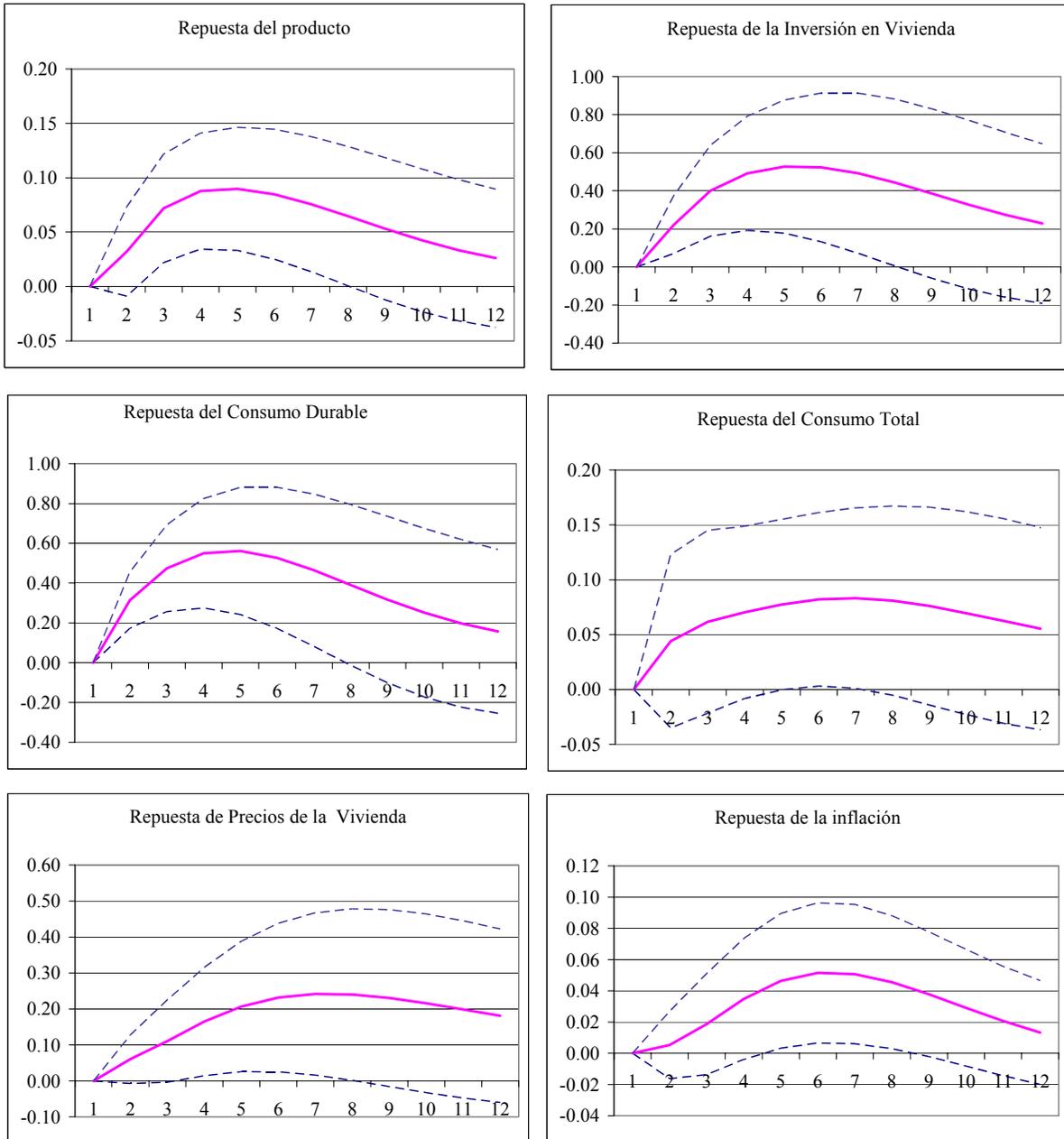
Para aliviar la crisis, en 1999 la Corte Constitucional introdujo varias medidas tendientes a transferir recursos a los deudores hipotecarios y corregir algunas debilidades del sistema de financiación de vivienda. Algunas de las medidas fueron de carácter temporal y algunas fueron más estructurales. Los cambios más importantes frente al sistema anterior son que los sistemas de capitalización de intereses no podrán ser empleados en la financiación de vivienda a largo plazo; que el deudor podrá hacer prepagos parciales o totales de la deuda sin incurrir en penalización; y la introducción de una regulación en materia de tasas de interés que

---

<sup>6</sup> En éste VAR sucede lo mismo que en el de Aoki, Proudman y Vlieghe (2001), donde las bandas de los errores standard de las funciones impulso respuesta son amplias debido a que se incorporaron todas las variables al mismo tiempo sacrificando así grados de libertad. Si se introducen las variables una por una como en Chistiaano, Eichenbaum y Evans (1996) se reduce la amplitud de las bandas pero patrones de respuesta en el mecanismo de transmisión de la política monetaria quedarían por fuera.

<sup>7</sup> Véase Cardenas, M y Badel, A (2003) para una descripción muy completa de la problemática.

**Gráfico 2. Impulso respuesta del VAR ante una disminución de 50 puntos base en la tasa de interés (1990:1 1999:4)**

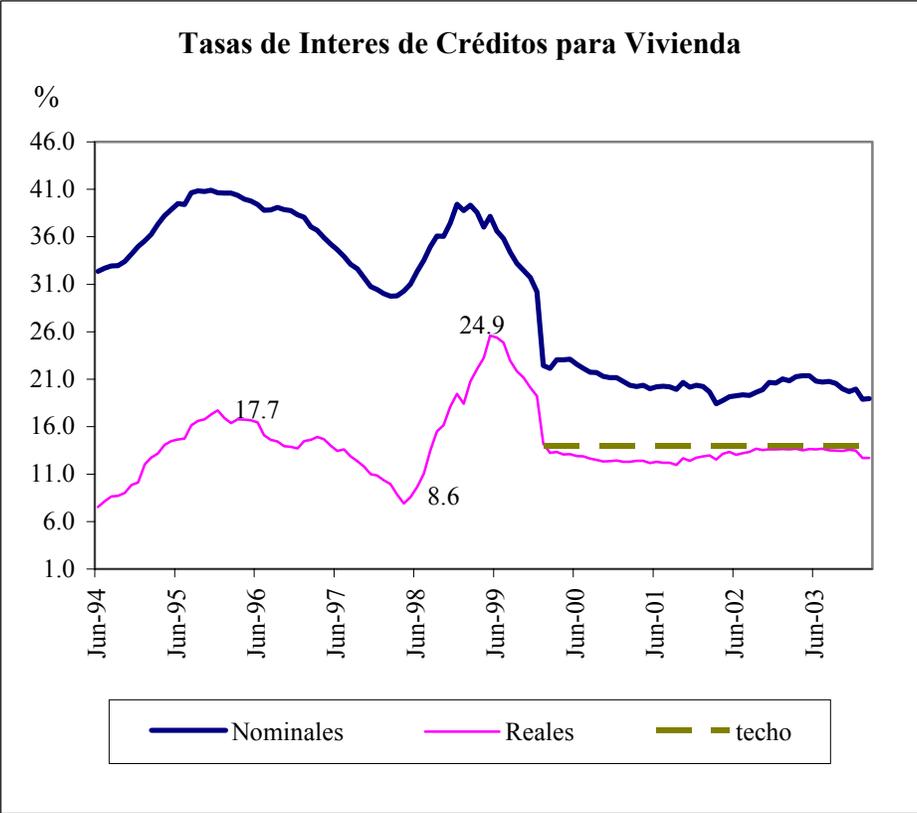


\*Intervalos de Confianza del 90%

consiste en colocar un tope a las tasas de interés que las entidades financieras pueden cobrar sobre créditos para vivienda, gráfico 3.

El techo para las tasas de interés de crédito hipotecario se estableció en el nivel de 13.92% para la financiación de vivienda diferente a interés social y en 11.0% para la de interés social. Como se observa en el gráfico 3, el techo de la tasa de colocación es muy cercano al promedio de la tasa de interés real de colocación que mantuvieron los intermediarios financieros entre 1994 y 1998. Sin embargo, antes de la introducción de la regulación las tasas tenían una fluctuación mucho más pronunciada que la que se ha observado desde que se implementó la medida. Adicionalmente, la tasa de interés que maneja la autoridad monetaria ha disminuido considerablemente desde 1999 y sin embargo la tasa de interés de créditos para vivienda se ha mantenido muy estable. Esto pone de manifiesto que un canal de transmisión de la política monetaria ha cambiado.

**Gráfico 3**



Como resultado de la mayor regulación en el sector de financiación de vivienda, la hoja de balance de los hogares cambió sustancialmente. En algunos casos, los hogares prepagaron sus deudas hipotecarias paulatinamente, en otros casos las refinanciaron a las menores tasas ofrecidas desde 2000 y en otros pagaron su deuda mediante la entrega de las viviendas en dación de pago. Las entidades financieras, por su parte, también están exigiendo una mejor hoja de balance de los hogares para la financiación de vivienda. Esta mejora en las condiciones financieras se ha visto traducida en una relación riqueza neta-acervo de capital en vivienda más alta. En el gráfico 1.6 se puede observar que actualmente dicha relación es similar a la observada en la década de los 80. Para los años 2003 y 2004 la relación se ha estabilizado en un valor cercano al 90%.

Por último, mientras los hogares colombianos enfrentan mayores dificultades para acceder a crédito hipotecario, sus posibilidades de obtener créditos no-colateralizado, como créditos de consumo y de libre inversión, son mayores. Las entidades financieras han cambiado un poco la estructura de sus activos. Aumentaron la participación de los títulos del gobierno, del crédito comercial y de consumo a costa de una menor participación del crédito para vivienda. En 2000, la participación de la cartera del consumo dentro de la cartera total era de 15 por ciento y la de la cartera hipotecaria era de 29 por ciento. En abril de 2004, la cartera de consumo aumentó su participación a 21 por ciento y la cartera hipotecaria bajó su participación a 19 por ciento.

### **3. Descripción General del Modelo.**

Para analizar más formalmente el papel de las condiciones del mercado de crédito en la propagación del ciclo económico se necesita un modelo. Aquí se adopta el modelo propuesto por Aoki et al (2001) para estudiar el mercado de vivienda. En esta sección presentamos la intuición de dicho modelo y en la siguiente su descripción más detallada. Los autores plantean la siguiente hipótesis: Los precios de la vivienda juegan un papel muy importante dado que la vivienda se usa como colateral para reducir los costos del agente asociados a la obtención de crédito para financiar tanto la inversión en vivienda como el gasto en consumo.

El modelo de Aoki et al (2000) es a su vez una modificación del modelo desarrollado por Bernanke et al (1999), (*BGG*). Ambos son modelos de Equilibrio General Dinámicos y Estocásticos para una economía cerrada. En el modelo de *BGG* los costos de financiación

externos de la firma están ligados a la calidad de su hoja de balance. En vista que hay cierto paralelo entre los precios de la vivienda y el valor de los bienes de capital, este modelo es un buen punto de partida para la construcción de un modelo donde los precios de la vivienda, la inversión en vivienda y el consumo interactúen en el contexto de un modelo de equilibrio general.

Las fricciones crediticias que enfrenta el sector de los hogares y sus implicaciones son las siguientes. Los hogares están expuestos a un riesgo asociado a las fluctuaciones en los precios de sus viviendas. El riesgo de bancarrota ocasionaría excesivos costos de monitoreo para los prestamistas, los cuales ajustan la prima de riesgo sobre la tasa libre de riesgo que cobran a sus prestatarios y es allí cuando observamos el canal de crédito funcionando en la economía. El *premium* sobre la tasa libre de riesgo que las entidades financieras cobran al otorgar créditos para vivienda depende negativamente del nivel de apalancamiento que tengan los hogares. Así, una riqueza neta más alta hace que la probabilidad de no pago disminuya y por lo tanto la prima de riesgo asociada al financiamiento con fondos externos también disminuye. El decir, las fluctuaciones en los precios de la vivienda juegan un papel determinante en las condiciones de financiamiento de los hogares.

En términos de modelación económica, el principal aspecto a ser tenido en cuenta es cómo generar un mecanismo de pedir y otorgar crédito dentro de un marco de equilibrio general. Para evitar las complejidades inherentes al problema de optimización dinámica de consumidores heterogéneos bajo restricciones de liquidez, el modelo presentado aquí trata el comportamiento de los consumidores de una manera estilizada; cada hogar está compuesto por dos tipos de comportamiento: el de los propietarios de vivienda y el de los consumidores.

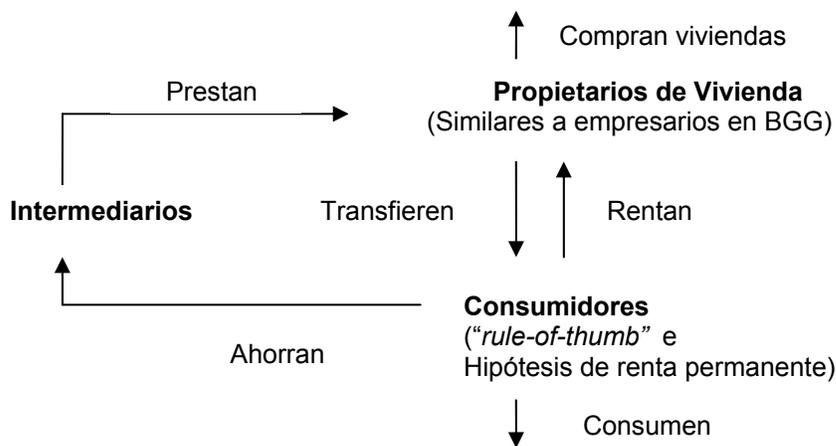
De un lado, los “propietarios” piden prestado para financiar la compra de viviendas a los productores de las mismas. Estos propietarios compran las viviendas y las rentan a los consumidores. El flujo de pagos de renta dentro de los hogares se captura en las Cuentas Nacionales como rentas imputadas. Los propietarios financian las compras de vivienda en parte con recursos propios y en parte con crédito de los intermediarios financieros. Al pedir prestado, los propietarios enfrentan un *premium* de financiamiento causado por asimetrías de información.

De otro lado, los consumidores consumen bienes y servicios de vivienda. Adicionalmente, en el modelo los consumidores y los propietarios de vivienda están

vinculados a través de una “transferencia” que los propietarios pagan a los consumidores. Mediante éste supuesto se captura el hecho que algunos consumidores utilizan sus activos en vivienda para financiar consumo. Debido a que este tipo de consumidores gasta toda su renta en el período corriente, se denominan consumidores “*rule-of-thumb*” en el modelo. Los demás consumidores en la economía no tienen restricciones de acceso a crédito para consumo y por lo tanto “suavizan” su consumo de acuerdo con la hipótesis de renta permanente. En conclusión, ante cambios en los precios de la vivienda los hogares enfrentan la decisión de aumentar la “transferencia” y por tanto el consumo corriente, o mantenerla constante y aprovechar el mayor valor de su riqueza neta para reducir el *premium* de financiamiento futuro para inversión en vivienda.

De esta manera el modelo de Aoki, et al(2003) captura de una manera sencilla la idea que en el sector de los hogares algunos individuos ahorran mientras que otros piden prestado, y que este proceso es intermediado a través de un mercado financiero con fricciones de crédito. Para enfatizar la idea de que los consumidores y los propietarios de vivienda forman parte del mismo compuesto de hogares, se describe el flujo de fondos del modelo:

### Flujo de Fondos



Nota: BGG es Bernanke, Gertler, and Gilchrist (1999).

El mecanismo de acelerador financiero funciona de la siguiente manera. Un choque en la economía que permita aumentar la demanda por vivienda ocasiona un incremento en los precios de la misma y por tanto un aumento en la riqueza neta de los propietarios de vivienda. El aumento en la riqueza neta de los propietarios hace que el *premium* por financiamiento con fondos externos se reduzca, generando un incremento adicional en la demanda por vivienda y bienes de consumo. El resultado es que la fricción del mercado de crédito tiene el efecto de amplificar y propagar el choque a la economía.

El resto del modelo es estándar. Se introducen el supuesto de precios nominales rígidos a la Calvo (1983) en el sector de bienes de consumo para que la política monetaria tenga efectos reales en el corto plazo. Los precios de la vivienda, por su parte, están determinados por la teoría-q de inversión con costos de ajuste. La política monetaria sigue una regla de Taylor para la tasa de interés de política.

## 4. El modelo

El modelo presentado aquí es un modelo para una economía cerrada con efectos de hoja de balance. Además es un modelo de expectativas racionales con rigideces de precios y el régimen de política monetaria es el de inflación objetivo (*inflation targeting*).

### 4.1 Los hogares

Modelar los diferentes aspectos en el proceso de pedir y otorgar préstamos en un marco de equilibrio general es algo complejo porque involucra considerar el problema de optimización dinámica de consumidores heterogéneos con restricciones de liquidez. Aoki et al (2001) proponen una forma un poco más sencilla de formular el problema. Esta consiste en tomar el sector de los hogares como compuesto por dos grupos; uno de **propietarios de vivienda** (que juegan el papel de las firmas en el modelo de Bernanke, et al (1999) y otro que es el de los **consumidores**. Esta separación simplifica mucho el análisis sin perder la esencia del mecanismo del acelerador financiero.

#### 4.1.1 Preferencias

Las preferencias de cada hogar  $i$ , entre bienes de consumo diferenciados,  $c_t^i$ , y servicios de vivienda,  $h_t^i$ , están definidas de una manera estándar por el siguiente índice CES

$$C_t^i = \left[ \gamma^{\frac{1}{\eta}} (c_t^i)^{\frac{\eta-1}{\eta}} + (1-\gamma)^{\frac{1}{\eta}} (h_t^i)^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \quad (1)$$

Dónde  $C_t^i$  corresponde a un compuesto de bienes de consumo. Los bienes de consumo diferenciados están indexados por  $z \in (0,1)$ , y el agregador Dixit-Stiglitz está definido como

$$c_t^i = \left[ \int_0^1 c_t^i(z)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dz \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (2)$$

El índice de precios para los bienes de consumo correspondiente está dado por

$$P_{c,t} = \left[ \int_0^1 p_t(z)^{1-\varepsilon} dz \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad (3)$$

La función de utilidad de los hogares en cada período está dada por

$$\ln C_t^i + \vartheta \ln \left( \frac{M_t^i}{P_t} \right) + \xi \ln(1 - L_t^i) \quad (4)$$

Donde  $L_t^i$  es la oferta laboral y  $M_t^i / P_t$  son saldos reales.

Dado un nivel de bien de consumo compuesto,  $C_t^i$ , la maximización intra-período de la función de utilidad implica las siguientes funciones de demanda para cada bien,

$$c_t^i = \gamma \left( \frac{P_{c,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t^i \quad (5)$$

$$h_t^i = (1-\gamma) \left( \frac{P_{h,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t^i \quad (6)$$

Donde  $P_{c,t}$  y  $P_{h,t}$  denotan los precios de los bienes de consumo y el precio de arrendamiento de las viviendas, respectivamente. El índice de precios compuesto,  $P_t$ , está dado por,

$$P_t = \left[ \gamma P_{c,t}^{1-\eta} + (1-\gamma) P_{h,t}^{1-\eta} \right]^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (7)$$

Finalmente, la demanda por cada bien de consumo está dada por

$$c_t^i(z) = \left( \frac{p_t(z)}{P_{c,t}} \right)^{-\varepsilon} c_t^i \quad (8)$$

#### 4.1.2 El problema de decisión inter-temporal de los consumidores: Asignaciones de consumo, ahorro y oferta laboral

El grupo de consumidores ahorra, consume, trabaja y mantiene saldos reales. Su consumo se compone de bienes de consumo y de servicios de vivienda. Adicionalmente en el modelo el grupo de consumidores se separa en dos fracciones. Una fracción de consumidores ha acumulado suficiente riqueza como para que su consumo se pueda aproximar por la hipótesis de renta permanente (*PIH*), cuyo consumo satisface la ecuación de Euler estándar. La otra fracción, está sujeta a restricciones crediticias y tendrá un comportamiento similar al de los consumidores “*rule-of-thumb*”, quienes gastan su renta corriente en cada período y para financiar su consumo hipotecan sus viviendas; estos préstamos están representados en el modelo como una “transferencia” que los propietarios de vivienda hacen a este grupo de consumidores.

##### 4.1.2.1 Fracción de consumidores que se comporta de acuerdo con la hipótesis de renta permanente (*PIH*).

Los supuestos con respecto a este grupo de consumidores son convencionales. Dichos agentes trabajan, consumen, mantienen saldos reales e invierten sus ahorros en un intermediario financiero que paga tasa de retorno real libre de riesgo,  $R_t$ .  $C_t^p$  es el consumo de dicha fracción de consumidores.  $S_t^p$  son los depósitos (en términos reales) que se mantienen en el sistema financiero.  $L_t^p$  es la oferta laboral.  $W_t$  es el salario real.  $M_t / P_t$  son los saldos reales que se adquieren en el período  $t$  y se llevan al período  $t+1$ .  $T_t$  son los impuestos de suma fija pagados al gobierno. Los consumidores que obedecen a la hipótesis de renta permanente (*PIH*) tienen un objetivo dado por la maximización de:

$$(5) \quad E_t \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k \left[ \ln C_{t+k}^p + \delta \ln \left( \frac{M_{t+k}^p}{P_{t+k}} \right) + \xi \ln(1 - L_{t+k}^p) \right] \quad (9)$$

sujeta a la restricción presupuestal está dada por:

$$(6) \quad C_t^p = W_t L_t^p + R_t S_t - S_{t+1} - \frac{(M_{t+1} - M_t)}{P_t} - T_t \quad (10)$$

Estos consumidores escogen  $C_t^p$ ,  $S_{t+1}$ ,  $L_t^p$  y  $M_t / P_t$  para maximizar la función (9) sujeta a (10). Resolviendo el problema de estos hogares obtenemos las siguientes condiciones de primer orden para el consumo/ahorro y la oferta laboral, respectivamente.

$$\frac{1}{C_t^p} = \beta E_t \left( \frac{1}{C_{t+1}^p} \right) R_{t+1} \quad (11)$$

$$W_t = \xi \frac{C_t^p}{(1 - L_t^p)} \quad (12)$$

Los hogares también toman decisiones acerca de  $M_t^p / P_t$ . Sin embargo, decidimos no reportar esta relación en el modelo debido a que restringimos nuestra atención a regímenes donde la tasa de interés nominal es el instrumento de política monetaria (por tanto la demanda por dinero tiene el único papel de establecer el nivel de stock monetario nominal).

#### 4.1.2.2 Fracción de consumidores del tipo “*rule-of-thumb*”

Se supone que existe una fracción de consumidores que consume toda su renta corriente. Dicha renta se compone de la suma de sus ingresos salariales y como se mencionó arriba, de las transferencias que reciben por parte de los propietarios de activos en vivienda. En este contexto, los consumidores del tipo “*rule-of-thumb*” no tienen acceso a crédito no-colateralizado pero tiene acceso a créditos cuya garantía es su vivienda. El monto que pueden pedir prestado dando como garantía sus viviendas está representado por la “transferencia” recibida de los propietarios de vivienda. El consumo de este grupo de consumidores está dada por:

$$C_t^R = W_t L_t^R + \Pi_t \quad (13)$$

Donde  $\Pi_t$  representa las “transferencias” que reciben éstos consumidores de los propietarios de vivienda para financiar su consumo corriente.

Finalmente, la oferta laboral de estos consumidores está dada por

$$W_t = \xi \frac{C_t^R}{(1 - L_t^R)} \quad (14)$$

Denotando como  $0 < n < 1$  a la fracción de consumidores que actúan bajo hipótesis de renta permanente, el consumo agregado está dado por:

$$C_t = nC_t^p + (1-n)C_t^R \quad (15)$$

Las demandas para cada uno de los bienes de consumo y los servicios de vivienda están dadas por

$$c_t = \gamma \left( \frac{P_{c,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t \quad (16)$$

$$h_t = \gamma \left( \frac{P_{h,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t \quad (17)$$

La oferta laboral agregada por

$$L_t = nL_t^p + (1-n)L_t^R \quad (18)$$

Y de acuerdo con (12) y (14), el salario real está determinado por

$$W_t = \xi \frac{C_t}{(1-L_t)} \quad (19)$$

Finalmente, en equilibrio, los depósitos de los hogares en el sistema financiero,  $S_t$  igualan el valor de los fondos prestables ofrecidos a los propietarios de viviendas para la financiación de mayor formación de capital,  $b_t$

$$S_t = b_t \quad (20)$$

#### **4.1.3 Los propietarios de viviendas: la Demanda de Capital en Vivienda y el papel de la Riqueza Neta**

Como se mencionó anteriormente, existe un grupo de individuos dentro de los hogares que toma decisiones de inversión en vivienda y para tal efecto obtiene financiamiento de los intermediarios financieros. Estos individuos son los propietarios de vivienda. Al pedir prestado, los propietarios afrontan una prima de financiamiento externo ocasionada por asimetrías de información.

Los propietarios de viviendas las adquieren a un precio relativo  $q_t = Q_t / P_t$  y las rentan a los consumidores al precio de arrendamiento  $P_{h,t+1}$ . Ellos financian sus adquisiciones de

vivienda parcialmente con su propia riqueza neta disponible al final del período  $t$ ,  $N_{t+1}$ , y parcialmente mediante la emisión de bonos reales,  $b_{t+1}$ . Por tanto, la financiación de capital está dividida entre riqueza neta y deuda, de la siguiente manera,

$$q_t h_{t+1} = N_{t+1} + b_{t+1} \quad (21)$$

Observe que la riqueza neta de los propietarios es en esencia el valor del capital neto de deuda  $N_{t+1} = q_t h_{t+1} - b_{t+1}$ .

La demanda de viviendas depende de dos componentes. El retorno esperado del capital y los costos de financiamiento marginales esperados. En cuanto al retorno esperado del capital tenemos que una unidad de capital en vivienda comprada en el tiempo  $t$  y rentado en el tiempo  $t+1$  debe rendir la siguiente tasa bruta esperada de retorno:

$$E_t[R_{h,t+1}] = \left[ \frac{X_{h,t+1} + (1-\delta)q_{t+1}}{q_t} \right] \quad (22)$$

donde  $0 < \delta < 1$  es la tasa de depreciación de las viviendas y  $X_{h,t+1}$  es el precio relativo de arrendamiento de la vivienda.

Por su parte, el costo marginal de pedir prestado depende de las condiciones financieras del hogar. Siguiendo a *BGG (1999)*, los bancos no pueden observar a la perfección la capacidad de pago del deudor así que enfrentan un costo de auditoria por verificación capacidad de pago. El contrato óptimo será por tanto un contrato de deuda, y cuando el deudor anuncia que no puede pagar, el banco toma posesión de los activos del deudor. Desde el punto de vista del hogar estos costos de auditoria se pueden interpretar como el costo de los procedimientos legales para valorar los activos del deudor y los costos de administración de vender la vivienda para cobrar el valor del colateral. La probabilidad de no pago está ligada al nivel de apalancamiento del deudor. Entonces, la riqueza neta de estos agentes juega un papel crítico en la dinámica del modelo. La riqueza neta importa porque la posición financiera de un prestatario es un determinante muy importante de los costos de financiamiento externo que éste va a afrontar. Niveles altos de riqueza neta le permitirán incrementar su auto-financiamiento (equivalentemente, su financiamiento externo colateralizado), mitigando los problemas de agente-principal asociados al financiamiento externo y reduciendo el *premium* que el agente enfrentará.

Por definición, el costo marginal de los fondos externos del propietario de vivienda es el producto del *premium* bruto por financiamiento con fondos externos y el costo de oportunidad real de dichos fondos que se hubiese obtenido en un mercado de capitales sin fricciones. En lugar de presentar los detalles del problema de agente principal aquí, simplemente tomamos la siguiente conclusión de *BGG (1999)*: El *premium* de financiamiento externo,  $\Omega_t$ , puede ser expresado como una función decreciente de la relación de riqueza neta-acervo de capital en vivienda ( $N_{t+1}/q_t h_{t+1}$ ). Por lo tanto, la demanda por capital (en vivienda) de los propietarios satisface la siguiente condición de optimalidad:

$$E_t[R_{h,t+1}] = \Omega(N_{t+1}/q_t h_{t+1})R_{t+1} \quad \Omega'_t < 0 \quad (23)$$

Siendo  $R_t$ , la tasa bruta libre de riesgo. Bajo el supuesto de actitud neutral al riesgo, en *BGG* se muestra que todos los agentes escogen el mismo nivel de apalancamiento.

Por último, el comportamiento dinámico de la demanda de capital (en vivienda) y del retorno del capital (en vivienda) dependen de la evolución de la riqueza neta de los propietarios de vivienda. Tenemos por tanto que la riqueza neta de los propietarios en vivienda es una variable de estado. Denotando  $V_t$  al valor del acervo de capital en vivienda al comienzo de período  $t$ , neto del costo de deuda hipotecaria, entonces al final de período  $t+1$ , podemos expresar la riqueza neta de los propietarios de vivienda después de hacer las transferencias a los consumidores,  $\Pi_t$ , como

$$N_{t+1} = V_t - \Pi_t \quad (24)$$

Donde

$$V_t = R_{h,t} q_{t-1} h_t - \Omega(N_t / q_{t-1} h_t) R_t b_{t-1} \quad (25)$$

y  $R_{h,t}$  es el retorno *ex-post* del capital en vivienda y  $\Omega(N_t / q_{t-1} h_t) R_t$  es el costo *ex-post* de pedir prestado. El valor de las transferencias que los propietarios de vivienda hacen a los consumidores,  $\Pi_t$ , es una función creciente de la riqueza neta de los hogares relativa a su deuda, o relación de apalancamiento:

$$\Pi_t = \chi(N_{t+1}/q_t h_{t+1}) \quad \text{con} \quad \chi' > 0 \quad \text{y con} \quad \chi(\phi) = \Pi \quad (26)$$

Siendo  $N_t$  es el valor de la riqueza neta en vivienda,  $q_t$  es el precio relativo del acervo de capital en vivienda y  $h_t$  son las unidades de vivienda y  $\phi$  el nivel de estado estacionario de la relación de apalancamiento<sup>8</sup>.

Las ecuaciones (23), (24) y (25) sugieren que la principal fuente de movimientos en la riqueza neta proviene de cambios no anticipados en los retornos del capital en vivienda y en los costos de pedir prestado.

Como vimos anteriormente, el consumo de los hogares es función tanto de la tasa de interés libre de riesgo como del valor de los activos en vivienda a través de la relación de transferencias,  $\Pi_t$ . Cuando los precios de la vivienda se incrementan, los hogares se ven enfrentados a escoger entre las siguientes dos opciones: incrementar la transferencia a los consumidores y por lo tanto el consumo hoy. O mantener el consumo presente constante, y utilizar el incremento en el valor de su acervo de capital para obtener mejores condiciones crediticias, es decir reducir el *premium* y el costo *ex-post*  $\Omega(N_t / q_{t-1} h_t) R_t$  de financiar inversión en vivienda.

Finalmente, en el equilibrio general, existe una clase de efecto acelerador, como veremos más adelante. Un incremento no anticipado de los precios de los activos en vivienda eleva la riqueza neta más que proporcionalmente, disminuye el *premium*, lo cual estimula la inversión en vivienda y esto a su vez eleva los precios de los activos en vivienda aún más.

## 4.2 Firmas

El modelo considera productores de viviendas y productores de bienes de consumo. En esta sección se describe la producción de viviendas, la producción de bienes de consumo y los mecanismos de fijación de precios en cada uno de estos sectores.

### 4.2.1 Productores de vivienda y el precio de los activos en vivienda

En un mercado competitivo de capital, los productores de capital compran bienes de consumo final y los utilizan en la producción de viviendas. La inversión de  $I_t$  unidades de bienes de consumo produce  $\Phi\left(\frac{I_t}{h_t}\right) h_t$  unidades de viviendas nuevas. La firma se enfrenta al problema

---

<sup>8</sup> En la calibración del modelo,  $\phi$  se fija como el promedio de la relación de apalancamiento en el sector de vivienda observado en Colombia entre 1980 y 2000.

de maximizar su flujo de caja donde los incrementos netos en el acervo de capital están sujetos a costos de ajuste, de tal manera que se supone que  $\Phi\left(\frac{I_t}{h_t}\right)$  es creciente y cóncava. Se incluyen costos de ajuste para permitir que el precio del capital sea variable, ya que como se describió anteriormente, la variabilidad del precio de los activos contribuye a la variabilidad de la riqueza neta de los propietarios de vivienda. En equilibrio, dada la función de costos de ajuste, el precio de una unidad de capital en términos del numerario,  $q_t$ , está dado por

$$\frac{q_t}{X_{c,t}} = \Phi\left(\frac{I_t}{h_t}\right) \quad (27)$$

donde  $X_{c,t}$  es el precio relativo de los bienes de consumo. La ecuación (27) dice que el precio de los activos en vivienda está determinado por una *teoría-q* de la inversión.

#### 4.2.2 Productores de bienes de consumo, fijación de precios e inflación

La tecnología de producción es una función Cobb-Douglas, bajo el supuesto que en el corto plazo el capital es fijo y el único insumo de producción variable es el trabajo:

$$y_t(z) = A_t \bar{K}^\alpha L_t(z)^{(1-\alpha)} \quad (28)$$

Donde  $y_t, L_t, K_t$  representan la producción interna, el trabajo y el capital, respectivamente.

El sector de productores de bienes de consumo es la fuente de la rigidez nominal en esta economía. Se supone que los precios se fijan de forma escalonada, siguiendo la aproximación de Calvo (1983). Cada vendedor de bien de consumo renueva sus precios con una probabilidad  $(1-\theta)$ , independientemente del tiempo transcurrido desde el último ajuste de precios. Por lo tanto, en cada período una proporción  $(1-\theta)$  de productores ajusta precios, mientras que una fracción  $\theta$  los mantiene fijos. De acuerdo con esto, el tiempo esperado de que un precio permanezca fijo está dado por  $1/(1-\theta)$ . Por ejemplo, si  $\theta = 0.75$  por trimestre, los precios estarán fijos, en promedio, cuatro trimestres.

El vendedor  $z$  que va a ajustar sus precios, escoge el precio de tal manera que maximice la función inter-temporal de beneficios

$$E_t \sum_{s=t}^{\infty} \theta \beta^{s-t} \lambda_s [p_s(z) y_s(z) - TC_s(y_s(z))] \quad (29)$$

sujeto a su condición de demanda:

$$y_t(z) = \left( \frac{p_t(z)}{P_{c,t}} \right)^{-\varepsilon} Y_t$$

donde  $\lambda_t$  es la tasa marginal inter-temporal de sustitución,  $TC_t(y_t(z))$  es el costo total y  $Y_t$  es la demanda agregada por bienes de consumo.

La condición de primer orden para el precio óptimo esta dada

$$0 = E_t \sum_{s=t}^{\infty} (\theta\beta)^{s-t} \lambda_s \left[ (1-\varepsilon)y_s(z) + \varepsilon MC_s(\cdot) \frac{y_s(z)}{p_s(z)} \right] \quad (30)$$

La condición de primer orden (30) dice que la firma fija el precio esperado como un *mark-up*,  $\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}$ , sobre el costo marginal esperado. A partir de la ecuación (30), se puede obtener una variante de la Curva de Phillips Neo-Keynesiana (ver apéndice B).

$$(26) \quad \bar{\pi}_{c,t} = \kappa_1 m \bar{c}_t + \beta E_t \bar{\pi}_{c,t+1}$$

Donde  $\kappa_1 = \left( \frac{1-\theta}{\theta} \right) (1-\theta\beta)$  y  $\bar{\pi}_{c,t}$  es la tasa de inflación de la desviación del estado estacionario del nivel de precios de los bienes de consumo.

### 4.3 Restricción de Recursos

Los consumidores, los productores de capital, y el gobierno compran los bienes finales. Por tanto la restricción de recursos para el mercado de bienes de consumo está dada por

$$Y_t = c_t + I_t + G_t \quad (31)$$

Por su parte, el acervo de capital evoluciona de acuerdo con

$$h_{t+1} = \delta I_t + (1-\delta)h_t \quad (32)$$

### 4.4 Restricción Presupuestal del Gobierno

Se supone que el gobierno financia sus gastos con impuestos de suma fija y con creación de dinero,

$$G_t = \frac{M_t - M_{t-1}}{P_t} + T_t \quad (33)$$

#### 4.5 Política Monetaria

El instrumento de política monetaria es la tasa de interés nominal. El banco central adopta una regla de feedback que hace que la tasa de interés se ajuste a desviaciones de la tasa de inflación de un determinado nivel objetivo. Adicionalmente, se permite un coeficiente de ajuste parcial para capturar el suavizamiento de tasas de interés de política que aparece en los datos.

$$\hat{R}_t^n = \rho_R \hat{R}_{t-1}^n + \gamma_\pi \hat{\pi}_t + \varepsilon_{R,t} \quad (34)$$

El modelo log-linearizado alrededor del estado estacionario se describe en el apéndice A.

### 5. Parametrización del modelo.

#### 5.1 La relación entre la hoja de balance de los hogares, el consumo, la inversión y la demanda agregada.

Siguiendo el comentario de Gilchrist (2002), cualquier modelo con costos de ajuste puede generar correlaciones positivas entre los precios de la vivienda, el consumo y el producto ante cambios en la tasa de interés real. Por tanto, es importante establecer una evidencia empírica de un mecanismo de acelerador financiero que relacione directamente los precios de la vivienda con el comportamiento del consumo y la inversión.

Por lo tanto, antes de hacer la completa parametrización del modelo, presentaremos un esquema de identificación claro en dónde es posible probar la evidencia de que la hoja de balance de los hogares tiene alguna influencia en la demanda agregada. Para tal efecto seguiremos a Gilchrist (2002) quien sugiere que a partir de cinco relaciones básicas del modelo de la sección anterior podremos estimar una curva IS dinámica.

Primero se log-lineariza el modelo alrededor del estado estacionario y se representan con “gorros” las desviaciones logarítmicas del estado estacionario (apéndice A). Luego se interrelacionan las ecuaciones básicas por el lado de la demanda. La primera corresponde a los consumidores que se pueden aproximar bajo la hipótesis de renta permanente que satisfacen la ecuación convencional de Euler,

$$\widehat{C}_t^P = E_t \widehat{C}_{t+1}^P - \beta \widehat{R}_{t+1}, \quad (11.1)$$

Recordemos que como  $\widehat{R}_{t+1}$  es la desviación de tasa real de retorno libre de riesgo de su estado estacionario; se trata de una variable ruido blanco.

La segunda ecuación corresponde a los consumidores considerados “*rule-of-thumb*” cuyo consumo está vinculado a la hoja de balance mediante las “transferencias” que reciben de los propietarios de vivienda. El consumo de estos agentes aumenta cuando el valor de la relación entre la riqueza neta-acervo de capital en vivienda aumenta:

$$\widehat{C}_t^R = s(\widehat{N}_{t+1} - \widehat{q}_t - \widehat{h}_{t+1}) \quad s > 0 \quad \text{donde } s \equiv \frac{\chi'(\theta)}{\chi(\theta)} \theta \quad (13.1)$$

Dónde  $N_t$  representa activos netos en vivienda, mientras que  $q_t + h_t$  representa inversión en vivienda y  $\phi$  la relación de apalancamiento de estado estacionario.

La tercera es la ecuación de inversión en vivienda, la cual también satisface una ecuación de Euler motivada en costos de ajuste

$$\widehat{I}_t = E_t \widehat{I}_{t+1} - \beta \widehat{R}_{t+1}^h \quad (27.1)$$

Donde  $\widehat{R}_{t+1}^h$  es la desviación de la tasa de retorno de la vivienda de su estado estacionario.

Para cerrar la curva IS, se especifica una relación negativa entre el *premium* de la tasa de retorno de la vivienda y la relación de apalancamiento, que representa la ecuación de acelerador financiero:

$$\{R_{t+1}^h - R_{t+1}\} = v(\widehat{q}_t + \widehat{h}_t - \widehat{N}_t), \quad v > 0 \quad ; \quad v \equiv \frac{\Omega'(\theta)}{\Omega(\theta)} \theta \quad (23.1)$$

Por último, la desviación de la demanda agregada de su estado estacionario es un promedio ponderado de las desviaciones de los componentes del gasto de sus correspondientes valores de equilibrio,

$$\widehat{Y}_t = w_p \widehat{C}_t^P + w_R \widehat{C}_t^R + w_i \widehat{I}_t \quad (34)$$

Bajo el supuesto que  $\beta = 1$  y remplazando (11.1), (13.1), (27.1) y (23.1) en (34), resulta la siguiente curva IS dinámica:

$$Y_t - w_r s(N_t - q_t - h_t) = E_{t+1} \{Y_{t+1} - w_r s(N_{t+1} - q_{t+1} - h_{t+1})\} - (w_p + w_i) E_t \{R_{t+1}\} + w_i v(N_t - q_t - h_t) \quad (35)$$

Iterando hacia delante se obtiene

$$Y_t = w_r s(N_t - q_t - h_t) - \sigma E_t \sum_{i=1}^{\infty} R_{t+i} + w_i v \sum_{i=1}^{\infty} (N_{t+i} - q_{t+i} - h_{t+i}), \quad (36)$$

Donde  $\sigma = (w_p + w_i)$ , la elasticidad de la demanda agregada a cambios en la tasa de interés.

El primer término del lado derecho de la ecuación (36) implica que la demanda agregada depende de las condiciones de la hoja de balance de los hogares en el período corriente. El último término implica que la demanda agregada también depende de condiciones futuras en la hoja de balance, esta última relación proviene de la naturaleza *forward-looking* de las decisiones de inversión en vivienda.

La evidencia empírica entre la hoja de balance de los hogares y el consumo, así como la de la existencia de un mecanismo de acelerador financiero se obtiene mediante la estimación de la curva de demanda agregada descrita arriba. Como brecha del producto se utiliza una medida a partir del enfoque de producción de Lucas. La brecha de la tasa de interés real es una desviación de un filtro de Hodrick y Prescott utilizando la tasa de los depósitos a término a 90 días. El acervo de capital en vivienda se basa en estimaciones de Planeación Nacional y GRECO (2002). La cartera de vivienda tiene como fuente la información de la Superintendencia Bancaria y del ICAV.

Para  $w_r$  y  $w_i$  se toman los valores observados en los datos, 0.38 y 0.15 respectivamente. Como método de estimación utilizamos el Metodo Generalizado de Momentos, (*GMM*) para mejorar los grados de libertad en nuestras estimaciones dada la limitada cantidad de datos (1990:1 2000:4). El vector de instrumentos utilizados para conformar las condiciones de ortogonalidad es  $\{I, \bar{Y}_{t-2}, \bar{Y}_{t-3}, (\bar{R}_{h,t} - \bar{R}_t), (\bar{R}_{h,t-1} - \bar{R}_{t-1}), \bar{R}_t, \bar{R}_{t-1}, \bar{q}_t, \bar{q}_{t-1}\}$ .

Los resultados se muestran en el cuadro 2. Además de los estadísticos  $t$  y sus *p-values*, reportamos un *test* estadístico,  $J_T$ , para probar la validez de las restricciones de sobre-identificación que implica el modelo; este tiene una distribución  $\chi_{p-q}$  (donde  $p$  es el numero de condiciones de momento y  $q$  el número de parámetros a estimar).

Cuadro 2  
 Demanda Agregada y la hoja de balance  
 Parámetros estimados, t-estadísticos y P-values

Parámetro	Estimación	t-estadístico	P-value
<b>s</b>	0.930	3.117	0.004
<b>σ</b>	-0.066	-3.767	0.001
<b>v</b>	0.814	2.527	0.016
$J(T) =$	2.053		

Sample adjusted 1990:4 2000:4

\*Newey-West HAC Standard Errors & Covariance

Bandwidth: Fixed (4.5)

Kernel: Quadratic Spectral

Adjusted R-squared 0.7042

$J(T)$  (5% significancia) = 5.762

Como se puede observar, la elasticidad del consumo al valor de la hoja de balance,  $s$ , tiene el signo esperado y es significativa. Del mismo modo, la sensibilidad de la inversión en vivienda a la hoja de balance,  $v$ , presenta el signo esperado y también es significativa. Esta es una fuerte evidencia de la presencia de un efecto de *acelerador financiero* en la economía colombiana. La respuesta de la demanda agregada a la brecha de la tasa de interés real presenta el signo esperado y es significativa.

El estadístico  $J(T)$ , es 2.053 La hipótesis nula es que el modelo está correctamente especificado. Se compara este valor con el de una  $\chi^2_3$  al cinco por ciento de significancia, que es de 5.762. Así que no rechazamos la hipótesis nula que el modelo está correctamente especificado. La conclusión en esta sección para la calibración del modelo es que existe una relación bien identificada entre la hoja de balance de los hogares y la demanda agregada de la economía. El valor de los parámetros  $s$  y  $v$  que finalmente se utilizaron para replicar el comportamiento del consumo y la inversión en vivienda fueron de 3 y 0.5, respectivamente. El valor de estos parámetros se escogió de tal manera que la función de impulso respuesta del consumo y la inversión en vivienda, ante un choque de política monetaria, replicara la respuesta máxima que se observa en los datos de acuerdo con un VAR no restringido que se estimó para el período 1990:1-1999:4 (gráfico 2).

## 5.2 Los demás parámetros del modelo

Los parámetros tratan de fijarse de acuerdo con estimaciones preliminares realizados en otros estudios para la economía Colombiana.

### 5.2.1 Preferencias

La tasa de descuento trimestral se fijó en un valor de 0.97 de acuerdo con estimaciones de Bejarano (2003) y López (2001) para Colombia. Por lo tanto la tasa de interés real de estado estacionario,  $1/\beta$  es de 1.03 (4.12 por ciento anual). La participación de los bienes de consumo dentro del consumo de los hogares, representada por el parámetro  $\gamma$ , se calibra con un valor de 0.65, cerca del valor en los datos agregados que es de aproximadamente 0.60. La elasticidad de sustitución entre bienes de consumo y los servicios de arrendamiento,  $\eta$ , se fijó en 1. Como es usual en la literatura de ciclos de los negocios, el parámetro  $\xi$  en la función de utilidad se fijó de tal manera que la elasticidad de la oferta laboral sea 3 y la de horas trabajadas relativas a las horas disponibles sea 1/3. La fracción de consumidores que se comporta bajo la hipótesis de renta permanente, es decir que tienen la posibilidad de suavizar consumo, se fijó en un valor de 0.2. Para el período 1955-1989, López (1994) estimó que esta fracción de consumidores estaría en un rango de 0.1 a 0.4

### 5.2.2 La Tecnología

La participación del capital en la producción agregada,  $\alpha$ , se fijó en 0.35, de acuerdo con estimaciones de GRECO (2002, cap3) que estima un rango entre 0.36 y 0.42 para éste parámetro. La tasa de depreciación trimestral para el acervo de capital en vivienda,  $\delta$ , tiene un valor de 0.025. La elasticidad del precio del capital con respecto a la relación inversión-capital,  $\Psi$ , se fijó en 1.0 (los valores razonables en la literatura acerca de costos de ajuste están entre 0 y 1.0 de acuerdo con Chirinko (1993)). En cuanto a la probabilidad que las firmas no ajusten precios,  $\theta$ , se utilizó un valor de 0.8 de acuerdo con una de las estimaciones de Bejarano (2003)<sup>9</sup>. Esta probabilidad implica un período promedio de ajuste de precios de 5

---

<sup>9</sup> Véase Bejarano, J (2004).

trimestres. Estos parámetros implican una relación de Inversión-Producto cercana a 0.16. Finalmente, el parámetro autorregresivo del choque de productividad,  $\rho_A$ , se fijó en 0.9<sup>10</sup>.

### 5.2.3 Premium de financiamiento externo

El Premium de financiamiento de estado estacionario corresponde a la diferencia histórica promedio entre las tasas reales de captación y colocación en el sector de vivienda,  $\bar{R}_h - \bar{R}$ , de quinientos puntos base, en la década de los noventa. Por último, como valor de estado estacionario de la relación de apalancamiento o riqueza neta-capital,  $\phi$ , se utiliza su valor promedio histórico desde 1980, que es de 0.8.

### 5.2.4 Política del Gobierno

En la regla de política el coeficiente de *feedback* de la inflación,  $\gamma_\pi$ , se fijó en 1.4 y el coeficiente auto-regresivo  $\rho_R$  en 0.75. Para el choque de demanda agregada,  $\rho_G$  se fijó en 0.9. Finalmente, se fijó la relación gasto del gobierno a producto, G/Y, de estado estacionario, en 0.20. Este valor puede ser un poco alto considerando que el promedio histórico antes de los 90 estuvo alrededor del 11 por ciento del producto. Sin embargo en la década de los noventa el gasto se ha estabilizado en un nivel cercano al 20 por ciento del producto.

## 6. Resultados del Modelo

El primero de nuestros experimentos es considerar el efecto de los choques de política monetaria sin tener en cuenta y teniendo en cuenta el acelerador financiero. El otro experimento consiste en analizar el efecto de la regulación financiera que se introdujo en el mercado de vivienda en 1999.

### 6.1 Papel del mecanismo de acelerador financiero

La gráfica 4 reporta las respuestas de las variables de interés ante una política monetaria expansiva utilizando el modelo descrito en la sección 4. En cada figura, la línea punteada

---

<sup>10</sup> Nótese que por simplicidad se supone que en el largo plazo la tasa de crecimiento del cambio tecnológico es cero.

representa los impulsos respuesta del modelo antes de activar el mecanismo de acelerador financiero, ecuación (23). La línea sólida indica la respuesta observada en el modelo completo; incluyendo el acelerador financiero.

Cuando se activa el mecanismo de acelerador financiero, la magnitud de la respuesta de los precios de la vivienda, de la inversión en vivienda y del consumo en bienes durables ante una disminución de 50 puntos base en la tasa de interés, corresponde a la respuesta pico observada en el VAR estimado para Colombia que se describió en la sección 2. Esto es, la inversión en vivienda se incrementa en 52 puntos base, los precios de la vivienda se incrementan en cerca de 30 puntos base, y el consumo en bienes no durables se incrementa en 55 puntos base.

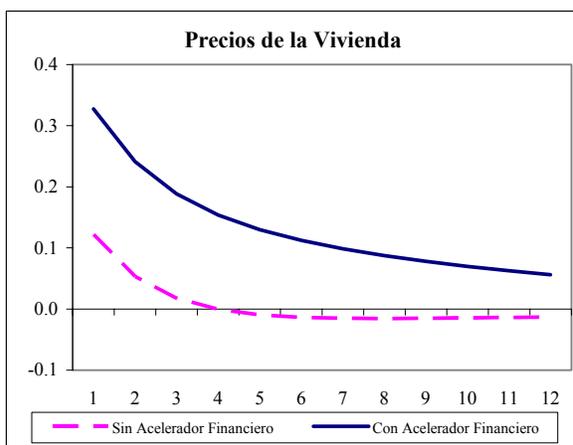
En el VAR el impacto de la política monetaria sobre estas variables es prácticamente el mismo pero el rezago en la transmisión de la política está alrededor de 5 trimestres. En éste estudio, como en el de Aoki et al (2001), Benanke et al (1999), Schmitt y Uribe (2004), el principal objetivo es el de capturar la magnitud de la respuesta de las variables macro ante ciertos choques en la economía. Un siguiente paso podría ser el de involucrar en el modelo característica como por ejemplo rezagos en la inversión o el consumo para modelar el rezago en la transmisión de la política monetaria.

Mediante la comparación de las dos líneas presentadas en el gráfico 4, se puede calcular la proporción aproximada de la variación en los precios de la vivienda, la inversión en vivienda y el consumo de bienes durables que se explica por el mecanismo del acelerador financiero. Con respecto a los resultados del VAR, la respuesta de los precios de la vivienda y la inversión en vivienda es muy baja en ausencia del mecanismo de acelerador financiero. La respuesta pico en el consumo es de 52 puntos base, la de los precios de la vivienda de 12 puntos base y la de la inversión en vivienda de 30 puntos base. Al introducir el mecanismo de acelerador financiero, la respuesta de la inversión sube a 52 puntos base (un 40% mayor) y la de los precios de la vivienda a 30 puntos base (un poco más del doble), respuestas que están mucho más en línea con la evidencia observada en el VAR.

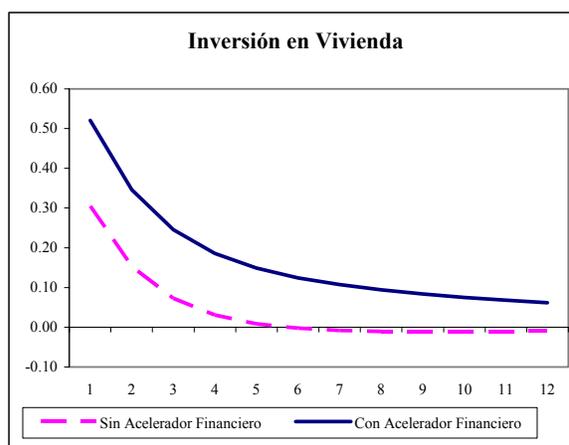
El impacto del acelerador financiero se puede seguir con el comportamiento del *premium* de financiamiento externo, el cual es pasivo antes de activar el mecanismo de acelerador financiero y cae de forma brusca cuando se activa. La caída no anticipada en la tasa de fondos prestables estimula la demanda de capital, la cual a su vez eleva la inversión y el

precio del capital. El incremento no anticipado en los precios de los activos eleva el valor de la riqueza neta, haciendo que el valor del Premium caiga, lo cual estimula aún más tanto la inversión como el consumo. Por tanto, la fricción en el mercado de crédito amplifica y propaga el choque en la economía.

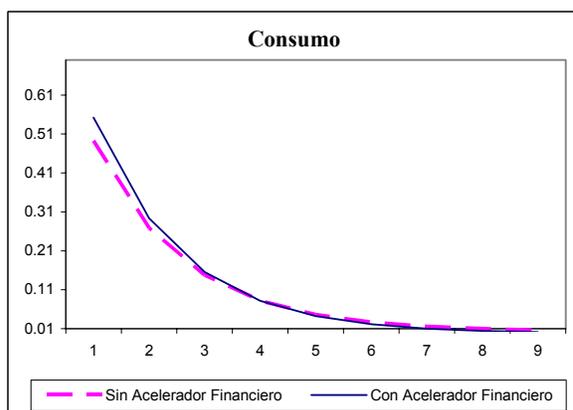
**Gráfico 4**  
**Respuesta a 50 puntos base de una Política Monetaria Expansiva**  
**Según Modelo Teórico**  
**4.1**



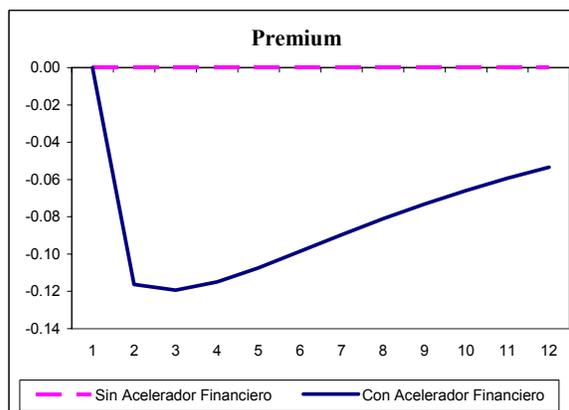
**4.2**



**4.3**



**4.4**



## 6.2 Cambio estructural en el mercado de crédito para vivienda

En la sección 2.3 se mostró que a partir de 2000 la nueva regulación en el mercado de financiación de vivienda introdujo un cambio estructural en el mercado. Como resultado de la mayor regulación en el sector de financiación de vivienda, y de la crisis que afectó al sector a finales de la década, la hoja de balance de los hogares ha cambiado sustancialmente.

Adicionalmente, las posibilidades para los hogares de obtener crédito no-colateralizado, como créditos de consumo y de libre inversión, son mayores. En el modelo, dichos cambios se reflejan en primer lugar en un nivel relación riqueza neta-capital en vivienda de estado estacionario superior a la observada en la década de los noventa.

El gráfico 5 muestra los efectos sobre la inversión en vivienda, precios de la vivienda, consumo y el *premium* de pasar de una relación riqueza neta-capital de estado estacionario de 0.8 a una de 0.9. Este cambio tiene como efecto el de amortiguar la magnitud de la respuesta de la inversión, los precios de la vivienda y el consumo durable ante un cambio en la tasa de interés doméstica. La intuición del resultado es la siguiente. Cuando hay un techo a las tasas de interés de colocación, ante una política monetaria expansiva los intermediarios financieros no bajan sus tasas de colocación en la misma magnitud en que lo hacían que antes de existir la regulación. Esto hace que el *premium* entre la tasa de colocación y la tasa libre de riesgo sea menor pero más alto que el que cobraban antes de existir la regulación. Dado que el *premium* de financiamiento cae pero en menor medida que antes de existir la regulación, los precios de la vivienda, la inversión y el consumo aumentan pero en menor cuantía.

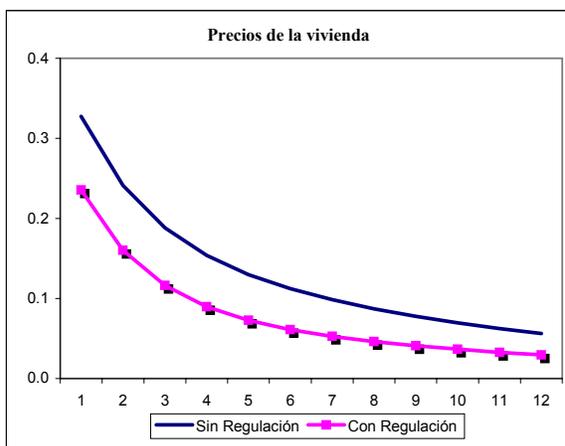
En el cuadro 3 resumimos estos resultados. El impacto cuantitativo de la regulación al sistema financiero es reducir la respuesta pico de un choque de política sobre la inversión en vivienda en un 20%, sobre los precios de la vivienda en un 25% y sobre el consumo en un 28%. No obstante, aún después de la introducción de reformas al mercado de financiación de vivienda, el mecanismo de acelerador financiero sigue actuando para amplificar en cerca del 25% la respuesta de la inversión ante cambios en la tasa de interés.

**Cuadro 3**  
**Respuestas del modelo bajo diferentes supuestos acerca del acelerador financiero**

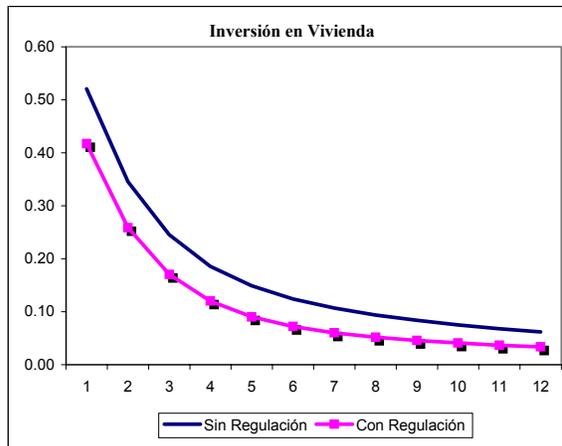
Respuesta pico de:	Sin acelerador Financiero	Con acelerador Financiero	
		Antes de la Regulación	Después de la Regulación
$\bar{q}$	0.12	0.33	0.24
$\bar{I}$	0.30	0.52	0.42
$\bar{C}$	0.49	0.55	0.50

**Gráfico 5**  
**Respuesta a 50 puntos base de una Política Monetaria Expansiva**  
 Antes y Después de la Regulación Financiera de 1999

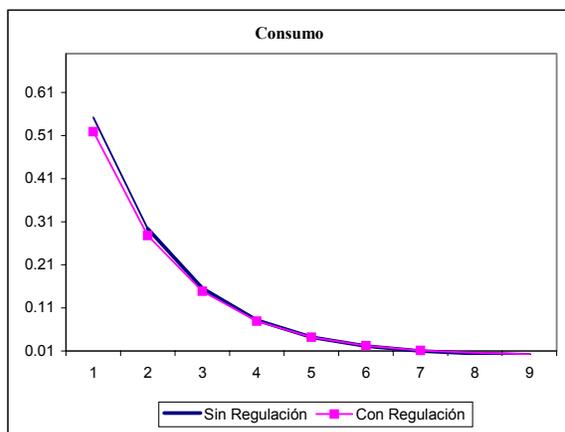
5.1



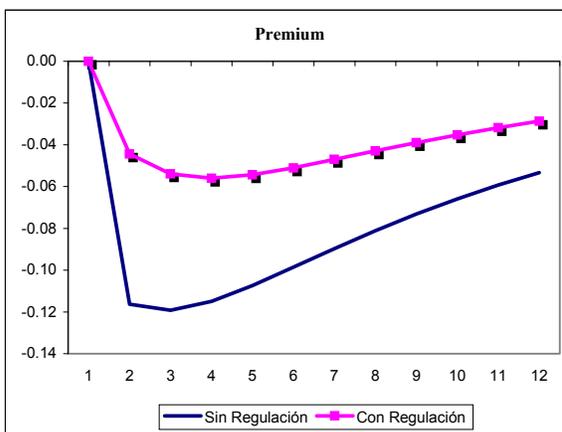
5.2



5.3



5.4



## 7. Conclusiones

En éste documento se calibró un modelo de equilibrio general que describe como los precios de los activos en vivienda tienen efectos de retroalimentación importantes con varias variables macroeconómicas. El modelo que se calibra es una modificación que Aoki, et al (2002) hicieron al modelo de acelerador financiero de Bernanke, et al (1999). Se muestra que el hecho que los activos en vivienda sean utilizados como colateral para disminuir los costos de agente relacionados con la actividad de endeudamiento, hace que el efecto de los choques de política monetaria sobre la inversión en vivienda, los precios de la vivienda y el consumo se

amplifiquen. En éste contexto, el cambio en las condiciones financieras de los hogares es un mecanismo que ayuda a amplificar los choques en la economía.

Mediante la estimación econométrica de una curva de demanda agregada dinámica microfundamentada, se presentó evidencia empírica de que existe un mecanismo de acelerador financiero que hace parte de la explicación del ciclo de la inversión en vivienda en Colombia. En la década de los noventa, el mecanismo de acelerador financiero explicó cerca del cuarenta por ciento de la respuesta de la inversión en vivienda y de los precios de la misma ante choques en las tasas de interés doméstica. También se presentó evidencia empírica que respalda la hipótesis que el consumo corriente de los hogares responde a los cambios en su hoja de balance.

Finalmente, un ejercicio de simulación sugiere que las reformas en la regulación del mercado de financiación de vivienda, que se introdujeron al mercado en 2000, podrían contribuir de una manera significativa a amortiguar la magnitud de la respuesta de la inversión en vivienda ante choques en las tasas de interés y que el mecanismo de acelerador financiero sigue siendo parte importante de la transmisión de la política monetaria.

## Apéndice A: Modelo log-linearizado

El modelo se log-linearizó alrededor del estado estacionario. Se supone que  $\phi$  es la razón de apalancamiento de estado estacionario y se normaliza la función de costos de inversión en vivienda haciendo que el precio relativo de la vivienda en estado estacionario sea la unidad. A continuación, las variables con gorros denotan desviaciones porcentuales del estado estacionario, y las variables sin subíndices de tiempo indican los valores de estado estacionario de las mismas.

### Demanda Agregada

$$\widehat{Y}_t = \frac{c}{Y} \widehat{c}_t + \frac{I}{Y} \widehat{I}_t + \frac{G}{Y} \widehat{G}_t \quad (\text{A1})$$

$$\widehat{C}_t = n_p \widehat{C}_t^p + (1 - n_p) \widehat{C}_t^r \quad (\text{A2})$$

$$\widehat{C}_t^p = E_t \widehat{C}_{t+1}^p - \widehat{R}_t \quad (\text{A3})$$

$$\widehat{C}_t^r = c_\omega \widehat{\omega}_t + (1 - c_\omega) \widehat{D}_t \quad (\text{A4})$$

$$\widehat{c}_t = \widehat{C}_t - \eta \widehat{X}_{c,t} \quad (\text{A5})$$

$$\widehat{h}_t = \widehat{C}_t - \eta \widehat{X}_{h,t} \quad (\text{A6})$$

$$\widehat{X}_{c,t} = -\frac{1-y}{y} \frac{X_h^{1-\eta}}{X_c^{1-\eta}} \widehat{X}_{h,t} \quad (\text{A7})$$

$$E_t \widehat{R}_{h,t+1} = \widehat{R}_{t+1} - \nu \left\{ \widehat{N}_{t+1} - (\widehat{q}_t - \widehat{h}_{t+1}) \right\} \quad (\text{A8})$$

$$\widehat{R}_{h,t+1} = (1 - \mu) \widehat{X}_{h,t} + \mu \widehat{q}_{t+1} - \widehat{q}_t \quad (\text{A9})$$

$$\widehat{q}_t = \Psi(\widehat{I}_t - \widehat{h}_t) + \widehat{X}_{c,t} \quad (\text{A10})$$

### Oferta Agregada

$$\widehat{Y}_t = \widehat{A}_t + (1 - \alpha) \widehat{L}_t \quad (\text{A-11})$$

$$m \widehat{c}_t = \widehat{\omega}_t + \frac{1}{1 - \alpha} \widehat{Y}_t - \frac{1}{1 - \alpha} \widehat{A}_t + \widehat{X}_{c,t} \quad (\text{A12})$$

$$\widehat{\omega}_t = \widehat{C}_t + \zeta \widehat{L}_t \quad (\text{A13})$$

$$\widehat{\pi}_{c,t} = \kappa_1 m \widehat{c}_t + \beta E_t \widehat{\pi}_{c,t+1} \quad (\text{A14})$$

### Evolución de las variables de estado

$$\widehat{h}_{t+1} = \delta \widehat{I}_t + (1 - \delta) \widehat{h}_t \quad (\text{A15})$$

$$\begin{aligned} \widehat{N}_{t+1} &= R_h \widehat{V}_t - (R_h - 1) \widehat{D}_t \\ &= R_h \left[ (1 + \theta) \widehat{R}_{h,t} - \theta \nu (\widehat{q}_{t-1} + \widehat{h}_t) + (1 + \theta \nu) \widehat{N}_t - \theta \widehat{R}_{t-1} \right] - (R_t - 1) \widehat{D}_t \end{aligned} \quad (\text{A16})$$

$$\widehat{D}_t = s \left( \widehat{N}_{t-1} - (\widehat{q}_t - \widehat{h}_{t+1}) \right) \quad (\text{A17})$$

### Política monetaria y choques exógenos

$$\begin{aligned} \widehat{R}_t^n &= p_R \widehat{R}_{t-1}^n + r_\pi \widehat{\pi}_t + \varepsilon_{R,t} \\ R_{t+1} &= R_{t+1} + E_t \pi_{t+1} \end{aligned} \quad (\text{A18})$$

$$\widehat{G}_t = p_G \widehat{G}_{t-1} + \varepsilon_{G,t} \quad (\text{A19})$$

$$\widehat{A}_t = p_A \widehat{A}_{t-1} + \varepsilon_{A,t} \quad (\text{A20})$$

con

$$\begin{aligned} n_p &\equiv n \frac{C^p}{C}, c_\omega \equiv \frac{\omega L^r}{C \omega} \\ \nu &\equiv \frac{f'(\theta)}{f(\theta)} \theta, \mu \equiv \frac{X^h}{X_h - (1 - \delta)} \\ s &\equiv \frac{\chi'(\theta)}{\chi(\theta)} \theta, \psi \equiv \frac{(\Phi(I/h)^{-1})'}{(\Phi(I/h)^{-1})''} \\ \kappa_1 &\equiv \left( \frac{1 - \theta}{\theta} \right) (1 - \theta \beta) \end{aligned}$$

La ecuación (A1) es la restricción de recursos. La ecuación (A2) define el consumo agregado compuesto por el consumo de los consumidores tipo hipótesis de renta *permanente* y los de tipo *rule-of-thumb* descrito por las ecuaciones (A3) y (A4). Las ecuaciones (A5) y (A6) son las demandas por bienes de consumo y servicios de vivienda, respectivamente. La ecuación (A7) es una identidad. Las ecuaciones (A8), (A9) y (A10) describen la demanda por inversión

en vivienda, siendo las versiones log-linearizadas de las ecuaciones 22, 23 y 27, respectivamente. La ecuación (A8) es la ecuación que describe el mecanismo de *acelerador financiero* describiendo la relación entre el *premium* de financiamiento y la relación riqueza neta-capital en vivienda. Al elevarse esta relación, se reduce el costo del financiamiento externo. La ecuación (A9) corresponde al retorno *ex post* de la inversión en vivienda.

La ecuación (A11) es la función de producción Cobb-Douglas log-linearizada, bajo el supuesto que el capital es fijo. Las ecuaciones (A12) y (A13) conjuntamente caracterizan el equilibrio en el mercado de trabajo. La ecuación (A14) es una variante de la curva de Phillips Neo Keynesiana cuya derivación se presenta abajo en el apéndice B.

La ecuación (A15) describe la evolución del acervo de capital en vivienda y la ecuación (A16) la evolución de la riqueza neta. La ecuación (A16) se obtiene a partir de la log-linearización de las ecuaciones 21, 24 y 25. La ecuación (A17) es la versión log-linearizada de la ecuación de transferencias 26.

La ecuación (A18) es la regla de política monetaria, donde la tasa de interés nominal de corto plazo es el instrumento de política. Las ecuaciones (A19) y (A20) representan los procesos que siguen los choques exógenos de gastos del gobierno y tecnológico.

## Apéndice B

1) Tomando la ecuación (30) podemos obtener una expresión para  $p(z)$  óptimo,

$$p_t^*(z) = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{E_t \sum_{s=t}^{\infty} (\theta\beta)^{s-t} \lambda_s MC_s(\bullet) y_s(z)}{E_t \sum_{s=t}^{\infty} (\theta\beta)^{s-t} \lambda_s y_s(z)} \quad (\text{B1})$$

Log-linearizando alrededor del estado estacionario, diferenciando con respecto a  $p_t(z)$  y eliminando el índice  $z$ , se obtiene la siguiente expresión en términos de desviaciones del estado estacionario,

$$\hat{P}_{c,t}^* = (1 - \theta\beta) E_t \sum_{s=t}^{\infty} (\theta\beta)^{s-t} \hat{mc}_s(\cdot) \Rightarrow \hat{P}_{c,t}^* = (1 - \theta\beta) \hat{mc}_s(\cdot) + (\theta\beta) E_t \hat{P}_{c,t+1}^* \quad (\text{B2})$$

Donde

$$\hat{P}_{c,t}^* \equiv \log(p_t^* - \bar{p}) \quad \text{y} \quad \hat{mc} \equiv \log(MC_t - \overline{MC})$$

Finalmente, se obtiene la ecuación de precios en términos reales restando  $\hat{P}_{c,t}$  de ambos lados de la ecuación (B2)

$$\hat{P}_{c,t}^* - \hat{P}_{c,t} = (1 - \theta)\hat{mcr}_t(\cdot) + E_t(\theta\beta)[\hat{P}_{c,t+1}^* - \hat{P}_{c,t}] \quad (\text{B3})$$

$\hat{mcr}_t(\cdot) \equiv [\hat{mc}_t(\cdot) - \hat{P}_{c,t}]$  es la desviación del costo marginal real de su estado estacionario.

2) Ahora, tomando el índice de precios agregado para los bienes de consumo como un índice de precios compuesto por los precios que se renovaron en el período  $t$  y los del período anterior,

$$p_t \equiv [(1 - \theta)(p_t^*)^{1-\sigma} + \theta(p_{t-1})^{1-\sigma}]^{1/(1-\sigma)}$$

$$(p_t)^{1-\sigma} \equiv (1 - \theta)(p_t^*)^{1-\sigma} + \theta(p_{t-1})^{1-\sigma}$$

Diferenciando con respecto a los tres precios,

$$(1 - \sigma)(\bar{p})^{-\sigma} (p_{c,t} - \bar{p}) = (1 - \theta)(1 - \sigma)(\bar{p})^{-\sigma} (p_t^* - \bar{p}) + \theta(1 - \sigma)(\bar{p})^{-\sigma} (p_{t-1} - \bar{p})$$

Dividiendo en  $(1 - \sigma)(\bar{p})^{1-\sigma}$

$$\left( \frac{p_t - \bar{p}}{\bar{p}} \right) = (1 - \theta) \left( \frac{p_t^* - \bar{p}}{\bar{p}} \right) + \theta \left( \frac{p_{t-1} - \bar{p}}{\bar{p}} \right)$$

Tomando logaritmos y representando con “gorros” y mayúsculas las desviaciones logarítmicas del estado estacionario se obtiene,

$$\hat{P}_{c,t} = (1 - \theta)\hat{P}_{c,t}^* + \theta\hat{P}_{c,t-1} \quad (\text{B4})$$

3) Utilizando (B4) para eliminar  $\hat{P}_{c,t}^*$  en la ecuación (B3) se obtiene la curva de Phillips Neo-Keynesiana

$$\left[ (1-\theta)^{-1} \hat{P}_{c,t} - (1-\theta)^{-1} \theta \hat{P}_{c,t-1} \right] - \hat{P}_{c,t} = (1-\theta\beta) \hat{mcr}_t(\cdot) + E_t(\theta\beta) \left[ (1-\theta)^{-1} \hat{P}_{c,t+1} - (1-\theta)^{-1} \theta \hat{P}_{c,t} \right] - \hat{P}_{c,t}$$

$$\theta(1-\theta)^{-1} (\hat{P}_{c,t} - \hat{P}_{c,t-1}) = (1-\theta\beta) \hat{mcr}_t(\cdot) + (\theta\beta)(1-\theta)^{-1} E_t(\hat{P}_{c,t+1} - \hat{P}_{c,t})$$

Denotando  $\pi_{c,t} \equiv (\hat{P}_{c,t} - \hat{P}_{c,t-1})$

$$\pi_{c,t} = (1-\theta\beta) \frac{(1-\theta)}{\theta} \hat{mcr}_t(\cdot) + \frac{(\theta\beta)}{\theta} E_t \pi_{c,t+1}$$

O

$$\pi_{c,t} = \left[ \frac{(1-\theta)(1-\theta\beta)}{\theta} \right] \hat{mcr}_t(\cdot) + \beta E_t \pi_{c,t+1} \quad \text{(B5)}$$

## Referencias

Aoki, K, Proudman, J y Vlieghe, G (2002) “House price, consumption and monetary policy: a financial accelerator approach”, *Banco de Inglaterra - Working Paper No.169*.

Bernanke, B, Gertler, M, y Gilchrist, S (1999) “The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework” *Handbook of Macroeconomics* (North Holland).

Bejarano R, Jesús (2004) “Estimación estructural y análisis de una curva de Phillips Neo-keynesiana para Colombia” *Tesis de Magíster Universidad el Rosario*.

Calvo, G (1983), “ Staggered prices in a utility-maximizing framework”, *Journal of Monetary Economics*, Vol 12.

Cardenas, M y Badel, A (2003) “La crisis de Financiamiento hipotecario en Colombia: Causas y Consecuencias”, documento que hace parte de un proyecto sobre financiamiento hipotecario en América Latina liderado por el *Banco Interamericano de Desarrollo* (BID).

Carrasquilla, A, Galindo, A, y Patrón, H (1994) “Endeudamiento e Inflación de Activos en Colombia”, documento presentado en el XIV Simposio Sobre Mercado de Capitales, Medellín.

Grupo de Estudios del Crecimiento Económico, GRECO (2002), *El crecimiento económico colombiano en el siglo XX*, Banco de la República-Fondo de Cultura Económica.

Lopez Mejía, Alejandro (1994) “La teoría del ingreso permanente y las restricciones de liquidez en Colombia”, *Estabilización y crecimiento*, Fedesarrollo-Tercer Mundo Editores.

Villar, L y Rincón H (2001) “Flujos de capital y regímenes cambiarios en la década de los noventa”, *Ensayos sobre Política Económica*, ESPE No. 39.