



BANCO DE LA REPUBLICA
Subgerencia de Estudios Económicos

Expectativas de actividad económica en Colombia y estructura a plazo: un poco más de evidencia

Luis Eduardo Arango y Luz Adriana Flórez *

Resumen

Se presenta evidencia clara a favor de la hipótesis de que la estructura a plazo real contiene información sobre las expectativas de la actividad económica en Colombia para los plazos entre 6 y 12, 6 y 24, y 12 y 24 meses adelante. Los signos de los coeficientes estimados son, en todos los casos, los que predice la teoría. La capacidad de pronóstico del modelo es mejor para el período entre 6 y 12 meses adelante que para periodos superiores.

Clasificación JEL: E43, E32

Palabras clave: estructura a plazo, spread de tasas de interés, expectativas de actividad económica, criterios de pronóstico.

* Investigador principal y asistente de investigación (estudiante de economía de la Universidad de Antioquia), respectivamente, de la Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la República. Las opiniones contenidas en este documento son responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a sus directivas. Se agradecen la colaboración de Norberto Rodríguez y Andrés Velasco y los comentarios de Lina Marcela Cardona, Luis Fernando Melo, Mario Ramos y de los asistentes al Seminario de la Universidad ICESI de Cali.

1. Introducción

Los precios de los activos suelen ser determinados por los mercados mirando hacia adelante. La razón de ello, es que, en condiciones normales, dichos precios equivalen al valor presente de la corriente de ingresos que reportaría el activo. Este valor presente se calcula utilizando un factor de descuento construido con base en una tasa de retorno nominal apropiada para cada momento en que se esperan recibir ingresos derivados del título que se posee. La tasa de retorno nominal contiene dos elementos conectados a la actividad económica futura: la tasa de interés real y las expectativas del mercado sobre la inflación, término este asociado, además, a la política económica futura.

Lo anterior pone de manifiesto que las tasas de interés utilizadas para determinar el precio de los activos contienen información sobre el desempeño económico futuro y que eventualmente es posible extraer total o parcialmente dicha información de las tasas de interés.

Este artículo tiene como propósito verificar la hipótesis de que, pese al estado de desarrollo temprano del mercado de deuda pública (TES-B renta fija denominados en pesos) en Colombia, el *spread* de las tasas de interés reales, definido como la diferencia en el retorno real de dos títulos de riesgo similar pero con fechas de vencimiento diferentes, contiene información sobre las expectativas del desempeño futuro de la economía. Esta hipótesis ya ha sido explorada previamente por Arango, Flórez y Arosemena (2004) con una técnica diferente. Los autores utilizaron como *proxy* de actividad económica los regímenes (momentos favorables o desfavorables de la economía) en que se encuentra el índice de producción industrial de acuerdo con una función de transición de un modelo no lineal (*STAR*) y, como variables independientes, el *spread* de las tasas de interés nominales y el diferencial de inflación¹. La evidencia presentada por los autores sugiere que tanto los *spreads* de las tasas de interés como los diferenciales de tasas de inflación contienen información que ayuda a predecir las expectativas de la actividad económica entre 12 y 24 meses adelante. Adicionalmente, su

¹ Su enfoque empírico se apoya en un modelo *multilogit* debido al carácter multinomial de la variable dependiente.

ejercicio muestra que si se incluyen otras variables distintas a las justificadas por el modelo teórico, como el crecimiento de los agregados monetarios, ni los *spreads* ni los diferenciales de inflación pierden capacidad informativa de acuerdo con la significancia y el signo de los coeficientes estimados.

El trabajo que presentamos ahora difiere de Arango, Flórez y Arosemena (2004) en varios aspectos. En primer lugar, las variables dependientes que se utilizan son la diferencia del logaritmo del índice de producción industrial (*IPR*) y la diferencia del logaritmo del índice del valor de las ventas industriales (*IVR*) los cuales se utilizan como *proxies* del crecimiento en el consumo. Estas variables son más fáciles de manejar que los regímenes de la actividad económica mencionados antes. En segundo lugar, este trabajo hace explícita una función de utilidad que permite hacer estimaciones del coeficiente de aversión al riesgo (véase Carrasquilla, Galindo y Patrón, 1994). Finalmente, en lugar de las expectativas de inflación requeridas por el modelo empleado, se hacen pronósticos explícitos de inflación para estimar las tasas de interés reales esperadas utilizando dos modelos distintos: uno no-paramétrico (*NP*) y un modelo no-lineal (*STR*) los cuales forman parte del conjunto de modelos empleados por el Banco de la República para hacer sus pronósticos de inflación. De esta manera, el enfoque de este ejercicio permite hacer pronósticos de manera más directa sobre el comportamiento esperado de la actividad económica futura.

Este documento se acerca más al enfoque de Harvey (1988, 1997) quien utiliza el modelo de determinación del precio de activos² para derivar una ecuación de pronóstico que relaciona la pendiente de la estructura a plazo de la tasas de interés con el crecimiento esperado del consumo.

El presente trabajo contribuye, en cierta medida, a la corriente de investigación sobre indicadores líderes para Colombia alimentada, entre otros, por Melo, French y Langebaek (1988), Maurer, Uribe y Birchenal (1996) y Melo, Nieto y Ramos (2003). Estos últimos, empleando un modelo de estado-espacio y el filtro de Kalman, estiman el

² Conocido en inglés como *consumption capital asset pricing model*, *CCAPM*, originalmente presentado por Breeden (1979).

crecimiento a 6 meses del indicador coincidente de la actividad económica colombiana, la cual es una variable latente en su modelo econométrico.

El documento consta de cinco secciones. La sección 1 es esta introducción. La sección 2 presenta el modelo que asocia las expectativas de la actividad económica futura con la estructura a plazo de las tasas de interés reales esperadas. La sección 3 describe los datos empleados y da las explicaciones sobre su tratamiento. La sección 4 discute los resultados econométricos. Finalmente, la sección 5 concluye.

2. Estructura a plazo y expectativas de la actividad económica futura

Se utiliza una versión del modelo de determinación de precios de activos basado en consumo (CCAPM, por su siglas en inglés), en el cual los retornos esperados y el crecimiento esperado del consumo están relacionados linealmente (Harvey, 1988). Por lo tanto, se puede predecir un comovimiento entre las tasas de interés reales esperadas y el crecimiento del consumo.

Con esta misma metodología, Martínez-Serna y Navarro-Arribas (2003), analizan el caso de España utilizando el indicador de confianza del consumidor³ (*Consumer Confidence Indicator*) y el indicador de opinión económica (*Economic Sentiment Indicator*) como variables de actividad económica. Sin embargo, sus resultados son bastante difíciles de interpretar tanto por los signos como por los niveles estimados para el coeficiente de aversión al riesgo⁴.

Los hallazgos de Castellanos y Camero (2003), para México, soportan la hipótesis de que el diferencial de tasas de interés contribuye a predecir la actividad económica futura. Sus resultados sugieren que los diferenciales de tasas de interés ayudan a

³ Este indicador se calculó sobre la base de una encuesta mensual realizada por la Unión Europea a una muestra de consumidores. Se trata de un promedio aritmético a cuatro respuestas relacionadas con las expectativas sobre la situación financiera de las familias, la situación económica general, el desempleo y los ahorros sobre los próximos 12 meses. El indicador de opinión económica (*Economic Sentiment Indicator, ESI*) se deriva de cuatro indicadores de confianza: el de industriales, consumidores, construcción y el de ventas al por menor.

⁴ Claramente, el empleo de tasas de interés nominales, en lugar de reales, introduce dificultades a su ejercicio.

predecir el comportamiento futuro de la economía hasta 18 meses adelante aunque el poder de predicción es mayor en horizontes menores a seis meses⁵.

Para derivar una expresión indicativa de nuestra teoría, se supone un agente representativo que dispone de una dotación estocástica en una economía de intercambio⁶. Este elige consumir su dotación o invertirla en $i=1, 2, \dots, n$ activos a $j=1, 2, \dots, k$ vencimientos y toma sus decisiones de consumo e inversión, condicionadas al conjunto de información que posee al inicio del periodo, las cuales maximizan la siguiente función de utilidad:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_0 U(C_t) \quad (1)$$

donde β (0,1) es el factor de descuento constante. La restricción presupuestal del consumidor hace que este gaste solamente su dotación estocástica y el rendimiento de los activos colocados en el mercado. La ecuación de Euler para este problema es:

$$E_t \left[\beta^j \frac{U'(C_{t+j})}{U'(C_t)} (1 + R_{i,j,t}) - 1 \right] = 0 \quad i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, k \quad (2)$$

donde $R_{i,j,t}$ es el retorno real del activo i entre t y $t+j$. Para este agente existen, entonces, $n \times k$ ecuaciones que corresponden a los n activos con k vencimientos. Sin embargo, para simplificar el modelo sólo se analizan los títulos del gobierno (TES-B renta fija denominados en pesos) con vencimientos 6, 12 y 24 meses adelante.

Suponemos que la utilidad periódica tiene la forma:

$$U(C, \gamma) = \begin{cases} \frac{C^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} & \gamma > 0, \quad \gamma \neq 1 \\ \ln C & \gamma = 1 \end{cases} \quad (3)$$

⁵ Por otro lado, Ang, Piazzesi y Wei (2004), con un enfoque puramente empírico, construyen un modelo dinámico (VAR), sin posibilidad de arbitraje, que incluye como variables la tasa de interés de corto plazo, el diferencial de tasas de interés desde un trimestre a 5 años y el crecimiento del PIB. Esta metodología sugiere que la tasa nominal de corto plazo domina la pendiente de la curva de rendimientos al realizar pronósticos, dentro y fuera de muestra, del crecimiento del producto. Para una revisión de literatura más amplia véase Arosemena y Arango (2002).

⁶ Véase también Ljungqvist y Sargent (2000, cap. 10), quienes, además de abordar el de valoración de activos, se refieren al tema de la estructura a plazo y al parámetro de aversión al riesgo.

donde γ es el parámetro de aversión al riesgo⁷. Así, al reemplazar la utilidad marginal, obtenida de (3), en la ecuación (2) se obtiene:

$$E_t \left[\beta^j \left\{ \frac{C_t}{C_{t+j}} \right\}^\gamma (1 + R_{j,t}) \right] = 1 \quad j = 1, 2 \dots k \quad (4)$$

Suponiendo que el consumo y los retornos son estacionarios y se distribuyen conjuntamente *lognormal*⁸ se puede decir que:

$$\begin{aligned} \ln E_t \left[\beta^j \left\{ \frac{C_t}{C_{t+j}} \right\}^\gamma (1 + R_{j,t}) \right] &= E_t \left[\ln \left(\beta^j \left\{ \frac{C_t}{C_{t+j}} \right\}^\gamma (1 + R_{j,t}) \right) \right] + \\ &\frac{1}{2} \text{var} \left[\ln \left(\beta^j \left\{ \frac{C_t}{C_{t+j}} \right\}^\gamma (1 + R_{j,t}) \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Reorganizando el lado derecho de la ecuación tenemos:

$$E_t \ln \left[\frac{C_{t+j}}{C_t} \right] = \frac{v_j}{2\gamma} + \frac{j}{\gamma} \ln \beta + \frac{1}{\gamma} E_t \ln(1 + R_{j,t}) \quad (6)$$

donde v_j es la varianza condicional que se supone constante. Tomando la diferencia de la ecuación (6) para $j=j$ y $j=k$, $j>k$, encontramos la relación entre el *spread* de tasas de interés (pendiente de la curva de rendimientos) y el crecimiento en el consumo entre los períodos $t+k$ y $t+j$:

$$E_t \left[\ln \frac{C_{t+j}}{C_{t+k}} \right] = \left(\frac{1}{\gamma} \ln \beta^{j-k} + \frac{v_j - v_k}{2\gamma} \right) + \frac{1}{\gamma} E_t \left[\ln \frac{(1 + R_{t+j,t})}{(1 + R_{t+k,t})} \right] \quad (7)$$

donde el inverso del coeficiente que acompaña el *spread* de tasas de interés representa el nivel de aversión al riesgo del agente. La intuición económica que se encuentra en esta relación esta explicada por las expectativas de los agentes sobre la actividad económica futura y el deseo de proteger sus inversiones en épocas de recesión (los agentes tienen aversión al riesgo). Así, si el agente espera una recesión para el próximo año entonces

⁷ Hall (1988) se refiere al inverso del parámetro γ como coeficiente de sustitución intertemporal y señala que dicho parámetro no necesariamente es un indicativo de aversión al riesgo.

⁸ Si x es una variable *lognormal*, entonces: $E|x| = e^{\mu + \sigma^2/2}$ donde $\mu = E|\ln x|$ y $\sigma^2 = \text{var}(\ln x)$. En este caso $x = \left[\beta^j \left\{ \frac{C_t}{C_{t+j}} \right\}^\gamma (1 + R_{j,t}) \right]$.

creerá que la tasa de interés en el futuro será menor y demandará, hoy, TES-B de largo plazo; esto le permitirá obtener ganancias de capital cuando la tasa de interés efectivamente caiga. De esta manera, la demanda por títulos a largo plazo aumentará, produciéndose un aumento en el precio y una caída en la tasa de retorno de estos activos. En el caso en que las tasas de interés de inversiones a corto plazo no cambien y que las tasas a largo plazo sean menores, la pendiente de la curva de rendimientos será negativa lo cual estará anticipando una caída en la actividad económica futura.

El hecho de que los agentes tengan aversión al riesgo garantiza que siempre que ellos esperen una caída en la actividad económica desearán proteger su riqueza incluyendo activos de un vencimiento mayor en su portafolio⁹.

La estimación de la ecuación (7) puede ser realizada por mínimos cuadrados ordinarios (MCO). Sin embargo, la sobreposición de las variables que se están utilizando¹⁰ introduce correlación serial a los errores. Una manera de corregir los errores estándar, para obtener estimadores consistentes con mínimos cuadrados ordinarios, es estimando la matriz de varianza-covarianza mediante el método de Newey y West (1987).

3. Datos

La ecuación a estimar trae como variable dependiente el crecimiento en el consumo y como variable independiente el *spread* de las tasas de interés reales. En este trabajo, limitados por la disposición de datos sobre las tasas de interés de los TES-B, solamente desde 1995, se utilizan, alternativamente, como *proxies* de la variable dependiente, el crecimiento del índice del valor de las ventas¹¹ (*IVR*) y del índice de producción real de la industria manufacturera (*IPR*) ambos en frecuencia mensual desde ese año. De igual manera, como veremos un poco más adelante, los vencimientos de los títulos utilizados

⁹ Una forma adicional de protegerse es realizando inversiones más seguras como las que ofrecen los bonos del gobierno; de ahí que el tipo de activo que analizamos a diferentes maduraciones sean los títulos de tesorería TES-B renta fija denominados en pesos. Estos títulos entregan el mismo valor (cupón y valor facial) "sea cual sea" el estado de la naturaleza.

¹⁰ La actividad económica j períodos adelante pasa primero por k períodos adelante, para $j > k$.

¹¹ Esta variable cambió tuvo algunos cambios a partir del año 2001. La proyección hacia atrás se hizo utilizando las tasas de crecimiento de la serie anterior.

son 6, 12 y 24 meses adelante. Esos son los plazos relevantes de este trabajo; por lo que se dice que se concentra en el tramo corto de la curva.

En la figura 1 se observan los índices tanto en niveles como en diferencias de los logaritmos tomadas de la siguiente manera: $IPR_{12_6} = \ln(IPR_{t+12}) - \ln(IPR_{t+6})$, $IPR_{24_6} = \ln(IPR_{t+24}) - \ln(IPR_{t+6})$, $IPR_{24_12} = \ln(IPR_{t+24}) - \ln(IPR_{t+12})$, $IVR_{12_6} = \ln(IVR_{t+12}) - \ln(IVR_{t+6})$, $IVR_{24_6} = \ln(IVR_{t+24}) - \ln(IVR_{t+6})$, $IVR_{24_12} = \ln(IVR_{t+24}) - \ln(IVR_{t+12})$. Las variables IPR_{24_6} y IVR_{24_6} fueron desestacionalizadas por lo que se denotan como $IPR_{24_6_SA}$ e $IVR_{24_6_SA}$ ¹².

El *spread* de las tasas de interés reales esperadas, la variable independiente en la ecuación (7), es la segunda variable de interés para este trabajo. Para calcularla tomamos el promedio mensual simple de las tasas de interés (*EA*) de las transacciones que conforman el *IRTES*¹³. Estas tasas, en términos efectivos, se calculan para períodos de 6, 12 y 24 meses. En la figura 2 aparece la evolución de dichas tasas en términos nominales (sin descontarles la inflación).

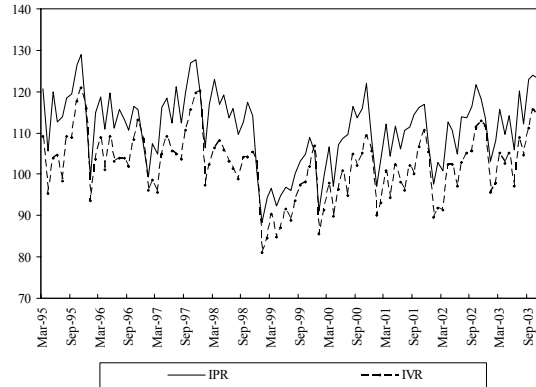
Teniendo en cuenta que la ecuación de Euler, derivada del problema de maximización del agente, se cumple con tasas de interés reales esperadas, las tasas nominales se deben re-expresar de esta manera. Para ello, se hizo necesario encontrar una variable *proxy* de las expectativas de inflación entre t y $t+6$, entre t y $t+12$ y entre t y $t+24$. Con este objeto, utilizamos tres modelos de pronóstico estimados por el Banco de la República que tienen un buen desempeño en materia de pronóstico: un modelo *ARIMA*, un modelo no paramétrico y un modelo no lineal¹⁴.

¹² Se utilizaron las variables $IPR_{24_6_SA}$ e $IVR_{24_6_SA}$ debido a que no se encontró evidencia clara de la estacionaridad de IPR_{24_6} e IVR_{24_6} . Se trata del residuo de una regresión de las variables IPR_{24_6} e IVR_{24_6} , respectivamente, en una constante y 11 *dummies* estacionales mensuales.

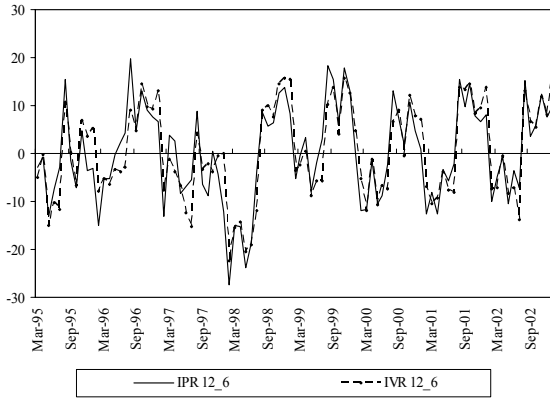
¹³ Índice de rentabilidad de TES-B calculado con base en las transacciones realizadas a través de la Bolsa de Valores de Colombia.

¹⁴ En el *ranking* de pronóstico, 6 meses adelante, de 11 modelos utilizados actualmente por el Banco de la República, el modelo no lineal ocupa el 5º lugar, el no paramétrico ocupa el 7º. y el *ARIMA* el 10º. Para pronósticos 9 meses adelante, los modelos figuran en los lugares 6º el no lineal, 8º el no paramétrico y 10º el modelo *ARIMA*. Detalles de los modelos no paramétrico y no lineal (*STR*) se encuentran en Rodríguez y Siado (2003) y Jalil y Melo (2000), respectivamente. Agradecemos a Andrés Velasco su colaboración al generar el insumo para obtener los pronósticos de inflación requeridos para este trabajo.

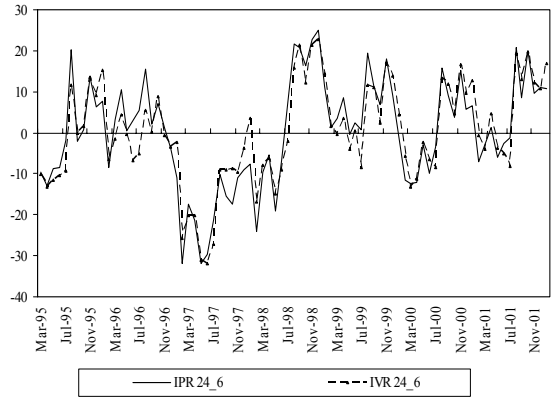
Figura 1. Indicadores de actividad económica Niveles



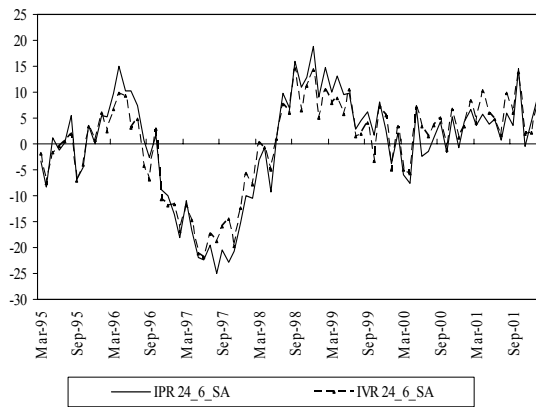
Diferencia 12 - 6



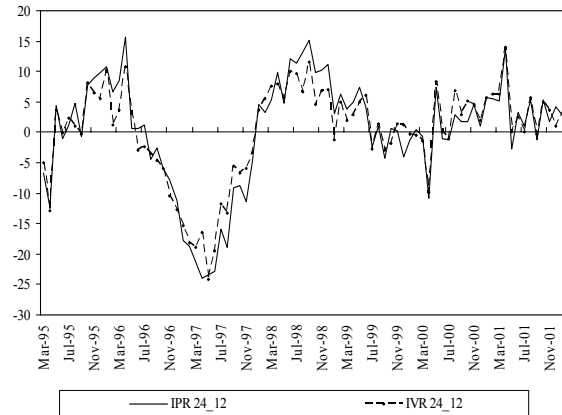
Diferencia 24 - 6



Diferencia 24 - 6 ajustada estacionalmente

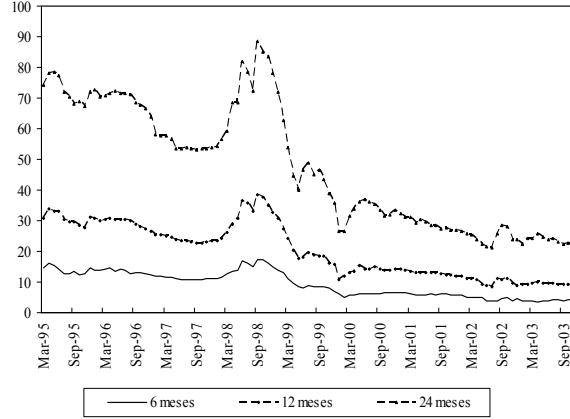


Diferencia 24 - 12



Nota: $IPR_{12_6} = \ln(IPR_{t+12}) - \ln(IPR_{t+6})$; $IVR_{12_6} = \ln(IVR_{t+12}) - \ln(IVR_{t+6})$; $IPR_{24_6} = \ln(IPR_{t+24}) - \ln(IPR_{t+6})$; $IVR_{24_6} = \ln(IVR_{t+24}) - \ln(IVR_{t+6})$; $IPR_{24_6_SA} = \ln(IPR_{t+24}) - \ln(IPR_{t+6})$; $IVR_{24_6_SA} = \ln(IVR_{t+24}) - \ln(IVR_{t+6})$; $IPR_{24_12} = \ln(IPR_{t+24}) - \ln(IPR_{t+12})$; $IVR_{24_12} = \ln(IVR_{t+24}) - \ln(IVR_{t+12})$. El identificador SA al final de las variables entre 6 y 24 meses adelante significa que ésta ha sido desestacionalizada.

Figura 2. Tasas de retorno nominales



El primero de ellos tiene la especificación¹⁵:

$$(1 - \phi_1 L - \phi_4 L^4) \Delta_{12} \Delta \ln(IPC_t) = (1 - \theta_{12} L^{12})(1 - \theta_{16} L^{16}) e_t \quad (8)$$

donde IPC es el índice de precios al consumidor.

En segundo término, el modelo no paramétrico, tiene una especificación como:

$$\hat{Z}_{n+m} = \sum_{t=d}^{n-m} W_t^m(x) Z_{t+m} \quad (9)$$

donde Z es $\Delta_{12} \Delta \ln(IPC_t)$ y W es el ponderador:

$$W_t^m(x) = K_d \left(\frac{x - X_t}{h} \right) / \sum_{t=d}^{n-m} K_d \left(\frac{x - X_t}{h} \right)$$

siendo K el *kernel* (normal, d -variada). En particular interesa $x = X_n$, con X_n igual al vector $Z_n, Z_{n-1}, \dots, Z_{n-d+1}$. Así por ejemplo, para $m = 1$, la expresión (9) se convierte en:

$$\hat{Z}_{n+1} = W_{n-1}^1(X_n) Z_n + W_{n-2}^1(X_n) Z_{n-1} + \dots + W_d^1(X_n) Z_{d+1}$$

Finalmente, el modelo no lineal, *STR*, es de la forma:

$$\Delta Inf_t = \alpha_0 + \sum_i \alpha_i \Delta Inf_{t-i} + \sum_i \rho_i \Delta \Delta_{12} M_{1t-i} + \left(\beta_0 + \sum_i \beta_i \Delta Inf_{t-i} + \sum_i \omega_i \Delta \Delta_{12} M_{1t-i} \right) F(\Delta Inf_{t-d}) + \varepsilon_t \quad (10)$$

donde:

¹⁵ A esta especificación se la han incluido algunas *dummies* para tomar en cuenta momentos específicos del período muestral.

$$F(\Delta Inf_{t-d}) = \{1 + \exp[-\lambda(\Delta Inf_{t-d} - c)]\}^{-1} \quad \lambda > 0$$

e Inf es la inflación y M_1 es el agregado monetario. Para pronosticar la inflación, los valores futuros de la variable $\Delta_{12}M_1$ se obtienen a partir de un modelo *ARIMA* condicionado.

Utilizando los pronósticos de la inflación de estos tres modelos (como *proxies* de las expectativas de inflación), se calcularon los valores esperados de las tasas de interés reales 6, 12 y 24 meses adelante. En la figura 3 aparecen los diferenciales o *spreads* de las tasas de interés reales esperadas junto con las variaciones en la actividad económica (*IPR* e *IVR*) entre 6 y 12 meses adelante, 6 y 24 meses adelante y 12 y 24 meses adelante.

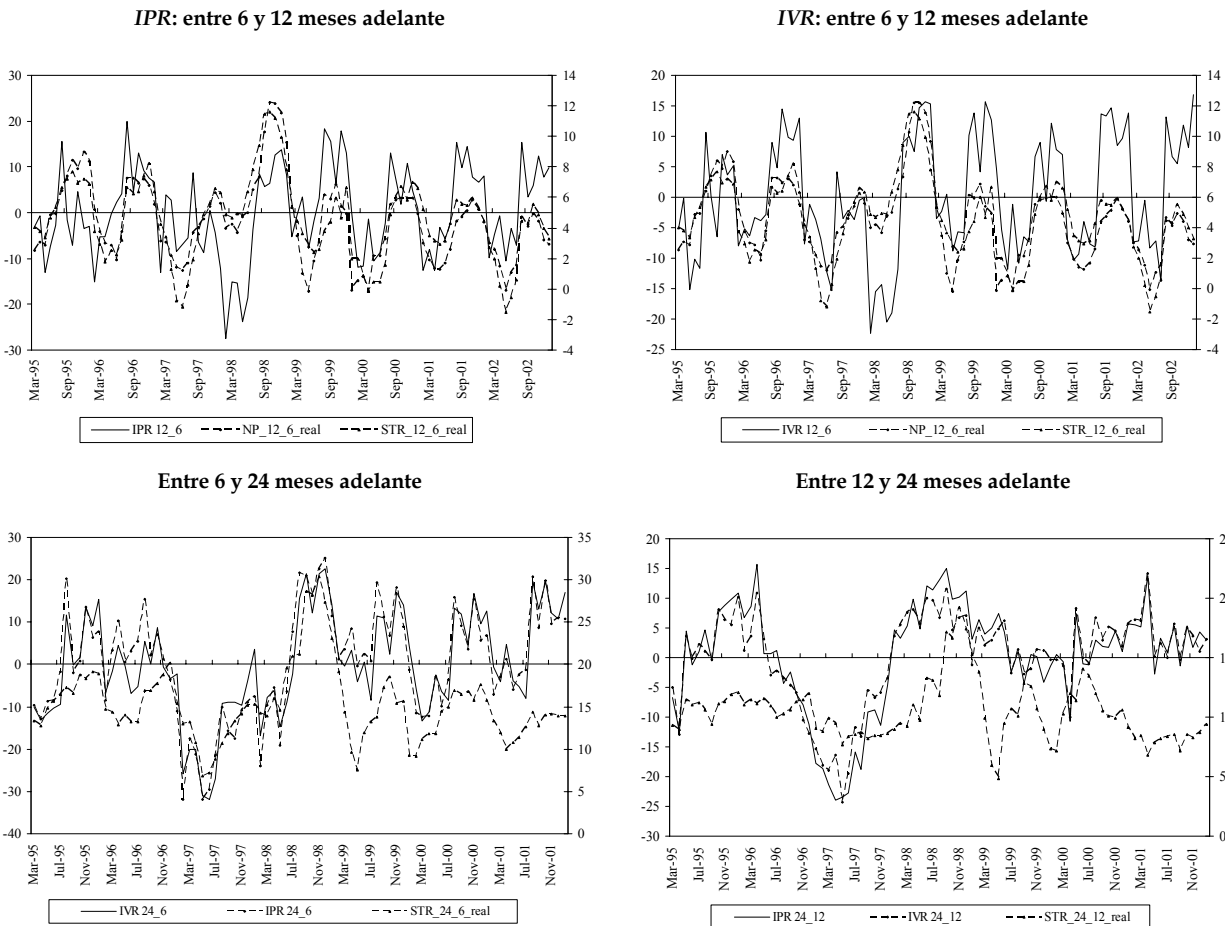
En la figura 3 se incluyen únicamente aquellas variables que resultaron ser estacionarias con base en las pruebas convencionales. Así, por ejemplo, los *spreads* de las tasas de interés reales esperadas, estimados con base en el pronóstico de la inflación del modelo *ARIMA* (*AR_12_6*, *AR_24_6* y *AR_24_12*), no se incluyeron ya que no se encontró evidencia de que fueron estacionarios a ningún plazo. Por tal razón, en las estimaciones solo se utilizan los *spreads* de tasas de interés reales identificados como *NP_12_6*, *STR_12_6*, *STR_24_6* y *STR_24_12*.

Como se puede observar, para el plazo entre 6 y 12 meses adelante, la actividad económica futura y el *spread* de las tasas de interés reales presentan movimientos bastante similares. Sin embargo, para los plazos 24-6 y 24-12 los comovimientos entre estas variables son menos armónicos. Esto puede ser, en buena medida, el resultado de los modelos de pronósticos de inflación que utilizamos para aproximarnos a las expectativas de los agentes, los cuales son mejores para el corto plazo.

4. Evidencia para Colombia

Al observar los resultados de las estimaciones (tablas 1, 2 y 3) para los tres plazos considerados (12-6, 24-6 y 24-12), la evidencia es clara: el *spread* de tasas de interés reales esperadas contiene información sobre las expectativas de la actividad económica futura. En todos los casos los coeficientes son significativos y tienen el signo que predice la teoría.

Figura 3. Spreads de tasas de interés y variaciones en indicadores de actividad económica



Nota: *IPR_12_6*: es el cambio en el logaritmo del índice de producción industrial entre 6 y 12 meses adelante; *IPR_24_6*: es el cambio en el logaritmo del índice de producción industrial entre 6 y 24 meses adelante; *IPR_24_12*: es el cambio en el logaritmo del índice de producción industrial entre 12 y 24 meses adelante; *IVR_12_6*: es el cambio en el logaritmo del índice del valor de las ventas industriales entre 6 y 12 meses adelante; *IVR_24_6*: es el cambio en el logaritmo del índice del valor de las ventas industriales entre 6 y 24 meses adelante; *IPR_24_12*: es el cambio en el logaritmo del índice del valor de las ventas industriales entre 12 y 24 meses adelante; *NP_12_6_real*: representa el *spread* de las tasas de interés reales obtenidas deflactando las tasas de interés nominales entre 6 y 12 meses adelante con el pronóstico de inflación derivado del modelo no paramétrico; *STR_12_6_real*: es el *spread* de las tasas de interés reales obtenidas deflactando las tasas de interés nominales entre 6 y 12 meses adelante con el pronóstico de inflación derivado del modelo no lineal; *STR_24_6_real*: representa el *spread* de las tasas de interés reales obtenidas deflactando las tasas de interés nominales entre 6 y 24 meses adelante con el pronóstico de inflación derivado del modelo no lineal; *STR_24_12_real*: representa el *spread* de las tasas de interés reales obtenidas deflactando las tasas de interés nominales entre 12 y 24 meses adelante con el pronóstico de inflación derivado del modelo no lineal.

Tabla 1. Modelos de actividad económica entre 6 y 12 meses adelante

	<i>Coficiente estimado</i>	<i>Error estándar</i>	<i>p-valor</i>	<i>R²</i>
Índice de Producción Industrial				
<i>Intercepto</i>	-5.9119	1.3264	< .000001	0.2661
<i>Diferencia de días</i>	2.0348	0.5305	< .0002	
<i>Spread (NP)</i>	1.3472	0.2670	< .000001	
Índice de Valor de Ventas				
<i>Intercepto</i>	-4.9191	1.1963	< .00004	0.2275
<i>Diferencia de días</i>	2.1292	0.5440	< .0001	
<i>Spread (STR)</i>	1.1123	0.2553	< .00002	
Índice de Valor de Ventas				
<i>Intercepto</i>	-7.4270	1.3921	< .000001	0.3826
<i>Diferencia de días</i>	2.2975	0.4843	< .000003	
<i>Spread (NP)</i>	1.6674	0.2405	< .000001	
Índice de Valor de Ventas				
<i>Intercepto</i>	-6.9428	1.1430	< .000001	0.3573
<i>Diferencia de días</i>	2.3396	0.4905	< .000002	
<i>Spread (STR)</i>	1.5424	0.2644	< .000001	

Nota: *Spread (STR)*: es el *spread* de la tasa de interés real esperado obtenido con base en el pronóstico de inflación que arroja el modelo no lineal (*STR*); *Spread (NP)*: es el *spread* de la tasa de interés real esperado obtenido con base en el pronóstico de inflación que arroja el modelo no paramétrico (*NP*); *diferencia de días*: son los días hábiles del mes correspondiente 12 meses adelante menos los días hábiles del mes correspondiente 6 meses adelante.

Debe tenerse en cuenta que, además del *spread* de tasas de interés reales esperadas, en la estimación se ha incluido como variable independiente la diferencia de los días hábiles (incluyendo sábados) entre un mes cualquiera j meses adelante y otro k meses adelante ($j > k$, $j-k = 6, 12$ y 18) para evitar sesgos en el coeficiente estimado para el *spread*¹⁶.

En la tabla 1 aparece la estimación de la ecuación (7) para el cambio esperado de la actividad económica entre 6 y 12 meses adelante. Como se puede observar, el valor estimado para el parámetro asociado al *spread* es significativo y tiene el signo esperado tanto para el modelo con *IPR* como para el modelo con *IVR* bien sea que se estime con el *spread* de tasas de interés reales calculadas con la inflación pronosticada por el modelo no paramétrico [*spread (NP)*] o con el *spread* de tasas de interés reales calculadas con la inflación pronosticada por el modelo no lineal [*spread (STR)*]. Los coeficientes estimados

¹⁶ La inclusión de la diferencia en días hábiles entre los meses que forma parte del diferencial no afecta ni el signo ni la significancia del coeficiente asociado al *spread* en las ecuaciones estimadas. Esta idea es tomada del grupo de inflación del Banco de la República.

sugieren que el parámetro de aversión al riesgo está entre 0.6 y 0.9, valores que están en el rango corrientemente aceptado por los economistas (Ljungqvist y Sargent, 2000, p. 260).

Los resultados de las pruebas de estacionaridad no parecieron contundentes en relación con el cambio esperado en la actividad económica entre 6 y 24 meses adelante ni cuando se midió con el *IPR* (*IPR_24_6*) ni cuando se hizo con el *IVR* (*IVR_24_6*). Por esta razón, también se estimó el modelo con la variable desestacionalizada caso en el cual las pruebas sugieren, con mayor claridad, que las variables son estacionarias.

Al observar los resultados para este periodo (tabla 2) se encuentra que tanto para el *IPR* como para el *IVR*, al igual que en el caso anterior, el coeficiente asociado al *spread* de tasas de interés es significativo y tiene el signo esperado. El coeficiente de aversión al riesgo que implica la estimación para este periodo se encuentra entre 0.6 y 1.4 dependiendo de la variable de actividad económica que se utilice.

Tabla 2. Modelos de actividad económica entre 6 y 24 meses adelante

	<i>Coeficiente estimado</i>	<i>Error estándar</i>	<i>p-valor</i>	<i>R</i> ²
<i>Índice de Producción Industrial</i>				
<i>Intercepto</i>	-24.9749	5.6222	< .00002	0.3765
<i>Diferencia de días</i>	1.7018	0.6625	0.01	
<i>Spread (STR)</i>	1.6372	0.2950	< .000001	
<i>Índice de Producción Industrial ajustado estacionalmente</i>				
<i>Intercepto</i>	-13.7945	6.0853	0.00233	0.1675
<i>Diferencia de días</i>	0.4323	0.5817	0.4573	
<i>Spread (STR)</i>	0.9077	0.3234	0.0050	
<i>Índice de Valor de Ventas</i>				
<i>Intercepto</i>	-23.2948	5.6989	< .00005	0.4074
<i>Diferencia de días</i>	2.1679	0.6086	0.0003	
<i>Spread (STR)</i>	1.5270	0.3138	< .000002	
<i>Índice de Valor de Ventas ajustado estacionalmente</i>				
<i>Intercepto</i>	-10.5407	5.5436	0.0572	0.1428
<i>Diferencia de días</i>	0.6267	0.5166	0.2251	
<i>Spread (STR)</i>	0.6931	0.2992	0.0205	

Nota: *Spread (STR)*: es el *spread* de la tasa de interés real esperado obtenido con base en el pronóstico de inflación que arroja el modelo no lineal (*STR*); *diferencia de días*: son los días hábiles del mes correspondiente 24 meses adelante menos los días hábiles del mes correspondiente 6 meses adelante.

Tabla 3. Modelos de actividad económica entre 12 y 24 meses adelante

	<i>Coficiente estimado</i>	<i>Error estándar</i>	<i>p-valor</i>	<i>R²</i>
<i>Índice de Producción Industrial</i>				
<i>Intercepto</i>	-9.6262	4.3119	0.0266	0.4819
<i>Dummy 96 -97</i>	-14.1193	3.8480	0.0002	
<i>Diferencia de días</i>	1.9893	0.6115	0.0011	
<i>Spread (STR)</i>	1.1603	0.3619	0.0013	
<i>Índice de Valor de Ventas</i>				
<i>Intercepto</i>	-4.9814	3.3310	0.1347	0.5554
<i>Dummy 96 - 97</i>	-13.9365	3.0687	< .00001	
<i>Diferencia de días</i>	2.0550	0.5030	< .0001	
<i>Spread (STR)</i>	0.6996	2.5512	0.0107	

Nota: *Dummy 96-97*: variable que toma el valor de 1 entre junio de 1996 y julio de 1997; *spread (STR)*: es el *spread* de la tasa de interés real esperado obtenido con base en el pronóstico de inflación que arroja el modelo no lineal (*STR*); *diferencia de días*: son los días hábiles del mes correspondiente 24 meses adelante menos los días hábiles del mes correspondiente 12 meses adelante.

Para el periodo 12 y 24 meses adelante los resultados siguen siendo consistentes y significativos (tabla 3): los coeficientes de aversión al riesgo estimados oscilan entre 0.9 y 1.4. Para este período se incluyó una variable *dummy* con el propósito de obtener normalidad en los errores.

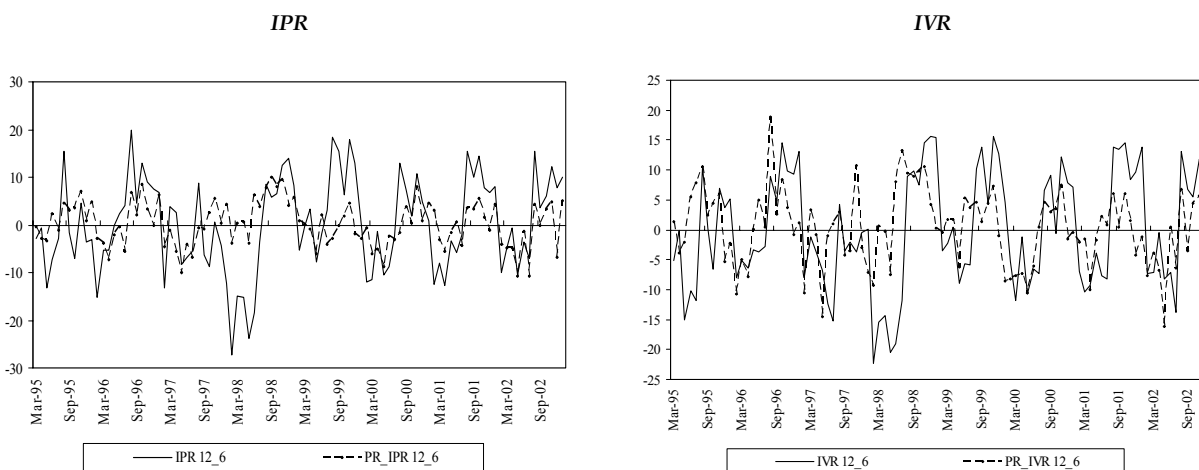
Los modelos anteriores fueron utilizados para hacer pronósticos dentro de muestra (figuras 4 a 6). Según se observa, la bondad de las estimaciones parece estar, más que en la predicción puntual, en la de puntos de quiebre (*turning points*) para los tres plazos en los que estamos interesados.

Para el caso de los pronósticos entre 6 y 24 meses adelante (figura 5), el valor estimado del cambio en la actividad económica presenta un movimiento similar al observado. Sin embargo, en 1997 las expectativas de una caída en la actividad económica, 6 y 24 meses adelante, claramente no coincidieron con el desplome ocurrido el cual fue mucho más fuerte.

Finalmente, al observar los pronósticos de la actividad económica esperada para los periodos de 12 y 24 meses adelante se encuentra que, si bien, el valor de las expectativas predichas está muy cerca del valor observado, los errores de estimación para este caso son mayores. Este resultado es explicable si se tiene en cuenta que cuanto más lejano es el período de pronóstico mayor es la probabilidad de que los agentes

económicos cometan errores (no sistemáticos) sobre el curso de la actividad económica futura. En los ejercicios realizados se puede observar que el movimiento de los cambios esperados en el curso de la actividad económica futura estimados a diferentes plazos tienen un comportamiento muy similar a los valores observados de los cambios en la actividad económica futura, pero a medida que los plazos son superiores la capacidad de pronóstico de los agentes sobre la actividad económica es menor (figura 6).

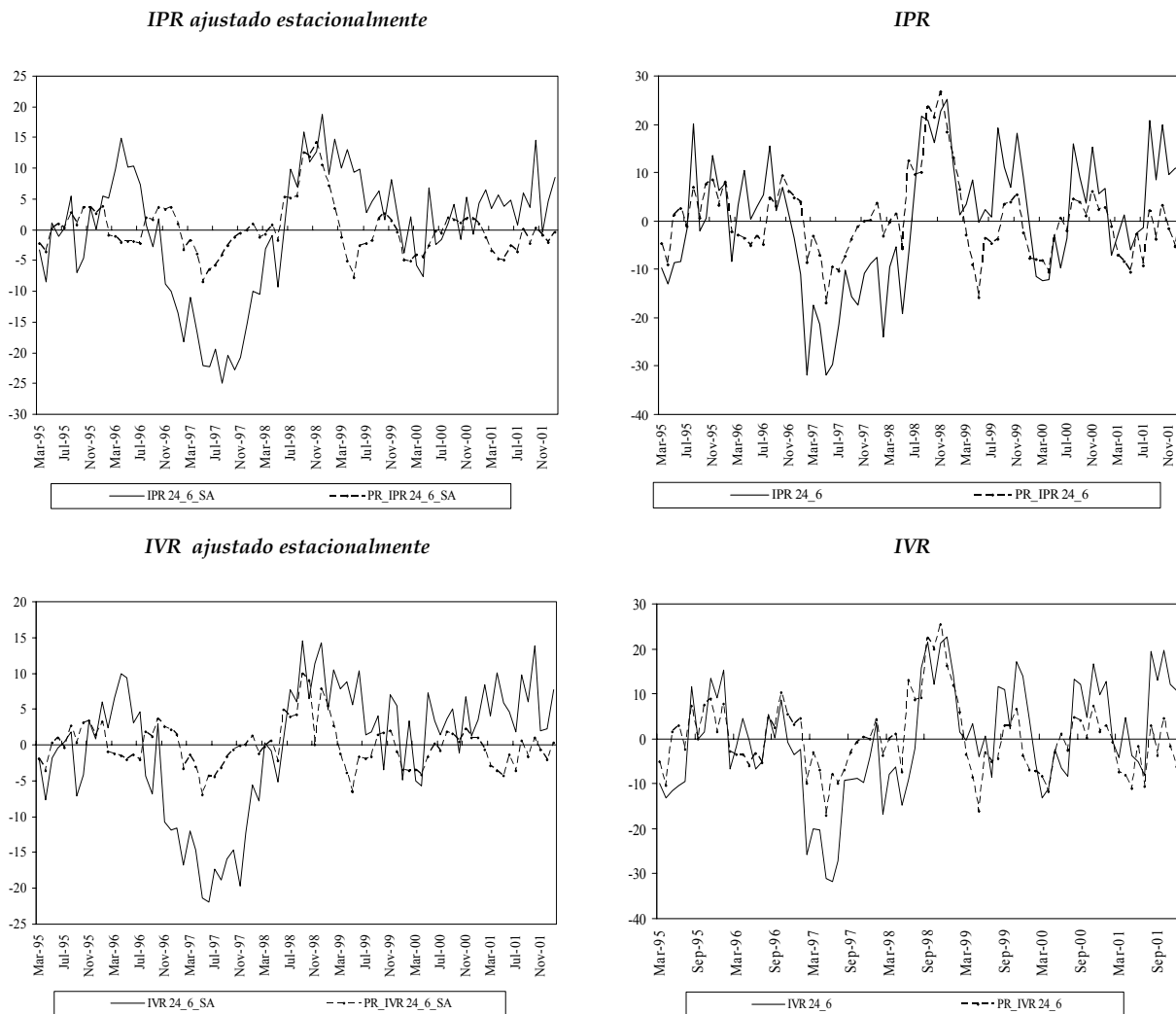
Figura 4. Pronósticos dentro de muestra de actividad económica entre 6 y 12 meses adelante



Nota: IPR_12_6: es el cambio observado en el logaritmo del índice de producción industrial entre 6 y 12 meses adelante; PR_IPR_12_6: es el pronóstico de cambio en el logaritmo del índice de producción industrial entre 6 y 24 meses adelante; IVR_12_6: es el cambio observado en el logaritmo del índice del valor de las ventas industriales entre 6 y 12 meses adelante; PR_IVR_12_6: es el pronóstico de cambio en el logaritmo del índice del valor de las ventas industriales entre 6 y 12 meses adelante.

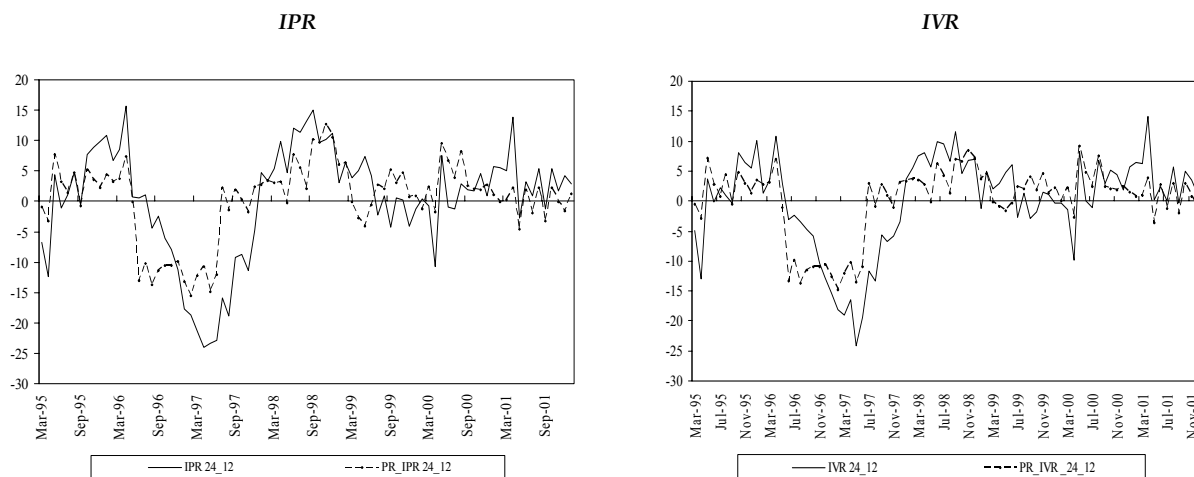
Los pronósticos por fuera de muestra se compararon con los de un modelo $AR(1)$. En las tablas A1 y A4 del anexo se pueden observar los resultados para los modelos de 6 y 12 meses adelante de acuerdo con diferentes criterios. Los resultados indican que el mejor modelo, con base en la *raíz del error cuadrático medio de pronóstico* (RMSFE), es el que contiene el *spread* de tasas de interés reales calculadas con el modelo de pronósticos de inflación no lineal (*STR*) seguido del modelo que deflacta las tasas de interés nominales con la inflación pronosticada por el modelo no paramétrico. Sin embargo, para los periodos 24-6 y 24-12 el mejor pronóstico parece ser el arrojado por el modelo $AR(1)$ (tablas A2, A3, A5 y A6).

Figura 5. Pronósticos dentro de muestra de actividad económica entre 6 y 24 meses adelante



Nota: *IPR_24_6*: es el cambio observado en el logaritmo del índice de producción industrial entre 6 y 24 meses adelante; *PR_IPR_24_6*: es el pronóstico de cambio en el logaritmo del índice de producción industrial entre 6 y 24 meses adelante; *IPR_24_6_SA*: es el cambio observado en el logaritmo del índice de producción industrial entre 6 y 24 meses adelante ajustado estacionalmente; *PR_IPR_24_6_SA*: es el pronóstico de cambio en el logaritmo del índice de producción industrial entre 6 y 24 meses adelante cuando la variable dependiente se ha ajustado estacionalmente; *IVR_24_6*: es el cambio observado en el logaritmo del índice del valor de las ventas industriales entre 6 y 24 meses adelante; *PR_IVR_24_6*: es el pronóstico de cambio en el logaritmo del índice del valor de las ventas industriales entre 6 y 24 meses adelante; *IVR_24_6_SA*: es el cambio observado en el logaritmo del índice del valor de las ventas industriales entre 6 y 24 meses adelante ajustado estacionalmente; *PR_IVR_24_6_SA*: es el pronóstico de cambio en el logaritmo del índice del valor de las ventas industriales entre 6 y 24 meses adelante cuando la variable dependiente se ha ajustado estacionalmente.

Figura 6. Pronósticos dentro de muestra de actividad económica entre 12 y 24 meses adelante



Nota: IPR_24_12: es el cambio observado en el logaritmo del índice de producción industrial entre 12 y 24 meses adelante; PR_IPR_24_12: es el pronóstico de cambio en el logaritmo del índice de producción industrial entre 12 y 24 meses adelante; IVR_24_12: es el cambio observado en el logaritmo del índice del valor de las ventas industriales entre 12 y 24 meses adelante; PR_IVR_24_12: es el pronóstico de cambio en el logaritmo del índice del valor de las ventas industriales entre 12 y 24 meses adelante.

Para verificar la existencia de una diferencia estadística entre los criterios que miden la capacidad de pronóstico de los modelos estimados, se implementó la prueba de Diebold y Mariano (1995) corregida por tamaño de muestra (Harvey, Leybourne y Newbold, 1997). La hipótesis nula de la prueba plantea la igualdad del error cuadrático medio (*ECM*) entre los pronósticos de dos modelos seleccionados. En la tabla 4 se pueden observar los modelos y los horizontes para los cuales se pudo realizar dicha prueba.

Como se puede observar, sólo se puede rechazar la hipótesis nula para los modelos de 6 y 12 meses adelante con pronósticos a horizonte 3 (entre 9 y 15 meses adelante). Es decir, a pesar de que el modelo con *spread* de tasas de interés reales y ajuste por número de días hábiles contiene información sobre las expectativas de actividad económica futura su capacidad de pronóstico solamente es mayor, frente a un modelo *AR*(1), en el horizonte entre 9 y 15 meses adelante. Para el plazo entre 6 y 24 meses adelante, no se puede rechazar la hipótesis nula fundamentalmente para un período adelante. Pero para los horizontes 2 y 3 es claramente mejor el modelo *AR*(1).

Tabla 4. Prueba de Diebold y Mariano corregida

Modelos		Horizontes		
		1	2	3
IPR_12_6_días vs AR(1)	S_1^*	-0.2460	-0.5666	-1.3331
	Valor-p	(0.4028)	(0.2855)	(0.0931)
IVR_12_6_días vs AR(1)	S_1^*	-0.1736	-0.0970	-0.0802
	Valor-p	(0.4311)	(0.4613)	(0.4680)
IPR_24_6_días vs AR(1)	S_1^*	0.6418	2.0974	1.3520
	Valor-p	(0.7395)	(0.9820)	(0.9118)
IVR_24_6_días vs AR(1)	S_1^*	0.2687	1.6230	0.9452
	Valor-p	(0.6059)	(0.9477)	(0.8277)

En suma para períodos cortos, entre 6 y 12 meses adelante, la curva de rendimientos es superior a un modelo $AR(1)$ haciendo a pronósticos fuera de muestra, mientras que para periodos superiores la capacidad de pronóstico de la curva de rendimientos es igual o, en algunos casos, inferior a la capacidad del modelo $AR(1)$. Resultados similares fueron obtenidos por Castellanos y Camero (2003).

5. Conclusiones

Este documento utiliza la información contenida en la estructura a plazo de las tasas de interés, recientemente producida en el mercado colombiano de títulos de renta fija (TES-B pesos), para predecir las expectativas de la actividad económica futura a diferentes plazos: 6 y 12, 6 y 24 y 12 y 24 meses adelante. Como *proxies* del crecimiento en el consumo, que demanda el enfoque empleado, se utilizaron la diferencia en el logaritmo del índice de producción industrial (IPR) y la diferencia en el logaritmo del índice del valor de las ventas (IVR). Como *proxies* de las expectativas de inflación requeridas para calcular el *spread* de las tasas de interés reales esperadas se emplearon dos modelos de pronóstico de inflación utilizados por el Banco de la República, el no-lineal y el no-paramétrico.

Las estimaciones a diferentes plazos muestran que el coeficiente asociado al *spread* es significativo y tiene el signo que predice la teoría. Esto significa que la estructura a plazo de las tasas de interés contiene información sobre las expectativas de la actividad económica futura. Un aumento del *spread* de las tasas de interés reales esperadas entre los periodos k y j ($j > k$) predice que los agentes están esperando una

actividad económica de mayor dinamismo entre dichos períodos. El índice estimado de aversión al riesgo de los agentes está entre 0.6 y 1.4.

La evidencia indica que la capacidad de pronóstico fuera de muestra es superior a la un modelo $AR(1)$ para los plazos entre 12 y 6 meses adelante, mientras que para plazos 24-6 y 24-12 la capacidad de pronóstico fuera de muestra resultó inferior a la de dicho modelo.

Referencias

Arango, L. E., L. A. Flórez y A. M. Arosemena, 2004, El tramo corto de la estructura a plazo como predictor de expectativas de actividad económica en Colombia, *Borradores de Economía*, No. 279. Banco de la República.

Arosemena, A. M. y L. E. Arango, 2002, Lecturas alternativas de la estructura a plazo: una breve revisión de la literatura, *Borradores de Economía*, No. 223, Banco de la República.

Breeden, D. T., 1979, An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities, *Journal of Financial Economics*, 7, 265-96.

Carrasquilla, A., A. Galindo y H. Patrón, 1994, Costos en bienestar de la inflación: teoría y una estimación para Colombia, *Borradores de Economía*, No. 3, Banco de la República

Castellanos, S. y E. Camero, 2003, La estructura temporal de tasas de interés en México: ¿puede ésta predecir la actividad económica future?, *Revista de Análisis Económico*, Vol. 18. No. 2, p. 33-66.

Diebold, F. y R. Mariano, 1995, Comparing predictive accuracy, *Journal of Business and Economics Statistics*, Vol. 13, No 3.

Hall, R., 1988, Intertemporal substitution in consumption, *Journal of Political Economy*, 96, 2, 339-357.

Harvey, D., S. Leyborne y P. Newbold, 1997, Testing the equality of mean squared errors, *International Journal of Forecasting*, 13, 281-91.

Harvey, C. R., 1988, The real term structure and consumption growth, *Journal of Financial Economics*, 22, 305-333.

Harvey, C. R., 1997, The relation between the term structure of interest rates and Canadian economy growth, *Canadian Journal of Economics*, XXX, No.1, 169-93.

Jalil, M. y L. F. Melo, 2000, Una relación no lineal entre inflación y los medios de pago, *Borradores de Economía*, No. 145, Banco de la República.

Ljungqvist, L. y T. J. Sargent, 2000, *Recursive macroeconomic theory*, Cambridge: Massachusetts, The MIT Press.

Martínez, M. I. y E. Navarro, 2003, The term structure of interest rates and expected economic growth, Universidad de Murcia.

Maurer, M., M. C. Uribe y J. Birchenal, 1996, El sistema de indicadores líderes para Colombia, *Archivos de Macroeconomía*, No. 49. DNP.

Melo, A., M. French y N. Langebaek, 1988, El ciclo de referencia de la economía colombiana, Ministerio de Hacienda, 43-61.

Melo, L. F., F. H. Nieto y M. Ramos, 2003, A leading index for the Colombian economic activity, *Borradores de Economía*, No.243, Banco de la República.

Melo, L. F. y H. Núñez, 2004, Combinación de pronósticos de la inflación en presencia de cambios estructurales, *Borradores de Economía*, No. 286, Banco de la República.

Rodríguez, N. y P. Siado, 2003, Un pronóstico no paramétrico de la inflación colombiana, *Borradores de Economía*, No. 248.

**Anexo: Evaluación de la capacidad de pronóstico bajo distintos criterios de pronóstico
(2001:01 - 2003:03)**

Tabla A1. IPR 6 y 12 meses adelante

<i>Meses adelante</i>	<i>Modelo</i>	<i>Criterio</i>			
		<i>RMSFE</i>	<i>MAFE</i>	<i>MAPFE</i>	<i>RMSPFE</i>
7-13	STR	0.0666	0.0512	1.2640	2.4717
	NP	0.0706	0.0551	1.1962	2.0748
	AR(1)	0.0859	0.0662	1.0237	1.3165
8-14	STR	0.0692	0.0557	1.4049	2.5988
	NP	0.0711	0.0546	1.2513	2.1625
	AR(1)	0.0783	0.0663	1.2153	1.5952
9-15	STR	0.0722	0.0587	1.4982	2.7683
	NP	0.0748	0.06002	1.3595	2.2227
	AR(1)	0.0854	0.0749	1.2274	1.4646
10-16	STR	0.0747	0.0591	0.7346	0.9027
	NP	0.0784	0.0630	0.8018	0.9658
	AR(1)	0.0931	0.0841	0.9931	1.0068
11-17	STR	0.0788	0.0665	0.8426	0.9594
	NP	0.0825	0.0702	0.8948	1.0151
	AR(1)	0.0911	0.0825	1.0246	1.0275
12-18	STR	0.0856	0.0754	0.9127	1.0295
	NP	0.0888	0.0779	0.9425	1.0722
	AR(1)	0.0982	0.0905	1.0265	1.0266

Tabla A2. IPR 6 y 24 meses adelante

<i>Meses adelante</i>	<i>Modelo</i>	<i>Criterio</i>			
		<i>RMSFE</i>	<i>MAFE</i>	<i>MAPFE</i>	<i>RMSPFE</i>
7-25	AR(1)	0.0897	0.0677	0.9527	1.1708
	STR	0.1210	0.1076	2.3645	3.6631
8-26	AR(1)	0.0872	0.0677	1.3367	1.9207
	STR	0.1268	0.1149	2.5487	3.8503
9-27	AR(1)	0.1061	0.0728	0.7968	0.8903
	STR	0.1336	0.1226	2.6448	4.0170
10-28	AR(1)	0.1159	0.0930	0.8119	0.9006
	STR	0.1359	0.1242	1.8387	2.5609
11-29	AR(1)	0.1254	0.1042	0.9798	1.0237
	STR	0.1434	0.1328	1.9563	2.7420
12-30	AR(1)	0.1376	0.1228	1.1492	1.1795
	STR	0.1547	0.1495	2.0858	2.9091

Tabla A3. IPR 12 y 24 meses adelante

<i>Meses adelante</i>	<i>Modelo</i>	<i>Criterio</i>			
		<i>RMSFE</i>	<i>MAFE</i>	<i>MAPFE</i>	<i>RMSPFE</i>
13-25	<i>STR</i>	0.0557	0.0453	1.2759	1.5364
	<i>AR(1)</i>	0.0608	0.0459	1.5362	2.2045
14-26	<i>AR(1)</i>	0.0448	0.0353	1.1757	1.4817
	<i>STR</i>	0.0548	0.0435	1.2897	1.5735
15-27	<i>STR</i>	0.0553	0.0434	1.3687	1.6847
	<i>AR(1)</i>	0.0554	0.0450	1.7327	2.8142
16-28	<i>AR(1)</i>	0.0278	0.0223	0.8254	1.0493
	<i>STR</i>	0.0357	0.0337	1.4558	1.7990
17-29	<i>STR</i>	0.0382	0.0360	1.5780	1.9629
	<i>AR(1)</i>	0.0393	0.0308	1.3342	2.1209
18-30	<i>AR(1)</i>	0.0260	0.0236	1.0474	1.2384
	<i>STR</i>	0.0405	0.0381	1.7468	2.1861

Tabla A4. IVR 6 y 12 meses adelante

<i>Meses adelante</i>	<i>Modelo</i>	<i>Criterio</i>			
		<i>RMSFE</i>	<i>MAFE</i>	<i>MAPFE</i>	<i>RMSPFE</i>
7-13	<i>STR</i>	0.0784	0.0618	1.7474	4.1004
	<i>NP</i>	0.0812	0.0655	1.4851	3.0130
	<i>AR(1)</i>	0.0973	0.0681	1.1404	1.8274
8-14	<i>STR</i>	0.0809	0.0655	1.8861	4.2834
	<i>AR(1)</i>	0.0831	0.0708	1.2131	1.4423
	<i>NP</i>	0.0835	0.0691	1.5913	3.1343
9-15	<i>STR</i>	0.0850	0.0716	2.0633	4.4707
	<i>AR(1)</i>	0.0872	0.0780	1.4758	2.0675
	<i>NP</i>	0.0877	0.0750	1.7298	3.2659
10-16	<i>STR</i>	0.0867	0.0721	0.7570	0.9255
	<i>NP</i>	0.0913	0.0777	0.8239	0.9829
	<i>AR(1)</i>	0.0955	0.0861	1.0147	1.0262
11-17	<i>STR</i>	0.0884	0.0724	0.7454	0.9303
	<i>AR(1)</i>	0.0929	0.0844	1.0562	1.0619
	<i>NP</i>	0.0952	0.0815	0.8527	1.0165
12-18	<i>STR</i>	0.0949	0.0798	0.8053	0.9894
	<i>AR(1)</i>	0.0988	0.0914	1.0412	1.0416
	<i>NP</i>	0.1005	0.0865	0.8777	1.0540

Tabla A5. IVR 6 y 24 meses adelante

<i>Meses adelante</i>	<i>Modelo</i>	<i>Criterio</i>			
		<i>RMSFE</i>	<i>MAFE</i>	<i>MAPFE</i>	<i>RMSPFE</i>
7-25	AR(1)	0.1059	0.0729	0.9368	1.1776
	STR	0.1307	0.1133	1.5330	1.8924
8-26	AR(1)	0.0924	0.0652	0.9979	1.4203
	STR	0.1377	0.1226	1.3998	1.5708
9-27	AR(1)	0.1119	0.0824	1.3390	1.8909
	STR	0.1449	0.1310	1.3332	1.6107
10-28	AR(1)	0.1159	0.0958	0.9130	1.0132
	STR	0.1451	0.1298	1.1260	1.3010
11-29	AR(1)	0.1265	0.1067	1.1124	1.2048
	STR	0.1512	0.1352	0.9623	1.0719
12-30	AR(1)	0.1340	0.1225	1.2786	1.4105
	STR	0.1633	0.1554	1.0982	1.1572

Tabla A6. IVR meses adelante

<i>Meses adelante</i>	<i>Modelo</i>	<i>Criterio</i>			
		<i>RMSFE</i>	<i>MAFE</i>	<i>MAPFE</i>	<i>RMSPFE</i>
13-25	STR	0.0488	0.0377	6.2268	12.8333
	AR(1)	0.0572	0.0420	1.3916	2.0878
14-26	AR(1)	0.0433	0.328	0.9096	1.1249
	STR	0.0472	0.0353	6.6395	13.2280
15-27	STR	0.0460	0.0340	7.9570	15.5016
	AR(1)	0.0531	0.0425	1.5549	2.4634
16-28	AR(1)	0.0272	0.0228	0.9171	1.0723
	STR	0.0273	0.0251	9.1850	17.0220
17-29	STR	0.0250	0.0239	6.9594	15.7591
	AR(1)	0.0356	0.0299	1.2451	1.8145
18-30	AR(1)	0.0268	0.0243	0.9357	1.0975
	STR	0.0275	0.0268	8.6398	18.6030

Nota: *RMSFE*: raíz del error cuadrático medio de pronóstico; *MAFE*: promedio de los valores absolutos de los errores de pronóstico; *MAPFE*: promedio porcentual de los valores absolutos de los errores de pronóstico; *RMSPFE*: raíz del error cuadrático medio porcentual de los errores de pronóstico.