

El crédito y sus factores determinantes: el caso colombiano (1990 – 2004)*

Luz Adriana Flórez**, Carlos Esteban Posada*** y José Fernando Escobar****

Resumen

A fin de interpretar el desempeño del crédito bancario observado durante los años 90 y principios del actual decenio en Colombia, se construyó un modelo teórico de equilibrio general dinámico. Además, se puso a prueba econométrica la ecuación generada en tal modelo que establece una relación de equilibrio entre depósitos, crédito y tasa de interés activa (con datos del período 1990:01 - 2004:04). Las pruebas econométricas y los impulsos-respuestas (estos últimos obtenidos gracias a la metodología de “tendencias comunes”) permiten considerar plausibles dos hipótesis: a) existe una relación de equilibrio entre depósitos, crédito y tasa de interés activa como la que se deduce del modelo teórico, y b) la crisis de finales de los 90 fue una ruptura transitoria del equilibrio y no un cambio estructural, así que la situación actual (junio de 2004) puede entenderse como una etapa de retorno al equilibrio.

Abstract

We construct a theoretical dynamic general equilibrium model to guide our research about the evolution of the Colombian general banking credit during the period 1990:01 – 2004:04. According to the model there is an equilibrium relationship between banking deposits, loans stock and the loans interest rate. The results of the econometric tests and the impulse-response functions (the last ones elaborated with the common trends methodology) do not reject two hypotheses: a) the mentioned equilibrium relationship is stable notwithstanding the 1999-2003 credit crisis, and b) the Colombian economy is now (June, 2004) approaching to an equilibrium situation of the credit market.

Clasificación JEL: C22, E44, G10

Palabras claves: Depósitos bancarios, crédito, tasa de interés, vector de corrección de errores estructural, tendencias comunes

* Las opiniones, cálculos y demás estimaciones contenidos en este documento son de la responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a sus directivas. Los autores agradecen la colaboración de Luis Eduardo Arango, Luis Fernando Melo y Martha Misas y los comentarios de Dairo Estrada y Hernando Vargas a versiones previas.

** Asistente de investigación, Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la República.

*** Investigador, Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la República (dirección: cposadpo@banrep.gov.co).

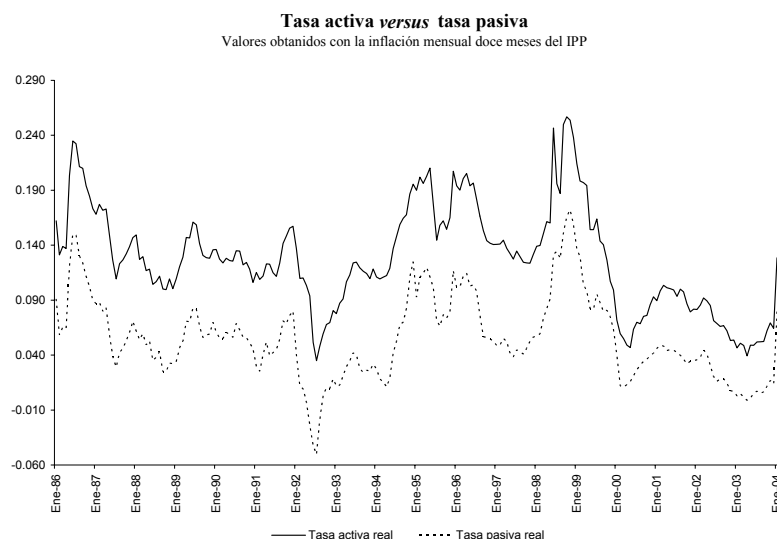
**** Asistente de investigación, Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la República.

I. Introducción

Al finalizar el decenio de los noventa la economía colombiana experimentó una de las crisis más severas del siglo XX: el PIB real cayó 4.2% en 1999, la tasa de interés real alcanzó niveles entre 15% y 24% anual en algunos momentos de 1998-1999 y se presentó una contracción del crédito interno. En los años previos se había observado, en Colombia, un crecimiento rápido del gasto público, un déficit fiscal de proporciones significativas, un déficit sustancial en la cuenta corriente externa y crisis financieras y de balanza de pagos en varias naciones asiáticas, Rusia y Brasil.

El comportamiento que presentó la tasa activa de interés real en Colombia (Gráfico 1) fue tanto un síntoma de problemas subyacentes como un elemento que desempeñó algún papel en la determinación del ambiente macroeconómico al finalizar los años 90. Sus niveles altos a finales de 1998 llevaron a que el valor de las garantías de los créditos bancarios cayera y a incrementar la deuda en mora y los activos en dación de pago a los bancos. El gráfico 2 muestra la caída de la cartera neta real del sector financiero¹ desde mediados de 1998. El gráfico 3 presenta la relación entre cartera y depósitos, descendente entre mediados de 1999 y mediados de 2003.

Gráfico 1



¹ Se entiende por cartera (en lo que sigue: cartera neta, incluyendo la de la Financiera Eléctrica Nacional) del sistema financiero el crédito directo (el saldo de los préstamos) otorgado por las entidades bancarias a los diferentes sectores de la economía, mientras que la definición de crédito del sistema financiero incluye, además de la cartera, las inversiones del sistema financiero y los préstamos a empleados, entre otros. Nosotros preferimos utilizar la serie de cartera dado que la de crédito sólo está disponible desde 1993 aproximadamente. El “índice de actividad económica” presentado en el gráfico 2 corresponde al “índice coincidente de actividad económica” elaborado por Melo *et al.* (2001).

Gráfico 2

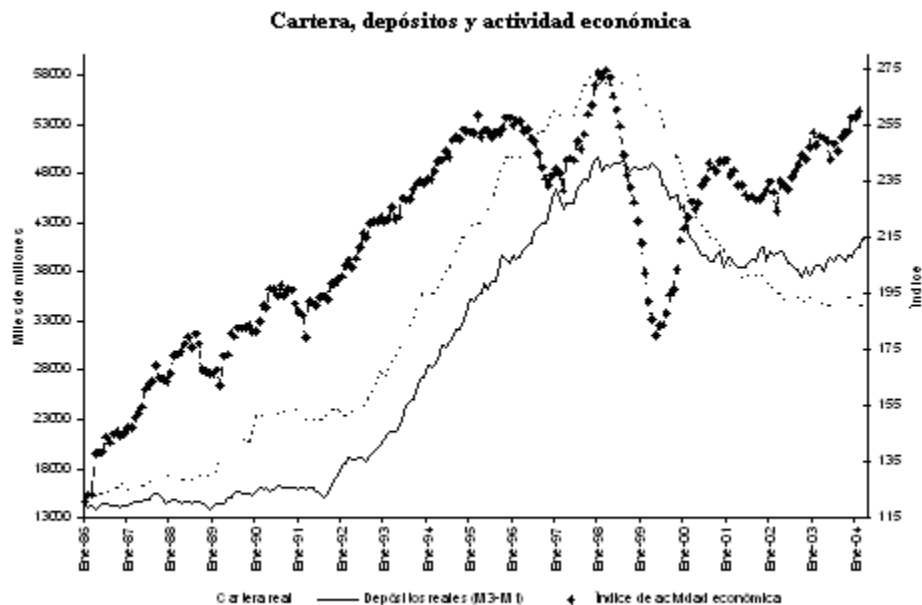


Gráfico 3



Es intuitivo suponer que la mencionada evolución del PIB y de otras variables macroeconómicas estuvo relacionada con el auge y posterior desplome de la actividad crediticia. Con todo, es evidente que una explicación exhaustiva del comportamiento del crédito bancario es una tarea compleja. El objetivo del trabajo que se presenta en este documento fue evaluar la

importancia empírica de algunos factores determinantes del nivel y de la dinámica del crédito en los años 90 y principios del actual decenio.

Nuestro punto de partida fue la elaboración de un modelo teórico (con base en modelos reconocidos en la literatura académica) que permitiera generar hipótesis contrastables mediante ejercicios econométricos. La presentación del modelo teórico, de los ejercicios y de sus resultados es el contenido de este documento.

El documento consta de cinco secciones, siendo esta la primera. La sección II revisa la literatura sobre la evolución del crédito y su relación con la actividad macroeconómica en el caso colombiano reciente. El objetivo específico de tal sección es ofrecer al lector mayores elementos críticos para evaluar el grado de pertinencia de nuestro trabajo con respecto a los determinantes de corto y largo plazo del crédito bancario. La sección III presenta el modelo teórico (del tipo denominado “equilibrio general dinámico”) y se refiere a sus antecedentes en la literatura académica internacional. La sección IV contiene el análisis econométrico. La sección V resume y concluye.

II. Los estudios del caso colombiano reciente

Los estudios que han analizado la mencionada caída del crédito (de fines de los 90 y principios del actual decenio: gráfico 3) han mencionado tendencias de los factores de oferta y demanda para una posible explicación de aquella.

Entre los trabajos que se concentran en los factores de oferta se encuentra el de Echeverry y Salazar (1999). Este trabajo hace énfasis en la existencia de un canal de crédito² que explica la caída en la oferta dado el mayor riesgo percibido por las entidades financieras. El deterioro de la calidad de la cartera y las pérdidas de capital presentadas al inicio de la recesión llevaron a los intermediarios a mejorar su relación capital/activos y reducir la oferta de crédito. El trabajo de Arias (2001) también se concentra en el lado de la oferta. Según él, los cambios en la regulación bancaria de mediados de los años 90 originaron una caída de la productividad bancaria y esto, a su turno, causó una contracción del crédito bancario. Arias defendió su hipótesis mostrando que un modelo de simulación (calibrado numéricamente) de ciclo económico con un sistema

² La literatura sobre el canal del crédito proporciona una manera adicional de analizar el efecto de la política monetaria: “*Thus, contractionary monetary policy, which causes a decline in equity prices and a reduction in the net worth of firms, leads to a fall in lending, investment, and output. In addition, contractionary monetary policy that raises interest rates reduces the cash flows of firms. The fall in cash flow leads to greater adverse selection and moral hazard problems and, consequently, a fall in lending and a decline in aggregate demand*” (Atta-Mensah y Dib, 2003, p. 3.)

financiero que otorga crédito bajo condiciones restrictivas puede generar una recesión similar a la observada en Colombia en tales años si soportase un choque negativo de productividad de una cierta magnitud.

El estudio de Urrutia (1999) muestra que la existencia de un *Credit Crunch*³ hace que la transmisión de la política monetaria a través del canal de crédito sea ineficiente. De esta manera una política expansiva que busca bajar las tasas de interés para reactivar la actividad económica sólo tiene respuesta por la vía de la tasa de interés de los bonos públicos (el canal tradicional de transmisión) y no mediante una mayor oferta de crédito (canal del crédito). Entre los factores que han llevado a una caída en la oferta de crédito destaca el mayor riesgo crediticio por la insolvencia de los deudores, el deterioro del patrimonio de los intermediarios financieros, la caída en el valor de las garantías reales y el encarecimiento de las operaciones interbancarias (causado por el impuesto del 2 por mil, hoy 4 por mil). Estos factores indujeron a los intermediarios financieros a realizar inversiones en activos más seguros pero menos rentables, como los Títulos de Tesorería de la Nación (TES) y, adicionalmente, a mantener niveles de reservas mayores a los requeridos.

Carrasquilla *et al.* (2000) sugirieron una explicación adicional a las presentadas anteriormente. Según estos la caída en el nivel de los depósitos explica la reducción de la oferta de crédito: “Al caer modestamente los depósitos, en 1998, los bancos asumen el costo de este defecto de liquidez. La valoración implícita que hacen de este recurso se eleva y así su demanda. La cartera otorgada es ajustada gradualmente a esta nueva visión y se generan efectos adversos sobre la demanda agregada. El riesgo crediticio es, de esta manera, endógeno a una historia que enfatiza el papel de la liquidez y su relación con el ciclo de los capitales internacionales” (p.114).

Arias *et al.* (1999) desarrollaron un modelo de equilibrio general en el cual dos agentes, consumidores y bancos, maximizan su utilidad y sus beneficios esperados. Según tal modelo, ante un ambiente de alta incertidumbre los bancos van a desear tener excesos de liquidez siempre que el valor presente esperado de sus beneficios sea mayor que el costo de oportunidad. Adicionalmente muestran que ante un choque que produzca una caída en los depósitos, las inversiones líquidas e ilíquidas caen aunque no en las mismas proporciones.

³ Bernanke y Lown definen así el *Credit Crunch*: “(...) a bank credit crunch as a significant leftward shift in the supply curve for bank loans, holding constant both the safe real interest rate and the quality of potential borrowers”, (Bernanke y Lown, 1991, p. 207.)

Barajas *et al.* (2001), a diferencia de los anteriores, explicaron la caída en la oferta de crédito con base en un modelo de desequilibrio que permitiría determinar si aquella se debe a factores de oferta o de demanda. A su juicio la evidencia sugiere un racionamiento de crédito⁴, presentado por un déficit de oferta y una reducción en la disposición de recursos a causa de la actitud adoptada por el sistema financiero ante una recesión.

Sin embargo, Barajas y Steiner (2002), con un modelo que explica la causa de la caída del crédito tanto por factores de oferta como de demanda, encontraron un resultado diferente al obtenido en el trabajo anterior para el caso colombiano empleando otras variables. El ejercicio econométrico realizado para Colombia, México y Perú les permitió confirmar que, por el lado de la oferta, la expansión estuvo guiada por la abundancia de fondos prestables, mientras que el riesgo y las variables regulatorias fueron claves en el periodo de recesión. Por otro lado, la demanda durante el periodo de expansión estuvo explicada por las condiciones macroeconómicas, y, en el caso colombiano, el deterioro de las condiciones macroeconómicas tuvo un notable impacto en la demanda de crédito durante la recesión. Finalmente concluyeron que, para el caso de Colombia, parece existir una modesta contracción tanto en la demanda como en la oferta, en comparación con los demás países, mientras que México parece presentar un exceso de oferta y Perú un exceso de demanda.

De acuerdo con Tenjo y López (2002) “la pobre dinámica del crédito en Colombia es reflejo del ajuste de los distintos agentes a los efectos de la crisis productiva y del sistema financiero de finales del decenio pasado. A su vez, la naturaleza de estos efectos se explica a partir de la forma como la economía asimiló las reformas estructurales de comienzos del periodo y los flujos de capital externo que vinieron posteriormente” (p. 2).

Zuleta (1997) presentó una visión similar a la anterior, que resalta el papel de las reformas realizadas en los noventa, las cuales dieron lugar a un gran crecimiento en el tamaño del sistema financiero. Adicionalmente mencionó la entrada de capitales acompañada de un excesivo crecimiento en la cartera, con elevados niveles de tasa de interés, que condujeron a un deterioro de la misma.

⁴ Para Baltensperger un racionamiento de crédito “*occurring whenever some borrower’s demand for credit is turned down, even if this borrower is willing to pay all the price and nonprice elements of the loan contract*”, (Freixas y Rochet, 1999, p. 132). Bernanke y Lown (1991) afirman que racionamiento de crédito y *Credit Crunch* no son estrictamente iguales, pues el segundo puede ser causado por problemas diferentes a los de información.

III. Un modelo para el largo plazo y sus antecedentes en la literatura

Inicialmente los trabajos de equilibrio general no fueron utilizados para estudiar el sector financiero. Según Fama (1980), el sistema financiero (en una economía con o sin dinero e información perfecta) no tiene ningún efecto sobre los precios y cantidades de equilibrio, cumpliéndose de esta manera el Teorema Modigliani-Miller⁵. En este sentido, al estudiar el problema del equilibrio general se suponía (y aún hoy se supone así en muchos modelos) que, para las familias, los títulos emitidos por las empresas y los depósitos bancarios son sustitutos perfectos, y, a su vez, que los préstamos bancarios y las emisiones de títulos son sustitutos perfectos para las firmas (empresas del sector real), llegando a una solución de equilibrio general bajo la cual los bancos no influyen en las decisiones de los agentes y tampoco son relevantes para la economía⁶. Sin embargo trabajos como los de King y Plosser (1984) y Edwards y Végh (1997) analizan el sistema financiero en modelos de equilibrio general en los cuales éste si es relevante, y las familias no son indiferentes entre tener sus ahorros en depósitos o títulos emitidos por firmas.

El artículo de King y Plosser (1984) permite estudiar el comportamiento de tres agentes representativos: familias, bancos y firmas. El conjunto de bancos o sector financiero produce un bien intermedio para las firmas llamado “servicio de transacciones”. Estos servicios son demandados porque economizan tiempo y recursos requeridos en el intercambio de bienes. Sin embargo, deducir analíticamente de este trabajo las demandas de los agentes por cada bien sería bastante difícil; de ahí que nuestro modelo, como se observará posteriormente, sea más sencillo.

El modelo de Edwards y Végh (1997) está diseñado para analizar el comportamiento de familias, firmas, bancos y gobierno en una economía abierta. Las familias toman las decisiones de consumo y ahorro. Las firmas producen utilizando un único recurso, trabajo, y demandan crédito bancario para adelantar una parte de los salarios; además pueden financiarse con la emisión de bonos. Los bancos toman los depósitos de las familias y prestan a las firmas. En este sentido los bancos producen depósitos y crédito. Finalmente el gobierno decide su política económica (nivel de la tasa de devaluación y requerimientos de reserva) teniendo en cuenta sus ingresos y el gasto público (que consiste en transferencias a las familias).

⁵ El cumplimiento de este teorema supone que los bancos poseen igual acceso al mercado de capitales que los inversionistas, firmas u otros intermediarios financieros. De ahí que no exista diferencia entre los servicios que los primeros puedan ofrecer (Fama, 1980).

⁶ Ver Freixas y Rochet, 1999, capítulo 1.

El modelo de Elosegui (2003) supone tres tipos de agentes: familias, firmas y bancos. El banco representativo enfrenta excesos de demanda de crédito y puede racionar la oferta de crédito de dos maneras: la primera por la vía de la calidad: el banco ofrece crédito a aquellas empresas que cumplen con determinadas características; la segunda se presenta por la vía de la cantidad: el banco ofrece cantidades de crédito distintas a las firmas con características iguales cuando no pueda racionar completamente por calidad. Estos dos tipos de racionamiento inducen una menor acumulación de capital. Por tanto, un sistema de intermediación más eficiente puede financiar más industrias y aumentar la inversión.

Nuestro modelo tiene algunas similitudes pero también algunas diferencias básicas con los anteriores: es de economía cerrada⁷, hace abstracción del gobierno, supone que el crédito es un factor de producción para las firmas, además del trabajo, y que estas no tienen opción de financiarse emitiendo títulos de deuda a favor de las familias; su única posibilidad es recibir crédito del sistema financiero.

Nosotros consideramos, por tanto, solo tres agentes representativos: familias, firmas y bancos. El desarrollo del equilibrio general intertemporal es similar al de Cooley y Prescott (1995). Sin embargo, a diferencia del modelo de estos, en el nuestro el capital es reemplazado por crédito.

En la economía que modelamos hay dos sectores productivos: el sector de bien final (Y_t) y el sector financiero, que produce un bien intermedio (Z_t) denominado crédito bancario gracias a la captación de depósitos. La firma que produce el bien final utiliza para tal propósito el trabajo y el bien intermedio. El sector financiero utiliza en su producción trabajo y depósitos, suministrados por los hogares, y ofrece a las familias rendimientos por sus depósitos; además suponemos que no cobra por el servicio de aceptarlos. Las familias ofrecen sus depósitos al sector bancario por seguridad (y suponemos, entonces, que no hay posibilidad de “corridas” bancarias) y por los rendimientos que reciben.

Es importante resaltar que en nuestro modelo las familias no escogen entre tener depósitos bancarios o títulos que podrían emitir las firmas, pues suponemos que el sector financiero brinda a las familias seguridad, a diferencia de las firmas, en la medida en que aquel mantiene un nivel de reservas suficiente que permita a las familias suavizar su consumo ante choques eventuales del

⁷ El hecho de que sea de economía cerrada tiene costos (no podemos capturar, por ejemplo, efectos de choques externos en los flujos de capital) pero tiene el beneficio de permitirnos un desarrollo analítico y econométrico centrado en aspectos fundamentales.

ingreso. Sí las familias obtienen un nivel de ingreso efectivamente menor que su ingreso permanente⁸ utilizarán parte de sus depósitos en bancos (haciendo retiros factibles gracias a la reserva que mantienen los bancos). El supuesto según el cual los ahorradores pueden “monitorear” los bancos genera un incentivo para que las entidades bancarias mantengan un cierto nivel de reservas que ofrezca a los ahorradores seguridad sobre la suerte de sus depósitos en cualquier momento.

En consecuencia, simplificamos nuestro modelo haciendo abstracción de las tenencias de títulos de deuda emitidos por las firmas a favor de las familias y suponiendo que las firmas tienen como único medio de financiación el crédito bancario requerido para la producción del bien final. De esta manera, el modelo permite ver el sistema bancario como un sector importante para la economía, que canaliza los depósitos de las familias hacia las firmas en forma de crédito⁹.

A Presentación de la forma estructural

i. Las familias

Suponemos un hogar representativo con un número constante de miembros y cuya función de utilidad intertemporal está dada por:

$$U_t = E_t \left[\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left(\frac{C_s^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) \right] \quad (1)$$

Siendo, β el factor de descuento, C_s el consumo en el periodo s y θ el coeficiente de aversión al riesgo. El supuesto de aversión al riesgo es compatible con el de la preferencia de los agentes por confiar sus depósitos al sector bancario, en la medida en que el sector bancario permite a las familias hacer retiros de alguna parte de sus ahorros acumulados en el momento en que lo deseen, a diferencia de lo que, supuestamente, haría una firma. Adicionalmente, para simplificar suponemos que el precio del bien de consumo es igual a uno ($P_c = 1$), la oferta de trabajo de las familias es inelástica, por tanto (para simplificar) $l_t = 1$, y existe competencia perfecta.

⁸ Nótese que el ingreso corriente es mayor o menor que el ingreso permanente según sea positivo o negativo el ingreso transitorio, respectivamente.

⁹ Como verá el lector, nuestra modelación del sistema financiero es muy sencilla (suponemos, incluso, que el sector está sujeto a las condiciones de competencia perfecta), lo cual nos permite generar una solución analítica que es la base de nuestras estimaciones econométricas. Modelaciones alternativas del sector financiero, con competencia monopolística, información imperfecta, etc., son, claro está, más realistas pero pueden impedir las soluciones analíticas; véase, al respecto, el modelo de Caminal y Matutes (2002).

La restricción de la familia representativa está dada por:

$$W_t + r_t^d d_t^o - C_t = d_{t+1}^o - d_t^o \quad (2)$$

W_t es el salario, r_t^d la tasa de interés de depósitos, d_t^o la oferta de depósitos existentes al comienzo del periodo t realizada por las familias a los bancos. Esta restricción indica que las familias dedican sus ingresos por salarios y por rendimientos de sus depósitos a consumo o aumentar sus tenencias de los mismos. Por el supuesto de competencia perfecta las familias son tomadoras de precios, es decir, para cada una de ellas tanto el salario como la tasa de interés no son influenciados por sus decisiones.

En consecuencia, realizando un proceso repetitivo de llevar la ecuación (2) hacia adelante y sustituir d_{t+s}^o en cada periodo podemos obtener la restricción presupuestal de horizonte infinito:

$$E_t \left[\sum_{s=t}^{\infty} R_{t,s} C_s \right] = (1 + r_t^d) d_t^o + E_t \left[\sum_{s=t}^{\infty} R_{t,s} W_s \right] \quad (3)$$

$$\text{Siendo, } R_{t,s} = \frac{1}{\prod_{v=t+1}^s (1 + r_v^d)}$$

Además, suponemos que la ecuación (3) cumple la condición de transversalidad:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} R_{t,t+T} d_{t+T+1}^o = 0$$

Maximizando la función de utilidad (ecuación 1) obtenemos la ecuación de Euler:

$$E_t [u'(C_s)] = E_t [(1 + r_{s+1}^d) \beta u'(C_{s+1})] \quad (4)$$

$$\text{Donde } u'(C_s) = \frac{1}{C_s^\theta}$$

Por tanto:

$$E_t [C_s] = C_t E_t \left[R_{t,s}^{-\left(\frac{1}{\theta}\right)} \beta^{\frac{1}{\theta}(s-t)} \right] \quad \text{para } s \geq t \quad (5)$$

Reemplazando la ecuación (5) en la restricción presupuestal de horizonte infinito de las familias (3):

$$E_t \left[\sum_{s=t}^{\infty} R_{t,s} \left[R_{t,s}^{-\left(\frac{1}{\theta}\right)} \beta^{\frac{1}{\theta}(s-t)} \right] C_t \right] = (1 + r_t^d) d_t^o + E_t \left[\sum_{s=t}^{\infty} R_{t,s} W_s \right]$$

y despejando C_t tenemos que:

$$C_t = \frac{(1 + r_t^d)d_t^o + E_t \left[\sum_{s=t}^{\infty} R_{t,s} W_s \right]}{E_t \left[\sum_{s=t}^{\infty} R_{t,s} \left[R_{t,s}^{-\left(\frac{1}{\theta}\right)} \beta^{\frac{1}{\theta}(s-t)} \right] \right]} \quad (6),$$

La ecuación (6) es una expresión de la “hipótesis del ingreso permanente” de Friedman (Romer, 1996), de acuerdo con la cual el consumo es igual al ingreso permanente (esperado; éste último es el lado derecho de (6)). Además el ingreso corriente es igual al ingreso permanente más el ingreso transitorio ($I_t = I_t^P + I_t^T$). De esta manera, denotando el ingreso corriente de las familias $W_t + r_t^d d_t^o$ como I_t y reemplazando en la ecuación (2), se puede mostrar que:

$I_t - C_t = d_{t+1}^o - d_t^o \Rightarrow I_t - I_t^P = d_{t+1}^o - d_t^o \Rightarrow I_t^T = d_{t+1}^o - d_t^o$. Esto es: el ahorro es igual al ingreso transitorio de las familias.

ii. Las firmas

La firma representativa produce el bien Y_t (de consumo de las familias), para lo cual utiliza trabajo y crédito. Además el crédito se agota completamente en la producción de cada periodo¹⁰.

Su función de producción está dada por:

$$Y_t = A_{ft}^\alpha Z_t^{d1-\alpha} L_{ft}^\alpha \quad (7) \quad 0 < \alpha < 1$$

Siendo: A_{ft}^α el factor de escala (cuyo aumento indica mejoramiento técnico), L_{ft} la cantidad de trabajo utilizada en la producción, Z_t^d la cantidad demandada de crédito necesaria para la adquisición de trabajo. El crédito, en la función (7), es un acervo al principio del periodo t .

La firma decide las cantidades de trabajo y crédito que minimizan sus costos:

Su ecuación de costos es:

$$C_t^f = W_t L_{ft} + r_t^c Z_t^d \quad (8)$$

Resolviendo por el método de multiplicadores de Lagrange se obtienen las condiciones de primer orden de las cuales deducimos las funciones de demanda óptimas de trabajo y crédito:

¹⁰ Nótese que en este caso la tasa de “depreciación” de este factor es igual a 1.

$$L_{ft} = \frac{Y_t}{A_{ft}^\alpha} \left(\frac{r_t^c \alpha}{W_t (1-\alpha)} \right)^{1-\alpha} \quad (9) \quad \text{Demanda de trabajo}$$

$$Z_t^d = \frac{Y_t}{A_{ft}^\alpha} \left(\frac{W_t (1-\alpha)}{r_t^c \alpha} \right)^\alpha \quad (10) \quad \text{Demanda de crédito}$$

Reemplazando estas demandas en la función de costos, podemos encontrar el costo total de producir Y_t unidades de producto:

$$C_t^f = W_t \left[\frac{Y_t}{A_{ft}^\alpha} \left[\frac{r_t^c \alpha}{W_t (1-\alpha)} \right]^{1-\alpha} \right] + r_t^c \left[\frac{Y_t}{A_{ft}^\alpha} \left[\frac{W_t (1-\alpha)}{r_t^c \alpha} \right]^\alpha \right] \quad (11)$$

Así, derivando la ecuación (11) con respecto al producto podemos obtener el costo marginal que, al igualarlo con el precio, permite encontrar la función de oferta del producto

$$1 = \frac{1}{A_{ft}^\alpha} \left[\left[\frac{W_t}{\alpha} \right]^\alpha \left[\frac{r_t^c}{(1-\alpha)} \right]^{1-\alpha} \right] \quad (12)^{11}$$

Tomando logaritmos y despejando con respecto al salario podemos escribir:

$$\log W_t = \left[\log \alpha + \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \log(1-\alpha) \right] + \log A_{ft} - \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \log r_t^c \quad (13)$$

iii. Los bancos

El papel del sector financiero es tomar los depósitos que realiza la familia y prestarlos a la firma ofreciendo un rendimiento sobre los mismos depósitos. Además, mantiene un nivel de reservas óptimo que permite afrontar desahorros imprevistos de las familias. Suponemos que el nivel de reservas óptimo es elegido por los bancos teniendo en cuenta la función de distribución de probabilidades del ingreso transitorio¹² ($I_t^T = e_t$). Puesto que en este modelo el ingreso transitorio, como se mencionará más adelante, tiene las características de un “ruido blanco”, suponemos que la reserva, entendida como una fracción de los depósitos, es constante en el tiempo. Es importante anotar que los bancos siempre estarán dispuestos a mantener un nivel de

¹¹ Suponemos que $P_y = 1 = P_c$.

¹² En Posada y Trujillo (1993) se muestra que los bancos toman la decisión de su nivel óptimo de encaje teniendo en cuenta: a) los costos en los que pueden incurrir al tener un nivel inferior a los retiros y b) la función de distribución de los mismos. Entre los costos están los de acudir al mercado interbancario, aumentar los incentivos para acrecentar los depósitos, realizar sus activos más líquidos y otros intangibles como el menoscabo de la reputación.

reservas positivo pues, en caso contrario y dado que las familias tienen aversión al riesgo, no llevarían sus depósitos al sector financiero.

La función de producción del banco está dada por:

$$Z_t^o = A_{bt}^\gamma d_t^{*d^{1-\gamma}} L_{bt}^\gamma \quad (14) \quad 0 < \gamma < 1$$

Siendo: $d_t^* = (1-R)d_t$, R el nivel de reservas, A_{bt}^γ el factor de escala en t (su cambio es el indicador de innovación tecnológica), L_{bt} la cantidad de trabajo necesaria para la producción, d_t^d la demanda de depósitos utilizados como insumos por el sector financiero¹³. Igual que la firma, el banco representativo decide las cantidades de trabajo y depósitos necesarias para producir Z_t^o unidades que minimizan sus costos:

Su función de costos es:

$$C_t^b = W_t L_{bt} + r_t^d d_t^d \quad (15)$$

Por el método de multiplicadores de Lagrange obtenemos las condiciones de primer orden que permiten encontrar las demandas de factores ejercidas por el banco:

$$L_{bt} = \frac{Z_t^o}{A_{bt}^\gamma} \frac{1}{(1-R)^{1-\gamma}} \left(\frac{r_t^d \gamma}{W_t (1-\gamma)} \right)^{1-\gamma} \quad (16) \quad \text{Demanda de trabajo}$$

$$d_t^d = \frac{Z_t^o}{A_{bt}^\gamma} \frac{1}{(1-R)^{1-\gamma}} \left(\frac{W_t (1-\gamma)}{r_t^d \gamma} \right)^\gamma \quad (17) \quad \text{Demanda de depósitos}$$

Reemplazando las demandas en la ecuación de costos podemos encontrar el costo total de producir Z_t^o unidades de crédito.

$$C_t^b = W_t \left[\frac{Z_t^o}{A_{bt}^\gamma} \frac{1}{(1-R)^{1-\gamma}} \left(\frac{r_t^d \gamma}{W_t (1-\gamma)} \right)^{1-\gamma} \right] + r_t^d \left[\frac{Z_t^o}{A_{bt}^\gamma} \frac{1}{(1-R)^{1-\gamma}} \left(\frac{W_t (1-\gamma)}{r_t^d \gamma} \right)^\gamma \right] \quad (18)$$

Así, derivando la ecuación (18) en términos de Z_t^o hallamos el costo marginal que, igualado al precio, permite encontrar la oferta de crédito en competencia perfecta (*precio = costo marginal*)

¹³ Un modelo más realista podría describir de otra forma la función de producción de los bancos, por ejemplo, con una baja o nula sustitución de depósitos por trabajo e incorporando una información que solo estos poseen y que establecería la base de una posición de monopolio o de competencia monopolística entre estos. La razón para haber escogido la función de producción que utilizamos fue simplemente de conveniencia: nos pareció mas sencillo utilizar esta y suponer condiciones de competencia perfecta haciendo abstracción de un hecho que parece indudable en la historia bancaria: el de información incompleta y asimétrica (esto último a veces a favor y a veces en contra de la rentabilidad bancaria).

$$r_t^c = \frac{1}{A_{bt}^\gamma (1-R)^{1-\gamma}} \left[\frac{r_t^d}{(1-\gamma)} \right]^{1-\gamma} \left[\frac{W_t}{\gamma} \right]^\gamma \quad (19)^{14}$$

Tomando logaritmos y despejando con respecto a salarios tenemos:

$$\log W_t = \frac{1}{\gamma} [(1-\gamma)\log(1-R) + (1-\gamma)\log(1-\gamma) + \gamma \log \gamma] + \frac{1}{\gamma} \log r_t^c - \frac{(1-\gamma)}{\gamma} \log r_t^d + \log A_{bt} \quad (20)$$

iv. Oferta y demanda de depósitos

Cómo se mostró anteriormente el ahorro de las familias es igual al ingreso transitorio: $I_t^T = d_{t+1}^o - d_t^o$, el cual tiene las características de un “error” ($I_t^T = e_t$) “bien comportado”, es decir, $e_t \sim \text{RB}$ (RB: “ruido blanco”) con media cero ($E[e_t] = 0$). Por tanto podemos escribir:

$$d_{t+1}^o = d_t^o + e_t \quad (21) \text{ Oferta de depósitos}$$

La demanda de depósitos está representada por la ecuación (17), de la cual, tomando logaritmos, obtenemos:

$$\log d_t^d = \gamma \log \left(\frac{1-\gamma}{\gamma} \right) - (1-\gamma)\log(1-R) + \log Z_t^o - \gamma \log A_{bt} + \gamma \log W_t - \gamma \log r_t^d \quad (22)$$

Utilizando la ecuación (13) en la (22) obtenemos el equilibrio en el mercado de depósitos¹⁵:

$$\begin{aligned} \log d_t^d = & \left[\gamma \log \left(\frac{(1-\gamma)\alpha}{\gamma} \right) + \frac{\gamma(1-\alpha)}{\alpha} \log(1-\alpha) - (1-\gamma)\log(1-R) \right] + \log Z_t^o - \gamma \log(r_t^d) \\ & - \frac{\gamma(1-\alpha)}{\alpha} \log r_t^c + \gamma \log \left(\frac{A_{ft}}{A_{bt}} \right) \quad (23) \end{aligned}$$

v. Oferta y demanda de crédito

La demanda de crédito está dada por el logaritmo de la ecuación (10):

$$\log Z_t^d = \alpha \log \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) + \log Y_t - \alpha \log A_{ft} + \alpha \log W_t - \alpha \log r_t^c \quad (24)$$

Adicionalmente, si reemplazamos (13) en (24) obtenemos:

$$\log Z_t^d = \log(1-\alpha) - \log r_t^c + \log Y_t \quad (25)$$

Por otro lado, la igualación de (13) y (20) implica que:

¹⁴ El precio del crédito es igual a la tasa de interés r_t^c .

¹⁵ Nótese que para encontrar el equilibrio en el mercado de depósitos no reemplazamos la ecuación (21), dada la complejidad de la ecuación en términos de su estimación. Por lo tanto adoptamos la ecuación (23) como la que representa el equilibrio del mercado.

$$\log r_t^c = \frac{\alpha}{(\alpha + \gamma(1-\alpha))} \left[\gamma \log \frac{\alpha}{\gamma} - (1-\gamma) \log(1-\gamma) + \frac{\gamma(1-\alpha)}{\alpha} \log(1-\alpha) - (1-\gamma) \log(1-R) \right] + \frac{\alpha(1-\gamma)}{(\alpha + \gamma(1-\alpha))} \log r_t^d + \frac{\alpha\gamma}{\alpha + \gamma(1-\alpha)} \log \frac{A_{ft}}{A_{bt}} \quad (26)$$

vi Consistencia macroeconómica:

Condición de equilibrio

En equilibrio los beneficios del banco y de la firma son nulos por los supuestos de rendimientos de escala constantes, competencia perfecta y minimización de costos. Así, denotando el beneficio de las firmas como: $\Pi^f = Y_t - W_t L_{ft} - r_t^c Z_t^d$ y el beneficio de los bancos como: $\Pi^b = r_t^c Z_t^o - W_t L_{bt} - r_t^d d_t^d$, se puede escribir el equilibrio macroeconómico de la siguiente forma:

$$\Pi^f + \Pi^b = Y_t - W_t L_{ft} - r_t^c Z_t^d + r_t^c Z_t^o - W_t L_{bt} - r_t^d d_t^d = 0 \quad (27)$$

Además sabemos que en equilibrio:

$$W_t = W_t L_{ft} + W_t L_{bt}, \text{ pues } L_{ft} + L_{bt} = 1 \text{ }^{16};$$

$$Z_t^d = Z_t^o$$

$$d_t^d = d_t^o = d_t$$

Por tanto reemplazando lo anterior en la ecuación (27):

$$Y_t - (W_t + r_t^d d_t) = 0, \text{ y considerando la restricción de las familias (ecuación (2))}$$

tenemos que:

$$Y_t - (C_t + d_{t+1} - d_t) = 0$$

$$\Rightarrow Y_t - C_t = d_{t+1} - d_t = Y^T = 0 \quad (28)$$

Dado que Y_t es el ingreso observado y C_t es igual al ingreso permanente, entonces el ahorro es igual al ingreso transitorio, representado por un error cuyo valor en equilibrio es nulo¹⁷.

La restricción patrimonial

$$V_t^h = d_t^s$$

$$V_t^f = -Z_t^d$$

¹⁶ Lo que implica que el salario es flexible para ajustar la oferta y la demanda de trabajo.

¹⁷ Nótese que en el nivel agregado: $Y_t = I_t$; $Y_t^P = I_t^P$; $Y_t^T = I_t^T$

$$V_t^b = Z_t^o - d_t^d$$

Siendo V_t la riqueza material en t para cada agente (hogares, h , firmas, f , y bancos, b , respectivamente).

$$\sum_{j=h,f,b} V_t^j = d_t^o - Z_t^d + Z_t^o - d_t^d$$

Además:

$$V_{t+1}^h - V_t^h = d_{t+1}^o - d_t^o$$

$$V_{t+1}^f - V_t^f = -Z_{t+1}^d - (Z_t^d)$$

$$V_{t+1}^b - V_t^b = Z_{t+1}^o - Z_t^o - (d_{t+1}^d - d_t^d)$$

$$\sum_{j=h,f,b} (V_{t+1}^j - V_t^j) = (d_{t+1}^o - d_t^o) + (Z_{t+1}^o - Z_t^o) + (Z_t^d - Z_{t+1}^d) + (d_t^d - d_{t+1}^d)$$

De esta manera, si los mercados de depósitos y crédito están en equilibrio, la riqueza material de la sociedad es nula (así como también sus variaciones esperadas). Por tanto el ahorro nacional esperado es cero.

B. Ecuación a estimar

La ecuación de equilibrio en el mercado de depósitos es:

$$\begin{aligned} \log d_t^d = & \left[\gamma \log \left(\frac{(1-\gamma)\alpha}{\gamma} \right) + \frac{\gamma(1-\alpha)}{\alpha} \log(1-\alpha) - (1-\gamma) \log(1-R) \right] + \log Z_t^o - \gamma \log(r_t^d) \\ & - \frac{\gamma(1-\alpha)}{\alpha} \log r_t^c + \gamma \log \left(\frac{A_{ft}}{A_{bt}} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

La ecuación de equilibrio en el mercado de crédito es:

$$\log Z_t = \log(1-\alpha) - \log r_t^c + \log Y_t \quad (25)$$

Reemplazando la relación entre las tasas de interés (ecuación (26)) en la ecuación (23) podemos obtener la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \log d_t = & \left[\frac{\gamma(1-\alpha)}{\alpha(1-\gamma)} \log(1-\alpha) + \frac{\gamma}{(1-\gamma)} \log \frac{\alpha}{\gamma} - \log(1-R) \right] + \log Z_t - \frac{\gamma}{\alpha(1-\gamma)} \log r_t^c \\ & + \frac{\gamma}{(1-\gamma)} \log \left(\frac{A_{ft}}{A_{bt}} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

Supondremos la siguiente ley de evolución de largo plazo para A_{ft} : $A_{ft} = A_{ft-1} e^{u+\psi_f}$; siendo u la tasa de aumento permanente de A_{ft} y ψ_f un término de error del tipo ruido blanco.

Lo anterior podemos escribirlo así: $\log A_{ft} = \log A_{ft-1} + u + \psi_f$. Además, supondremos: $A_{bt} = A_{bt-1}e^{v+\psi_b}$; donde v es la tasa de aumento permanente de A_{bt} y ψ_b un término de error de tipo ruido blanco¹⁸; este supuesto permite establecer que: $\log A_{bt} = \log A_{bt-1} + v + \psi_b$. Así nuestra única ecuación a estimar será:

$$\begin{aligned} \log d_t = & \left[\frac{\gamma(1-\alpha)}{\alpha(1-\gamma)} \log(1-\alpha) + \frac{\gamma}{(1-\gamma)} \log \frac{\alpha}{\gamma} - \log(1-R) \right] + \log Z_t - \frac{\gamma}{\alpha(1-\gamma)} \log r_t^c \\ & + \frac{\gamma}{(1-\gamma)} \log \left(\frac{A_{ft-1}}{A_{bt-1}} \right) + \frac{\gamma}{(1-\gamma)} [\log(u + \psi_f) - \log(v + \psi_b)] \quad (29') \end{aligned}$$

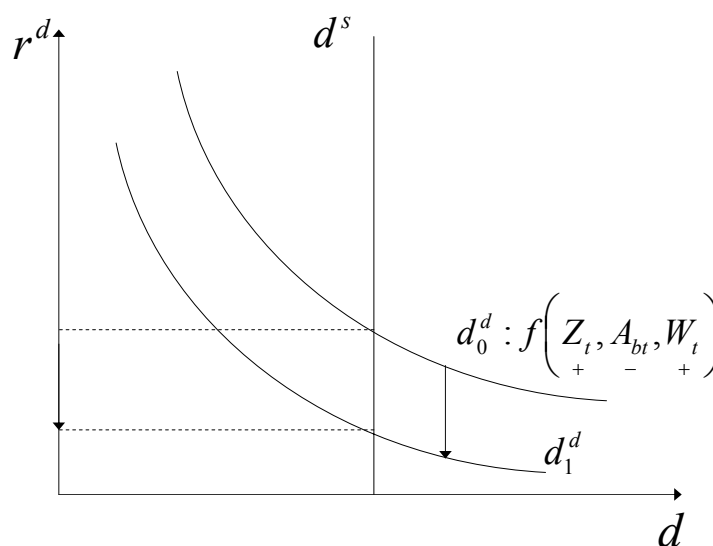
C. Análisis gráfico del modelo y algunos ejercicios de estática comparativa

i) Mercado de depósitos

Cambios en la demanda:

En el mercado de depósitos la oferta no depende de la tasa de interés, por lo cual, si se presenta un aumento de la demanda (ya sea por un incremento en el nivel de crédito o salarios) o una reducción de esta (por un avance tecnológico en el sector bancario, como se muestra en la figura 1), la tasa de interés ha de variar sólo en función de la intensidad del cambio en la demanda.

Figura 1. Un desplazamiento de la demanda de depósitos por parte de los bancos

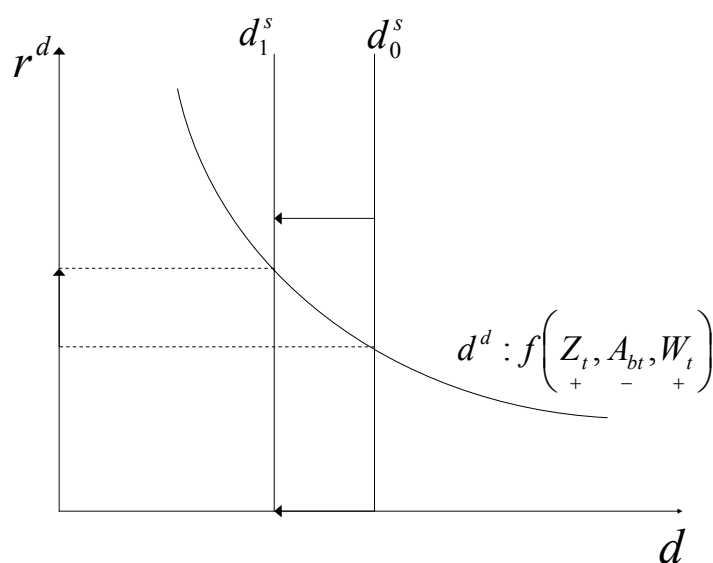


¹⁸ Una alternativa sería suponer que el cambio técnico es similar en ambos sectores pero algunos analistas del caso colombiano (Arias, 2001, por ejemplo) han considerado que hay choques de productividad específicos a la banca.

Cambios en la oferta:

Por otro lado, el nivel de oferta de depósitos varía con el comportamiento de e_t (componente transitorio del ingreso de las familias) de esta manera: si e_t es positivo el nivel de oferta de depósitos aumenta pero si e_t es negativo el nivel de oferta de depósitos se reduce, generando un aumento o una caída en el tipo de interés (en la figura 2 se puede observar el efecto de un e_t negativo).

Figura 2. Un desplazamiento de la oferta de depósitos por parte de las familias



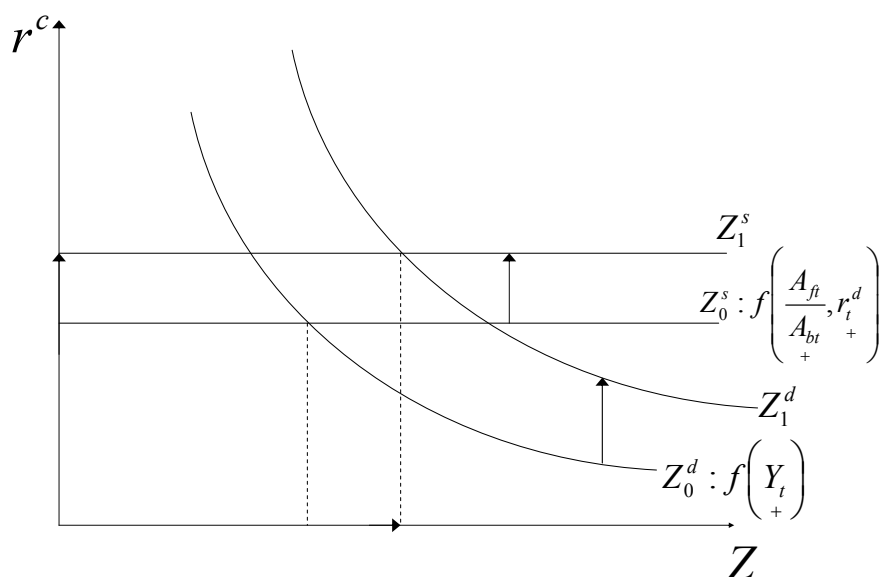
Es importante anotar que dado que entendemos e_t como el ingreso transitorio de las familias éste puede ser una combinación de los efectos transitorios producidos por un *shock* tecnológico en el sector bancario y en el real. En este caso, determinar el aumento o caída de la tasa de interés va a depender de la magnitud de cada uno de los *shocks*.

ii) Mercado de crédito

Choque tecnológico sobre el sector real:

Un cambio tecnológico positivo en el sector real induce un aumento del producto que se traduce en otro de la demanda de crédito. Sin embargo este *shock* ocasiona un aumento de los salarios, generando un efecto negativo en la oferta de crédito; esto causa un aumento de la tasa de equilibrio a la cual los bancos están dispuestos a ofrecer crédito (la figura 3 supone lo que nos parece intuitivo: el efecto en la demanda es mayor que en la oferta).

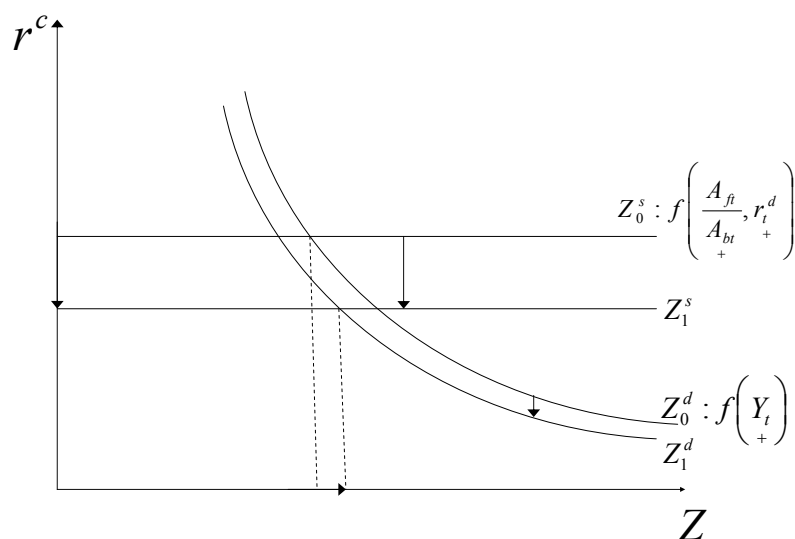
Figura 3. Desplazamientos de la oferta y la demanda de crédito por choques tecnológicos positivos soportados por las firmas



Choque tecnológico en el sector bancario

Un cambio positivo en el nivel tecnológico del sector bancario genera una caída de la tasa de interés de equilibrio a la cual los bancos están dispuestos a ofrecer crédito; sin embargo tal mejora aumenta los salarios, frenando entonces el producto y desplazando así la curva de demanda de crédito hacia la izquierda (la figura 4 supone que el efecto en la oferta de crédito es mayor que en la demanda).

Figura 4. Desplazamientos de la oferta y demanda de crédito a causa de un choque tecnológico positivo soportado por los bancos



IV. Estimación

Los resultados del ejercicio econométrico se presentan en esta sección. El ejercicio partió de estimar la ecuación (29') como la relación de equilibrio de la economía hipotética. La estimación presenta dos fases: la primera fue la correspondiente a un *Vector de Corrección de Error* (VEC)¹⁹; la segunda consistió en someter a prueba un conjunto de restricciones estructurales empleando el método de *tendencias comunes* (*common trends*) para identificar los impactos de corto y largo plazo de las variables.

i. Datos

Las series utilizadas son de frecuencia mensual desde 1990:01 hasta 2004:04²⁰. Como medida de depósitos (D_t) se utilizó la diferencia entre los agregados monetarios M3 y M1, que es el componente menos líquido de M3²¹. Para medir el crédito (Z_t) utilizamos los datos de la

¹⁹ Método de estimación conjunta de relaciones de equilibrio (largo plazo) y de la dinámica de corto plazo asociada a errores transitorios o de desequilibrio.

²⁰ Inicialmente intentamos trabajar con datos desde 1986; posteriormente utilizamos solo los datos desde 1990 porque los residuales del VEC presentaron problemas de autocorrelación y no normalidad que no pudimos corregir.

²¹ Los agregados monetarios están definidos de la siguiente manera: M1= efectivo + depósitos en cuenta corriente; M2= M1 + cuasidineros (depósitos de ahorro +CDTs) y M3= M2 + depósitos a la vista, fiduciarios, bonos, cédulas y

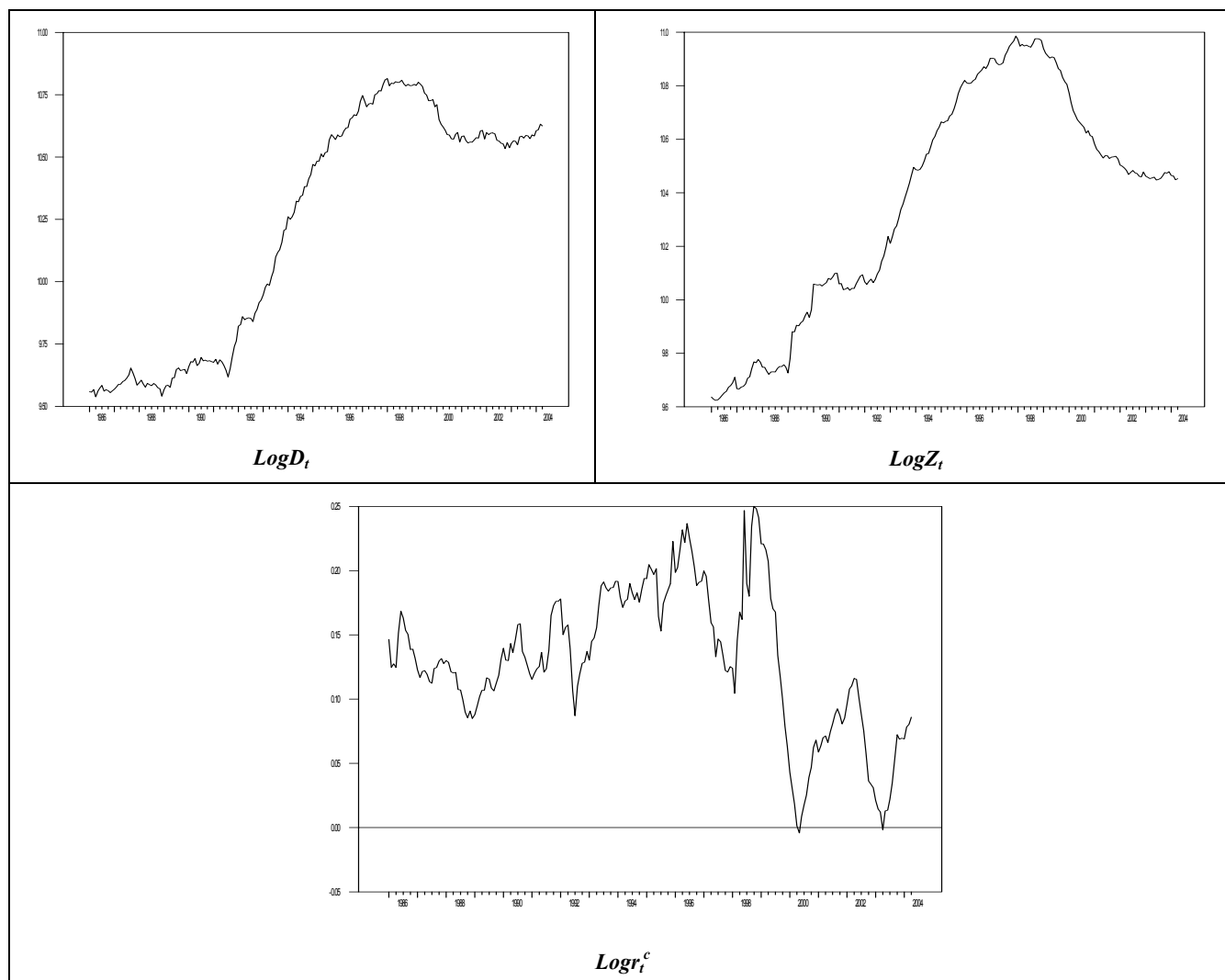
cartera total neta del sistema financiero (debido a que esta serie nos permitió trabajar con más observaciones) y para la tasa de interés activa real (r_t^c) utilizamos la definición y cálculo del Banco de la República que incluye las de créditos de consumo, ordinario, preferencial y tesorería²² (esta fue la única tasa de interés que pasó las pruebas de raíz unitaria con la potencia suficiente para la realización del VEC). Adicionalmente las series de crédito, depósitos y tasa de interés fueron deflactadas con el IPP y, como lo indica el modelo teórico, se utilizaron variables en logaritmos; para la tasa de interés se tomó el logaritmo de uno más la tasa de interés real activa (Gráfico 4).

repos, principalmente. Por tanto, M3-M1 es (aproximadamente) igual a la suma de cuasidineros, depósitos a la vista, fiduciarios, bonos, cédulas y repos.

²² Esta tasa de interés fue empalmada con la tasa de interés activa que calculó el Banco de la República mensualmente desde 1986 hasta 2001, dado que el cálculo de la anterior solo está disponible desde 1999. La

definición de tasa de interés real utilizada fue $r_t = \left[\frac{(1+i_t)}{(1+\pi_t)} - 1 \right]$ siendo i_t y π_t las tasas de interés nominal e inflación (del IPP), respectivamente.

Gráfico 4. Series en logaritmos



ii. Estimación VEC

Luego de verificar que nuestras variables son $I(1)$ ²³ pasamos a la estimación del VEC que representa tanto una relación de largo plazo como un mecanismo de corrección de error de corto plazo entre nuestras variables:

$$\Delta x_t = \Pi x_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta x_{t-i} + \varphi D_t + e_t \quad (30); \quad x_t = \begin{bmatrix} Z_t \\ D_t \\ r_t^c \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \beta' = [-1 \quad 1 \quad \beta_{13} \quad \beta_{14}]$$

²³ Las pruebas de raíz unitaria se presentan en el Anexo 1.

Siendo: $\Pi = \alpha\beta'$, α la matriz de velocidades de ajuste, β la matriz de los vectores de cointegración, Γ_i la matriz de los coeficientes del modelo VAR anidado, μ un vector que agrupa las constantes para cada una de las ecuaciones y φ una matriz que agrupa los coeficientes de las *dummies* (D_t) presentes en el modelo. Se espera que los errores se distribuyan así: normales multivariados con media cero y matriz de varianzas-covarianzas Ω . Según el modelo teórico, se espera que $\beta_{13} > 0$ (la elasticidad de los depósitos a la tasa de interés) y $\beta_{14} \neq 0$ (este parámetro es la constante del vector de cointegración).

El número de rezagos seleccionado fue 7 pues garantiza errores normales y no correlacionados. Se introdujeron *dummies* estacionales y algunas de intervención para los siguientes periodos: 1998:3, 1998:6, 1998:7; estos periodos parecen especiales desde el punto de vista del comportamiento de la tasa de interés activa²⁴. Bajo tal especificación se chequea el número de vectores de cointegración (cuadro 1).

Cuadro 1

<i>Test de la Traza</i>	<i>H₀ = r (número de relaciones de cointegración)</i>	<i>Valor crítico 10%</i>
40.68	0	31.88
17.27	1	17.79
4.83	2	7.5

Nota: Este *test* se realizó aceptando la constante dentro del vector de cointegración.

La estimación de nuestra relación de cointegración sugiere la siguiente restricción para los parámetros de β' , $H_0 : \beta_{11} = -\beta_{12} = 1$; imponiendo esta restricción obtenemos el vector de cointegración sugerido por el modelo teórico. Como se puede observar en el cuadro 2 podemos aceptar estas restricciones a un nivel de significancia del 5%.

Cuadro 2

	<i>Estimación vector de cointegración</i> ²⁵	<i>Valor-p</i> ($\chi^2(1)$)
$H_0 : \beta_{11} = -\beta_{12}$	$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 5.768 & -0.714 \end{bmatrix}$ <p style="text-align: center;">(1.183) (0.162)</p> $D_t = 0.714 + Z_t - 5.768r_t^c$	0.05

²⁴ En realidad, fueron periodos en los cuales se presentaron ataques a la banda cambiaria que, en consecuencia, presionaron la tasa al alza.

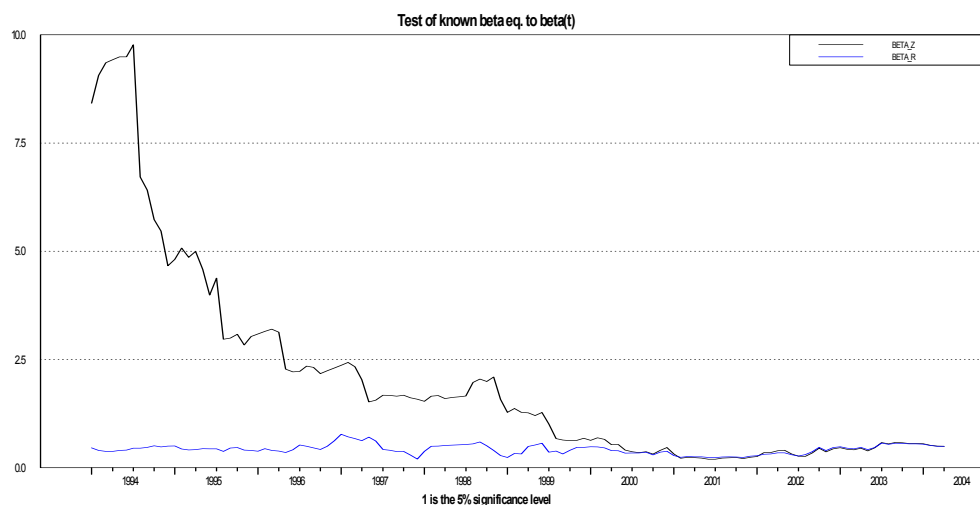
²⁵ Errores estándar entre paréntesis.

De esta estimación es importante resaltar que los signos de los coeficientes son los esperados y adicionalmente que la constante cumple con nuestros supuestos teóricos. Por ejemplo si suponemos que $\alpha = 0.6$ (la participación del trabajo en la producción del bien del sector real) γ toma el valor de 0.775 (la participación del trabajo en la producción del bien del sector financiero; recuérdese que $\beta_{13} = 5.768 = -\frac{\gamma}{\alpha(1-\gamma)}$); ambos parámetros se encuentran entre 0 y 1 como lo exigen nuestros supuestos teóricos. Adicionalmente se realizaron las pruebas sobre los residuales del modelo VEC que permitieron no rechazar las hipótesis de normalidad y no autocorrelación, y pruebas sobre exclusión, estacionaridad y exogeneidad débil (ver Anexo 1).

iii. Análisis de estabilidad de parámetros

Una parte interesante del análisis de cointegración es poder verificar la estabilidad de los parámetros estimados teniendo en cuenta las restricciones que son impuestas por el modelo teórico. Para ello se realizaron algunas pruebas de estabilidad sugeridas por Hansen y Johansen (1999). El gráfico 5 presenta la prueba sobre estabilidad de todos los parámetros en conjunto. Esta prueba es realizada mediante una estimación recursiva del VEC que incluye las restricciones sobre los parámetros del vector de cointegración y el rango; la hipótesis nula es la constancia del vector de cointegración con restricciones sobre toda la muestra. Para la prueba de la hipótesis se emplearon dos modelos alternativos conocidos en la literatura como modelo Z y modelo R. El modelo Z estima la totalidad de los parámetros del VEC en cada una de las recursiones, mientras que el modelo R fija los parámetros de corto plazo en sus valores de muestra completa (los parámetros de corto plazo asociados a la parte VAR) y sólo re-estima los componentes de largo plazo $\Pi = \alpha\beta'$, disminuyendo de este modo la varianza de los mismos.

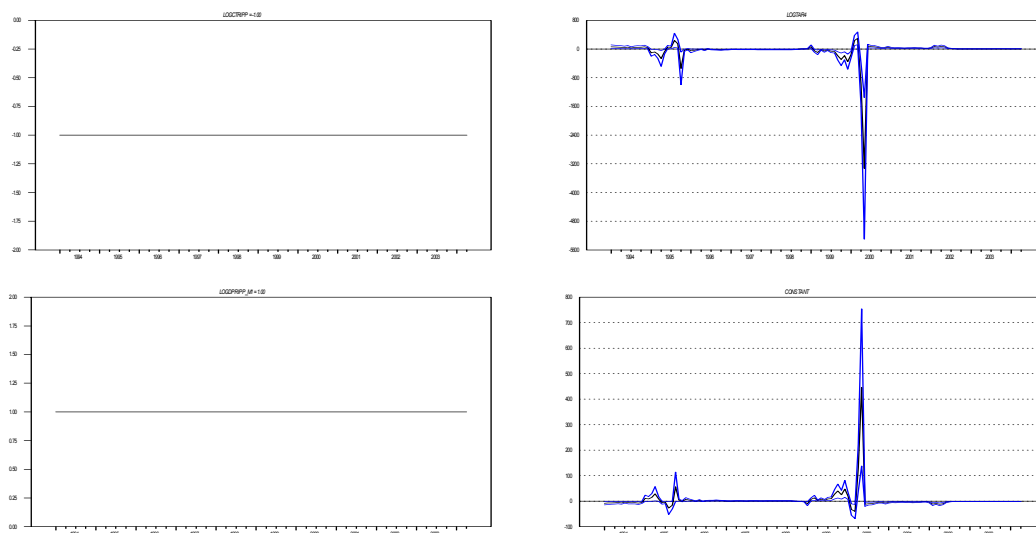
Gráfico 5. Constancia del espacio de cointegración



La hipótesis nula es rechazada para valores superiores a uno; como se puede observar ambos modelos entregan evidencias contrarias, dado que el estadístico Z presenta mayor variabilidad en los primeros períodos por las diferencias entre las especificaciones de corto plazo de las sub-muestras con respecto a la estimación para la muestra completa. Sin embargo, este estadístico converge a los valores encontrados para el modelo R, pues a medida que la sub-muestra es ampliada la estimación de corto plazo se acerca a su valor de muestra completa. Así, en vista de que este análisis se concentra en el largo plazo el estadístico más adecuado corresponde al del modelo R; y con este estadístico no podemos rechazar la hipótesis nula de constancia del vector de cointegración con rango uno y las restricciones sobre los parámetros.

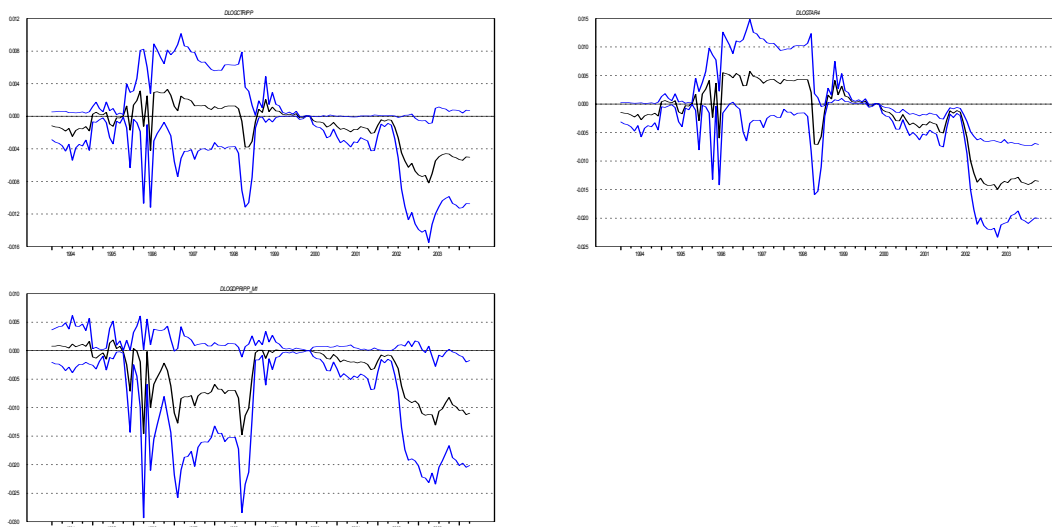
Adicionalmente, la prueba anterior nos permite separar las estimaciones recursivas de cada uno de los parámetros en las matrices α y β obtenidas para dicha prueba bajo el modelo R. El gráfico 6 reporta las estimaciones encontrados para los valores de β (la matriz de los coeficientes de cointegración) teniendo en cuenta las restricciones. Como se puede observar, la estimación de dichos parámetros es estable excepto a finales de 1998, periodo en el cual se presenta la caída en el crédito, depósitos y tasa de interés. Sin embargo este cambio mostró ser transitorio dado que los coeficientes asociados a la tasa de interés y la constante retornan rápidamente a su nivel inicial.

Gráfico 6. Estimación recursiva de β



El gráfico 7 presenta las estimaciones recursivas de las velocidades de ajuste α ; el gráfico muestra algunos cambios durante el mismo periodo de 1998. Para el crédito y la tasa de interés el cambio parece no significativo, mientras que las velocidades correspondientes a los depósitos si presentaron un cambio significativo pero transitorio para dicho periodo. Sin embargo, para el periodo final de la muestra, 2003-2004, parece existir un cambio significativo fundamentalmente en la velocidad de ajuste de la tasa de interés activa y un cambio (no tan significativo) para las velocidades asociadas a los depósitos y el crédito.

Gráfico 7. Estimación recursiva de α



En resumen, podemos aceptar que los coeficientes estimados de nuestro vector de cointegración, teniendo en cuenta las restricciones, son estables para toda la muestra y que los cambios detectados a finales del 1998 parecen ser resultados transitorios que no desviaron nuestras variables de su relación de largo plazo. Sin embargo, es importante resaltar que para el periodo final de la muestra parece existir un cambio importante en la mecánica de corto plazo.

Para profundizar más en tema del cambio de la dinámica de corto plazo y sus posibles impactos sobre la identificación de nuestra relación de equilibrio realizamos un ejercicio que permite comparar las estimaciones de nuestro VEC para varios sub-períodos. Teniendo en cuenta que estos deben ser prolongados para que la comparación pueda tener sentido y que el periodo de interés es el final de nuestra muestra 2001-2003, realizamos la estimación para los siguientes sub-períodos: 1990:01-2001:12, 1990:01-2002:12, 1990:01-2003:12. La estimación para cada uno de los VEC²⁶ cumple con todas las condiciones de normalidad y no autocorrelación de los errores (ver Anexo 1).

El cuadro 3 presenta la estimación del vector de cointegración para cada sub-período teniendo en cuenta las restricciones para los β : $H_0 : \beta_{11} = -\beta_{12} = 1$. Como se puede observar, del análisis para el período 1990:01-2001:12 resulta que se puede aceptar la restricción sobre los

²⁶ Se utilizaron 7 rezagos en la parte VAR, *dummies* estacionales y las de intervención utilizadas en la muestra completa (1998:3, 1998:6, 1998:7) dado que estas garantizaron para los tres periodos errores normales y no autocorrelacionados. Adicionalmente se realizaron las pruebas de rango (con constante dentro del espacio de cointegración) aceptando sólo una relación de cointegración para los tres casos.

parámetros en el vector de cointegración con una significancia de 35%; sin embargo, al ampliar la muestra uno y dos años hacia adelante la significancia a la que se puede aceptar dichas restricciones cae a valores de 7% y 4% respectivamente.

Cuadro 3. Estimación para sub-períodos

<i>Sub-muestra</i>	<i>Estimación vector de cointegración</i>	<i>Valor-p</i> ($\chi^2(1)$)
1990:01-2001:12	$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 16.636 & -2.458 \\ & & (4.181) & (0.617) \end{bmatrix}$	0.35
1990:01-2002:12	$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 5.896 & -0.703 \\ & & (1.538) & (0.220) \end{bmatrix}$	0.07
1990:01-2003:12	$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 5.902 & -0.717 \\ & & (1.239) & (0.172) \end{bmatrix}$	0.04

Una explicación para estos resultados puede ser la tendencia que, desde 2002, se ha observado en la razón crédito/depósitos; en efecto, mientras en la primera parte de la muestra el crédito fue mayor que los depósitos, para el periodo final esta relación se invirtió, lo que podría estar restando significancia a la relación uno a uno entre las variables. Esto podría indicar que el choque transitorio presentado durante 1998 llevó a los intermediarios financieros a tomar medidas para evitar los efectos negativos de este tipo de choques, dando cabida a la existencia de posibles racionamientos de crédito (*credit crunch*) para el período 2002-2003 (pero también podría interpretarse como el resultado de la caída transitoria de la demanda de crédito). Una de las posibles medidas a tomar es desplazar depósitos, en términos de nuestro modelo teórico, de la producción de crédito a la acumulación de reservas. Esto puede darse, en la práctica, a través del incremento sustancial de la tenencia de activos libres de riesgo como títulos de tesorería.

*iv. Tendencias comunes*²⁷

En esta sección se emplea la metodología de tendencias estocásticas comunes (*common trends*) para obtener estimadores de los parámetros estructurales asociados al modelo que hemos venido examinando. La metodología de tendencias comunes sigue a Vlaar (2003). Se presenta en el Anexo 2 una breve discusión del método econométrico que resultará sencilla para quienes están familiarizados con la estimación de modelos VAR estructurales.

²⁷ Esta sección utiliza de manera extensa las partes correspondientes al tema del documento de Escobar y Posada (2004). Para una descripción completa de esta metodología el lector puede remitirse a Misas *et al.* (2004).

Las restricciones contemporáneas se refieren a las neutralidades que los errores de la forma reducida (vector e_t) pueden tener con respecto a sus contrapartes estructurales en un momento (vector ε_t)²⁸, dadas las relaciones que entre estos asigna la matriz B_0 .

$$\begin{bmatrix} e_t^C \\ e_t^T \\ e_t^D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{011} & B_{012} & B_{013} \\ B_{021} & B_{022} & B_{023} \\ B_{031} & B_{032} & B_{033} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^C \\ \varepsilon_t^T \\ \varepsilon_t^D \end{bmatrix} \quad (31)$$

En nuestro modelo teórico ε_t^D se asocia al choque de oferta de depósitos: $d_{t+1} = d_t + \varepsilon_t$. ε_t^C y ε_t^T son los resultados de combinaciones lineales de los choques tecnológicos en los sectores real y bancario, los cuales son desconocidos. En lo que sigue supondremos las siguientes neutralidades:

ε_t^C : asociado a choques de crédito, cuyo resultado es una combinación de los choques tecnológicos y bancarios; tiene efectos contemporáneos sobre los errores del crédito y tasa de interés. Entonces $B(0)_{31} = 0$.

ε_t^T : asociado a choques de tasa de interés activa; tiene efectos contemporáneos sobre los errores del crédito, tasa de interés, y depósitos.

ε_t^D : tiene efectos contemporáneos sobre las tres variables.

Por tanto, (31') puede ser rescrita así:

$$\begin{bmatrix} e_t^C \\ e_t^T \\ e_t^D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{011} & B_{012} & B_{013} \\ B_{021} & B_{022} & B_{023} \\ 0 & B_{032} & B_{033} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^C \\ \varepsilon_t^T \\ \varepsilon_t^D \end{bmatrix} \quad (31')$$

Como sabemos el modelo nos permite señalar la existencia de un vector de cointegración, razón por lo cual la matriz de impactos totales, $B(1)$, debe poseer una columna de ceros con el objeto de excluir el choque carente de efectos permanentes sobre las variables. De modo que las partes permanentes de las variables consideradas pueden describirse así:

²⁸ Se designan los errores de cada una de las variables involucradas en el VEC por e_t^X y ε_t^X siendo X una cualquiera de nuestras variables

$$\begin{bmatrix} C_t^P \\ T_t^P \\ D_t^P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B(1)_{11} & B(1)_{12} & B(1)_{13} \\ B(1)_{21} & B(1)_{22} & B(1)_{23} \\ B(1)_{31} & B(1)_{32} & B(1)_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{t-1} \varepsilon_i^C \\ \sum_{i=1}^{t-1} \varepsilon_i^T \\ \sum_{i=1}^{t-1} \varepsilon_i^D \end{bmatrix} \quad (32)$$

A nuestro juicio, el modelo teórico sugiere las siguientes relaciones y neutralidades de largo plazo:

ε_i^C : tiene efectos sobre los componentes permanentes de la tasa de interés activa y sobre el mismo crédito.

ε_i^T : carece de efectos sobre el componente permanente de ninguna variable.

ε_i^D : tiene efectos sobre el componente permanente de todas las variables.

De lo anterior podemos deducir que $B(1)_{i2} = 0 \quad \forall i=1,2,3$, obteniendo con ello la columna de ceros requerida por la presencia de un vector de cointegración. Además existen restricciones adicionales expresadas por $B(1)_{31} = 0 \quad B(1)_{32} = 0$ Así que (32) se transforma en:

$$\begin{bmatrix} C_t^P \\ T_t^P \\ D_t^P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B(1)_{11} & 0 & B(1)_{13} \\ B(1)_{21} & 0 & B(1)_{23} \\ 0 & 0 & B(1)_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{t-1} \varepsilon_i^C \\ \sum_{i=1}^{t-1} \varepsilon_i^T \\ \sum_{i=1}^{t-1} \varepsilon_i^D \end{bmatrix} \quad (32')$$

Por tanto $\psi_t = [\varepsilon_t^C \quad \varepsilon_t^D]'$ y $v_t = [\varepsilon_t^T]$.

Llevando las restricciones anteriores a la representación usual de las tendencias comunes tendríamos:

$$\begin{bmatrix} C_t^P \\ T_t^P \\ D_t^P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B(1)_{11} & B(1)_{13} \\ B(1)_{21} & B(1)_{23} \\ 0 & B(1)_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_t^C \\ \tau_t^D \end{bmatrix}$$

$$\text{con } \begin{bmatrix} \tau_t^C \\ \tau_t^D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{t-1}^C \\ \tau_{t-1}^D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^C \\ \varepsilon_t^D \end{bmatrix}$$

$$\text{Resolviendo para } \tau \Rightarrow \tau_t^C = \sum_{i=1}^{t-1} \varepsilon_i^C; \quad \tau_t^D = \sum_{i=1}^{t-1} \varepsilon_i^D$$

Es decir, los τ_t son las tendencias estocásticas presentes en el modelo o paseos aleatorios con respecto a los cuales es posible representar los verdaderos procesos generadores de los datos y que, por la solución que puede darse a una ecuación en diferencias estocástica, no son más que acumulación de los errores estructurales de las variables que poseen efectos permanentes.

Recuérdese que la matriz $C(1)$ no es de rango completo; su rango es igual al número de variables ($n = 3$) menos el número de vectores de cointegración ($r = 1$), así que, en nuestro caso, sólo dos de sus filas son linealmente independientes; la restante es combinación lineal de las primeras y, por ello, de las tres restricciones colocadas en la columna de ceros sólo pueden contarse dos de ellas para determinar la eventual sobre-identificación del sistema. Teniendo en cuenta esto tenemos un total de 4 restricciones linealmente independientes para cada uno de los modelos, y como se requieren $n(n-1)/2$, 3 en nuestro caso, para tener un modelo exactamente identificado, entonces el modelo está sobre-identificado.

Las restricciones de largo plazo y contemporáneas fueron chequeadas y aceptadas a un 15%, obteniéndose los siguientes valores para las matrices implicadas (cuadro 4 y 5):

Cuadro 4. Parámetros estructurales contemporáneos			
	ε_t^C	ε_t^T	ε_t^D
e_t^C	0.00915	0.00441	0.00545
e_t^T	0.00993	0.01188	-0.00296
e_t^D	0	0.00961	0.01136

Cuadro 5. Parámetros estructurales de largo plazo		
	τ_t^C	τ_t^D
C_t^P	0.01967	0.07695
T_t^P	0.00341	-0.00018
D_t^P	0	0.07800

Los valores estimados para la matriz de parámetros contemporáneos son, a nuestro parecer, de difícil lectura desde el modelo teórico; por ello nos abstendremos de realizar comentarios sobre los mismos. Por otra parte, los parámetros de largo plazo resultan

interpretables a la luz del modelo teórico (ecuación (29')). La componente permanente del crédito es explicada positivamente por los choques que le son inherentes y por los asociados a los depósitos. Lo primero resulta perfectamente intuitivo al tratarse de los choques puros sobre tal variable, y lo segundo es consistente con la relación positiva entre estas variables. En cuanto a los aportes de las tendencias de crédito y depósitos sobre la tasa de interés, estos replican la relación de equilibrio propuesta por el modelo teórico. Los depósitos, como se esperaba, dependen positivamente de la acumulación de los choques puros que sobre estos se causen.

Dado este conjunto de restricciones estructurales aceptado estadísticamente para ambos modelos se obtienen los ejercicios de impulso-respuesta (Gráficos 8, 9 y 10).

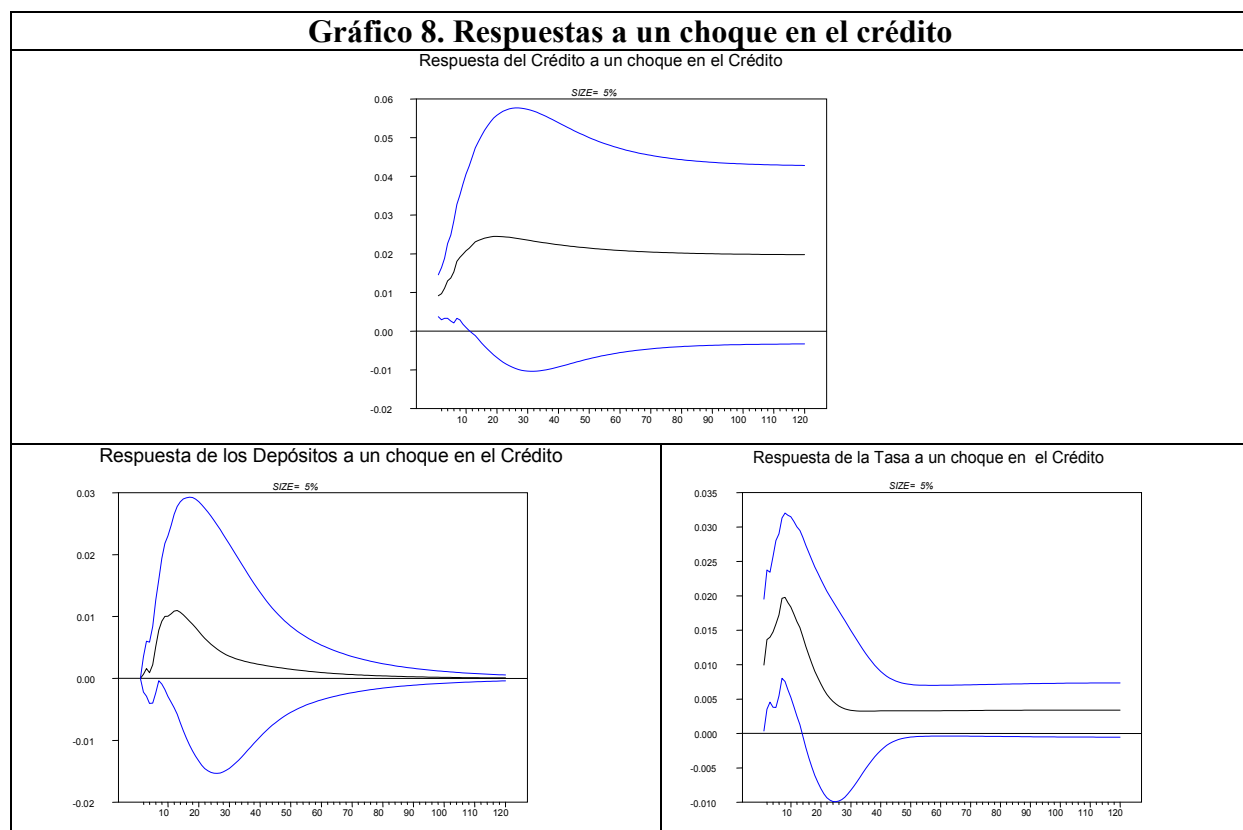
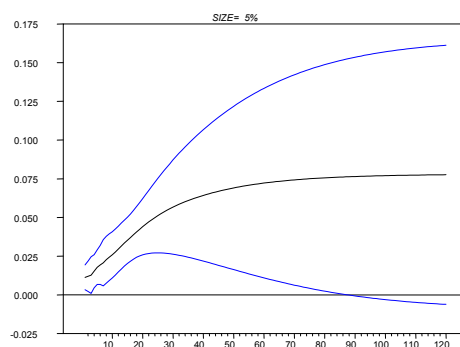
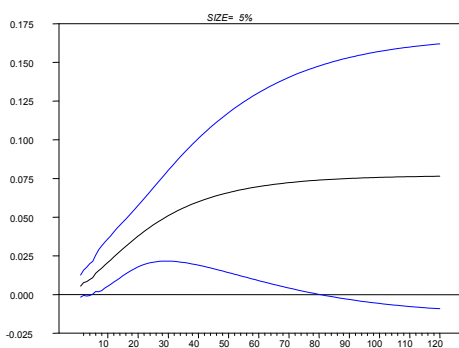


Gráfico 9. Respuestas a un choque en los depósitos

Respuesta de los Depósitos a un choque en los Depósitos



Respuesta del Crédito a un choque en los Depósitos



Respuesta de la Tasa a un choque en los Depósitos

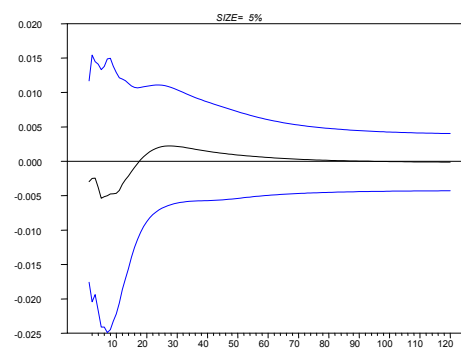
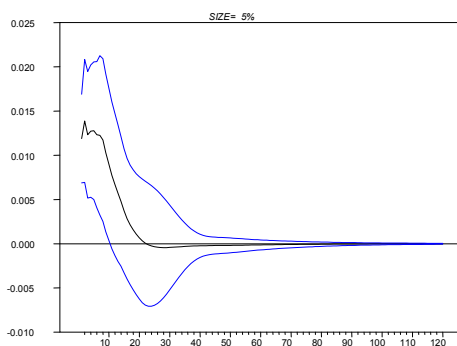
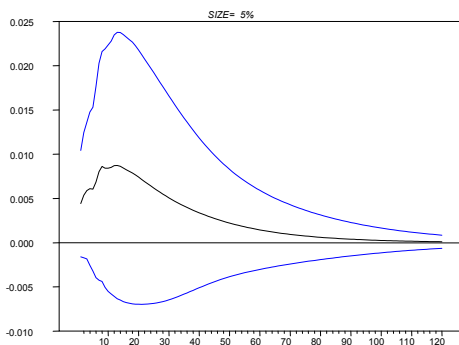


Gráfico 10. Respuestas a un choque en la tasa de interés

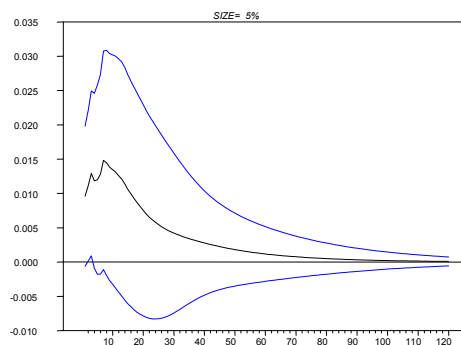
Respuesta de la Tasa a un choque en la Tasa



Respuesta del Crédito a un choque en la Tasa



Respuesta de los Depósitos a un choque en la Tasa



Las respuestas de los depósitos van en la dirección de lo que predice el modelo teórico en lo referente a considerar que estos son determinados de manera exógena en el largo plazo en vista de la no significación estadística de tales respuestas (recuérdese, al respecto, la ecuación 21).

En cuanto a las respuestas de la tasa de interés, la obtenida ante el choque de crédito es consistente con nuestra ecuación de equilibrio (ver ecuación 29') pues, dado un nivel de depósitos, el crédito y la tasa de interés estarían relacionados positivamente. Del mismo modo el efecto inicial de los depósitos es cuantitativamente negativo como lo sugiere la misma ecuación, pero no resultó significativo.

La respuesta del crédito a un choque en los depósitos es estadísticamente idéntica a la cuantía del choque, como ejemplo adicional de la relación uno a uno que poseen estas variables en el largo plazo. La respuesta a la tasa de interés posee también el signo esperado; sin embargo carece de significación estadística.

V. Resumen y conclusiones

El ejercicio presentado en las secciones anteriores fue un intento de entender la dinámica del mercado de crédito en Colombia en los últimos 14 años. Se consideraron las relaciones que surgen de un modelo de equilibrio general dinámico en el cual interactúan tres agentes representativos: familias (que consumen, trabajan y son dueñas de las empresas), firmas del sector real (que producen un bien final de consumo gracias al trabajo y al uso del crédito bancario) y bancos (que producen un bien intermedio, crédito, y utilizan, para esto, depósitos realizados por la familias).

Con datos colombianos se sometió a prueba la validez de una relación de equilibrio que surge del modelo teórico para explicar el comportamiento de las tres variables involucradas: depósitos, crédito y tasa activa de interés. Cada una de las etapas de la estimación aportó evidencia en favor del modelo teórico.

Con base en los resultados empíricos podemos aventurar una interpretación de la caída del crédito ocurrida entre fines de los años 90 y fines de 2003. En primer lugar, esta no necesariamente ha de considerarse como un cambio estructural; la evidencia más bien sugiere que se puede entender como un proceso iniciado por un fuerte *shock* negativo con un retorno lento al equilibrio. Aunque la relación de equilibrio entre depósitos, crédito y tasa de interés ha perdido potencia estadística, aún no ha desaparecido; en realidad, la incorporación de los datos de 2004 permite anunciar su recuperación. Además, los impulsos-respuestas y las estimaciones de los

coeficientes estructurales no presentan ninguna anomalía, lo cual sugiere que el choque que llevó a un fuerte retroceso del crédito, desviándolo de su senda de crecimiento, se asimilará paulatinamente permitiendo que el crédito se recupere siguiendo la ruta de los depósitos; si esta recuperación no ha sido plena aún (junio/2004) esto probablemente se deba a la mayor rigidez incorporada al sistema a raíz de la crisis, cuyos efectos, a nuestro juicio, se hacen evidentes en los cambios en las velocidades de ajuste del modelo VEC.

Referencias

- Arias, A., 2001, "Banking Productivity and Economic Fluctuations: Colombia 1998-2001", *Borradores de Economía*, No. 192
- Arias, A., A. Carrasquilla, y A. Galindo, 1999, "Credit Crunch: A liquidity channel", Banco de la República, *Mimeo*.
- Atta-Mensah J., y A. Dib, 2003, "Bank lending, credit shocks, and the transmisión of Canadian monetary policy", *Working Paper 2003-9*, Bank of Canada.
- Barajas, A., E. López, y H. Oliveros, 2001, "¿Por qué en Colombia el crédito al sector privado es tan reducido?", *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 185.
- Bernanke, B., y C. Lown, 1991, "The Credit Crunch", *Brookings Papers on Economic Activity*, 2.
- _____, y A. Blinder, 1988, "Credit, Money and Agregate Demand", *American Economic Review*, Vol. 78, No. 2.
- Blanchard, O. J., y D. Quah, 1989, "The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances", *American Economic Review*, Vol. 79, No. 4.
- Brunner K., y A. Meltzer, 1988, "Money and Credit in the Monetary Transmission Process", *American Economic Review*, Vol. 78, No. 2.
- Caminal, Ramón, y Carmen Matutes, 2002, "Can Competition in the Credit Market be Excessive?", *CEPR Discussion Papers*, No. 1725.
- Carrasquilla, A., A. Galindo, y D. Vásquez, 2000, "El gran apretón crediticio en Colombia: una interpretación", *Coyuntura Económica*, Vol. XXX, No. 1.
- Cooley, T., y E. Prescott, 1995, "Economic Growth and Business Cycle", en: *Frontiers of Business Cycle Research* (Th. Cooley, editor), Princeton University Press.
- Echeverry, J. C., y N. Salazar, 1999, "¿Hay un estancamiento en la oferta de crédito?", *Archivos de Macroeconomía*, No. 118.

- Edwards, S. y C. Végh, 1997, “Banks and macroeconomic disturbances under predetermined exchange rates”, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 40.
- Elosegui, P., 2003, “Aggregate risk, credit rationing and capital accumulation”, *The Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol. 43, No. 4.
- Escobar, J. F., y C. E. Posada (2004), “Dinero, precios tasa de interés y actividad económica: un modelo del caso colombiano (1984:I – 2003:IV)”, *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 303.
- Fama, E., 1980, “Banking in the theory of finance”, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 6, No. 1.
- Freixas, X., y J. Rochet, J., 1999, *Microeconomics of banking*, The MIT Press.
- Hansen, H., y S. Johansen, 1999, “Some tests for parameter constancy in cointegrated VAR-models”, *Econometrics Journal*, Vol. 2, (p. 306-333).
- Hillier, B., 1997, *The economics of asymmetric information*, Macmillan Press.
- King, R., y C. Plosser, 1984, Money, Credit and Prices in a Real Business Cycle, *The American Economic Review*, Vol. 74, No. 3.
- Mellander, E., A. Vredin y A. Warne, 1992, “Stochastic trends and economic fluctuations in a small open economy” *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 7, No. 4.
- Melo, Luis Fernando, Fabio Nieto, Carlos Esteban Posada, Yanneth Rocío Betancourt, y Juan David Barón, 2001, “Un índice coincidente para la actividad económica de Colombia”, *Ensayos sobre política económica*, No. 40.
- Misas, M., E. López, J. Téllez y J. F. Escobar, 2004, “Medición de la inflación núcleo para Colombia: un enfoque de tendencias estocásticas”, *Borradores de Economía* (B. de la R.) (en proceso).
- Obstfeld, M., y K. Rogoff, 1996, *Foundations of international macroeconomics*, The MIT Press.
- Posada, C. E., y E. Trujillo, 1993, “El encaje óptimo”, *Archivos de Macroeconomía* (DNP), No. 11.
- Romer, D., 1996, *Advanced Macroeconomics*, McGraw Hill.
- Tenjo, F., y E. López, (2002), “Burbuja y estancamiento del crédito en Colombia”, *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 215.
- Urrutia, M., 1999, “Crédito y reactivación económica”, *Revista del Banco de la República*, Vol. LXXII, No. 860.

_____, y M. Avella, 2001, “El crédito del sector financiero: su evolución en el último lustro e interpretaciones”, *Revista del Banco de la República*, Vol. LXXXIV, No 890.

Vlaar, P. J.G., 2003; “On the asymptotic distribution of impulse response functions with long-run restrictions”, Versión facilitada por el autor.

Zuleta, H., 1997, “Una visión general del sistema financiero colombiano”, *Borradores de Economía* (B. de la R.), No. 71.

Anexo 1

Cuadro A1. Pruebas de raíz unitaria

	<i>ADF</i> ($H_0 = \text{Hay raíz unitaria}$)	<i>Valor crítico</i> 10%	<i>KPSS*</i> ($H_0 = \text{No hay raíz unitaria}$)	<i>Valor crítico</i> 10%
$\text{Log}D_t$	-0.2650 (<i>trend</i>)	-3.13	0.4287 (<i>tau</i>)	0.119
$\text{log}Z_t$	-0.3895 (<i>trend</i>)	-3.13	0.4830 (<i>tau</i>)	0.119
$\text{log}r_t^c$	-2.2954	-2.57	0.8649 (<i>mu</i>)	0.347

*Para esta prueba se tomaron los valores para 8 rezagos
Nota: Adicionalmente se realizaron las pruebas para la diferencia de las series y descartar la existencia de una segunda raíz unitaria.

Cuadro A2. Pruebas de razón de verosimilitud

<i>Prueba de exclusión</i>					
<i>Rango</i>	<i>const</i>	$\text{log}Z_t$	$\text{log}D_t$	$\text{log}r_t^c$	$\chi^2(1)$ <i>a 5%</i>
1	3.22	6.98	7.74	10.05	3.84
<i>Prueba de estacionalidad</i>					
<i>Rango</i> 1		$\text{log}Z_t$	$\text{log}D_t$	$\text{log}r_t^c$	$\chi^2(3)$ <i>a 5%</i>
		12.27	12.34	13.15	7.81
<i>Prueba de exogenidad débil</i>					
<i>Rango</i> 1		$\text{log}Z_t$	$\text{log}D_t$	$\text{log}r_t^c$	$\chi^2(1)$ <i>a 5%</i>
		0.82	0.53	10.92	3.84

Cuadro A3. Análisis de residuales

<i>Test para autocorrelación y normalidad</i>		
	χ^2	<i>Valor-p</i>
<i>Ljung-box</i>	331.655 (312)	0.21
<i>Test para normalidad</i>	8.904 (6)	0.18
Los datos en paréntesis indican los grados de libertad		

Cuadro A4. Analisis de residuales (sub-periodos)

<i>Test para autocorrelación y normalidad</i>		
<i>Sub-periodo</i>	<i>Ljung-box</i>	<i>Test para normalidad</i>
1990:01-2001:12	0.12	0.05
1990:01-2002:12	0.30	0.25
1990:01-2003:12	0.41	0.17
Los datos presentes indican el <i>valor-p</i> de cada <i>test</i>		

Anexo 2. Las tendencias estocásticas comunes

Al modelo VEC, tal como es descrito en la ecuación (30) (y en el párrafo siguiente), corresponde una forma VMA (*Vector Moving Average*) para sus diferencias, con la correspondiente forma asociada a sus niveles que se desprende del teorema de la representación de Granger:

$$\Delta z_t = C(L)e_t, \text{ con } C(L) = I_n + C_1L + C_2L^2 \dots \quad (1)$$

$$z_t = z_0 + C(1)\sum_{j=0}^{t-1} e_{t-j} + C^*(L)e_t \quad (2)$$

Forma para la cual la matriz que captura el largo plazo ($C(1) = C_1$) es conocida y Johansen le asigna una única representación²⁹, permitiendo así la comparación con un modelo estructural cuyos errores son no correlacionados. Sea $\varepsilon_t \sim N(\mathbf{0}, I_n)$ el vector de los errores de la forma

²⁹ $C(1) = \beta_{\perp}(\alpha'_{\perp}\Gamma\beta_{\perp})^{-1}\alpha'_{\perp}$ Siendo $\Gamma = I_n - \sum_{i=1}^k \Gamma_i$, $h_{n \times r} = [I_r \quad 0]'$, $h_{\perp n \times n-r} = [0 \quad I_{n-r}]'$, $\beta_{\perp} = (I_n - h(\beta'h)^{-1}\beta')h_{\perp}$ y $\alpha_{\perp} = (I_n - h(\alpha'h)^{-1}\alpha')h_{\perp}$.

estructural con los cuales puede escribirse una representación VMA para la serie en primeras diferencias y en niveles:

$$\Delta z_t = B(L)\varepsilon_t, \text{ con } B(L) = B_0 + B_1L + B_2L^2 \dots \quad (3)$$

$$z_t = z_0 + B(1)\sum_{j=0}^{t-1} \varepsilon_{t-j} + B^*(L)\varepsilon_t; \quad B(1) = B_1 \quad (4)$$

Sin embargo, no todos los errores que componen el vector ε_t tienen efectos permanentes. Como lo hacen notar Mellander *et al.* (1992), algunos de estos errores pueden ser asociados a las combinaciones estacionarias descritas por los vectores de cointegración que obviamente sólo pueden tener efectos transitorios. En otras palabras, para distinguir los efectos transitorios de los permanentes (lo cual es necesario para conservar el propósito económico) el vector original ε_t debe partitionarse en dos vectores: el primero, ψ_t , de dimensión $k=n-r$ (r : número de vectores de cointegración o rango), agrupa los errores con efectos permanentes en la serie y el segundo, ν_t , de dimensión r , contiene aquellos con impacto meramente transitorio. Lo anterior implica $n \times r$ restricciones sobre la matriz de largo plazo de la representación estructural $B(1)$. Como se requiere excluir de los impactos permanentes al subvector ν_t la matriz de largo plazo adquiere la siguiente forma:

$$B(1) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_\tau & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}_{n \times n-r} & \mathbf{0}_{n \times r} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Si empleamos las restricciones propuestas por (5) para describir (4) se obtiene:

$$z_t = z_0 + B_\tau \sum_{j=0}^{t-1} \psi_{t-j} + B^*(L)\varepsilon_t \quad (6.a)$$

Esta ecuación puede ser rescrita suponiendo que ψ_t es el vector de errores de un paseo aleatorio sin deriva; esto es: $\tau_t = \tau_{t-1} + \psi_t$ es la representación de las tendencias estocásticas comunes. Resolviendo tal ecuación se obtiene que $\tau_t = \tau_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \psi_{t-j}$, por tanto (6.a) puede escribirse como³⁰:

$$z_t = z_0 + B_\tau \tau_t + B^*(L)\varepsilon_t \quad (6.b)$$

³⁰ Sin perder generalidad puede asumirse $\tau_0 = \mathbf{0}$

Siendo la combinación de las tendencias estocásticas el componente permanente de las series $z_t^P = B_\tau \tau_t$.

Las equivalencias entre el modelo estructural y el de forma reducida se logran igualando (32) y (34)³¹

$$C(L)e_t = B(L)\varepsilon_t$$

$$\Rightarrow e_t = B_0\varepsilon_t \quad (7)$$

y

$$C(1)B_0 = B(1) \quad (8)$$

Para las cuales (7) representa las equivalencias contemporáneas y (8) las de largo plazo, dada la matriz $B(1)$ como aquella que asigna la caracterización contemporánea o transitoria a los errores estructurales y los pesos de las tendencias estocásticas en el proceso generador de las series. Pero al igual que en el modelo VAR estructural son necesarias restricciones teóricas sobre B_0 y $B(1)$ para conseguir la identificación del modelo y hacer posible su estimación.

³¹ Aquí se recurre a una técnica de solución usada desde los desarrollos de Blanchard y Quah (1989), con la cual la igualación de los polinomios de rezagos multiplicados por los errores parte de la igualación de cada uno de los miembros de tal suma.