

Efectos de las fusiones sobre el mercado financiero Colombiano^{*}

Dairo Estrada

«Banco de la República »

email: destrada@banrep.gov.co

Resumen

Este trabajo examina los efectos de las fusiones en el sistema bancario sobre la eficiencia del sistema y los precios. Se encuentra que los bancos que han atravesado procesos de fusiones pueden experimentar mejoras en los índices de eficiencia en beneficios. Estas mejoras en eficiencia fueron superiores para aquellos bancos que presentaban rankings de eficiencia más bajos antes de la fusión. Adicionalmente, los efectos sobre cambios en los precios resultaron no reflejar comportamientos colusivos por parte de los bancos en el mercado de depósitos.

Palabras Clave: Bancos, Fusiones, Eficiencia, Precios.

Clasificación JEL: L11; L41; L89, G21, G28.

^{*}Agradezco enormemente la ayuda recibida de Diego Vásquez y Poldy Osorio en la elaboración de este trabajo. También agradezco los comentarios y sugerencias de Hernando Vargas, Sergio Clavijo y Natalia Salazar. Los errores y omisiones son de mi exclusiva responsabilidad y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

1. Introducción

Durante los últimos años se han presentado diferentes procesos de fusiones no solamente para el sector financiero, sino también para otras industrias que generan preguntas relacionadas con las políticas adoptadas con respecto al trade-off entre las ganancias por eficiencia versus las pérdidas sociales debido a la existencia de un mayor poder de mercado. Si las ganancias por eficiencia superan las pérdidas sociales generadas por incrementos en el poder de mercado, las fusiones pueden tener interés desde el punto de vista económico y de políticas anti-monopolio.

El análisis de las fusiones puede ser analizado de tres diferentes formas: primero, las fusiones pueden mejorar la eficiencia en costos. Segundo, las fusiones pueden mejorar la eficiencia en beneficios que involucran combinaciones de inputs y productos superiores¹. Tercero, las fusiones pueden incrementar los beneficios a través de un poder mercado superior en fijar precios. Un incremento en la concentración del mercado o en la participación de las firmas dentro del mercado puede generar posiciones que faciliten a los intermediarios fijar tasas más altas sobre sus servicios o productos o tasas más bajas sobre los depósitos, sin ninguna mejora en eficiencia.

Desafortunadamente, no existen muchos trabajos que analicen las ganancias en beneficios, asociadas con las fusiones en los bancos. Adicionalmente, tampoco existen muchos estudios que determinen los cambios en los precios ante las fusiones. Los cambios en los precios, revelan los efectos de las fusiones sobre el poder de mercado más los efectos que sobre los precios se pueden presentar por incrementos en la eficiencia operativa de los bancos. En este trabajo se analiza el rol de las fusiones sobre eficiencia en beneficios y el poder de mercado. Nosotros analizamos datos del sistema financiero Colombiano para el período 1996-2004.

La sección 2 resume la literatura sobre fusiones, la sección 3 presenta alguna evidencia internacional, la sección 4 expone la medida de eficiencia en beneficios, en la sección 5 se presenta los resultados en las medidas de eficiencia y los efectos de las fusiones. En la sección 6 se presenta un análisis de competencia como reflejo de cambios en los precios asociados con las fusiones. En la sección 7 se presentan algunos comentarios finales.

¹En un trabajo reciente Akhavein et al. (1997) explica como el concepto de eficiencia en beneficios es un concepto más global que la eficiencia en costos, porque toma en cuenta efectos de costos e ingresos sobre la elección del vector de productos que es mantenido fijo cuando consideramos la eficiencia en costos.

2. Alguna literatura sobre fusiones bancarias

Las fusiones pueden mejorar potencialmente la eficiencia en costos. Los resultados de trabajos anteriores realizados a nivel internacional, sugieren que las ganancias en eficiencia en costos como producto de las fusiones son relativamente escasas. Dichas ganancias son aplicables para bancos relativamente pequeños. Las ganancias en las mejoras de eficiencia son atribuibles por movimientos hacia mejores practicas con respecto a la frontera en donde el costo es minimizado para un nivel dado de cierta canasta de productos. Algunos trabajos empíricos sugieren desviaciones promedio de los bancos con respecto a la frontera del nivel de 20 %-25 %. En estos trabajos las fusiones en las cuales un banco eficiente adquiere un banco menos eficiente las ganancias se presentan debido a una administración superior sobre el manejo de los recursos ².

Todos los trabajos que analizan el efecto de las fusiones sobre la eficiencia en costos, tienen el problema de que los productos son tomados como dados y no consideran los efectos de las fusiones sobre los ingresos. La idea es que después de las fusiones, los niveles de producto de las empresas fusionadas cambian, por lo que un análisis de eficiencia en costos no tiene en cuenta dicha consideración. En otros trabajos se comparan indicadores de costos, tales como la proporción de costos operativos a activos totales, de los cuales no se puede asociar una mejora en dichos indicadores como producto de las fusiones (ver Rhoades (1986), Srinivasan (1992), Linder y Crane (1992) y Pilloff (1996)). Los estudios que tienen en cuenta los indicadores de rentabilidad presentan el problema metodológico que encontramos en el análisis de la eficiencia en costos, dado que no se controla los efectos causados en los precios de los insumos y simplemente se divide cada indicador de rentabilidad por una variable de escala como los activos o el capital. Adicionalmente, no se tiene en cuenta variaciones en los precios de los productos, por lo que al presentarse variaciones en los indicadores, como producto de las fusiones, no es posible determinar si dichas variaciones son presentadas por ganancias en eficiencia o por variaciones de precios como consecuencia de un mayor poder de mercado de la firma fusionada. Adicionalmente, cuando se usa el valor de mercado del capital en vez de los datos contables de balance y estado de resultados, no podemos diferenciar los cambios en eficiencia y poder de mercado causados por las fusiones.

²En Savage (1991), Shaffer (1993) y Berger y Humphrey (1992) se presentan los resultados de ejercicios de simulación y con datos empíricos. En general se observan ganancias en eficiencia-X por parte de los bancos acreedores en los procesos de fusión.

2.1. Fusiones y eficiencia en beneficios

La fusiones deberían mejorar la eficiencia en beneficios mejorando la eficiencia desde el punto de vista de los ingresos, los beneficios o la denominada eficiencia-X, si tenemos en cuenta elecciones de producto subóptimas. De esta forma, la eficiencia en ingresos como en costos representan pérdidas de ingresos dadas por un valor inferior de producto o por escogencia de insumos superiores a las óptimas. Si tenemos en cuenta el supuesto de precios fijos, es posible que bajo esta consideración se presenten ingresos a escala y economías de escala, es decir, que los ingresos se incrementan en más del doble si se duplica el producto (economías a escala) o los ingresos pueden incrementarse produciendo dos productos conjuntamente más que separadamente (economías de alcance) y las firmas pueden cobrar precios más altos sobre sus servicios.

La eficiencia en beneficios incorpora ambos tipos de eficiencia: eficiencia en costos y eficiencia en ingresos. Para un análisis de política, es apropiado considerar ambos tipos de eficiencia, el cambio en el valor de los recursos consumidos, representado por la eficiencia en costos, y el cambio en el producto, representado por los ingresos para precios dados del producto e insumos, los cuales pueden ser evaluados con la eficiencia en beneficios.

2.2. Fusiones y poder de mercado

Las fusiones también pueden tener un efecto sobre los beneficios de las firmas bancarias a través de incrementar el poder de mercado fijando precios. Las fusiones pueden tener un impacto significativo sobre los mercados locales incrementado la concentración lo que se puede traducir en beneficios superiores al fijar precios de oligopolio (tasas de interés sobre los depósitos inferiores y tasas de interés sobre los créditos superiores) ³. Vale la pena mencionar que incrementos en el nivel de concentración local por parte de los bancos fusionados no necesariamente afectan los precios substancialmente si los mercados locales son altamente reaccionarios con respecto a variaciones en los precios, es decir si existe en los mercados locales, altos niveles de sustitución o fuentes alternativas a los bancos fusionados, o si paralelamente al incremento en la concentración se presenta una mejora en la eficiencia que se traduzca en precios más atractivos para los consumidores.

En la literatura no existen muchos trabajos que comparen los precios antes y después de las fusiones. Un trabajo interesante es el de Hannan y Prager (1998), en el cual se encuentra que las fusiones en las cuales los índices de concentración cambian radicalmente, es decir, los índices de Herfindahl sobrepasan el nivel de 1800, o

³En Estrada (2003) se analiza el rol de las fusiones sobre el margen de intermediación.

se producen incrementos superiores a 200, se presentan disminuciones en las tasas de interés de los depósitos pagadas por los bancos. De esta forma se evidencia cambios en el poder de mercado y cómo estos afectan los precios después de las fusiones. La crítica principal a este trabajo es que no tiene en cuenta como se ve afectada la eficiencia de las entidades fusionadas.

En la literatura existen dos enfoques relacionadas con la relación entre estructura de mercado (concentración and participación en mercados locales) y los precios y beneficios. El primer enfoque está relacionado con el enfoque tradicional de la hipótesis de poder de mercado (o lo que se conoce en la literatura como structure-conduct-performance hypothesis), este enfoque plantea que alta concentración y/o alta participación en los mercados esta asociada con altos precios menos favorables para los consumidores, generando mayores beneficios para las firmas. El segundo enfoque, (efficient-structure hypothesis), como contraposición al primero, expone como existe una relación positiva entre eficiencia y concentración y/o participación en el mercado, es decir, las firmas más eficientes pueden tener mayor participación en los mercados. Bajo este enfoque, alta concentración puede estar asociada con precios que no necesariamente son más altos después de las fusiones, dadas las ganancias en eficiencia ⁴.

En general, los estudios que analizan el efecto del poder de mercado sobre los precios de los bancos han encontrado que en mercados más concentrados se pagan tasas de interés menores sobre los depósitos y se cobran tasas más altas sobre los créditos, consistente con la hipótesis de poder de mercado (Berger y Hannan (1989)). Sin embargo, estos estudios presentan la debilidad de no incorporar el análisis de eficiencia, creando un sesgo en el efecto sobre el poder de mercado, dado que la eficiencia puede estar relacionada con la concentración y/o la participación en el mercado de las firmas y puede ser una variable importante en la determinación empírica de los precios. Berger y Hannan (1997) analizan la relación entre poder de mercado y precios incorporando medidas de eficiencia en las estimaciones.

En resumen, la literatura sugiere las fusiones bancarias pueden tener un impacto importante sobre los beneficios de las entidades a través de incrementos en la eficiencia en costos, eficiencia en beneficios o poder de mercado para fijar precios.

3. Evidencia internacional

Las fusiones y adquisiciones han cambiando significativamente durante los últimos años. Por ejemplo, en EEUU durante el período 1980-2003, el número de organizaciones

⁴Para una exposición más detallada de los dos enfoques, ver Martin (2002), Demsetz (1973) y Peltzman (1977).

Cuadro 1: **Fusiones, Activos, Depósitos y Oficinas en EEUU**

Año	Fusiones	Activos	% Sector	Depósitos	% Sector	Oficinas	% Sector
1994	475	187012	3.8	143651	4.4	3932	5.1
1995	475	254851	4.9	186968	5.5	4981	6.5
1996	446	406695	7.5	292740	8.4	6549	8.5
1997	422	311871	5.3	230148	6.1	5687	7.3
1998	493	836970	13.3	580972	14.7	11351	14.3
1999	333	276643	4.2	186440	4.6	3477	4.3
2000	255	200963	2.8	98190	2.2	2693	3.3
2001	231	359495	4.6	236067	5.0	4958	6.0
2002	203	150186	1.8	92102	1.8	1914	2.3
2003	184	88330	1.0	66950	1.2	1741	2.1
Total	3517	3073016		2114228		47283	

Fuente: Pilloff (2004). Datos en millones de dólares, excepto porcentajes.

bancarias ha caído de 16000 a 8000 aproximadamente, produciendo un proceso de consolidación en la banca que incorpora procesos de fusiones para el saneamiento de algunas entidades participantes en el mercado ⁵.

Teniendo en cuenta los activos, el índice de concentración (c10) es decir la proporción de activos de los 10 bancos más grandes ha pasado de 22 % a 46 %, y con relación a dichos índices considerando los depósitos este índice ha crecido del 19 % al 41 %.

El proceso de consolidación se explica fundamentalmente por el impacto de los avances tecnológicos, la integración geográfica que ha permitido liberar las restricciones existentes para las operaciones de intermediación entre diferentes regiones ⁶. Durante el período 1994-2003 se presentaron 3517 fusiones. las instituciones adquiridas poseían US\$3.1 trillones en activos, US\$2.1 trillones en depósitos y 47283 oficinas (ver tabla 1). vale la pena resaltar que el fenómeno de las fusiones bancaria en EEUU no es particular a los últimos años. Desde la década de los 20's el número de entidades financieras ha venido disminuyendo a través del tiempo (ver tabla 1).

El punto cumbre de las fusiones fue el año 1998, un año histórico para las fusiones en EEUU. Se completaron 493 fusiones, que comprometieron cerca del 14 % de los activos, depósitos y oficinas del sistema financiero ⁷.

⁵Para un análisis más detallado ver Pilloff (2004) y Rhoades (2000).

⁶El proceso de desregulación en la banca de EEUU se ve culminado en la acta de 1994 denominada: Riegle-Neal Interstate Banking and Branching Efficiency Act of 1994.

⁷Los datos no incluyen la fusión de la corporación Citicorp and Travelers Corporation, Inc. (la cual

En este análisis se consideran 4 tipos de instituciones financieras: bancos comerciales, bancos de ahorro, asociaciones de ahorro y crédito y bancos industriales. Durante el período, se realizaron 2571 fusiones entre bancos comerciales, que representan el 75 % del total de todas las acuerdos de fusiones (3517). La compra de otro tipo de institución por parte de un banco comercial comprende 464 fusiones. En total, los bancos realizaron 3035 adquisiciones durante el período. Otro tipo de instituciones financieras realizaron 482 fusiones, de las cuales 161 fueron realizadas con bancos comerciales y 321 con otro tipo de intermediarios.

Con respecto al tamaño de los bancos fusionados, durante el período, las fusiones se presentaron entre organizaciones de tamaño relativamente pequeño, cerca de 2600 de las 3517 fusiones (74 %), los bancos objetivo tenían US\$250 millones de dólares menos. Las fusiones en las cuales el banco objetivo poseía más de \$1 billón de activos fueron 496 (8 %) del total ⁸.

A pesar de que los bancos grandes (con activos entre \$ 1 billón y \$10 billones) fueron bancos acreedores activos, las pequeñas organizaciones también fueron firmas acreedores de otras pequeñas organizaciones. En 748 acuerdos de fusiones, ambas firmas, acreedora y fusionada, mantenían activos menores a \$250 millones de dólares.

Durante el período 1985-1997, en la Unión Europea, el número de instituciones de crédito a caído de 12256 a 9285 ⁹. Los procesos de Fusiones involucran no solamente operaciones entre bancos comerciales (13.4 %), sino también con otro tipo de intermediarios financieros (36 %). En la tabla (2) se presentan los principales actores de los procesos de fusión en diferentes países de la unión Europea, en la mayoría de los países se observa un proceso de consolidación importante¹⁰.

En un análisis reciente realizado por el BID, se presentan algunas características generales de los procesos de fusiones. En el estudio se explica como los procesos de fusiones presentan diferencias si comparamos los procesos presentados en América Latina y los países desarrollados: en los países desarrollados los procesos de fusiones se presentan entre bancos locales y como consecuencia de reacciones a diferentes situaciones de mercado, mientras que en los países en desarrollo, las fusiones han sido efectuadas como respuesta a procesos de incorporación de banca extranjera en los diferentes países, o como respuesta de las entidades reguladores como respuesta a procesos de crisis e

creo la corporación Citigroup, Inc.) la organización bancaria más grande del mundo. No se incluye, dado que Travelers Corporation, Inc. no tenía una entidad bancaria como tal, en el momento de la fusión.

⁸En cada año de la muestra, el número de bancos con más de \$1 billón comprende solamente entre el 4-6 % del total de las organizaciones bancarias.

⁹Banco Central Europeo (ECB), 1999.

¹⁰Ver tabla (3).

inestabilidad financiera ¹¹.

4. Medida de eficiencia en beneficios

4.1. Determinación de la eficiencia en beneficios

Con el objeto de observar como afectan las fusiones la eficiencia en beneficios, nosotros estimamos la eficiencia en beneficios para el período 1994-2004 para el sistema financiero colombiano. En el análisis nosotros incluimos los 4 principales tipos de intermediarios: bancos comerciales (CM), bancos especializados en cartera hipotecaria (BECH), corporaciones financieras (CF) y compañías de financiamiento comercial (CFC). Para cada fusión, siguiendo la metodología de Akhavein et al. (1997), nosotros calculamos la variación en la medida de eficiencia asociada con la fusión, como una variación en el rango de eficiencia de la entidad fusionada con respecto al promedio ponderado de los rangos de las entidades partícipes antes de la fusión.

La especificación de la función de beneficios alternativa y la estimación de la medida de eficiencia sigue el procedimiento de Humphrey y Pulley (1997), Berger y Mester (1997), y Estrada y Osorio (2004) ¹². Nosotros adoptamos la forma funcional *translog* en nuestro estudio. La función de beneficios frontera para el banco k en el período t está representada por:

¹¹Para una lectura más detallada de los procesos de consolidación bancaria en América Latina, ver BID (2004)

¹²Las ventajas de la función de beneficios *alternativa* es que ésta representa en forma más apropiada fenómenos de poder de mercado que puede existir dentro del sistema para los intermediarios financieros. Adicionalmente, su medición resulta menos difícil que en el caso de la función de beneficios tradicional. Al ser calculada en función del vector de producto (y) representa mejor los ingresos y por tanto los beneficios de las empresas, mientras que para el caso de la función de beneficios tradicional, calculada a partir del vector de precios (p), la obtención de datos de los vectores de precios para los productos es de difícil cálculo, al no ser divulgados periódicamente por los intermediarios financieros los precios cargados sobre nuevas operaciones de crédito y depósitos.

Cuadro 2: Fusiones Domésticas en Europa

Bélgica	
1992	CGER-AG (Fortis)
1995	Fortis-SNCI
1995	KB-Bank van Roeselaere
1997	BACOB-Paribas Belgium
	CERA-Indosuez Belgium
1998	KBC (KB-CERA-ABB)
Dinamarca	
1990	Den Danske Bank
	Unibank (Privatbanken, Sparekassen, Andelsbanken)
1999	Unibank - TrygBaltica
Finlandia	
1995	Merita Bank (KOP-Union Bank of Finland)
Francia	
1996	Crédit Agricole-Indosuez
Alemania	
1997	Bayerische Vereinsbank-Hypo-Bank
Italia	
1992	Banca di Roma (Banco di Roma, Cassa di Risparmio di Roma, di Roma, Cassa di Risparmio di Roma, Banco di Santo Spirito)
	IMI - Cariplo
	San Paolo- Crediop
1995	Credito Romagnolo (Rolo)-Credit Italiano
1997	Ambroveneto-Cariplo
1998	San Paolo-IMI
Holanda	
1990	ABN - AMRO
1991	NMB-PostBank-ING
Portugal	
1995	BCP-BPA
España	
1988	BBV(Banco de Vizcaya-Banco de Bilbao)
1989	Caja de Barcelona-La Caixa
1992	Banco Central-Banco Hispano
1994	Santander-Banesto
1999	Santander-Banesto-BCH
Suecia	
1993	Nordbanken-Gota Bank
Suiza	
1993	CS-Volksbank-Winterthur
1997	SBC-UBS
UK	
1995	Lloyds-C&G-TSB

Fuente: Dermine (1999).

Cuadro 3: Concentración en Europa

	Crédito	1985	1990	1997
	Holanda	67.1	76.7	80.6
	Alemania	93.1	80.7	76.9
	Dinamarca	71.0	82.0	75.0
	Portugal	60.0	73.0	75.0
	Bélgica	54.0	58.0	66.0
	Finlandia	49.7	49.7	56.2
	Francia	48.7	44.7	48.3
	España	35.1	43.1	42.1
	Italia	16.6	15.1	25.9
r	Depósitos	1985	1990	1997
	Holanda	85.0	80.0	84.2
	Alemania	89.2	87.6	79.6
	Dinamarca	70.0	82.0	72.0
	Portugal	64.0	76.0	79.0
	Bélgica	62.0	67.0	64.0
	Finlandia	54.2	64.2	63.1
	Francia	46.0	58.7	68.6
	España	35.1	39.2	38.2
	Italia	19.9	18.6	36.7

Fuente: Dermine (1999).

$$\begin{aligned}
\tilde{\pi}_{kt}(y, w, z) = & \beta_0 + \sum_{i=1}^2 \beta_i \ln y_{ikt} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \beta_{ij} \ln y_{ikt} \ln y_{jkt} \\
& + \sum_{i=1}^3 b_i \ln w_{ikt} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 b_{ij} \ln w_{ikt} \ln w_{jkt} \\
& + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 d_{ij} \ln w_{ikt} \ln y_{jkt} + U_{kt} + V_{kt}
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Apoyados en Beattie and Taylor [1985], imponemos ciertas restricciones de simetría y homogeneidad lineal en los precios de los factores para estimar las funciones indirectas de costes y beneficio alternativas ¹³:

$$\begin{aligned}
\beta_{ij} = \beta_{ji} \quad \forall_{ij}, \quad b_{ij} = b_{ji} \quad \forall_{ij}, \\
\sum_{i=1}^3 b_i = 1, \quad \sum_{i=1}^3 b_{ij} = 0 \quad \forall_i, \quad \sum_{i=1}^3 b_{ij} = 0 \quad \forall_j, \\
\sum_{i=1}^3 e_i = 0, \quad \sum_{i=1}^3 f_i = 0
\end{aligned} \tag{4.2}$$

En el análisis empírico, la homogeneidad lineal en el precio de los inputs se garantiza normalizando la variable dependiente y las variables de precio de factores w_i antes de tomar logaritmos. Cada una de las variables incluidas en el modelo son expresadas como proporciones relativas al precio de uno de los factores. En nuestro caso, el precio escogido ha sido el precio del factor trabajo, garantizando así la homogeneidad de grado 1 en el precio de los factores ¹⁴. Esto implica que solamente dos coeficientes (b_i) para las variables de precio de los factores han de ser estimadas, mientras el tercero se obtiene utilizando la restricción (4.2).

Como es tradicional en los modelos de frontera estocástica, el término de error, V_{kt} , representa aquellos choques que no son controlados directamente por los intermediarios financieros y se asume que el término de error es $V_{kt} \sim N(0, \sigma_V^2)$ e independiente de las variables explicativas. Por otro lado, basados en Aigner, et al. (1977) y Coelli

¹³Ver Coelli et al. (1998)

¹⁴Para imponer condiciones de rendimientos de escala, se debería normalizar también las variables relacionadas con los productos dentro de la función de beneficios.

(1996), U_{kt} representa el término de ineficiencia para cada entidad, como la distancia del valor observado con respecto a la frontera estimada. Se asume que U_{kt} es i.i.d. con $U_k \sim N(\mu, \sigma_U^2)$ e independiente de V_{kt} .

la función de beneficios puede expresarse como $E_{kt} = V_{kt} - U_{kt}$, en donde el término de ineficiencia puede ser estimado como la media de la distribución condicional de U_{kt} dado E_{kt} , definida como:

$$EFF_{kt}(\tilde{\pi}) = E[\exp(-U_{kt})|E_{kt}]$$

tomando valores en el intervalo (0,1), donde 1 representa el nivel de eficiencia total para determinado banco. Las fronteras estocásticas son estimadas para una función de verosimilitud, siguiendo la parametrización en Coelli (1996), en donde los términos σ_U^2 y σ_V^2 son reemplazados por $\sigma^2 = \sigma_U^2 + \sigma_V^2$ y $\gamma = \sigma_V^2 / (\sigma_U^2 + \sigma_V^2)$. El parámetro γ representa la proporción de la varianza de la ineficiencia en términos de la varianza total tomando valores entre (0,1). Un valor igual a 1 para esta variable nos sugiere la existencia de una frontera determinística ¹⁵, mientras que un valor de cero nos recomienda una simple estimación por mínimos cuadrados ordinarios de los parámetros de la función de beneficio ¹⁶.

Para asegurar un mayor nivel de flexibilidad y utilizar toda la información disponible del panel de datos, utilizaremos una modificación del modelo de frontera estocástica (Battese y Coelli (1992)), en la cual se permite tener medidas de eficiencia que pueden variar a través del tiempo incluyendo información de panel desbalanceado. este último punto es importante dado el que por el efecto de las fusiones, nosotros tenemos intermediarios financieros que pueden aparecer y/o aparecer para diferentes períodos de tiempo dentro de la muestra. Siguiendo la metodología de (Battese y Coelli (1992)) el término de eficiencia puede ser expresado como: $U_{kt} = [\exp(-\eta(t-T))]U_k$. Dada esta especificación para la medida de eficiencia, podemos encontrar medidas de eficiencia crecientes, constantes o decrecientes sobre el tiempo, si $\eta > 0$, $\eta = 0$ o $\eta < 0$. Note que nosotros asumimos η es igual a todos los intermediarios financieros.

¹⁵Vale la pena señalar que en este caso, no debemos confundir el término de frontera determinística con modelos DEA, dado que en el último caso no se asume ninguna función de distribución para los términos de ineficiencia

¹⁶Nosotros hemos utilizado en las estimaciones el programa FRONTIER4.1 desarrollado por Coelli (1996). El programa calcula las medidas de eficiencia para cada intermediario financiero con respecto a la estimación de la frontera estocástica para la función de beneficios alternativa.

4.2. Datos de las fusiones

Nosotros tenemos en cuenta datos de las principales fusiones entre intermediarios financieros para el período 1994-2004. Dentro de la muestra consideramos comparaciones entre los bancos considerados individualmente antes de la fusión, y el banco acreedor después de ejecutada la fusión entre los intermediarios. En el cuadro (4) se presentan las principales fusiones presentadas en el sistema financiero Colombiano durante el período.

Este tratamiento es consistente con la idea de que las fusiones presentan mejoras en eficiencia relacionadas con políticas de coordinación de la nueva firma fusionada. Las mejoras de eficiencia a través del tiempo como consecuencia de las fusiones no son inmediatas, pueden tardar varios períodos, debido a los costos de ajuste incurridos con la fusión (gastos legales, consultorías, costos laborales, indemnizaciones, etc.) en que se incurren en el momento de la fusión. Para analizar el efecto de la fusión se podría determinar el valor presente de los ingresos futuros como producto de la fusión, pero dado que esto es de difícil computo, el procedimiento no tiene en cuenta los resultados de eficiencia en el período de la fusión. Berger y Humphrey (1992) encuentra que para los tres primeros años después de la fusión, los costos de fusión no son significativamente importantes, de tal forma que dichos costos no crean un sesgo importante cuando analizamos los efectos de la fusión.

La información es tomada de los balances y estados de pérdidas y ganancias que los intermediarios financieros reportan a la Superintendencia Bancaria. Las medidas de eficiencia después de la fusión tiene en cuenta todos los períodos después de que la fusión ha sido realizada, al igual que los datos de los bancos (acreedor y adquirido), antes de la fusión.

5. Efectos de las fusiones en la eficiencia en beneficios

5.1. Selección de Variables

Para nuestra función de beneficios alternativa, hemos seleccionado dos productos. Cartera de Crédito (y_1), que corresponde a la suma total de todos los créditos ofrecidos por los intermediarios e inversiones (y_2), definida como la suma de las inversiones en bonos (públicos y privados) y otro tipo de inversiones, por ejemplo compra de acciones. Como se explicó en la sección anterior y siguiendo la línea de los trabajos de Hughes y Mester (1993), nosotros hemos incluido como variable de control, el capital (z),

Cuadro 4: Consolidación del Sistema Financiero Colombiano

Entidad	Novedad
BANCOS	
BOGOTA	Absorbe Bancomercio (Dic. 1992)
BANCAFE	Absorbe Concasa (Nov. 1998)
SANTANDER	Adquirida por Santander España (Jun. 1997) Absorbe Invercrédito (Oct. 1997)
BANCOLOMBIA	BIC Aboserve Colombia y Cambia nombre a Bancolombia (Abr. 1998)
ABN AMRO	El Real Absorbe ABN AMRO y cambian nombre ABN AMRO (Jul. 1999)
SUDAMERIS COLOMBIA	Absorbe leasing Sudameris (Dic. 2001)
BBVA COLOMBIA	Adquirida por BBVA España (Jun. 1996) Absorbe leasing Ganadero, Banco Nal. Del Comercio (Oct. 1998) Absorbe Corfigan (2000)
UNION COLOMBIANO	Absorbe Corfiunión (Dic. 1996) Absorbe CF Finanzas y Proyectos S.A (Mar.1998)
STANDARD CHARTERED	Cambia su razón social (Ene.1998)
TEQUENDAMA S.A.	Absorbe CF Tequendama S.A. (Jun.1997)
BANCO CAJA SOCIAL	Absorbe Leasing Colmena (Ago. 1999)
BANSUPERIOR	Conversión de Diners Club de Colombia(Dic.1992) Cesión parcial de Leasing Superior (Mar.2000)
BANAGRARIO	Conversión de Leasing Colvalores (Jun.1999). Cesión parcial de Banestado (Jun.2000)
MEGABANCO S.A.	Conversión de Crecer CFC (Nov.1999) Cesión parcial de Coopdesarrollo (Nov1999)
BANCO ALIADAS	Conversión de Aliadas CFC (Ago.2001) Cesión parcial de Financiera FES CFC (Ago.2001) Cesión parcial de Interbanco (Oct.2001)
BECH	
BANCO DAVIVIENDA S.A.	Absorbe Delta Bolívar (Sep.2000). Cesión parcial de Cofinorte (Nov.2001) Conversión de la CAV Davivienda (Jul.1997)
RED MULTIBANCA COLPATRIA	Absorbe Leasing Colpatria (Dic.1999) Conversión de la CAV UPAC Colpatria (Oct.1998)
BANCO GRANAHORRAR	Recibe cesión del BCH (Ene.2000) Conversión de la CAV Granahorrar (Oct.2001)
BANCO COLMENA	Conversión de la CAV Colmena (Nov.2000).
BANCO CONAVI	Conversión de la CAV Conavi (Feb.2001)
BANCO AV VILLAS	Conversión de la CAV AV Villas (Mar.2002)
CF	
CORFICOLOMBIANA S.A.	Absorbe Indufinanciera (Feb.1999), Andes (Mar.1999) y Corfinansa (Jul.1999)
CORFINANCIERA VALLE S.A.	Cesión parcial de Cofinorte (Nov.2001)
CORFINSURA	Cesión parcial de Cofinorte (Nov.2001)
FINANCIERA AMERICA	Cambia de razón social (Nov.1997)
GIROS Y FINANZAS S.A.	Cambia de razón social (Ago.2001)
INVERSORA PICHINCHA S.A.	Absorbe Finevesa (Ago.1998)
SUFINANCIAMIENTO S.A.	Absorbe Leasing del Pacífico (Nov.1999)
DANN REGIONAL S.A.	Cesión de Dann Financiera (Jul.2000)

que establece una diferencia importante en el análisis de eficiencia del sector bancario comparado con otros sectores ¹⁷.

Se utilizan tres precios para los inputs. Costos de intereses (w_1), expresado en porcentajes anuales y construido como: (Gasto de intereses / Pasivos con otras entidades mas pasivos clientes)*100. El precio laboral (w_2) es calculado como la relación (Gastos de personal / Numero de empleados)¹⁸.

El precio del capital físico (w_3) es determinado como: (Gastos administrativos más gastos de saneamiento de activos / activos materiales)*100. Antes de realizar las estimaciones, las variables PBT , TC , w_1 , y w_2 son divididas por w_3 , el precio del capital físico, con el fin de imponer la homogeneidad lineal en el precio de los insumos.

5.2. Resultados de las Estimaciones

Se presentan diferentes estimaciones para las diferentes versiones del modelo y se comparan los resultados teniendo en cuenta estimaciones que considera el sistema financiero en su conjunto y para los bancos comerciales separadamente. El modelo 1 corresponde con los resultados de la estimación de frontera estocástica para la función alternativa de beneficios considerando todos los intermediarios financieros¹⁹. En el modelo 2 se realizan estimaciones para los bancos comerciales solamente y en el modelo 3 se realizan estimaciones para los bancos comerciales incorporando una variable *dummy* que intenta capturar el efecto del período de crisis financiera.

El modelo estimado para el cual se presentan los siguientes resultados corresponde a un modelo que determina los niveles de eficiencia variantes en el tiempo para cada uno de los intermediarios financieros, como se explicó anteriormente, ver Battese y Coelli (1992).

Los resultados de las estimaciones de las funciones *translog* para la función alternativa de beneficios son presentadas en la tabla (5). Los resultados para este estadístico

¹⁷Vale la pena señalar que en las elección de las variables que miden el producto bancario se han tomado aquellas variables que miden la labor de intermediación tradicional por parte de las empresas bancarias. No se ha tenido en cuenta las actividades relacionadas con las operaciones fuera de balance debido a problemas en la obtención de los datos.

¹⁸El número de empleados de cada entidad financiera fue tomado en parte de una base de datos facilitada por el Banco de la República. El faltante en los datos fue estimado utilizando una regresión entre el número de empleados y los activos materiales (bienes de uso propio y otros activos):

$$\ln(\text{empleados}) = 2,61(0,13) + 0,20(0,03) * \ln(\text{act. mat.})$$

con $R^2 = 0,97$. Error estándar entre paréntesis

¹⁹Se incorporaron los principales bancos comerciales, BECH, CF y CFC.

muestran que podemos rechazar la hipótesis nula impuesta por el modelo OLS. De esta forma, podemos usar la especificación que incluye un término de ineficiencia estocástica y capital en la función de alternativa de beneficios. Observamos que γ no es significativamente diferente de uno. Es decir, en el caso de la función de beneficios no podemos rechazar el uso de una frontera determinística, lo que se refiere a que el término de error compuesto casi todo es ineficiencia.

5.3. Medidas de ineficiencia

En este apartado, revisaremos las diferentes medidas de ineficiencia para los intermediarios financieros para la función alternativa de beneficios. Recuérdese que la medida de ineficiencia para la función de beneficios esta en el intervalo (0,1), donde un banco eficiente tiene un valor de 1 ²⁰. Como se observa en la tabla (6), la media de la medida de eficiencia es de 0.73 para el total de los intermediarios financiero.

Los bancos especializados en cartera hipotecaria presentan en promedio los niveles de eficiencia más alta (0.82), mientras que las corporaciones financieras el nivel más bajo (0.63). los test de igualdad en media para los diferentes tipos de intermediario financiero nos ilustran cierto nivel de heterogeneidad, principalmente cuando comparamos los bancos con las corporaciones financieras y las compañías de financiamiento comercial, ver tabla (6).

5.4. Eficiencia temporal

Para analizar la eficiencia temporal durante el período 1994-2004, utilizamos el modelo de eficiencia propuesto por Battese y Coelli (1992). Incorporando una variable *dummy* que capturará el efecto de la crisis financiera de finales de los noventa. En el siguiente gráfico se observa el comportamiento de la medida de eficiencia durante el período. Vale la pena señalar el impacto negativo que tuvo el fenómeno de crisis financiera sobre la eficiencia en beneficios durante 1998 y 1999.

Al inicio del período de análisis, los niveles de eficiencia en beneficios eran de 0.767 si tomamos el promedio de los primeros 5 trimestres (Dic/2004-Dic/1995), mientras que la eficiencia fue de 0.845 teniendo en cuenta los últimos 4 trimestres (Sep/03-Sep04), lo que representa un crecimiento del 10.1 % durante los últimos 10 años.

²⁰Los resultados presentados para las medidas de eficiencia por tipo de intermediario son calculadas teniendo en cuenta el modelo de eficiencia invariante en el tiempo.

Cuadro 5: Estimación de la función alternativa de beneficios ^a

	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	Coefficient	t-ratio	Coefficient	t-ratio	Coefficient	t-ratio
Constante	10.951	10.91	1.229	1.16	3.900	3.68
$\ln y_1$	-0.400	-3.13	-0.023	-0.07	-0.140	-0.40
$\ln y_2$	-0.551	-4.50	1.157	2.99	1.171	2.73
$\ln w_{13}$	-0.202	-1.72	-1.071	-1.80	-0.642	-1.03
$\ln w_{23}$	-0.024	-0.14	0.873	1.34	0.714	1.06
$0,5 \ln y_1 \ln y_1$	0.051	10.95	0.106	6.57	0.115	6.76
$0,5 \ln y_1 \ln y_2$	0.041	3.40	-0.182	-5.41	-0.202	-5.58
$0,5 \ln y_2 \ln y_2$	-0.046	-6.36	0.031	1.69	0.044	2.26
$0,5 \ln w_{13} \ln w_{13}$	0.048	5.37	0.028	0.78	0.042	1.11
$0,5 \ln w_{23} \ln w_{23}$	-0.050	-2.64	-0.095	-2.36	-0.119	-2.88
$0,5 \ln w_{13} \ln w_{23}$	0.010	0.55	0.103	2.14	0.106	2.24
$\ln w_{13} \ln y_1$	0.050	8.31	0.146	6.59	0.129	5.62
$\ln w_{13} \ln y_2$	-0.007	-1.13	-0.013	-0.69	-0.010	-0.50
$\ln w_{23} \ln y_1$	0.017	1.90	-0.059	-2.40	-0.056	-2.13
$\ln w_{23} \ln y_2$	-0.053	-5.98	-0.013	-0.69	-0.016	-0.72
$\ln z$	1.368	12.68	0.315	1.28	0.269	1.11
$\ln z \ln z$	-0.028	-9.95	-0.019	-4.34	-0.017	-4.22
$\ln w_{13} \ln z$	0.003	0.47	-0.031	-2.05	-0.030	-1.95
$\ln w_{23} \ln z$	0.044	5.08	0.028	1.98	0.022	1.52
$\ln y_1 \ln z$	-0.005	-0.81	0.026	2.11	0.025	2.06
$\ln y_2 \ln z$	0.012	2.13	-0.010	-1.15	-0.014	-1.52
t	-0.026	-10.46	-0.032	-7.64	-0.028	-6.34
$0,5 t^2$	0.002	16.45	0.002	9.65	0.002	8.04
dcrisis					-0.138	-5.48
δ_0	-12.365	-12.99	-7.364	-11.78	-7.103	-12.35
δ_1	0.033	2.14	0.053	1.84	-0.022	-0.86
δ_2	0.003	3.59	-0.008	-5.17	-0.006	-4.04
$\sigma^2 = \sigma_V^2 + \sigma_U^2$	2.275	16.16	2.146	17.47	2.324	18.43
$\gamma = \sigma_U^2 / \sigma^2$	0.989	985.15	0.990	936.81	0.991	957.27
LR Test	-7.0028		-115.1		-89.5	
LR Test (1 side)	3403.3		2139.8		2170.1	
Iteraciones	43		41		42	

^a Ver metodología en Coelli (1996).

Cuadro 6: **Eficiencia por tipo de intermediario** ^a

Función alternativa de beneficios					
	TOTAL	BANCOS	BECH	CF	CFC
N	102	33	13	27	29
Max.	0.9610	0.9610	0.9460	0.8404	0.9491
Min.	0.2730	0.2730	0.4196	0.4805	0.4908
Media	0.7296	0.7095	0.8236	0.6499	0.7846
Mediana	0.7288	0.7109	0.8852	0.6386	0.8069
Varianza	0.0180	0.0189	0.0195	0.0095	0.0123
t-stat		13.7330	2.8436	1.6741	0.1858
p-value		0.0000	0.0049	0.0957	0.8528

^a El intervalo para las medidas de eficiencia en la función alternativa de beneficios es (0,1).

Figura 1: Eficiencia Temporal

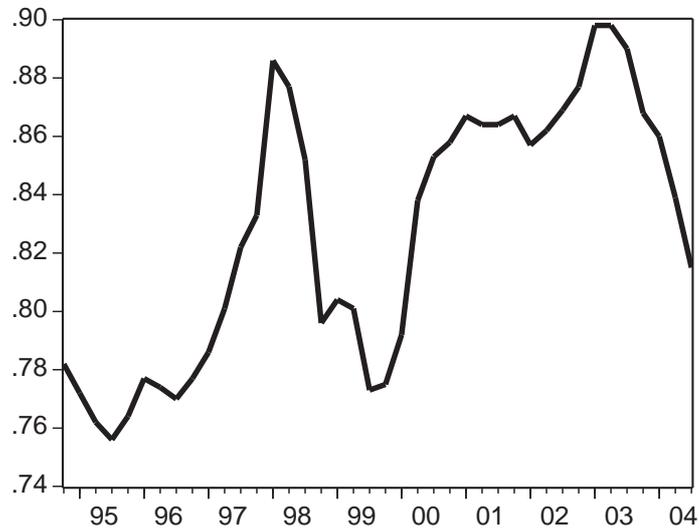
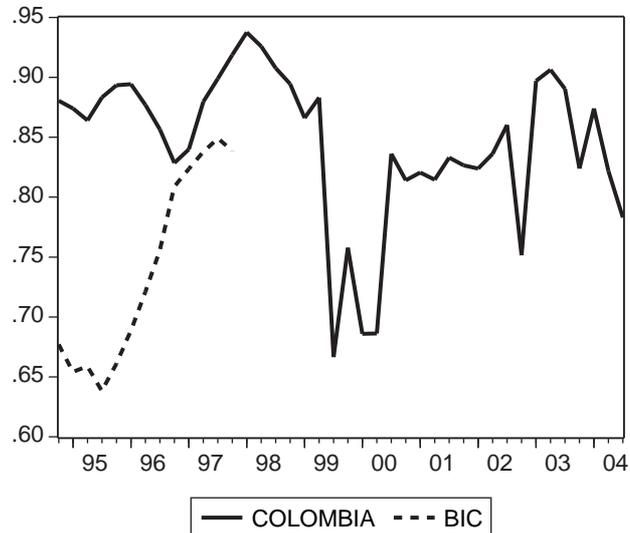


Figura 2: Banco de Colombia



5.5. Fusiones y eficiencia en beneficios

Durante los últimos 10 años, el sistema financiero colombiano ha tenido algunos procesos de fusiones. Con el objeto de ver el efecto que han tenido los procesos de fusiones más representativas sobre la eficiencia, ilustraremos las medidas de eficiencia en beneficios, antes y después de las fusiones. Tal y como se ilustra en los gráficos (2, 3, 4, 5), los procesos de fusiones incrementaron los niveles de eficiencia de los bancos acreedores en el caso del banco de Colombia cuya mejora en eficiencia en beneficios fue del 10%; para el caso del Bancafé la ganancia fue del 5%; mientras que en el caso de los bancos Colpatria y ABN Amro no se ilustra una ganancia representativa: en el caso de la Red Colpatria comparando los datos de eficiencia antes y después de la crisis, se observa una pérdida en eficiencia del 2%, mientras que para el caso de ABN Amro la pérdida es del 7% ²¹. De esta forma, estos resultados no están en contraposición con otros estudios que muestran que las ganancias en eficiencia pueden presentarse cuando se presentan procesos de fusiones, y que estos resultados se aminoran cuando el tamaño de las entidades fusionadas es relativamente pequeño.

²¹Para realizar este análisis se tuvo en cuenta los datos de eficiencia en beneficios para el banco fusionado y el banco acreedor después del período de crisis financiera.

Figura 3: Banco Cafetero

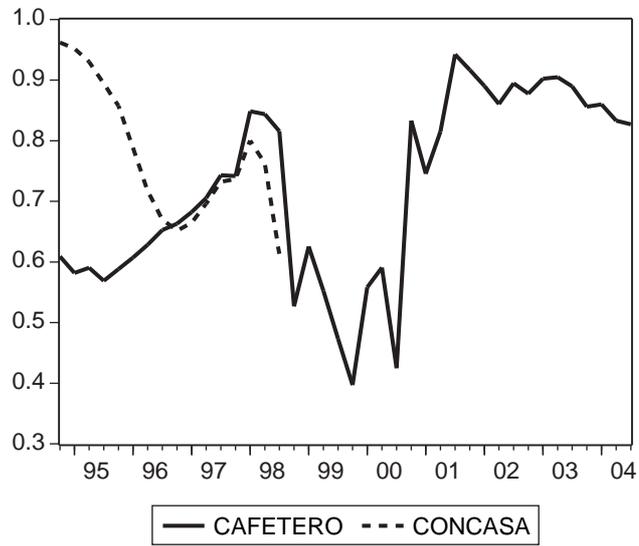


Figura 4: Red Multibanca Colpatría

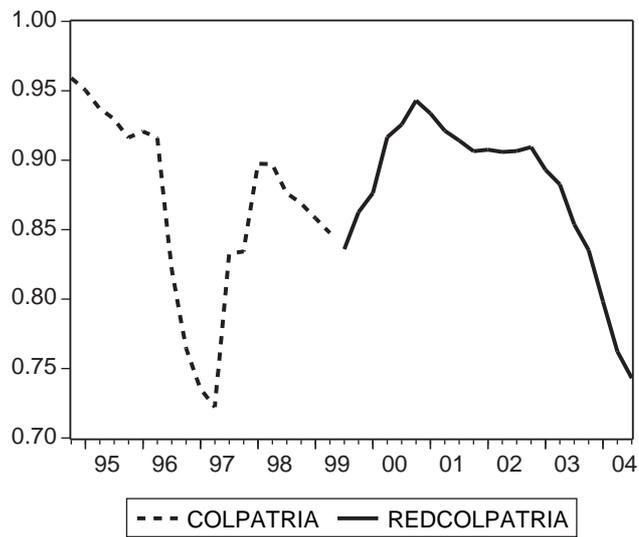
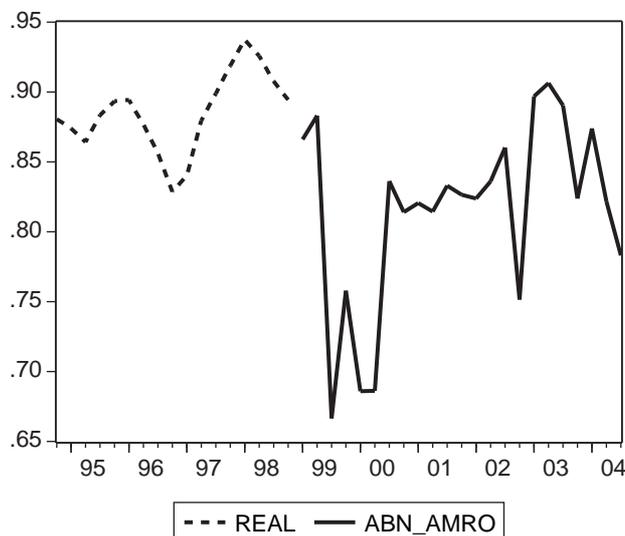


Figura 5: ABN Amro



6. Concentración y Competencia

6.1. Concentración en el mercado de depósitos

Una de las preocupaciones que surgen a nivel de política económica cuando se presentan procesos de fusiones es el impacto sobre la concentración en las industrias y su relación con la competencia dentro del mercado. A nivel del sistema financiero, el nivel de concentración en el sistema bancario Colombiano no es significativamente alto ²².

En el cuadro (7), se ilustran los índices de concentración Herfindahl-Hirschman (HHI), para los depósitos del sistema financiero en las 4 principales ciudades ²³. De acuerdo a las directrices actuales por el Departamento de Justicia Americano, si el

²²Midiendo la proporción de los activos de los tres intermediarios financieros más grandes dentro de los sistemas de cada país, en el estudio del BID se ilustra como estos no superan el 70%. Para Colombia, estos porcentajes pasan de 22% en 1995 al 28% en el año 2002

²³El índice HHI es una función convexa de las proporciones de las firmas dentro del mercado. De este forma, el índice es sensible a grandes diferencias en las proporciones:

$$HHI = \sum_{i=1}^N (s_i)^2 \quad (6.1)$$

Cuadro 7: **INDICES DE CONCENTRACIÓN: HHI**

	Principales Ciudades			
	Mercado de CDT's			
	Barranquilla	Cali	Medellín	Bogotá
1996	374.21	385.25	350.44	236.89
1997	403.87	436.54	509.91	278.16
1998	409.52	498.62	807.19	357.53
1999	452.38	497.16	791.55	410.46
2000	507.68	600.74	1075.86	466.00
2001	509.94	556.71	926.19	460.94
2002	475.26	554.64	836.59	408.02
2003	460.45	544.89	896.50	433.30
2004	457.28	600.36	794.78	403.86

índice HHI del mercado tras la fusión fuese menor de 1800 puntos y el aumento del índice desde la situación de prefusión fuera menor de 200 puntos, se presupone que la fusión no tiene efectos anti-competitivos y los reguladores la permiten. En caso contrario, si se levantan las preocupaciones de los reguladores frente a posibles comportamientos anti-competitivos y éstos inician un análisis de otros factores, como entradas potenciales y crecimiento de mercado, así como sus efectos sobre los precios, para ver si es necesario tomar medidas.

Para las principales ciudades del país, el índice HHI no reporta valores de concentración que superen el nivel de 1800 o incrementos superiores a 200 puntos (a excepción de Medellín en el año 2000) ²⁴.

Cabe comentar que este instrumento, como proxy de la medida del grado competencia, se ha de utilizar con cautela dado que no tiene un fundamento teórico sólido

donde s_i es la cuota de mercado de la firma i . El índice HHI sintetiza la información del tamaño relativo y de la distribución de la cuota de mercado de las firmas, lo que hace que esta medida sea más utilizada que las de concentración absoluta. El índice HHI puede variar entre 0 y un máximo de 10.000, el índice se aproxima a cero cuando un mercado tiene un gran número de empresas de tamaño relativamente igual. El índice aumenta cuando el número de empresas del mercado disminuye y cuando crece la variación en el tamaño de las empresas del mercado.

²⁴Esta medida es utilizada por el Departamento de Justicia Americano y la Comisión de Comercio Federal para evaluar las fusiones y garantizar la competencia de los mercados. Así, dicho departamento considera que un valor del índice menor de 1000 implica un mercado competitivo, si el índice oscila entre 1000 y 1800 corresponde a un mercado moderadamente concentrado, y si el valor del índice es mayor o igual a 1800 supone un mercado altamente concentrado.

ni una evidencia empírica robusta que lo respalde. Cetorelli (1999) expone ejemplos numéricos en los que el uso de este índice puede dar lugar a decisiones erróneas (por ejemplo, un caso en que se aceptaría la fusión bajo la regla general, pudiendo generar conductas anti-competitivas, así como todo lo contrario, en casos en que se rechazaría una fusión según la regla general, ésta podría actuar rompiendo posibles acuerdos colusivos y así restaurar competencia del mercado).

A nivel internacional se han realizado algunos trabajos de investigación que han examinado los efectos de las fusiones sobre los precios. Una fusión puede incrementar el nivel de concentración y por consiguiente incentivar a los bancos a pagar tasas menores sobre los depósitos de sus clientes, pero alternativamente, también puede incrementar la eficiencia de los intermediarios financieros que es transmitida con precios más favorables que pasan los bancos a sus clientes. Como se mencionó anteriormente, Prager y Hannan (1998), encuentran evidencia empírica de que existe un efecto desfavorable de las fusiones que incrementan la concentración en el sistema bancario americano. En este estudio, los autores consideran las tasas de interés ofrecidas sobre diferentes tipos de depósitos como medidas de precios para el período 1991-1994 en los mercados locales. Ellos concluyen que existe una disminución en las tasa ofrecidas por los intermediarios involucrados en los procesos de fusiones comparando con otros intermediarios presentes en los mercados locales, lo que ellos interpretan como un incremento en el poder de mercado producto de los procesos de fusiones.

En algunos estudios realizados para el sistema bancario Italiano, Panetta y Focarelli (2004) y Sapienza (2002), encuentran que los efectos de las fusiones pueden ser mixtos. Los efectos de corto plazo pueden diferir de los efectos de largo plazo cuando la respuesta de la eficiencia y el poder de mercado es diferente a través del tiempo, o tarda diferente períodos de tiempo en materializarse. En estos trabajos se encuentra que para los bancos Italianos las fusiones ocasionaron efectos desfavorables en los precios sobre los consumidores en el corto plazo, y los efectos de largo plazo fueron favorables, de esta forma el efecto de poder de mercado predominó en el corto plazo, pero en el largo plazo, predominó el efecto eficiencia sobre los precios.

Otros estudios han analizado experiencias de EEUU y Europa, y concluyen que las fusiones parecen haber tenido un efecto favorable en el aumento de la competencia bancaria ²⁵. Desde el punto de vista teórico, la explicación a que la concentración no se relacione con una caída en la competencia coincide con la versión de los mercados contestables que sugiere que si no existen barreras de entrada, la presencia de futuros competidores impone disciplina a los bancos establecidos y crea una situación de futura competencia a pesar de que las fusiones ocasionen una caída en el número de bancos

²⁵Ver Kroszner y Strahan (1999) para el caso americano.

presentes en el mercado. La incorporación de bancos extranjeros, puede resultar un factor determinante para analizar la relación entre concentración y competencia bajo este tipo de análisis. En muchos países el aumento de la concentración fue consecuencia del ingreso de bancos extranjeros después de la eliminación de las barreras de entrada. Además, existen argumentos analíticos que apoyan la hipótesis de que la consolidación bancaria puede conducir a un sistema más competitivo o eficiente (Kroszner y Strahan (1999)). De hecho, la competencia y la concentración pueden ir en la misma dirección. La eliminación de las restricciones relativas a las sucursales y la diseminación de cajeros automáticos pueden reducir las barreras geográficas y aumentar la competencia bancaria en lugar de obstaculizarla.

6.2. Competencia en el mercado de depósitos

Para analizar el grado de competencia en el mercado de depósitos, nosotros utilizamos lo que se ha denominado el nuevo enfoque de organización industrial (NEIO) ²⁶ ²⁷. En este análisis se asume por simplicidad, que el producto de un mercado oligopólico es homogéneo, luego, el problema de maximización de beneficios de una firma es:

$$\text{Max}_{q_i} p(Q)q_i - c_i(q_i) \quad (6.2)$$

donde $Q = q_i + Q_{-i}$, es el producto de todo el sector, q_i es el producto de la firma i , y Q_{-i} es el producto de todas las otras firmas. La condición de primer orden para el problema de maximización es:

$$p + \theta_i q_i \frac{\partial p}{\partial Q} = c'(q_i) \quad (6.3)$$

donde $\theta_i = \frac{\partial Q}{\partial q_i}$ es el cambio *conjetural* de la firma i ante variaciones de su propio producto. vale la pena señalar, que (6.3) no es una función de oferta, sería una función de oferta si la industria es perfectamente competitiva. Tal como es tomado en muchos análisis empíricos, ésta puede ser pensada como una relación de oferta. El enfoque (NEIO) lo que intenta es realizar una estimación de (6.3): suponiendo que la función de demanda inversa y la función de costo marginal son lineales, tenemos:

$$Q = \alpha_0 + \alpha_p p + \alpha_z Z + \alpha_{pz} PZ + \epsilon \quad (6.4)$$

²⁶Ver Bresnahan (1987) para una revisión del enfoque: New Empirical Industrial Organization (NEIO).

²⁷Este análisis esta basado en un trabajo de investigación no terminado sobre el nivel de competencia en el mercado de depósitos Colombiano, realizado por el autor.

donde Z es una variable que afecta la demanda y ϵ es un término de error. La ecuación para el costo marginal es:

$$c'(Q) = \beta_0 + \beta_Q Q + \beta_W W \quad (6.5)$$

donde W son variables que afectan el costo marginal. Sustituyendo (6.5) en (6.3), y agregando un término de error η , podemos obtener una versión de la relación de oferta que puede ser estimada simultáneamente con la función inversa de demanda (6.4):

$$P = \beta_0 + \beta_Q Q + \beta_W W - \theta_i \frac{Q}{\alpha_p p + \alpha_z Z} + \eta \quad (6.6)$$

Dados los supuestos del modelo, el caso de $\theta_i = 0$ describe un comportamiento consistente con un juego de Nash en precios, en el cual ninguna firma estaría unilateralmente dispuesta a desviarse del equilibrio, las firma para fijar precios, toman como dados los precios de las otras firmas. El caso de $\theta_i < 0$ nos ilustra un mercado más competitivo que el caso del juego de Nash. Cuando $\theta_i > 0$ significaría el caso de un mercado más collusivo que en el caso del juego de Nash ²⁸.

La estimación de la forma estructural definida en las anteriores ecuaciones requiere la forma funcional de la oferta de depósitos y la función de costo marginal y la selección de las variables explicativas relevantes. Nosotros consideramos las siguientes especificaciones lineales:

$$D_i = a_0 + a_1 r_i^D + a_2 r_{-i}^D + a_3 E_i$$

$$MC_{D_i} = \frac{\partial C_i}{\partial D_i} = AC_{D_i} = b_0 + b_1 D_i + b_2 w_i^E + b_3 w_i^K + b_4 (Effi) - b_5 \left(\frac{D_i}{r_{-i}} \right)$$

donde D_i son los depósitos de cada intermediario financiero, r_i^D es la tasa de interés ofrecida por cada banco por los depósitos, r_{-i}^D corresponde a la tasa ofrecida por el resto de intermediarios presentes en el sector; E_i son los empleados de cada firma bancaria. Por otro lado, MC_{D_i} es el costo marginal, AC_{D_i} es el costo medio; w_i^E es el costo laboral; w_i^K es el precio del capital físico; y $Effi$ es una medida de eficiencia.

La inclusión de las variables de tasas de interés propias y de los demás intermediarios

²⁸Ver Roller y Sickles (2000). Slade (1986) asume con un modelo similar diferenciación de producto y fijación de precios (en el mercado de la gasolina), y se refiere a $\theta_i = 0$ como una caracterización de comportamiento de tomadores de precios y $\theta_i = 1$ como comportamiento de emparejamiento de precios (price-matching).

Cuadro 8: Mercado de Depósitos en Colombia *

Oferta de Depósitos								
Variable Dependiente D_i								
	SF		Bancos		CF		CFC	
	Coef.	Std error						
a_0	15.524	0.014	15.797	0.028	12.837	0.030	14.100	0.025
r_i^D	0.157	0.028	0.807	0.038	2.158	0.063	0.499	0.050
E_i	0.538	0.002	0.477	0.004	1.074	0.006	0.917	0.005
r_{-i}^D	-0.324	0.027	-1.183	0.038	-2.581	0.060	-0.240	0.046
Demanda de Depósitos								
Variable Dependiente r_i^D								
	SF		Bancos		CF		CFC	
	Coef.	Std error						
b_o	7.778	0.058	7.234	0.092	2.782	0.166	8.092	0.081
D_i	0.578	0.005	0.517	0.007	0.766	0.013	0.715	0.005
w_i^K	-0.027	0.002	-0.074	0.006	-0.026	0.006	0.033	0.003
w_i^L	-0.178	0.005	-0.053	0.006	-0.096	0.013	-0.336	0.008
Effi	0.534	0.013	0.351	0.019	0.019	0.079	0.366	0.014
CONJ	-0.902	0.004	-0.867	0.005	-0.870	0.010	-0.972	0.004

* Se utilizó en método: (G.L.S) Random Individual Effects Estimation. Ver Biorn 1999 y apéndice en el anexo.

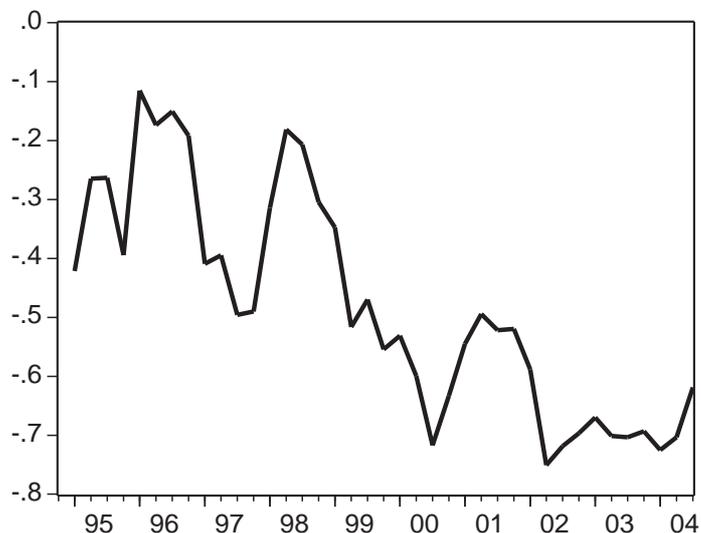
corresponden con el análisis conjetural que se mencionó anteriormente. Ceteris paribus, los depósitos deben responder positivamente a su propio precio y negativamente al precio del resto de los intermediarios. El número de empleados es una variable de desplazamientos que intenta capturar el tamaño de los bancos y su efecto sobre los depósitos es positivo ²⁹. Los signos con respecto a los precios en la función de costo marginal deben ser positivos, al igual que el efecto de los depósitos, que nos captura la caracterización de los retornos a escala dentro de la muestra; y la variable eficiencia puede tener un efecto positivo sobre el costo marginal si se presentan deseconomías de escala para la oferta de depósitos ³⁰.

El cuadro (8) presenta los resultados de la estimación de sistema de ecuaciones simultáneas para el período 1995-2004 con datos trimestrales. Una inspección preliminar nos muestra que no existen grandes diferencias en los resultados para el sistema financiero en su conjunto y dividiendo por tipo de intermediario financiero. En lo que concierne a la oferta de depósitos, todos los parámetros son estadísticamente significativos y en conformidad con la intuición teórica. La pendiente con respecto a la

²⁹De acuerdo con el enfoque (NEIO) en esta relación de oferta se debe incluir una variable de capture el efecto riqueza, medida como el PIB, y su efecto sobre la oferta de depósitos en el análisis del consumidor. En una primera estimación, esta variable no resultó significativa.

³⁰A diferencia de otros trabajos, realizados para otros países. nosotros incorporamos ésta medida de eficiencia en costos obtenida del análisis de frontera estocástica siguiendo la metodología de Battese y Coelli (1992), explicada anteriormente.

Figura 6: Correlación Tasa Depósitos y HHI



tasa de interés de cada banco es positiva y con respecto a la tasa de los otros bancos resultó negativa. La variable de tamaño de los bancos medida por el número de empleados también resultó positiva y significativa, lo que se puede interpretar como que los bancos más grandes atraen más depósitos bancarios. El parámetro estimado para los depósitos en la función de costo marginal resultó positivo y significativo. En lo que concierne a los precios de los factores trabajo y capital los signos no resultaron los esperados en la mayoría de los casos. Una posible explicación a este resultado es que debido al alto grado de sustitución entre factores dentro del sector genera problemas en la estimación; por otro lado, la recolección de los datos para la obtención de las variables de precios también puede incidir en estos resultados.

La variable conjetural resultó con el signo esperado y significativo, no solamente en las estimaciones para el sistema financiero en su conjunto, sino cuando consideramos los diferentes sub-sectores. Este parámetro en la mayoría de los casos es negativo y cercano a cero, ilustrando que en el mercado de depósitos no podemos afirmar que exista alto poder collusivo de los bancos participantes en el mercado.

Este resultado, que parece ser bastante robusto, entra en contraposición con la idea de que las fusiones, generan un mayor poder de mercado, que estimularía a los bancos a pagar tasas de interés menores sobre los depósitos.

En la figura (6), presentamos para el mismo período, la relación entre el índice

de HHI y las tasas pagadas sobre los depósitos. Como se observa, existe una relación inversa entre el índice de concentración dentro del mercado de depósitos y la tasa de interés de los depósitos.

7. Conclusiones y Líneas Futuras de Investigación

Centrándonos en la situación competitiva del sector bancario, a diferencia de lo encontrado en otros trabajos para Europa, EEUU y Canadá, en Colombia no podemos afirmar que después de los procesos de fusiones exista un comportamiento de monopolio o de oligopolio por parte de los intermediarios financieros. Por otra parte, considerando los efectos de las fusiones sobre la eficiencia, en este trabajo se evidencia una mejora en los datos de eficiencia en la función alternativa de beneficios para las fusiones más importantes realizadas durante los últimos años.

En este contexto, resulta necesario profundizar en el análisis de la competencia y el efecto de las fusiones en torno a las siguientes líneas de investigación:

1. La identificación de mercados relevantes: La mayoría de los trabajos a nivel nacional e internacional se han enfocado en el análisis nacional de los mercados, pero resulta importante realizar análisis a nivel local o regional, pero no podemos desconocer la dificultad en la obtención de datos a ese nivel. El análisis de la banca nacional es importante desde el punto de vista corporativo de las entidades financieras, pero resulta relevante un análisis de las entidades a nivel minorista, cuyos mercados relevantes son los mercados locales ³¹.
2. La mayoría de los trabajos han analizado la relación entre concentración y competencia sin encontrar resultados contundentes en dicha relación. Partiendo del hecho de que la competencia hace referencia al comportamiento de los precios de las empresas en un mercado determinado, Cetorelli (1999) señala que al analizar el impacto de la concentración sobre los precios se deben tener en cuenta dos factores: la existencia de fuentes alternativas de financiación y el grado de contestabilidad de los mercados o facilidad de los competidores potenciales de entrar en el mercado, factores que contribuyen a disminuir el impacto potencial de la concentración como producto de las fusiones ³².

³¹En EEUU se emplea la definición de Metropolitan Statistical Area (MSA).

³²En un reciente estudio realizado por el Banco Mundial en el año 2001 para 107 países se realizan un análisis detallado de diferentes tópicos relacionados con la regulación y la supervisión de los bancos, sorprendentemente, dicho estudio no incluye a Colombia dentro del análisis.

3. Relación integración financiera-competencia: En muchas situaciones, el proceso de integración financiera se ve frenado por las barreras de entrada existentes, así como por las propias características de los productos bancarios minoristas. En este proceso, las fusiones y adquisiciones provocan la integración financiera no solamente a nivel nacional sino a nivel internacional con los tratados de libre comercio y la incorporación de la banca electrónica que evitan los requerimientos de proximidad geográfica entre clientes y bancos.

En principio, se podría pensar que una mayor integración genere más competencia por el aumento de número de competidores y la disminución de las las barreras de entrada. Sin embargo, en este contexto también es importante valorar los efectos de la concentración del negocio entre los grandes bancos para beneficiarse de las economías de escala así como los efectos sobre los riesgos asumidos por los bancos y su rápida propagación debido precisamente a la integración financiera. En otras palabras, la relación integración financiera-concentración-riesgo debe ser analizada con otro tipo de instrumentos como el mercado de crédito bancario.

4. Determinantes del poder de mercado: a pesar de que en este trabajo se aborda con relativa rigurosidad la estructura del mercado bancario Colombiano, es necesario completar el estudio con factores más directamente relacionados con el poder de mercado, así como variables que representen la especialización, la forma institucional, el entorno regulatorio con relación a la competencia y barreras de entrada a nivel local y nacional para explicar dicho poder de mercado. Análisis econométrico entre las diferentes medidas de concentración y/o competencia como variables dependientes, tales como, HHI, índice de Lerner, Contrastes de Panzar y Rosse ³³.

³³En un artículo reciente, Clavijo (2000), se explica como los efectos de las fusiones pueden mitigarse cuando no existen arreglos institucionales determinados que faciliten las operaciones de multibanca que podrían llegar a generar ganancias en eficiencia por parte de los intermediarios financieros.

Referencias

- Aigner, D.J. Lovell, C.A.K. y Schmidt, P. (1977). Formulation y Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models. *Journal of Econometrics* 6. pp 21-37.
- Akhavein, J., Berger, A., y Humphrey, D. (1997). The Effects of Megamergers on Efficiency y Prices: Evidence from a Bank Profit Function *Review of Industrial Organization*, 12, 95-139.
- Battese, G. y Coelli, T. (1992). Frontier Production Functions, Technical Efficiency y Panel Data: With Application to Paddy Farmers in India, *Journal of Productivity Analysis* 3, 153-169.
- Berger, A. N., Hunter, W. C., y Timme, S. (1993). The Efficiency of Financial Institutions: a Review y Preview of Research Past, Present, y Future. *Journal of Banking y Finance*, 17, 221-249.
- Berger, A. y Humphrey, D. (1992). Megamergers in Banking y the Use of Cost Efficiency as an Antitrust Defense, *Antitrust Bulletin*, 37, 541-600.
- Berger, A. y Hannan T. (1989). The Price-Concentration Relationship in Banking, *Review of Economics y Statistics*, 71, 291-299.
- Berger, A. y Hannan T. (1996). Using Measures of Firm Efficiency to Distinguish among Alternative Explanations of the Structure-Performance Relationship, *Managerial Finance*, 23, 6-31.
- Berger, A. y Mester, L. (1997). Inside the Black Box: What Explains Differences in the Efficiencies of Financial Institutions. *Journal of Banking y Finance* 21, 895- 947.
- Banco Interamericano de Desarrollo (BID). Progreso Técnico y Social en América Latina. *Informe 2005: Desencadenar el Crédito, Como Ampliar y Estabilizar la Banca*. Parte III, Cap. 9, 135-145.
- Biørn, E. (1999a). Estimating Regression System From Unbalanced Panel Data: A Stepwise Maximum Likelihood Procedure. Memoryum No 20/99 Department of Economics University of Oslo.
- Bresnahan (1987). Competition y Collusion in the American automobile oligopoly]: the 1955 price war. *Journal of Industrial Economics* 35, pp. 457-482.

- Clavijo, S. (2000). Hacia la multibanca en Colombia: retos y 'retazos' financieros. *Borradores de Economía*, No. 150, Banco de la República Jun-2000.
- Cetorelli, N. (1999). Competitive Analysis in Banking: Appraisal of Methodologies. *Federal Reserve Bank of Chicago*, Economic Perspectives. First Quarter. www.chicagofed.org/publication/economicperspectives.
- Coelli, T. [1996]. A Guide to FRONTIER Version 4.1: A Computer Program for Stochastic Frontier Production y Cost Estimation. *Centre for Efficiency y Productive Analysis, University of New Engly, CEPA Working Paper* 96-07.
- Coelli, T., Rao, D.P. y Battese, G. E. [1998]. *An Introduction to Efficiency y Productive Analysis*. Kluwer Academic Publishers. Boston.
- Demsetz, H. (1973). Industry Structure, Market Rivalry, y Public Policy, *Journal of Law y Economics*, 16, 1-9.
- Dermine, J. (1999). The Economics of Bank Mergers in the European Union, a Review of the Public Policy Issues, *INSEAD*, Mimeo.
- Estrada, D. (2003). El Margen de intermediación en España y el papel de las fusiones. Universidad Complutense de Madrid. Mimeo
- Estrada, D. y Osorio, P. (2003). Effects of Financial Capital on Colombian Banking Efficiency. *Borradores de Economía*, No. 292, Banco de la República Jun-2004.
- Hannan, T. H. y Prager, R. A. (1998). Do Substantial Horizontal Mergers Generate Significant Price Effects? Evidence from the Banking Industry. *The Journal of Industrial Economics*, 46, No. 4, 433-452.
- Hannan, T. (1991). Bank Commercial Loan Markets y the Role of Market Structure: Evidence from Surveys of Commercial Lending, *Journal of Banking y Finance*, 15, 133-149.
- Hughes, J., y Mester, L. (1993). Accounting for the Demy for Financial Capital y Risk-Taking in Bank-Cost Functions. *Federal Reserve Bank of Philadelphia, Economic Research Division Working Paper* 93-17.
- Humphrey, D. y Pulley, L. (1997). Banks' Response to Deregulation: Profits, Technology y Efficiency *Journal of Money, Credit y Banking* 29(1). pp. 73-93.

- Kroszner, R. y Strahan, P. (1999). What Drives Deregulation? Economies y Politics of the Relaxation of Bank Branching Restrictions. *Quarterly Journal of Economics* 114(4). pp. 1437-1467.
- Linder, J. y Crane, D. (1992). Bank Mergers: Integration y Profitability, Working paper, *Harvard Business School*, Cambridge MA.
- Martin, S. (1992). Advanced Industrial Economics, *Blackwell Publishers*, Oxford, UK.
- Panetta, F. y Focarelli, D. (2004). Are Mergers Beneficial to Consumers? Evidence from the Italian Markets for Bank Deposits. *American Economic Review*, forthcoming.
- Peltzman, S. (1977). The Gains y Losses from Industrial Concentration, *Journal of Law y Economics*, 20, 229–263.
- Prager, R. y Hannan, T. (1998). Do substantial horizontal mergers generate significant price effects? evidence from the banking industry, *The Journal of Industrial Economics*, XLVI, No. 4, 433-452.
- Pilloff, S. (1996). Performance Changes y Shareholder Wealth Creation Associated with Mergers of Publicly Traded Banking Institutions. *Journal of Money, Credit, y Banking*, 28.
- Pilloff, S. (2004). Bank Merger Activity in the United States, (1994-2003). *Board of Governors of the Federal Reserve System*, Staff Study No. 176.
- Rhoades, S. (1986). The Operating Performance of Acquired Firms in Banking Before y After Acquisition, Staff Economic Studies 149, *Board of Governors of the Federal Reserve System*, Washington, DC.
- Rhoades, S. (2000). Bank Mergers y Banking Structure in the United States, (1980–98). *Board of Governors of the Federal Reserve System*, Staff Study No. 174.
- Roller, L. H., y Sickles, R. C. (2000). Capacity y product market competition: Measuring market power in a “puppy-dog” industry. *International Journal of Industrial Organization* 18, pp. 845–865.
- Sapienza, P. (2002). The Effects of Banking Mergers on Loan Contracts. *Journal of Finance*, 57, 329-367.
- Savage, D. (1991). Mergers, Branch Closings, y Cost Savings. Working Paper. *Board of Governors of the Federal Reserve System*, Washington, DC.

- Shaffer, S. (1993). Can Megamergers Improve Bank Efficiency?, *Journal of Banking y Finance*, 17, 423–36.
- Slade, M.E. (1986). Conjectures, firm characteristics y market structure. An empirical assessment. *International Journal of Industrial Organization* 4, pp. 347–370.
- Srinivasan, Aruna (1992). Are there Cost Savings from Bank Mergers?, *Federal Reserve Bank of Atlanta*, Economic Review 17–28.

Apéndice: Estimación panel desbalanceado

Teniendo en cuenta que la información disponible sigue una estructura de datos de panel no balanceado, el proceso de estimación se lleva a cabo utilizando la metodología desarrollada por Biørn (1999), la cual permite calcular el estimador de Mínimos Cuadrados Generalizados de los parámetros de un modelo de ecuaciones simultáneas (o uniecuacional) aparentemente no relacionadas con el error, bajo una especificación de efectos aleatorios individuales sobre el intercepto.

Teniendo en cuenta la dificultad para adaptar las pruebas sobre la presencia de efectos individuales tipo Breusch-Pagan (1980) y de selección entre efectos fijos o aleatorios tipo Hausman y Taylor (1981), bajo una estructura de datos de panel no balanceado, y debido a nuestro desconocimiento acerca de la disponibilidad de pruebas análogas bajo dicha estructura de datos, la especificación de efectos aleatorios individuales sobre el intercepto se justifica teniendo en cuenta la heterogeneidad de las empresas que conforman la muestra, explicada fundamentalmente por factores de tipo idiosincrásico, tales como diferencias en su estructura organizacional, diferentes posibilidades de acceso a los mercados crediticios y de capitales y, en general, eventos o circunstancias aleatorias, inherentes a cada empresa, que se presentan por una sola vez durante el período de análisis y cuyos efectos generan una caracterización particular de cada firma.

El modelo econométrico de una sola ecuación utilizado en este documento constituye un caso particular del sistema g de ecuaciones simultáneas tipo *SUR* considerado originalmente por Biørn (1999), sin embargo, la metodología de estimación es válida y fácilmente adaptable para este caso.

Dado lo anterior, el proceso de estimación se lleva a cabo con base en una estructura de información conformada por N firmas o individuos indexados por $i = 1, 2, \dots, N$. Cada individuo i es observado al menos una vez y como máximo P períodos, por tanto, NP denota el número de firmas observadas en P períodos con $p = 1, 2, \dots, P$, no necesariamente consecutivos ni los mismos períodos. Se define a n como el número total de observaciones, de tal forma que $N = \sum_{p=1}^P N_p$ y $n = \sum_{p=1}^P N_p P$. El número acumulado de firmas observadas hasta p veces es $M_p = N_1 + N_2 + \dots + N_p$ y por tanto $M_1 = N_1, M_2 = N_2$ y $M_p = N$. A partir de lo anterior se definen los siguientes subconjuntos de firmas observadas hasta P veces denotados por I_p , de tal forma que $I_1 = [1, 2, \dots, M_1], I_2 = [1, 2, \dots, M_2], \dots, I_p = [1, 2, \dots, M_p]$. I_1 corresponde a un corte transversal $I_1 \in I_2, I_3, \dots, I_p$ constituyen sub-paneles balanceados con $2, 3, \dots, P$ observaciones de cada individuo respectivamente ³⁴.

³⁴En el caso de una muestra con estructura de datos de panel balanceado, por ejemplo con P observaciones, se tiene un solo subconjunto I_p no vacío.

Teniendo en cuenta la estructura descrita de la información es posible formular la t -ésima ecuación muestral para la i -ésima firma teniendo en cuenta H variables explicativas, incluido el intercepto de la siguiente forma:

$$y_{it} = x_{it}\beta + \alpha_i + u_{it} \quad (7.1)$$

con $i \in I_p$, $t = 1, 2, \dots, p$, $p = 1, 2, \dots, P$ y y_{it} constituye la variable dependiente (aleatoria) y x_{it} es un vector ($1 \times H$) no estocástico que contiene la t -ésima observación de cada una de las variables explicativas para la i -ésima firma incluido un 1 para el intercepto. El efecto latente (aleatorio no observado) específico a cada individuo corresponde a α_i y u_{it} el término de perturbación estocástica que explica los cambios en y_{it} que no provienen de variaciones en las variables contenidas en x_{it} . β es el vector ($H \times 1$) de parámetros por estimar asociados a las variables explicativas, incluido el intercepto, dichos parámetros son comunes entre firmas.

Los supuestos fundamentales acerca de las condiciones de ortogonalidad de las componentes estocásticas del modelo son:

$$E[\alpha_i] = 0, \quad E[\alpha_i, \alpha'_s] = \delta_{ij}, \quad E[u_{it}] = 0, \quad E[u_{it}, u_{js}] = \delta_{ij} \delta_{ts} \sum_u$$

con δ 's son los respectivos delta Kroneckers, se supone que x_{it} , α_i y U_{it} son no correlacionados. En el caso de un modelo de una sola ecuación las matrices \sum_α y \sum_u corresponden a los escalares σ_α y σ_u respectivamente. La perturbación estocástica compuesta se define a partir de $\epsilon_{it} = \alpha_i + u_{it}$ con

$$E[\epsilon_{it}] = 0, \quad E[\epsilon_{it}, \epsilon_{js}] = 0$$

La media individual específica de las ϵ 's para el individuo i se definen a partir de:

$$\bar{\epsilon}_i = \begin{cases} \epsilon & \text{para } i \in I_1, \\ 1/2 \sum_{t=1}^2 \epsilon_{it} & \text{para } i \in I_2 \\ \vdots \\ 1/p \sum_{t=1}^p \epsilon_{it} & \text{para } i \in I_p \end{cases}$$

La media global es:

$$\bar{\epsilon} = \sum_{p=1}^P \sum_{i \in I_p} \sum_{t=1}^p \epsilon_{it} = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^P \sum_{i \in I_p} p \bar{\epsilon}_i$$

Las matrices de varianza covarianza de las componentes de error del modelo quedan

definidas por:

$$\sum_u = \frac{W_{\epsilon\epsilon}}{n - N}, \quad \sum_\alpha = \frac{B_{\epsilon\epsilon} - \frac{N-1}{n-N}W_{\epsilon\epsilon}}{n - \frac{\sum_{p=1}^P N_p p^2}{n}}$$

donde $W_{\epsilon\epsilon} = \sum_{p=1}^P \sum_{i \in I_p} \sum_{t=1}^p (\epsilon_{it} - \bar{\epsilon}_i)(\epsilon_{it} - \bar{\epsilon}_i)'$, $B_{\epsilon\epsilon} = \sum_{p=1}^P \sum_{i \in I_p} (\epsilon_i - \bar{\epsilon})(\epsilon_i - \bar{\epsilon})'$ Que constituyen las co-variaciones al interior de cada individuo y entre individuos respectivamente, siendo $T_{\epsilon\epsilon} = W_{\epsilon\epsilon} + B_{\epsilon\epsilon}$ la variación total.

Las mismas categorías de variación y covariación se obtienen para los sub paneles balanceados observados hasta p veces para obtener los estimadores:

$$\begin{aligned} \sum_{u(p)} &= \frac{W_{\epsilon\epsilon}}{N_p(p-1)} \\ \widehat{\sum}_{\alpha(p)} &= \frac{1}{p} \left(\frac{B_{\epsilon\epsilon(p)}}{N_p - 1} - \frac{W_{\epsilon\epsilon(p)}}{N_p(p-1)} \right) \\ \widehat{\sum}_{(p)} &= \widehat{\sum}_{u(p)} + \widehat{\sum}_{\alpha(p)} = \frac{B_{\epsilon\epsilon}}{N_p - 1} \end{aligned}$$

Para llevar a cabo la estimación G.L.S por grupos, la cual constituye la base fundamental de la estimación G.L.S agregada se definen los siguientes arreglos matriciales:

$$Y_{i(p)} = \begin{bmatrix} y_{i1} \\ \vdots \\ y_{ip} \end{bmatrix} \quad X_{i(p)} = \begin{bmatrix} X_{i1} \\ \vdots \\ X_{ip} \end{bmatrix} \quad \epsilon_{i(p)} = \begin{bmatrix} \epsilon_{i1} \\ \vdots \\ \epsilon_{ip} \end{bmatrix}$$

para $i \in I_p$, $p = 1, 2, \dots, P$.

Donde por ejemplo, $X_{i(p)} = [x_{i1}, \dots, x_{iH}]$ es un vector ($1 \times H$) que contiene la primera observación de cada una de las H variables explicativas.

En notación matricial compacta para el conjunto de observaciones, el modelo para el individuo se puede re escribir de la siguiente forma:

$$Y_{i(p)} = X_{i(p)}\beta + (e_p \otimes \alpha_i) = X_{i(p)}\beta + \epsilon_{i(p)}$$

donde e_p es un vector ($p \times 1$) de unos. Para la ecuación anterior se supone:

$$E[\epsilon_{i(p)}] = 0, \quad E[\epsilon_{i(p)}\epsilon_{i(p)}'] = I_p \otimes \sum_u + E_p \otimes \sum_\alpha = \Omega_{\epsilon(p)}$$

con I_p una matriz p dimensional identidad, $E_p = e_p e_p'$ una matriz ($p \times p$) con todos

sus elementos iguales a uno y $\Omega_{\epsilon(p)}$ la matriz $(p \times p)$ de varianza covarianza del término de error compuesto que puede re-escribirse como:

$$\Omega_{\epsilon(p)} = B_p \otimes \sum_u^{-1} + A_p \otimes (\sum_u + p \sum_\alpha)^{-1}$$

Donde $A_p = (1/p)E_p$ y $B_p = I_p - (1/p)E_p$ son matrices simétricas, idempotentes y con columnas ortogonales.

Teniendo en cuenta que $\Omega_{\epsilon(p)}$ no constituye una matriz Identidad escalar, el estimador tipo *Aiken* de Mínimos Cuadrados Generalizados en dos etapas para β que utiliza todo el conjunto de información conformado por los subgrupos se define por medio de:

$$\hat{\beta}_{GLS} = \left(\sum_{p=1}^P \sum_{i \in I_p} X'_{i(p)} \Omega_{\epsilon(p)}^{-1} X_{i(p)} \right)^{-1} \left(\sum_{p=1}^P \sum_{i \in I_p} X'_{i(p)} \Omega_{\epsilon(p)}^{-1} Y_{i(p)} \right)$$

Teniendo en cuenta que

$$\Omega_{\epsilon(p)}^{-1} = \left(B_p \otimes \sum_u^{-1} \right) + \left(A_p \otimes (\sum_u + p \sum_\alpha) \right) = \left(B_p \otimes \sum_u^{-1} \right) + \left(A_p \otimes \sum_{(p)} \right)$$

$\hat{\beta}_{GLS}$ puede re-escribirse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{GLS} &= \left(\sum_{p=1}^P \sum_{i \in I_p} X'_{i(p)} \left(B_p \otimes \sum_u^{-1} \right) X_{i(p)} + \sum_{p=1}^P \sum_{i \in I_p} X'_{i(p)} \left(A_p \otimes \sum_{(p)}^{-1} \right) X_{i(p)} \right)^{-1} \\ &\times \left(\sum_{p=1}^P \sum_{i \in I_p} X'_{i(p)} \left(B_p \otimes \sum_u^{-1} \right) Y_{i(p)} + \sum_{p=1}^P \sum_{i \in I_p} X'_{i(p)} \left(A_p \otimes \sum_{(p)}^{-1} \right) Y_{i(p)} \right) \end{aligned}$$

El estimador de la matriz de varianza covarianza del vector de parámetros estimados $\hat{\beta}_{GLS}$ es:

$$\begin{aligned}
V(\widehat{\beta}_{GLS}) &= \left(\sum_{p=1}^P \sum_{i \in I_p} X'_{i(p)} \Omega_{\epsilon i(p)}^{-1} X_{i(p)} \right)^{-1} \\
&= \left(\sum_{p=1}^P \sum_{i \in I_p} X'_{i(p)} \left(B_p \otimes \sum_u^{-1} \right) X_{i(p)} + \sum_{p=1}^P \sum_{i \in I_p} X'_{i(p)} \left(A_p \otimes \sum_u^{-1} \right) X_{i(p)} \right)
\end{aligned}$$

Los estimadores de \sum_u^{-1} , $\sum_{(p)}^{-1}$, $(\widehat{\beta}_{GLS})$ y $V(\widehat{\beta}_{GLS})$ se obtienen a partir del siguiente algoritmo:

1. Obtener la estimación consistente de los primeros residuales $\epsilon_{it} = Y_{it} - X_{it}\widehat{\beta}_{GLS}$, con $\widehat{\beta}_{GLS}$ obtenido a partir de una regresión con todas las observaciones de Y_{it} y X_{it} .
2. Sustituir ϵ_{it} por $\widehat{\epsilon}_{it}$ y obtener los estimadores $\widehat{W}_{\widehat{\epsilon}\widehat{\epsilon}}$ y $\widehat{\beta}_{\widehat{\epsilon}\widehat{\epsilon}}$.
3. Sustituir $W_{\epsilon\epsilon}$ y $\beta_{\epsilon\epsilon}$ por $\widehat{W}_{\widehat{\epsilon}\widehat{\epsilon}}$ y $\widehat{\beta}_{\widehat{\epsilon}\widehat{\epsilon}}$ y obtener los estimadores \sum_u^{-1} , \sum_α^{-1} y $\sum_{(p)}^{-1}$ de las matrices \sum_u^{-1} , \sum_α^{-1} y $\sum_{(p)}^{-1}$.
4. Sustituir \sum_u^{-1} , \sum_α^{-1} y $\sum_{(p)}^{-1}$ por $\widehat{\sum}_u^{-1}$, $\widehat{\sum}_\alpha^{-1}$ y $\widehat{\sum}_{(p)}^{-1}$ y obtener $\widehat{\beta}_{GLS}$ y $V(\widehat{\beta}_{GLS})$.