

Implementación, Uso e Interpretación del “Fan Chart”[‡]

Juan Manuel Julio^{§§§}

Mayo de 2006

Abstract

El "Fan Chart" representa la función de probabilidades de los valores futuros de una variable, condicional a la información conocida en el presente. En contraste con la tradicional senda de pronósticos puntuales y sus bandas confidenciales simétricas, el Fan Chart presenta dos ventajas: Primero, describe completamente la densidad marginal de pronóstico en cada uno de los periodos del horizonte. Y segundo, su formulación permite que la densidad marginal de pronóstico sea asimétrica. Cuando esta densidad no es simétrica, la probabilidad (o riesgo) de que el valor futuro de la variable asuma valores por encima de la senda central de pronóstico es diferente a la de que asuma valores por debajo de dicha senda. Esta característica lo hace muy deseable para representar los riesgos de que se cumplan metas sobre el valor futuro de la variable en cuestión. En el caso del Informe de Inflación el "Fan Chart" cumple con dos objetivos: Primero, comunicar al público las previsiones de la autoridad monetaria sobre la evolución futura de la inflación con base en el "mejor conocimiento" actual de la economía, propósito relacionado con la transparencia del esquema de inflación objetivo y con la credibilidad de las políticas para alcanzar dichas metas. Y segundo, organizar la forma como la autoridad monetaria aborda el problema de pronosticar la inflación, lo cual tiene que ver con el desarrollo del

*Key Words: Fan Chart, Forecasting Distribution, Statistical Graphics, Inflation Targeting, Inflation Report.

[†]Palabras clave: "Fan Chart", Distribución de Pronóstico, Gráficas Estadísticas, Esquema de Inflación Objetivo, Informe sobre Inflación.

[‡]El autor es Econometrista Asociado al Departamento de Modelos Macro Económicos del Banco de la República y es Profesor Asociado del Departamento de Estadística de la Universidad Nacional de Colombia. jjulioro@banrep.gov.co

[§]El autor agradece los valiosos comentarios del doctor Norberto Rodríguez a una versión preliminar de este trabajo y los de dos "referees" anónimos de la Revista Colombiana de Estadística que ayudaron a clarificar la versión actual. Los errores, omisiones y opiniones de este son, sin embargo, son responsabilidad exclusiva del autor y no comprometen al Banco de la Republica ni la Universidad Nacional de Colombia.

Informe sobre Inflación y su distribución temática. En esta nota se describe en detalle la implementación actual del "Fan Chart" que utiliza el Banco de la Republica para su Informe sobre Inflación, se presenta un ejemplo que ilustra su adecuada utilización, se describe la manera como este se debe interpretar y se describe el uso de un programa que facilita su aplicación. Con esto, se persigue explicitar el uso e interpretación del "Fan Chart".

The "Fan Chart" represents the forecasting distribution of a variable based on the information available at present. In comparison with the traditional forecast path and its corresponding symmetrical bands, the "Fan Chart" has two important advantages; First, it depicts the whole marginal forecast distribution. And second, this marginal distribution, on each period of time in the forecasting horizon, may be non symmetric. When this distribution is not symmetric, the probability that the variable takes on values above the central path differs from the probability that it takes on values below it, which makes it a desirable tool to show the risks of not fulfilling pre established targets on future values of the variable. In the case of a Central Bank "Inflation Report", this chart fulfills two objectives. First, informs the public opinion about the central bank inflation forecasts based on the "best" information available at the moment, an objective related to the transparency of the "inflation targeting" regime and the credibility of the policies issued to reach these targets. And second, organize the way the central bank approaches the problem of forecasting the inflation rate, which has to do with the development of the inflation report and its subject organization. In this note we present the actual "Fan Chart" implementation used by the Colombian Central Bank for its "inflation report", show an example of its proper usage, describe a sensible interpretation, and use of the software developed to compute it¹.

1 Introducción

El "Fan Chart" representa la función de probabilidades de los valores futuros de una variable, condicional a la información conocida en el presente. En contraste con la tradicional senda de pronósticos puntuales y sus bandas confidenciales simétricas, el Fan Chart presenta dos ventajas: Primero, describe completamente la densidad marginal de pronóstico en cada uno de los periodos del horizonte. Y segundo, su formulación permite que la densidad marginal de pronóstico sea asimétrica. Cuando esta densidad no es simétrica, la probabilidad (o riesgo) de que el valor futuro de la variable asuma valores por encima de la senda central de pronóstico es diferente a la de que asuma valores por debajo de dicha senda. Esta característica lo hace muy deseable para representar los riesgos de que se cumplan metas sobre el valor futuro de la variable en cuestión.

El termino "Fan Chart" lo popularizó del Banco de Inglaterra, quienes lo vienen publicando desde 1977 en su "Informe de Inflación". Véase [2]. En el caso del "Informe de Inflación" de un banco que sigue el esquema de inflación objetivo, el "Fan

Chart" cumple con dos propósitos: Primero, comunicar al público las previsiones de la autoridad monetaria sobre la evolución futura de la inflación con base en su "mejor conocimiento" de la economía, propósito relacionado con la transparencia del esquema de inflación objetivo y la credibilidad de las políticas para alcanzarlas. Y segundo, organizar la manera como la autoridad monetaria produce el pronóstico de la inflación, lo cual tiene que ver con el desarrollo del citado informe y su distribución temática.

A partir de la enmienda constitucional de 1991 en Colombia, se requiere que el Banco de la República, BR, fije metas anuales no crecientes sobre la inflación futura. Para cumplir con este mandato constitucional, el BR ha venido realizando un esfuerzo importante para entender los mecanismos a través de los que (a) se producen las innovaciones a la inflación, (b) la política monetaria afecta a todas las variables de la economía, en particular a la inflación, y (c) se propagan las diferentes innovaciones a todas las variables de la economía, en particular hacia la inflación. Este conocimiento se plasma en el "modelo central" para el análisis y pronóstico de la autoridad monetaria. La versión actual se conoce como Modelo de Mecanismos de Transmisión, MMT. Véase [5] y [6].

De acuerdo con la mecánica del esquema de inflación objetivo, la Junta Directiva del Banco de la República, JDBR fija una meta no creciente para la inflación futura y emite señales monetarias que minimizan la distancia entre el pronóstico de la inflación y la meta establecida. Estas señales monetarias se especifican como incrementos/reducciones de la tasa de interés de intervención, de acuerdo con expectativas de incremento/reducción (respectivamente) de la inflación en el mediano plazo. Como resultado, se espera que la inflación asuma una senda que la lleve hacia su meta. Esta descripción pone en claro la relevancia del pronóstico de inflación y del modelo de mecanismos de transmisión, del cual se obtienen los pronósticos.

Dado que en un esquema de inflación objetivo los costos de reducir la inflación se disminuyen (o pueden incluso desaparecer) cuando la autoridad monetaria es creíble, la credibilidad se convierte en el activo más importante de la autoridad monetaria. En un esquema de inflación objetivo la credibilidad de la autoridad monetaria tiene que ver con su reputación y la transparencia del esquema.

En este sentido, la función del Informe de Inflación es la de garantizar la transparencia del esquema de inflación objetivo. Esto se logra al informar a la opinión pública sobre la manera como la autoridad monetaria entiende la coyuntura económica actual, al hacer explícitos los supuestos y riesgos asociados a los eventos futuros que pueden afectar a la inflación durante el horizonte de pronóstico, y mostrar la coherencia entre la coyuntura actual, los supuestos, los riesgos, el pronóstico de la inflación y las políticas emitidas para cumplir las metas.

El Fan Chart de la inflación resume varios de los elementos anteriores al describir en un único gráfico la distribución marginal de la inflación futura en cada periodo del horizonte de pronóstico. En efecto, la senda modal corresponde al pronóstico de la inflación condicional a la senda más probable de los factores y variables que afectan

a la inflación a lo largo del horizonte de pronóstico. La asimetría de la distribución es un resultado de los riesgos de que las variables o factores asuman valores por encima (o debajo) de su senda modal. Y la varianza de la distribución responde a la incertidumbre histórica efectiva del ejercicio de pronóstico, la incertidumbre sobre los factores y de un conjunto multiplicadores que reflejan cambios esperados de la incertidumbre con respecto a la incertidumbre histórica. La transparencia se logra entonces al hacer explícitos los factores o variables mencionados, sus sendas modales y riesgos en conjunción con su efecto sobre la distribución de la inflación, es decir el Fan Chart.

La producción del Fan Chart de la tasa inflación se desarrolla a partir de los siguientes pasos: Primero, se determinan los factores y variables que podrían afectar el comportamiento de la inflación en el horizonte de pronóstico. Segundo, se determina o supone la senda modal (más probable) para los valores futuros de dichas variables y factores. Tercero, se introducen estas sendas modales y pronósticos de corto plazo en el modelo central de pronóstico, el MMT, para producir la senda modal de la distribución de la inflación futura. Cuarto, se determina el riesgo de que las variables o factores mencionados asuman valores más grandes o más pequeños que los de la senda modal y se determina su incertidumbre histórica. Quinto, se fijan multiplicadores de la incertidumbre futura sobre los factores o variables y la inflación, los cuales resumen el "criterio de los expertos" sobre cambios coyunturales en la incertidumbre con respecto a la incertidumbre histórica. Sexto, se transforman los riesgos e incertidumbre de la distribución de los factores o variables a riesgos e incertidumbre en la distribución de la inflación futura a partir de la función de impulso respuesta. Como resultado se obtiene una densidad marginal asimétrica de la inflación futura en cada periodo del horizonte de pronóstico, la cual refleja la senda modal, incertidumbre y riesgos de las variables y factores que la afectan a lo largo del horizonte pronóstico.

Si bien es cierto que cualquier modelo probabilístico de la inflación es capaz de producir un Fan Chart a partir de cálculos elementales, la metodología propuesta por [2] tiene un sin número de ventajas que claramente opacan sus desventajas. La única desventaja de la metodología propuesta por [2] es que el modelo probabilístico a partir del que se obtiene la distribución del pronóstico no es explícito. La densidad de pronóstico se construye a partir de resultados que se obtienen por separado. Sin embargo, aún esta desventaja se traduce en una ventaja si se tiene en cuenta que el diseño de un modelo probabilístico explícito del tamaño del MMT, que sea económicamente consistente, capaz de producir distribuciones de pronóstico asimétricas con base en distribuciones asimétricas para las innovaciones, factores o variables condicionadas y que además permita introducir información no muestral para el pronóstico, es un trabajo que aún está en su infancia en gran medida por la restricción de que sea económicamente sensato. Véase [3] y [9].

En esta nota se describe en detalle la implementación actual del "Fan Chart" que utiliza el Banco de la Republica para su Informe sobre Inflación, se presenta un ejemplo que ilustra su utilización, se describe la manera como este se debe interpretar

y se describe el uso de un programa que facilita su aplicación². Con esto, se persigue desmitificar la implementación del "Fan Chart" y de paso clarificar su interpretación. El escrito se divide en cuatro secciones aparte de esta corta introducción. En la segunda se discute la interpretación del "Fan Chart". En la tercera se describen los cálculos y supuestos que soportan la implementación actual, las cuales se utilizan en el programa, y se describen la implementación computacional. En la cuarta se describen varios puntos que merecen atención particular. En la quinta se hace una breve discusión. A lo largo de las diferentes secciones se describe e interpreta un ejemplo.

2 Interpretación

El gráfico 1 muestra un ejemplo de "Fan Chart" calculado con información histórica hasta el cuarto trimestre del 2005. La línea sólida hasta esta fecha es la inflación total observada y desde el primer trimestre del 2006 es la senda que con mayor probabilidad puede asumir la inflación. Es decir, es el pronóstico que maximiza la función de probabilidades marginal de pronóstico en cada periodo del horizonte. Este pronóstico se obtiene asignando la senda modal a las variables o factores que afectan el nivel de la inflación a lo largo del horizonte de pronóstico. A partir de 2006T1 se abre un abanico con distintas densidades de color, las cuales representan las franjas de probabilidad desde 5% hasta 95% a intervalos de de 5%. El abanico se calcula, por defecto, para nueve periodos $t=1,2,\dots,9$, a partir del último dato observado tal como se muestra en el gráfico³.

Para entender más claramente este gráfico, nos referimos al cuadro 1 que contiene las estadísticas descriptivas de las distribuciones de pronóstico para los $t = 1, 2, \dots, 9$ periodos iniciales del horizonte. Las tres primeras columnas muestran las sendas que definen las medidas de tendencia central; la moda o valor que maximiza la densidad marginal de pronóstico en cada periodo del horizonte, la mediana o valor que divide la densidad en dos partes iguales y la media o pronóstico esperado. La cuarta columna contiene la meta de inflación fijada por la JDBR. La quinta contiene la senda de las varianzas de dicha distribución, y la sexta contiene un indicador del sesgo o tercer momento de la distribución marginal.

La senda modal (μ_t^π para $t = 1, 2, \dots, 9$), la meta de inflación ($\tilde{\pi}_t$ para $t = 1, 2, \dots, 9$) y la varianza del error de pronóstico de la inflación ($\sigma_t^{2\pi}$ para $t = 1, 2, \dots, 9$) son insumos para el computo del "Fan Chart". La media ($E_0(\pi_t)$ para $t = 1, 2, \dots, 9$),

²Haciendo click aquí puede obtener el software en Visual Basic para Excel para producir el Fan Chart.

³El horizonte de pronóstico fijado por el BR para su "Informe sobre Inflación" es de 9 trimestres, el cual responde a los ejercicios realizados por [5] donde se muestra que la política monetaria toma en promedio dos años para lograr su efecto sobre la inflación.

¹Click here to obtain the Visual Basic for Excel software to produce the chart..

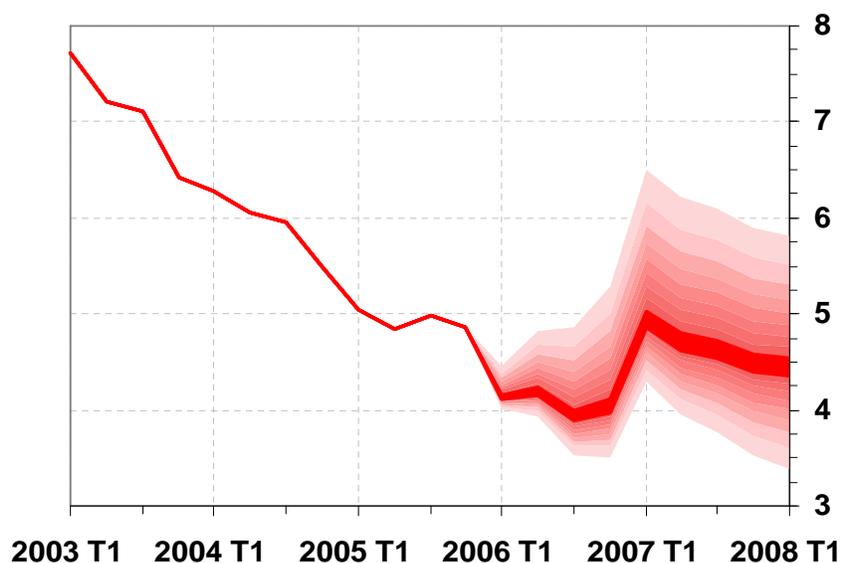


Figure 1: Fan chart de la Inflación total con información hasta 2005T4

mediana ($M_0^e(\pi_t)$ para $t = 1, 2, \dots, 9$) y sesgo ($S_0(\pi_t)$ para $t = 1, 2, \dots, 9$) son resultados del ejercicio.

La senda modal, μ_t^π para $t = 1, 2, \dots, 9$, es un insumo para el calculo del "Fan Chart", y corresponde al pronóstico más probable, en el sentido que maximiza la densidad marginal del pronóstico de la inflación en cada periodo de tiempo del horizonte. Esta senda es el pronóstico del modelo MMT con base en la senda modal de las variables o factores que afectan el nivel de la inflación a lo largo del horizonte de pronóstico.

Un análisis detallado del cuadro muestra que nuestro indicador del sesgo se incrementa hasta el primer trimestre del 2007 y luego decrece hasta 0.15 en el primer trimestre del 2008. Sin embargo, este resultado no tiene un efecto importante sobre la probabilidad de cumplimiento de la meta para el final del 2006, 4.5%, ya que el pronóstico modal para este periodo es de 4.01. Este resultado implica que con una probabilidad mayor al 0.5 se cumple en exceso la meta del 2006. Sin embargo, el sesgo si tiene un efecto importante sobre el cumplimiento de la meta para el 2007, 4.0%, ya que el pronóstico modal para esta fecha es de 4.47%. Este resultado implica que en el presente se están gestando presiones inflacionarias de mediano plazo. Como el pronóstico mediano para finales del 2007 es de 4.65%, podemos concluir que la probabilidad de que se cumpla la meta en exceso (es decir que la inflación observada por debajo de la meta), es mucho menos que el 50%.

Dado que la política monetaria tiene un rezago en afectar la tasa de inflación, este

t	Fecha	Moda	Mediana	Media	Meta	Varianza	Sesgo
1	2006 T1	4.13	4.21	4.04	4.88	0.10	-0.09
2	2006 T2	4.18	4.33	3.99	4.75	0.20	-0.19
3	2006 T3	3.91	4.14	3.63	4.63	0.30	-0.28
4	2006 T4	4.01	4.31	3.63	4.50	0.40	-0.38
5	2007 T1	4.91	5.29	4.44	4.37	0.50	-0.47
6	2007 T2	4.68	4.99	4.29	4.25	0.56	-0.39
7	2007 T3	4.61	4.86	4.30	4.12	0.61	-0.31
8	2007 T4	4.47	4.65	4.24	4.00	0.67	-0.23
9	2008 T1	4.44	4.56	4.29	3.87	0.72	-0.15

Table 1: Estadísticas Descriptivas de la Densidad de Pronóstico

resultado sugiere un incremento en la tasa de interés de intervención del BR.

Un punto que se debe tener en cuenta al interpretar la senda modal es que en su cálculo *se supone que se está realizando una política monetaria activa que lleva el pronóstico de inflación a su meta en el mediano plazo*. Al comparar la senda modal con la senda de metas lo único que se observa son movimientos que reflejan condiciones de corto plazo. Desafortunadamente esta senda no es fácilmente interpretable ya que en el Informe sobre Inflación no se presenta la senda de tasas de interés que llevan a la inflación proyectada hacia su meta. Sin embargo, es un indicador de la dirección que debería seguir la política monetaria. Si la senda modal de la inflación esta consistentemente por encima de la meta, se podría necesitar un ajuste de corto plazo a las tasas de interés hacia arriba. Dicho de otra forma, aunque la senda de tasas de interés no se publica, es claro que nuestros resultados implican un incremento de la tasa de interés en el corto plazo para contrarrestar las presiones inflacionarias de mediano plazo.

La senda de varianzas es un insumo para el cálculo del "Fan Chart" y tiene tres componentes. El primer componente es la estimación histórica (no basada en modelos) de la desviación estándar del error de pronóstico a horizontes de 4 y 9 trimestres, $\hat{\sigma}_4^\pi$ y $\hat{\sigma}_9^\pi$. El segundo componente son los multiplicadores, ω_4^π y ω_9^π , que ajustan la incertidumbre histórica de pronóstico por información "experta" sobre incrementos o reducciones de esta con respecto a la incertidumbre histórica. La varianza reportada en las filas 4 y 9 de la columna 5 corresponden a la desviaciones estándar ajustadas $\sigma_4^\pi = w_4^\pi \hat{\sigma}_4^\pi$ y $\sigma_9^\pi = w_9^\pi \hat{\sigma}_9^\pi$. El tercer componente son los factores de distribución de la incertidumbre a lo largo del horizonte, δ_t , $t = 1, 2, \dots, 9$ y cumplen con la restricción de que $\sum_{t=1}^4 \delta_t = 1$ y $\sum_{t=5}^9 \delta_t = 1$, de tal forma que $\sigma_1^\pi = \delta_1 \sigma_4^\pi$, $\sigma_2^\pi = (\delta_1 + \delta_2) \sigma_4^\pi$, $\sigma_3^\pi = (\delta_1 + \delta_2 + \delta_3) \sigma_4^\pi$, $\sigma_5^\pi = \delta_5 \sigma_9^\pi$, $\sigma_6^\pi = (\delta_5 + \delta_6) \sigma_9^\pi$, ..., y $\sigma_8^\pi = (\delta_5 + \dots + \delta_8) \sigma_9^\pi$.

El sesgo es un resultado del cálculo del "Fan Chart". En el cuadro 1 se puede observar que el sesgo es negativo para todos los periodos de tiempo. Es importante tener en cuenta que nuestro indicador de sesgo es la diferencia entre la media y la

t	Fecha	<3%	3-3.5%	3.5-4%	4-4.5%	4.5-5%	5-5.5%	>5.5%	Balance Riesgos
1	2006 T1	0.00%	0.00%	2.44%	93.47%	4.09%	0.00%	0.00%	28.09%
2	2006 T2	0.00%	0.00%	6.62%	63.87%	27.00%	2.46%	0.05%	28.09%
3	2006 T3	0.00%	2.02%	34.89%	40.68%	17.98%	3.97%	0.46%	28.09%
4	2006 T4	0.02%	2.59%	24.74%	34.64%	23.42%	10.61%	3.98%	28.09%
5	2007 T1	0.00%	0.01%	0.46%	7.40%	25.53%	27.50%	39.10%	28.09%
6	2007 T2	0.00%	0.20%	3.51%	17.91%	28.71%	24.11%	25.56%	31.91%
7	2007 T3	0.04%	0.84%	6.89%	21.74%	28.17%	22.13%	20.19%	35.82%
8	2007 T4	0.36%	3.02%	12.68%	25.38%	26.34%	18.50%	13.71%	39.76%
9	2008 T1	1.10%	5.17%	15.25%	25.29%	24.89%	16.83%	11.47%	43.57%

Table 2: Distribución de Probabilidades del Pronóstico de la Inflación

moda. Dado que la mediana siempre se encuentra entre la moda y la media y la mediana es el valor que divide la densidad en dos partes iguales, es claro que el “balance de riesgos”, medido como $P[\pi_t \leq M_0^e(\pi_t)]$ es inferior a 0.5 para todo el horizonte de pronóstico.

El cuadro 2 contiene en las primeras siete columnas las probabilidades de que la inflación asuma valores en diferentes intervalos disjuntos y en la columna final el *balance de riesgos*, $\mathbf{P}[\pi_t \leq M_0^e(\pi_t)]$. En este cuadro se observa que entre mas largo el horizonte, mayor es la incertidumbre en pronóstico, lo cual hace que las probabilidades estén menos concentradas. Se observa adicionalmente que a lo largo del horizonte el balance de riesgos esta por debajo de 0.5 (es más probable que la inflación sea superior al valor de la senda modal), lo cual genera un efecto dramático en el sesgo del "Fan Chart".

El *balance riesgos* de la distribución de pronóstico de la inflación se explica por cuatro insumos de la distribución de del factor i -ésimo que afecta a la inflación, $i = 1, 2, \dots, n_1$; Primero, los balances de riesgo a horizontes de 4 y 9 trimestres, los cuales denotamos p_4^i y p_9^i para el i -ésimo factor. Segundo, las desviaciones estándar históricas (no de modelos) de los factores a los mismos horizontes, $\hat{\sigma}_4^i$ y $\hat{\sigma}_9^i$ para el i -ésimo factor. Tercero, multiplicadores de la incertidumbre a los mismos horizontes, ω_4^i y ω_9^i , para el factor i -ésimo, las cuales ajustan la incertidumbre histórica por información a priori sobre incrementos o reducciones de esta. Cuarto, la respuesta contemporánea y luego de cuatro trimestres de la inflación a una innovación de una unidad en el factor i -ésimo, ϕ_0^i y ϕ_4^i para $i = 1, 2, \dots, n_1$.

El procedimiento para el cálculo del balance de riesgos de la inflación a partir de los insumos anteriores es sencillo. Si denotamos $f(x_j^i)$ a la distribución del factor i -ésimo en el trimestre j -ésimo de horizonte de pronóstico, ϕ_j^i a la respuesta de la inflación a una innovación de una unidad del factor i -ésimo luego de j trimestres de dicha innovación, el siguiente esquema describe a grandes rasgos el proceso:

- A partir de las desviaciones estándar históricas y los multiplicadores de la in-

FACTORES	$f(x_4^i)$			$f(x_9^i)$			ϕ_j^i	
	$\sigma_4^i = \widehat{\sigma}_4^i \omega_4^i$		p_4^i	$\sigma_4^i = \widehat{\sigma}_4^i \omega_4^i$		p_4^i	ϕ_0^i	ϕ_4^i
	$\widehat{\sigma}_4^i$	ω_4^i		$\widehat{\sigma}_4^i$	ω_4^i			
Consumo Privado	2.00	1.00	0.40	2.40	1.00	0.50	0.16	0.19
Inversión	16.06	1.00	0.45	19.28	1.00	0.50	0.04	0.05
Consumo Público	4.09	1.00	0.50	4.91	1.00	0.50	0.04	0.04
Exportaciones	4.36	1.00	0.55	5.23	1.00	0.50	0.04	0.04
Importaciones	9.49	1.00	0.50	11.39	1.00	0.50	-0.03	-0.04
Inflación de Alimentos	6.20	1.00	0.50	7.45	1.00	0.50	0.11	0.04
Expectativas de Inflación	0.36	1.00	0.45	0.43	1.00	0.50	0.19	0.15
Inflación de Transables	0.69	0.50	0.50	0.82	1.00	0.50	0.35	0.31
Inflación de No Transables	0.44	1.00	0.50	0.53	1.00	0.50	0.42	0.23
Inflación de Regulados	2.19	1.00	0.40	2.63	1.00	0.50	0.06	0.02
Depreciación	7.57	0.70	0.45	9.09	1.00	0.50	0.01	0.00

Table 3: Insumos sobre los Factores para el calculo del Fan Chart

certidumbre, se determina para cada factor la desviación estándar definitiva del factor, $\sigma_4^i = \omega_4^i \widehat{\sigma}_4^i$ y $\sigma_9^i = \omega_9^i \widehat{\sigma}_9^i$ para $i = 1, 2, \dots, n_1$.

- Se mapea la dupla (σ_4^i, p_4^i) al sesgo de la distribución del factor i -ésimo a los horizontes de cuatro y nueve trimestres, S_4^i y S_9^i para $i = 1, 2, \dots, n_1$.
- Con los coeficientes de respuesta de la inflación, ϕ_j^i , a innovaciones en los factores se mapea dinámicamente el sesgo de cada factor a la inflación y estos se suman para dar la respuesta del sesgo de la inflación al sesgo de los factores, el cual denotamos S_t^π para $t = 4$ y 9 trimestres.
- De acuerdo con las ponderaciones de distribución de la incertidumbre δ_t para $t = 1, 2, \dots, 9$ se calculan los sesgos para la inflación en cada periodo del horizonte de pronóstico, S_t^π para $t = 1, 2, \dots, 9$.
- Para cada periodo de tiempo se determina la densidad marginal de la inflación en cada periodo del horizonte de pronóstico a partir de los parámetros $(\mu_t^\pi, S_t^\pi, \sigma_t^\pi)$.

El cuadro 3 muestra los insumos necesarios para los pasos descritos anteriormente. En este cuadro se destaca que los expertos esperan que la incertidumbre sobre el comportamiento de la inflación de alimentos y de la devaluación a un horizonte de cuatro trimestres sea inferior (50% y 70% respectivamente), a su incertidumbre histórica. Se observa además que el balance de riesgos sobre los factores cambia considerablemente. Para el caso del consumo, la inversión, la inflación de alimentos, inflación de regulados y depreciación, se espera que estos asuman valores por debajo de la senda modal con probabilidades inferiores al 0.5, lo cual indica un sesgo hacia arriba en su distribución.

Al observar los valores de la función de impulso respuesta (positivos en todos los casos), se podría concluir que los riesgos de que estas variables asuman valores por encima de la senda modal podría explicar el sesgo hacia arriba de la distribución de la inflación.

En la siguiente sección se muestra en detalle la econometría detrás del cálculo "Fan Chart".

3 Entendiendo el "Fan Chart"

En esta sección se describen la racionalidad econométrica y cómputo del "Fan Chart", demostrando entonces la razón por la cual este surge de un proceso formal pero sencillo. El "Fan Chart" se construye bajo el supuesto de que tanto la distribución condicional de los factores que afectan a la inflación como la distribución condicional de esta son normales de dos piezas. En la primera sub-sección describimos la densidad normal de dos piezas y enumeramos sus propiedades. En la segunda demostramos que esta se puede caracterizar alternativamente por las tres tripletas mencionadas en la introducción. En la tercera sub-sección describimos el mapeo de las tripletas que determinan la densidad de los factores a la tripleta que determina la densidad del pronóstico de la inflación.

3.1 La Distribución Normal de dos piezas

Se dice que una variable aleatoria tiene una densidad normal de dos piezas si su función de densidad de probabilidades tiene la forma:

$$f_X(x; \mu, \sigma_1, \sigma_2) = \begin{cases} C \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_1^2} (x - \mu)^2 \right\} & \text{para } x \leq \mu \\ C \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_2^2} (x - \mu)^2 \right\} & \text{para } x > \mu \end{cases} \quad (1)$$

donde $-\infty < \mu < \infty$ es la moda o valor más probable de la distribución, $\sigma_1 > 0$ y $\sigma_2 > 0$ son dos parámetros indicadores de la incertidumbre, y $C = \sqrt{\frac{2}{\pi}} (\sigma_1 + \sigma_2)^{-1}$ es un valor que garantiza que 1 sea una función de probabilidades. De esta ecuación es claro que la distribución normal es un caso particular cuando $\sigma_1 = \sigma_2$, y que la densidad queda completamente especificada si se conoce el valor de la tripleta $(\mu, \sigma_1, \sigma_2)$.

El gráfico 2 muestra tres de estas densidades para $(\mu, \sigma_1, \sigma_2) = (0, 1, 1)$, $(\mu, \sigma_1, \sigma_2) = (0, 1, 0.5)$ y $(\mu, \sigma_1, \sigma_2) = (0, 1, 1.5)$. En este se puede observar que cuando $\sigma_1 > \sigma_2$ la densidad se sesga a la izquierda y entonces el "balance de riesgos", $P[X \leq \mu]$, es mayor a 0.5. Cuando $\sigma_2 > \sigma_1$ ocurre lo contrario, pero cuando $\sigma_1 = \sigma_2$ la densidad se reduce a una normal y se dice que el riesgo esta balanceado.

A partir de la ecuación 1 podemos determinar la probabilidad de cualquier evento

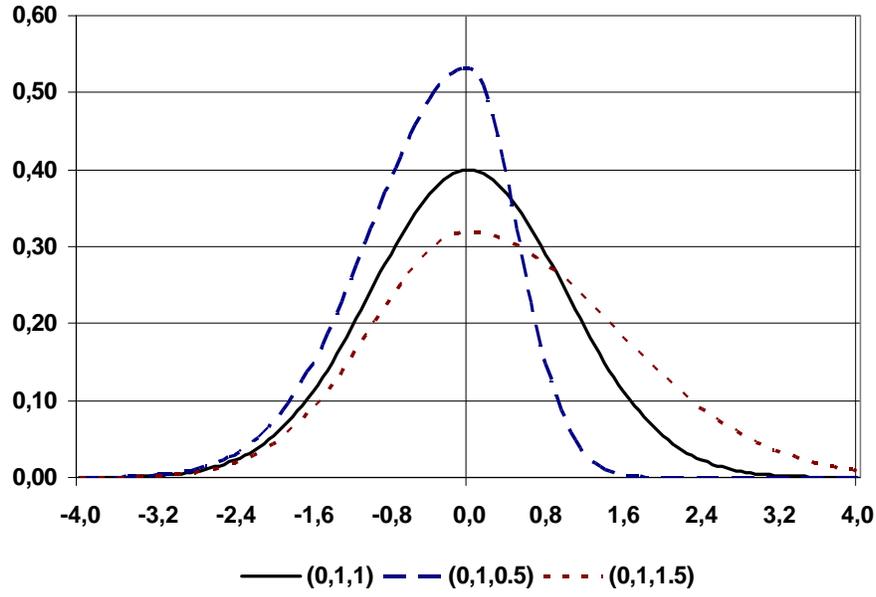


Figure 2: Densidad Normal de dos Piezas con Diferentes Conjuntos de Parámetros

a partir de la ecuación

$$\begin{aligned}
 P[L_1 \leq X \leq L_2] &= \int_{L_1}^{L_2} f_X(x) dx & (2) \\
 &= \begin{cases} \frac{2\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \left[\Phi\left(\frac{L_2 - \mu}{\sigma_1}\right) - \Phi\left(\frac{L_1 - \mu}{\sigma_1}\right) \right] & \text{si } L_1 < L_2 \leq \mu \\ \frac{2\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \left[\Phi\left(\frac{L_2 - \mu}{\sigma_2}\right) - \Phi\left(\frac{L_1 - \mu}{\sigma_2}\right) \right] & \text{si } \mu \leq L_1 < L_2 \\ \frac{2 \left[\sigma_2 \Phi\left(\frac{L_2 - \mu}{\sigma_2}\right) - \sigma_1 \Phi\left(\frac{L_1 - \mu}{\sigma_1}\right) + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right]}{\sigma_1 + \sigma_2} & \text{si } L_1 \leq \mu < L_2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

donde $\Phi(x)$ es la distribución normal estándar acumulada, y por lo tanto el "balance de riesgos" toma el valor

$$p = P[X \leq \mu] = \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \quad (3)$$

Adicionalmente, la media y varianza de la distribución están dadas por

$$\tilde{\mu} = E[X] = \sqrt{\frac{2}{\pi}} (\sigma_2 - \sigma_1) + \mu \quad (4)$$

y

$$\sigma^2 = V[X] = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) (\sigma_2 - \sigma_1)^2 + \sigma_1 \sigma_2 \quad (5)$$

y el sesgo o coeficiente de "asimetría" toma el valor

$$E[(X - \tilde{\mu})^3] = \sqrt{\frac{2}{\pi}}(\sigma_2 - \sigma_1) \left[\left(\frac{4}{\pi} - 1 \right) (\sigma_2 - \sigma_1)^2 + \sigma_1 \sigma_2 \right] \quad (6)$$

el cual es proporcional a

$$\xi = \tilde{\mu} - \mu = \sqrt{\frac{2}{\pi}}(\sigma_2 - \sigma_1) \quad (7)$$

Por otra parte, para un valor $0 < \alpha < 1$, el percentil α -ésimo de la distribución normal de dos piezas es el valor k tal que $P[X \leq k] = \alpha$. De la ecuación 2 sabemos que

$$P[X \leq k] = \begin{cases} \frac{2\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \Phi\left(\frac{k - \mu}{\sigma_1}\right) & \text{para } k \leq \mu \\ \frac{2}{\sigma_1 + \sigma_2} \left[\sigma_2 \Phi\left(\frac{k - \mu}{\sigma_2}\right) + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right] & \text{para } k > \mu \end{cases}$$

de donde obtenemos

$$k = \begin{cases} \sigma_1 \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha(\sigma_1 + \sigma_2)}{2\sigma_1}\right) + \mu & \text{para } \alpha \leq p = P[x \leq \mu] \\ \sigma_2 \Phi^{-1}\left(\frac{(\sigma_1 + \sigma_2)\alpha}{2\sigma_2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma_2}\right) + \mu & \text{para } \alpha > p = P[x \leq \mu] \end{cases} \quad (8)$$

3.2 Equivalencia Entre Conjuntos De Parámetros

De la sección anterior vimos que la densidad queda completamente especificada si se conoce la tripleta $(\mu, \sigma_1, \sigma_2)$. En esta sección probamos que esta tripleta es equivalente a conocer $(\mu, p = P[X \leq \mu], \sigma = \sqrt{V(X)})$, lo cual a su vez es equivalente a conocer la tripleta (μ, ξ, σ) , donde ξ es una aproximación al sesgo de la densidad de la ecuación 7.

En efecto, si σ_1 y σ_2 son conocidos, las ecuaciones 3 y 5 determinan el valor de $p = P[X \leq \mu]$ y $\sigma = \sqrt{V(X)}$. Ahora, si p y σ son conocidos, estas ecuaciones definen un sistema en las incógnitas σ_1 y σ_2 de la forma,

$$\begin{aligned} p &= \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \\ \sigma^2 &= \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) (\sigma_2 - \sigma_1)^2 + \sigma_1 \sigma_2 \end{aligned} \quad (9)$$

que resolvemos para obtener los valores de σ_1 y σ_2 como

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= p \frac{\sigma_2}{1 - p} = \frac{p\sqrt{\pi\sigma^2}}{\sqrt{3\pi p^2 - 3\pi p + \pi - 8p^2 + 8p - 2}} \\ \sigma_2 &= \frac{(1 - p)\sqrt{\pi\sigma^2}}{\sqrt{3\pi p^2 - 3\pi p + \pi - 8p^2 + 8p - 2}} \end{aligned} \quad (10)$$

Para encontrar la equivalencia con la tercera tripleta, podemos escribir la densidad 1 como

$$f_X(x; \mu, \sigma, \gamma) = C \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left[(x - \mu)^2 + \gamma \left[\frac{x - \mu}{|x - \mu|} \right] (x - \mu)^2 \right] \right\} \quad (11)$$

la cual depende de la tripleta (μ, γ, σ) de donde es claro que

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sqrt{\frac{\sigma^2}{1-\gamma}} \\ \sigma_2 &= \sqrt{\frac{\sigma^2}{1+\gamma}} \end{aligned} \quad (12)$$

lo cual soluciona el problema de determinar σ_1 y σ_2 cuando σ y γ son conocidas.

De otra parte, de la primera ecuación de 10 combinada con 12 encontramos que γ se expresa como

$$\gamma = \frac{1 - 2p}{1 - 2p + 2p^2} \quad (13)$$

el cual depende solamente del balance de riesgos. Sin embargo, a partir de esta última ecuación podemos determinar la aproximación al sesgo de la ecuación 7 como

$$\begin{aligned} \xi &= \tilde{\mu} - \mu = \sqrt{\frac{2}{\pi}} (\sigma_2 - \sigma_1) = \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\sqrt{\frac{\sigma^2}{1+\gamma}} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{1-\gamma}} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

la cual depende de σ y γ .

Ahora, si conocemos ξ y σ^2 , tenemos que

$$\beta = \frac{\pi}{2\sigma^2} \xi^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{1+\gamma}} - \sqrt{\frac{1}{1-\gamma}} \right)^2$$

de donde

$$\beta(1 - \gamma^2) = 2 - 2\sqrt{1 - \gamma^2}$$

es decir,

$$\beta y^2 = 2 - 2y$$

podemos resolver primero esta ecuación para y y luego para γ , de donde hallamos la solución,

$$\gamma = \begin{cases} \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{1+2\beta}-1}{\beta} \right)^2} & \text{si } \xi > 0 \\ -\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{1+2\beta}-1}{\beta} \right)^2} & \text{si } \xi < 0 \end{cases} \quad (15)$$

la cual depende de ξ y σ .

Las demás ecuaciones necesarias para completar la equivalencia se obtienen directamente de las anteriores.

Notación	Significado
$h = 9$	Horizonte de pronóstico
X_t^i	Factor o variable que afecta a π_t $i = 1, 2, 3, \dots, n = n_1 + n_2$
μ_t^i	Valor más probable factor i periodo t
$p_t^i = P[X_t^i \leq \mu_t^i]$	Balance riesgos factor i periodo t
σ_t^i	Desv. estándar factor i periodo t
n_2	Número de X_t^i tales que $p_t^i = 0.5$
π_t	Inflación en el periodo t
μ_t^π	Valor más probable inflación en t
p_t^π	Balance riesgos Inflación en t
$\sigma_t^{2\pi}$	Varianza Inflación en t
ϕ_j^i	Respuesta π_{t+j} a impulso X_t^i
ξ_t^i	Aprox. sesgo factor i tiempo t
ξ_t^π	Aprox. sesgo π tiempo t
γ_t^i	Indicador sesgo factor i tiempo t
γ_t^π	Indicador sesgo π tiempo t

Table 4: Notación

3.3 Transformando la Densidad de los Factores a la Densidad de la Inflación

Suponga que queremos realizar el "Fan Chart" de la inflación anual a un horizonte de $h = 9$ trimestres. Es decir, queremos hallar la densidad condicional de π_t para $t = 1, 2, 3, \dots, 9$, donde el trimestre actual es $t = 0$.

Suponga que identificamos un total de $n = n_1 + n_2$ factores que afectan a la inflación, los cuales denotamos como X_t^i para $i = 1, 2, 3, \dots, n$ y $t = 1, 2, 3, \dots, h$. Suponemos que los primeros n_1 factores se caracterizan porque su balance de riesgos en algún periodo de tiempo del horizonte no es 0.5, es decir, $p_t^i \neq 0.5$ para algún $t = 1, 2, 3, \dots, h$ y para $i = 1, 2, 3, \dots, n_1$. Suponemos adicionalmente que el valor más probable del factor i -ésimo en el periodo t está dado por μ_t^i y su varianza en el periodo t es σ_t^{2i} . Con esto completamos el valor de la tripleta $(\mu_t^i, p_t^i, \sigma_t^{2i})$ que determina la densidad condicional de cada X_t^i en cada periodo de tiempo en el horizonte, $f(x_t^i)$.

Finalmente, supongamos que los valores de los factores X_t^i para $t = \dots, -3, -2, -1, 0$ se conocen sin incertidumbre.

Nuestro trabajo consiste en transformar la secuencia de tripletas $\{(\mu_t^i, p_t^i, \sigma_t^{2i})\}_{t=1}^9$ para $i = 1, 2, 3, \dots, n_1$, en una secuencia de tripletas $\{(\mu_t^\pi, p_t^\pi, \sigma_t^{2\pi})\}_{t=1}^9$. Este proceso se realiza de la siguiente manera.

3.3.1 La Senda Central μ_t^π

La senda central de la inflación es la secuencia $\mu_1^\pi, \mu_2^\pi, \mu_3^\pi, \dots, \mu_9^\pi$ de valores más probables de la inflación en el horizonte de pronóstico. Es decir, es la senda más probable de pronóstico condicional al "mejor conocimiento" del funcionamiento de la economía, su estado actual y su desempeño futuro más probable. Esta senda se obtiene al unir las modas de las densidades de pronóstico condicional o incondicional a las sendas modales de los diferentes factores.

El "mejor conocimiento" sobre el funcionamiento de la economía es un conjunto de ideas o de funciones de impulso respuesta que representan el efecto dinámico de las diferentes innovaciones sobre las variables macroeconómicas clave. Por excelencia, estas ideas o funciones de impulso respuesta se derivan del llamado "Modelo de mecanismos de Transmisión", MMT, el cual es una caracterización de los hechos empíricos estilizados de la economía en un marco estructural macroeconómico. [5], [7], [6] y [4].

El estado actual de la economía se obtiene de los valores observados de las variables y factores, sean o no observables, hasta el periodo $t = 0$ de nuestra notación. Es decir, X_t^i para $i = 1, 2, 3, \dots, n$ y $t = \dots, -3, -2, -1, 0$. Si hay algún factor no observable, este se estima a partir de la información histórica o del criterio de expertos. Los factores son en general las variables que componen los diferentes modelos, y si hay alguno no contemplado en por lo menos un modelo, sería necesario el desarrollo de un modelo satélite que incluya este factor hasta que este se pueda incluir en el modelo central, MMT. Sin embargo, si esto no es posible, siempre se puede considerar el *criterio de expertos*² para suponer los valores o parámetros necesarios.

El desempeño futuro más probable de la economía se compone de las sendas, supuestas, previstas o pronosticadas, más probables en el sentido de la moda, de los factores X_t^i . Es decir, el conjunto de valores μ_t^i para $i = 1, 2, 3, \dots, n$ y $t = 1, 2, 3, \dots, 9$.

Los valores de la senda central de la inflación se obtienen como la moda de la distribución de la inflación, condicional a que los factores asuman sus **valores más probables**, $X_t^i = \mu_t^u$ **y a los valores de las variables contenidos en el conjunto de información F_0 , que contiene toda la información de la economía hasta el periodo actual, $t = 0$.** Es decir,

$$\mu_t^p = \text{MODA} [\pi_t | F_0, X_t^i = \mu_t^u \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \text{ y } t = 1, 2, \dots, h] \quad (16)$$

o también como la moda de la densidad conjunta condicional al conjunto de información hasta el trimestre actual F_0

$$\mu_t^p = \text{MODA} [\pi_t | F_0] \quad (17)$$

²El criterio de expertos es una metodología estadística muy convencional en ciencias puras y de la salud, la cual ha sido de gran utilidad en casos de gran incertidumbre. En principio esta es una metodología Bayesiana y el criterio experto se incluye en las densidades a priori de los parámetros sobre los cuales pesa la incertidumbre.

El BR cuenta con un conjunto extenso de modelos a partir de los cuales se puede obtener la densidad de pronóstico condicional o incondicional a las sendas modales de los factores, o condicional a algunos pero incondicional a otros factores. Cada uno de estos modelos enfatiza diferentes aspectos de la economía, y el desempeño de sus pronósticos cambia en la medida que estos factores sean más o menos relevantes en el periodo particular. Entre el conjunto de los pronósticos se selecciona el pronóstico de corto plazo más adecuado de acuerdo con su comportamiento histórico, y este se introduce como restricción en el pronóstico del modelo central, MMT.

En conclusión, la senda más probable de la inflación es unión de las modas de las densidades de la inflación en el horizonte de pronóstico, condicionales a que todos los n factores asuman su valor "más probable" o modal.

Para la realización de esta transformación de las modas de los factores a la moda de la inflación, realizamos tres supuestos

- La distribución de los factores es normal en dos piezas.
- La densidad condicional de la inflación es normal en dos piezas.
- El modelo MMT representa la relación entre la senda más probable de la inflación con las sendas más probables de los n factores y con las innovaciones.

3.3.2 El Balance de Riesgos

En la sección anterior se describió la forma como se obtiene la senda más probable de la inflación futura a partir de la distribución condicional a las sendas más probables de los n factores. En esta describimos la manera como el balance de riesgos e incertidumbre de los factores se traduce en el balance de riesgos de la inflación.

El proceso consiste en determinar para cada periodo de tiempo el sesgo aproximado ξ_t para cada uno de los n_1 factores que tienen un balance de riesgos distinto a un medio en algún periodo de tiempo. A través de una función de respuesta de la inflación anual a impulsos de una unidad en cada uno de los factores, se traduce el sesgo de cada factor en un sesgo de la inflación explicado por el factor particular. Al sumar los sesgos de la inflación explicados por los n_1 factores, se genera el sesgo de la densidad de la inflación explicado por todos los factores para cada periodo de tiempo del horizonte.

No se tienen en cuenta los factores con balance de riesgos igual a un medio en todos los periodos de tiempo porque estos tienen densidades simétricas que generan respuestas nulas sobre el sesgo de la inflación.

Más precisamente, sea,

$$\xi_t^i = \tilde{\mu}_t^i - \mu_t^i \quad \text{para } t = 1, 2, 3, \dots, 9 \text{ y } i = 1, 2, 3, \dots, n_1 \quad (18)$$

la aproximación del sesgo correspondiente a cada uno de los n_1 factores para los 9 trimestres de la ecuación 14, y sea ϕ_s^i para $i = 1, 2, 3, \dots, n_1$ y $s = 0, 1, 2, \dots, 8$ la

Respuesta del Sesgo Aprox. de π_t a Sesgo Aprox. de:					
t	Factor 1	Factor 2	\dots	Factor n_1	Todos ξ_t^π
1	$\phi_0^1 \xi_1^1$	$\phi_0^2 \xi_1^2$	\dots	$\phi_0^{n_1} \xi_1^{n_1}$	$\sum_{i=1}^{n_1} \phi_0^i \xi_1^i$
2	$\phi_0^1 \xi_2^1 + \phi_1^1 \xi_1^1$	$\phi_0^2 \xi_2^2 + \phi_1^2 \xi_1^2$	\dots	$\phi_0^{n_1} \xi_2^{n_1} + \phi_1^{n_1} \xi_1^{n_1}$	$\sum_{i=1}^{n_1} \phi_0^i \xi_2^i + \phi_1^i \xi_1^i$
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots	\vdots
t	$\sum_{j=0}^{t-1} \phi_j^1 \xi_{t-j}^1$	$\sum_{j=0}^{t-1} \phi_j^2 \xi_{t-j}^2$	\dots	$\sum_{j=0}^{t-1} \phi_j^{n_1} \xi_{t-j}^{n_1}$	$\sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=0}^{t-1} \phi_j^i \xi_{t-j}^i$
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots	\vdots
9	$\sum_{j=0}^8 \phi_j^1 \xi_{t-j}^1$	$\sum_{j=0}^8 \phi_j^2 \xi_{t-j}^2$	\dots	$\sum_{j=0}^8 \phi_j^{n_1} \xi_{t-j}^{n_1}$	$\sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=0}^8 \phi_j^i \xi_{t-j}^i$

Table 5: Calculo del Sesgo de la Inflaci3n a Partir del sesgo de los Factores

respuesta de la inflaci3n anual π_t a un impulso de una unidad del factor i -3simo s periodos antes.

Bajo el supuesto de que el sesgo de la inflaci3n ξ_t^π se explica de manera exclusiva, lineal y din3micamente por los sesgos de los diferentes factores, ξ_t^i . Se puede generar f3cilmente la respuesta del sesgo de la inflaci3n a los sesgos de cada factor de acuerdo con el cuadro 5 como la respuesta acumulada en el sentido convencional de la funci3n de impulso respuesta de un modelo din3mico multivariado.

Las funciones de impulso respuesta son un insumo del "Fan Chart" y provienen en general del modelo central, MMT, pero para algunos casos muy particulares pueden provenir de modelos sat3lite dise1ados espec3ficamente para este prop3sito.

En resumen, para el c3lculo de la respuesta del sesgo aproximado π_t , ξ_t^π , a los sesgos aproximados de los factores, ξ_t^i , se necesitan como insumos los siguientes valores:

- La respuesta ϕ_s^i de la inflaci3n anual a un impulso de una unidad en el factor i -3simo para cada horizonte $s = 0, 1, 2, \dots, 8$ y para cada factor $i = 1, 2, 3, \dots, n_1$
- El balance de riesgos p_t^i para cada factor en cada periodo de tiempo del horizonte.
- La incertidumbre σ_t^i de cada factor para cada periodo de tiempo del horizonte.

A partir del segundo y tercer insumos se calcula en cada periodo de tiempo el sesgo aproximado del factor i -3simo, ξ_t^i , de acuerdo con la ecuaciones 13 y 14. Al combinar este resultado con el primer insumo se halla ξ_t^π tal como lo describe el cuadro 5.

En adici3n a los tres supuestos anteriores, el c3lculo de la senda de sesgos aproximados de la inflaci3n futura con base en los sesgos aproximados de los factores supusimos que:

- El sesgo aproximado de la distribuci3n futura de la inflaci3n se explica exclusivamente por el sesgo aproximado de los factores y no por otras caracter3sticas de su distribuci3n.

- El sesgo aproximado de la distribución futura de la inflación es una función lineal de los sesgos aproximados de los diferentes factores cuyas ponderaciones son los coeficientes de la función de impulso-respuesta.
- El sesgo aproximado de la distribución futura de la inflación en un periodo de tiempo particular del horizonte es la suma de los sesgos aproximados de la inflación explicados por cada factor.

3.3.3 La Incertidumbre $\sigma_t^{\pi^2}$

La varianza de la inflación para un periodo particular del horizonte de pronóstico, $\sigma_t^{\pi^2}$, se estima con base en los errores de pronóstico históricos del informe de inflación. Esta incertidumbre se corrige con multiplicadores que reflejan cambios esperados de la incertidumbre de la inflación con respecto a la incertidumbre histórica.

3.3.4 El “Fan Chart”

Una vez se han obtenido las tripletas $(\mu_t^\pi, \xi_t^\pi, \sigma_t^{\pi^2})$ que contienen las sendas de los valores más probables de la inflación, μ_t^π , el sesgo aproximado, ξ_t^π , y la incertidumbre, σ_t^π , se puede determinar el valor de la tripleta equivalente $(\mu_t^\pi, \sigma_{1t}^\pi, \sigma_{2t}^\pi)$. A partir de esta tripleta podemos obtener los percentiles $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ ésimos de la densidad de la inflación en cada periodo de tiempo, los cuales denotaremos k_{lt}^π , y que se definen de acuerdo con la ecuación 8 como el valor k_{lt}^π tal que $P[\pi_t \leq k_{lt}^\pi] = \alpha_l$ para $l = 1, 2, \dots, m$.

Al unir las sendas $\{k_{lt}^\pi\}_{t=1}^9$ para cada $l = 1, 2, 3, \dots, m$ se obtiene el gráfico del “Fan Chart”.

4 Usando el “Fan Chart”

En la sección anterior explicamos los supuestos y derivamos las fórmulas para el cómputo del “Fan Chart”. En esta se presentan algunas consideraciones prácticas para su uso, las cuales se relacionan con la implementación computacional del software que se desarrollo para este propósito.

4.1 El Multiplicador de la Incertidumbre

Uno de los resultados del ejercicio que lleva a producir el "Fan Chart" es la determinación subjetiva del grado de incertidumbre en el horizonte de pronóstico relativa a la incertidumbre histórica. Esto aplica para las distribuciones de los factores como para la de la inflación.

En cualquier ejercicio de pronóstico es tentador pensar que el grado actual de incertidumbre sobre el pronóstico es superior a su incertidumbre histórica. Sin embargo, esto no necesariamente es verdad en todos los casos. Por ejemplo, si se identifica que

un factor importante en la determinación de la inflación futura es un posible incremento de los impuestos sobre los combustibles, en el presente se tiene un mayor grado de incertidumbre sobre el valor del impuesto y su efecto sobre la inflación futura. Sin embargo, una vez haya sucedido este incremento, la incertidumbre sobre el valor del incremento se reduce a cero y la incertidumbre con respecto al efecto sobre la inflación disminuye.

De igual manera, el multiplicador sirve para ajustar la incertidumbre de una inflación que tiene tendencia decreciente, consistente con una incertidumbre también decreciente.

Es importante anotar que el multiplicador de la incertidumbre es una medida relativa a la incertidumbre histórica, y que este multiplicador es "subjetivo" pero derivado del criterio de "expertos".

4.2 Información Anual en Vez de Trimestral

Realizar supuestos, pronósticos o escenarios de los valores modales, balances de riesgo e incertidumbre para cada uno de los factores en cada trimestre del horizonte de pronóstico puede ser un trabajo difícil e innecesario, sobre todo si se incluyen factores que aún no han sido considerados en los modelos.

La implementación actual del "Fan Chart" se basa en que se realizan supuestos o escenarios sólo para el cuarto y noveno trimestre del horizonte de pronóstico. Por comodidad nos referimos a ellos como "final del primer año" y "final del segundo año". Es decir, en lugar de suponer valores (p_t^i, σ_t^i) y (p_t^π, σ_t^π) para los 9 periodos de tiempo del horizonte, se necesitan solamente los valores al final del primer y segundo año, (p_4^i, σ_4^i) , (p_4^π, σ_4^π) , (p_9^i, σ_9^i) y (p_9^π, σ_9^π) .

Sin embargo, este procedimiento implica la existencia de una regla a través de la que se llenen los valores para los periodos intermedios. En la implementación actual suponemos que la distribución de los valores al final de cada año es uniforme a lo largo de los trimestres, y que la transición del primer a segundo año se interpola linealmente.

Las ponderaciones de cada trimestre se conocen como "Ponderadores Intra Año" y sus valores son 0.25 para los cuatro trimestres del primer año y 0.20 para los cinco del "segundo año".

4.3 Insumos

El cuadro 6 contiene una lista de los insumos necesarios para la construcción del "Fan Chart". Los pasos necesarios se describen a continuación y la obtención de los insumos en la siguiente sub-sección.

Símbolo	Nombre	Periodos
π_t	Inflación Observada	$t = -20, -19, \dots, 0$
μ_t^π	Senda más probable Inflación	$t = 1, 2, 3, \dots, 9$
$\tilde{\pi}_t$	Meta de Inflación	$t = 1, 2, 3, \dots, 9$
σ_4^π y σ_9^π	Desv. Estándar Histórica Pronóstico Inflación	$t = 4$ y 9
w_4^π y w_9^π	Multiplicador Incertidumbre Pronóstico Inflación	$t = 4$ y 9
σ_4^i y σ_9^i	Desv. Estándar Histórica del factor i-ésimo $i = 1, 2, \dots, n_1$	$t = 4$ y 9
w_4^i y w_9^i	Multiplicador Incertidumbre del factor i-ésimo $i = 1, 2, \dots, n_1$	$t = 4$ y 9
p_4^i y p_9^i	Balance de Riesgos del factor i-ésimo $i = 1, 2, \dots, n_1$	$t = 4$ y 9
ϕ_0^i y ϕ_4^i	Resp. de π_t a impulso 1 unidad del factor i-ésimo $i = 1, 2, \dots, n_1$	$t = 0$ y 4
δ_t	Ponderaciones Intra Año	$t = 1, 2, 3, \dots, 9$
L_j	Rangos Presentación Tabla	$j = 1, 2, 3, \dots, 6$
$\alpha_j = 0.05 \times j$	Probabilidades para el dibujo del "Fan Chart"	$j = 1, 2, 3, \dots, 18$

Table 6: Insumos Para la Construcción del "Fan Chart"

4.3.1 Pasos para la Costrucción del "Fan Chart"

1. Multiplique las desviaciones estándar históricas de cada variable por sus multiplicadores de incertidumbre para hallar la medida de incertidumbre futura.
2. Convierta la incertidumbre y balance de riesgos de los factores en la aproximación al riesgo correspondiente para cada factor en cada periodo de tiempo, $t = 4$ y 9 .
3. Con la ayuda de la función de impulso respuesta transforme el sesgo aproximado de cada factor en el sesgo aproximado de la inflación explicado por cada factor.
4. En cada periodo de tiempo, $t = 4$ y 9 , sume los sesgos aproximados explicados por cada uno de los factores en un sesgo total aproximado de la inflación.
5. Con ayuda de las ponderaciones intra año genere la incertidumbre y aproximación total al sesgo de la inflación para los periodos $t = 1, 2, 3, \dots, 9$.
6. Para cada periodo de tiempo convierta la incertidumbre y aproximación al sesgo anterior en σ_{1t}^π y σ_{2t}^π .
7. Complete la tripleta $(\mu_t^\pi, \sigma_{1t}^\pi, \sigma_{2t}^\pi)$ para cada periodo de tiempo.

- Determine los percentiles para las probabilidades determinadas y el resultado es el "Fan Chart".

4.3.2 Determinación de los Insumos

Como se explicó anteriormente, la senda más probable de la inflación, μ_t^π , se obtiene a partir de los pronósticos de los diferentes modelos, basados en los supuestos, escenarios o pronósticos más probables, μ_t^i de los n factores considerados. Las metas de inflación son determinadas por la JDBR y la inflación observada es conocida de antemano. La desviación estándar histórica de la inflación se obtiene como el RMSE del pronóstico de inflación reportado en los informes de inflación pasados³.

Los n factores X_t^i que se incluyen en el cómputo de la senda más probable de la inflación son el resultado del informe de inflación.

En general estos factores son variables que entran como variables exógenas en los modelos de pronóstico, o que son variables endógenas en modelos conjuntos como el MMT. Sin embargo, estos no son los únicos tipos de factores que se pueden incluir. Estos factores se clasifican en: (a) Choques a las innovaciones de alguna variable importante del MMT, tales como innovaciones al consumo, productividad, etc. (b) Choques a los procesos que determinan alguna variable exógena como la tasa de interés externa. Y (c) Choques a parámetros clave que reflejan un cambio del mecanismo de transmisión tales como los cambios en el pass-through o en la pendiente de la curva de Phillips debido a la pérdida de credibilidad de las políticas para alcanzar la meta de inflación.

La senda más probable de los factores, μ_t^i , proviene de los pronósticos, supuestos o escenarios que se discuten en el informe sobre inflación. Estas sendas alimentan los diferentes modelos de pronóstico de la inflación, de los cuales se obtiene μ_t^π .

Luego de establecer la senda central, se estudia el balance de riesgos de cada uno de los factores con base en el conocimiento actual de la economía. El valor del balance de riesgos para cada factor es "subjetivo" y se expresa en un conjunto de valores $p_t^i = P[X_t^i \leq \mu_t^i]$. Estos factores se clasifican en n_1 que tienen balance de riesgos diferente a 0.5 en algún periodo de tiempo y los demás que tienen un balance simétrico de riesgos en todos los periodos.

Para los n_1 factores con balance de riesgos asimétrico se necesita la desviación estándar histórica, la cual se calcula como la varianza residual estimada si el factor es una innovación a una ecuación, o la desviación estándar histórica estimada de la variable exógena que recibe la innovación, o la desviación estándar estimada de un modelo en el que el parámetro en cuestión cambie en el tiempo. En cualquier otro caso se puede utilizar el criterio de expertos.

Las funciones de impulso respuesta correspondientes se obtienen del MMT o de algún modelo diseñado para el fin específico. Sin embargo hay que tener en cuenta que estos son la respuesta de la inflación total a una innovación de una unidad en

³RMSE es el Root Mean Square Error, una medida de incertidumbre muestral.

el factor particular. El gráfico 3 describe los pasos para la construcción del "Fan Chart" y muestra la manera como su implementación se relaciona con un esquema para pensar en la evolución futura de la inflación.

5 Discusión

El "Fan Chart" es una herramienta muy útil para los bancos centrales que siguen el esquema de inflación objetivo. Sus usos primordiales son: Primero, comunicar al público la visión actual del banco acerca de la evolución de la inflación, condicional a su mejor conocimiento del funcionamiento de la economía, el estado actual de esta y su desempeño futuro. Y segundo, sirve como un esquema para pensar en la evolución futura de la inflación. Si bien podemos obtener un "Fan Chart" de cualquier modelo de pronóstico, la implementación que usa actualmente el Banco de la República cumple con la condición de ser formal pero sencilla. La sencillez se deriva de la necesidad de los miembros de la JDBR de replicar sus propios ejercicios a partir de la información entregada por el "staff", es decir, sin la complicación de un modelo particular.

Nuestra implementación del "Fan Chart" es similar a la del Informe de Inflación del Banco de Inglaterra el cual se basa en los supuestos descritos anteriormente en el escrito. Si bien esta metodología para la implementación del "Fan Chart" es cada vez más aceptada por los bancos que siguen el esquema de inflación objetivo, este ha sido blanco de críticas por la sencillez de sus supuestos.

En particular, se han cuestionado dos supuestos: Primero, el supuesto que la distribución condicional de la inflación sea normal en dos piezas dado que la condicional de los factores es también de este tipo. Y segundo, el supuesto que el efecto del sesgo aproximado de los factores sobre el sesgo aproximado de la inflación sea aditivo. El primer supuesto es muy fácil de sostener ya que la densidad normal en dos piezas es una buena aproximación para una familia extensa de funciones de densidad asimétricas y unimodales. Sin embargo, el segundo supuesto es más difícil de sostener por su naturaleza restrictiva. Una restricción a una posible solución a esta crítica es que el modelo formal debe ser económicamente consistente y tener un tamaño considerable como el MMT.

Sin embargo, varios autores como [3] y [8] han realizado algunas comparaciones que podrían servir como punto de partida para una formalización más estricta.

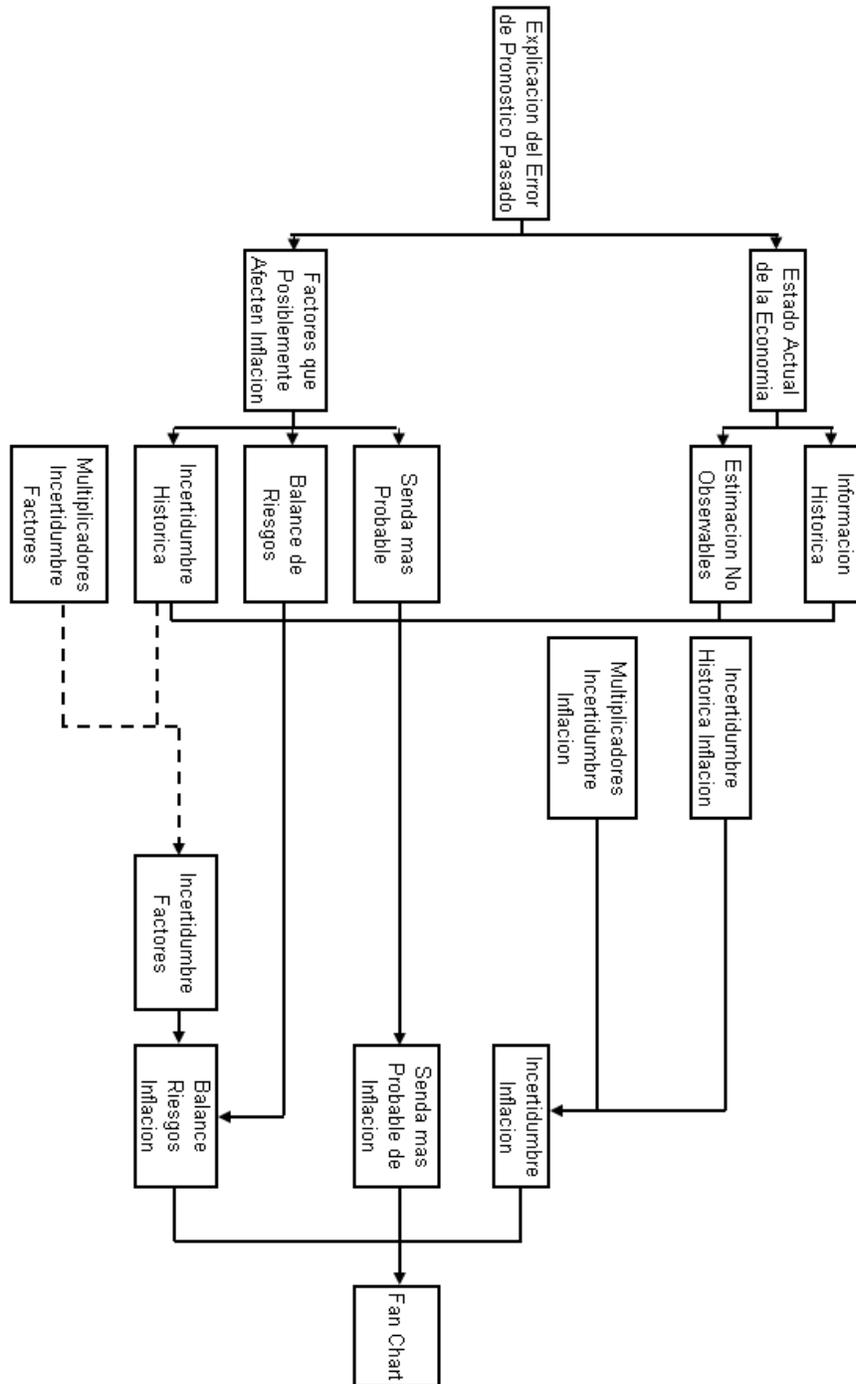


Figure 3: El “Fan Chart” Como un Esquema Para Producir el Pronostico de la Inflación

References

- [1] Blix, M. y Sellin, P. (1998) “Uncertainty bands for Inflation Forecasts”, mimeo Severiges Riksbank.
- [2] Britton, E., Fisher, P. y Whitley, J. (1998) “The Inflation Report Projections: Understanding the Fan Chart”, Bank of England Quarterly Bulletin, Feb. 1998.
- [3] Cogley, T., Morozov, S. y Sargent, T. (2003) “Bayesian Fan Charts for UK Inflation: Forecasting and Sources of Uncertainty in an Evolving Monetary System”, CFS-Bundesbank Conference on expectations, Learning and Monetary Policy, Eltville, Alemania Agosto del 2003.
- [4] Hamman, F., Julio, J., Restrepo, P. y Riascos, A. (2004) “Inflation Targeting in a Small Open Economy: The Colombian Case”, Borradores Semanales de Economía # 308. Banco de la República, Bogotá, Colombia.
- [5] Gomez, J. y Julio, J. (2001) “Transmission Mechanisms and Inflation Targeting: The Case of Colombia’s Disinflation”, Borradores Semanales de Economía # 168. Banco de la República, Bogotá, Colombia.
- [6] Gomez, J. y Julio, J. (2005) “Transmission Mechanisms and Inflation Targeting: The Case of Colombia’s Disinflation”, Capítulo 6 del libro “How Monetary Policy Works”, editado por Mahadeva, L. y Sinclair, P., Central Banks Governor’s Symposium Series, Routledge, pag. 139-168.
- [7] Gomez, J., Uribe, J. y Vargas, H. (2002) “The Implementation of Inflation Targeting in Colombia”, Borradores Semanales de Economía # 202. Banco de la República, Bogotá, Colombia.
- [8] Vega, M. (2003) Reportando la Distribución de la Proyección de Inflación”; Revista de Estudios Economicos, Banco Central de la Reserva del Peru, Noviembre de 2003.
- [9] Vega, M. (2004) “Policy Maker’s Priors and Inflation Density forecasts”, Working Paper, Banco Central de la reserva del Peru. 2004.