

TASA DE CAMBIO REAL DE COLOMBIA: UN ENFOQUE EMPIRICO NO LINEAL¹

Carlos A. Huertas Campos

Octubre de 2005

¹ Monografía realizada como parte de los requerimientos para obtener el grado de Master of Arts in Economics, Georgetown University, y culminada en mayo de 2004. El autor agradece los comentarios y sugerencias de Luis Fernando Melo y Hector Zárate, así como la ayuda de Rocío Mora y Eliana Gonzalez en la conformación de las bases de datos. Los resultados y opiniones son responsabilidad exclusiva del autor y no compromete al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

Resumen

Este documento muestra evidencia de una relación no lineal entre la Tasa de Cambio Real (TCR) de Colombia y sus fundamentales. Utilizando un modelo exponencial auto-regresivo de transición suave (ESTAR), se encontró que la TCR bilateral de Colombia frente a México y a Estados Unidos, responde linealmente a ciertos fundamentales, y no linealmente a sus desalineamientos.

Abstract

This document provides evidence of a nonlinear relationship between the Real Exchange Rate (RER) of Colombia and its fundamentals. Using an exponential smooth transition autoregressive model (ESTAR), it was found that there is a linear relationship between the Colombian bilateral RER with USA and México and its fundamentals, but that the relationship is nonlinear with respect to its misalignments.

Palabras clave: tasa de cambio real, equilibrio de la tasa de cambio real.

Clasificación JEL: C32, F31

Índice

	Página
Capítulo 1: Introducción.....	4
Capítulo 2: Teoría y revisión de literatura.....	6
2.1 La PPP y la TCR.....	6
2.2 Revisión de literatura.....	8
Capítulo 3: Contribución del efecto BS sobre la TCR de Colombia.....	13
Capítulo 4: Un modelo no lineal para la TCR.....	20
4.1 Los datos.....	23
4.2 Resultados de las estimaciones.....	25
Capítulo 5: Conclusiones.....	32
Referencias bibliográficas.....	35
Anexo 1: El efecto Balassa- Samuelson (BS).....	39
Anexo 2: Modelos STAR y ESTAR.....	41
Anexo 3: Fuente de los datos y periodicidad.....	43
Anexo 4: Pruebas no lineales de raíz unitaria y de cointegración.....	44
Anexo 5: Estimación del modelo por máxima verosimilitud.....	45

Capítulo 1: Introducción.

Como se colige de la literatura económica, el nivel de la Tasa de Cambio Real (TCR) cambia según sus fundamentales. Así, diversos estudios teóricos han mostrado que los activos externos netos, los términos de intercambio, el nivel de gasto público, la diferencia entre la tasa de interés interna y externa y los cambios en los niveles de productividad de un país, son fundamentos que conducen a la TCR por un sendero diferente en el tiempo.

En los trabajos empíricos que exploran la anterior dependencia, se observa con mayor frecuencia estudios que hallan una relación lineal entre la TCR y sus determinantes. Ese es el caso de documentos como el de Feyzioglu (1997), Mongardini (1998), Clark y MacDonald (2000), Alberola y López (2001) y Chinn (2002). Igual acontece con el estudio más reciente de TCR de equilibrio para Colombia, realizado por Oliveros y Huertas (2002).

Sin embargo, otros estudios han encontrado una relación no lineal entre la TCR y sus desalineamientos respecto de la PPP², justificada en los costos de transacción. Por ejemplo, documentos teóricos como Dumas (1992), Sercu P, Uppal y Van Hule (1995), muestran que en mercados separados espacialmente, con costos proporcionales de transacción, las desviaciones deberían seguir un proceso de reversión a la PPP no lineal, donde la velocidad de dicha reversión, depende de la magnitud de su desalineamiento. En este contexto, cuando se dan grandes desviaciones, las fuerzas del mercado hacen que la TCR se acerque rápidamente a su nivel de equilibrio. No obstante, a medida que el desalineamiento se reduce, dicha velocidad de reversión también disminuye en forma no lineal, a tal punto, que pequeñas desviaciones de la TCR son muy persistentes, ya que ciertos costos, como el de transporte, las superan ampliamente.

Por lo anterior, el objetivo de este documento es encontrar posibles relaciones no lineales entre la TCR de Colombia y sus fundamentales. Para tal efecto, la técnica econométrica que se utilizará es una transformación de un modelo exponencial auto-regresivo de transición

² Purchasing Power Parity.

suave (ESTAR³), similar al propuesto por Paya, Venetis y Peel (2003), el cual captura movimientos no lineales entre dos periodos de tiempo. Estos modelos, además de ser relativamente sencillos de interpretar, tienen la ventaja de ser más generales que los modelos lineales, ya que estos últimos son casos particulares de los modelos ESTAR.

Otra ventaja de los modelos no lineales es que capturan cambios asimétricos de variables. Por ejemplo, Espinosa, Jaramillo y Caicedo (2001) encontraron en Colombia productos importados que presentan cierta inflexibilidad a la baja. En periodos de devaluación nominal, el precio de dichos productos se incrementa a la par con el aumento de la cotización del dólar; sin embargo, cuando la tasa de cambio nominal se aprecia, el precio no baja en la misma proporción. Esta asimetría en la inflación observada, la cual no se puede capturar con un modelo lineal, ayuda también a explicar el porqué pequeñas desviaciones de la PPP se corrigen a una menor velocidad que cuando se dan grandes desviaciones.

Por otra parte, un aspecto en particular que se tratará antes de evaluar el modelo ESTAR, es el impacto que tienen los cambios en la productividad para generar bienes transables y no transables sobre la TCR, efecto que se conoce como Balassa y Samuelson (BS). Para ello, se construyeron índices de TCR (ITCR) bilaterales de Colombia frente a México y Estados Unidos (EU), utilizando dos medidas de precios: el Índice de Precios al Consumidor (IPC) y los deflatores implícitos del PIB. Dentro de cada una de estas medidas de TCR, los precios de bienes y servicios se clasificaron entre transables y no transables, y mediante estadísticas descriptivas, se evaluó el impacto que tiene el precio relativo de estos dos sectores sobre la TCR.

El trabajo consta de cinco capítulos y el primero es esta introducción. El segundo lo compone la teoría de TCR y la revisión de literatura. En el siguiente capítulo se evalúa la contribución del efecto BS sobre la TCR. En el cuarto capítulo se explica el modelo no lineal a testear, los datos que se utilizan para su evaluación y los resultados de los mismos. Por último se concluye.

³ Exponential Smooth Transition Autoregressive

Capítulo 2: Teoría y revisión de literatura.

2.1 La PPP y la TCR

La teoría de la PPP se sustenta en la ley del precio único. Su argumento es el siguiente: ante libre comercio, si una canasta homogénea de bienes es producida por distintos países, al comparar su valor en la misma moneda, el precio debe ser igual. Denotando a P y P^* como el precio doméstico y externo de la canasta respectivamente, entonces $P \times E = P^*$, donde E es el tipo de cambio nominal entre los dos países, definido este último como el número de unidades monetarias domésticas por unidad monetaria extranjera. Si la ley del precio único se cumple, E se denomina *tasa de cambio de paridad absoluta* ($E = P^*/P$), ya que a dicha tasa, las unidades monetarias tienen el mismo poder de compra en ambos países.

La tasa de cambio real (TCR) es un precio relativo que compara el precio de un conjunto de bienes y servicios producidos por países diferentes, expresados ambos en la misma moneda. En términos de logaritmos, la TCR en el periodo t se puede expresar de la siguiente forma:

$$q_t = e_t + p_t^* - p_t \quad (1)$$

Donde q , p , p^* y e se refieren al logaritmo de: TCR, precios internos (P), precios externos (P^*), y tipo de cambio nominal (E) respectivamente⁴.

Si se divide los bienes y servicios de una economía entre transables y no transables, y denotando sus precios como p^T y p^{NT} respectivamente, y a la participación de éstos últimos como $0 \leq \alpha \leq 1$ en la economía doméstica y $0 \leq \alpha^* \leq 1$ en la externa, entonces q puede ser expresado de la siguiente forma⁵:

⁴ En adelante, el subíndice t se omitirá en los párrafos, a menos que sea necesario utilizarlos para mostrar algún tipo de rezago.

⁵ Si la participación de bienes no transables cambia con el tiempo (t), la separación que se hace en la ecuación (2) sigue siendo válida. En este caso, en las siguientes ecuaciones se deben hacer los siguientes reemplazos: $\alpha = \alpha_t$ y $\alpha^* = \alpha_t^*$. Empíricamente, dicho cambio si modifica la participación que tiene el componente bs sobre q . Por tal motivo, cuando se separó del IPC entre transables y no transables, se tuvo en cuenta el cambio en la participación de estos dos sectores. Por ejemplo, según el IPC de EU, dicho país pasó de tener antes del 2000 un $\alpha = 0.406$ a un $\alpha = 0.413$. En el caso Colombiano, $\alpha = 0.641$ antes de 1999 y $\alpha = 0.523$ después. Cuando se utilizó los deflatores del PIB, el α cambiaba según los valores agregados de los bienes no transables en cada año.

$$q_t = \underbrace{e_t + p_t^{*T} - p_t^T}_{q_t^E} + \underbrace{\alpha(p_t^T - p_t^{NT}) - \alpha^*(p_t^{*T} - p_t^{*NT})}_{bs_t} \quad (2)$$

El primer componente q^E , frecuentemente llamado *TCR externa* (en logaritmos), es una medida de competitividad de la economía doméstica, y corresponde a la relación de precios transables externos e internos en moneda local. Si se cumple la PPP absoluta para bienes transables, q^E debería ser constante e igual a cero (en niveles $TCR^E = E \times P^{*T} / P^T = 1$).

El segundo componente bs , que representa el diferencial entre precios transables y no transables en el país doméstico ($q^{T,NT} = p^T - p^{NT}$) y en el foráneo ($q^{*T,NT} = p^{*T} - p^{*NT}$), ponderados por sus respectivas participaciones de no transables (α y α^*), mide el sesgo de productividad entre diferentes tipos de bienes y países, efecto que fue estudiado por Balassa y Samuelson (1964). En el Anexo 1 se muestra la deducción de la siguiente ecuación que describe dicho efecto, donde y^T y y^{NT} representa el logaritmo de la producción promedio por trabajador del sector transable y no transable respectivamente.

$$bs_t = \alpha(p_t^T - p_t^{NT}) - \alpha^*(p_t^{*T} - p_t^{*NT}) = c + \alpha(y_t^{NT} - y_t^T) - \alpha^*(y_t^{*NT} - y_t^{*T}) \quad (3)$$

Si se cumple la PPP para bienes transables, entonces $q = bs$ y, por lo tanto, la TCR en logaritmos (q) y en cambios (\dot{q}) se puede descomponer de la siguiente forma:

$$q_t = \alpha q_t^{T,NT} - \alpha^* q_t^{*T,NT} \quad (4)$$

$$\dot{q}_t = \alpha \dot{q}_t^{T,NT} - \alpha^* \dot{q}_t^{*T,NT} \quad (5)$$

De la anterior ecuación se puede deducir lo siguiente:

- Si en el periodo de estudio no se presentan cambios en la relación de precios transables y no transables externos ($\dot{q}^{*T,NT} = 0$), entonces los cambios en q serán proporcionales a los cambios en $q^{T,NT}$, con un factor α como proporción⁶.
- Si $\dot{q}^{*T,NT} \neq 0$, las dos medidas serán iguales o diferentes, dependiendo del comportamiento de $\dot{q}^{*T,NT}$. Formalmente, ambas se aprecia o deprecian si⁷:

⁶ Nótese que en este caso la tasa de crecimiento de los dos indicadores es la misma $\dot{q}/q = \dot{q}^{T,NT}/q^{T,NT}$, ya que el factor α se cancela.

⁷ Para que \dot{q} y $\dot{q}^{*T,NT}$ tengan signos contrarios se requieren dos condiciones: $\alpha|\dot{q}^{T,NT}| < \alpha^*|\dot{q}^{*T,NT}|$ y que $\dot{q}^{T,NT}\dot{q}^{*T,NT} > 0$

$$\begin{aligned}
i) \text{ Ambas se deprecian: } & \text{ si } \dot{q}_i^{T,NT} > 0 \text{ y si } \alpha * \dot{q}_i^{*T,NT} < \alpha \dot{q}_i^{T,NT} \Rightarrow \dot{q}_i > 0 \\
ii) \text{ Ambas se aprecian: } & \text{ si } \dot{q}_i^{T,NT} < 0 \text{ y si } \alpha * \dot{q}_i^{*T,NT} > \alpha \dot{q}_i^{T,NT} \Rightarrow \dot{q}_i < 0
\end{aligned} \tag{6}$$

En palabras, para que ambas medidas indiquen una depreciación (apreciación) real, adicional al cumplimiento de la ley del precio único en bienes transables, se requiere que el incremento (caída) del precio relativo interno de transable a no transable sea superior que el ocurrido externamente.

2.2 Revisión de literatura

Cuando se revisan los trabajos empíricos que exploran la dependencia entre la TCR y sus fundamentales, se observa con mayor frecuencia estudios que utilizan modelos lineales para explicar dicha relación. Ese es el caso de documentos como Feyzioglu (1997), Mongardini (1998), Clark y MacDonald (2000), Alberola y López (2001) y Chinn (2002).

Otro aspecto es el tiempo de retorno a la media de largo plazo de la TCR. Por ejemplo, en Chari, Kehoe y McGrattan (2000) se encuentra una amplia discusión sobre la historia de estimaciones de la PPP, y su proceso de reversión a la media. Por ejemplo, para $q_t = \rho q_{t-1} + \alpha + \varepsilon_t$, con α constante y ε_t ruido blanco, si $\rho=0$, entonces q_t es estacionario y su reversión a la media es inmediata. Si $\rho=1$ entonces el proceso es no estacionario (camino aleatorio). Según este documento, Cassel esperaba que un choque no durara más de un año, es decir un $\rho=0.7$. Otras estimaciones que se han hecho de ρ para la TCR son: $\rho=0.98$ que implica una vida media del choque de 20 años, y $\rho=0.85$, con vida media de 4 años.

Sin embargo, la teoría económica ha encontrado que puede existir una relación no lineal entre la TCR y desviaciones de la PPP, que explique un retorno diferente hacia su tendencia de largo plazo. Diversos estudios encuentran en los costos de transacción una explicación del porqué de este comportamiento. Por ejemplo, Dumas (1992) y Sercu (1995) desarrollaron modelos de equilibrio general suponiendo costos proporcionales de transacción, y observaron que el ajuste de la TCR hacia la PPP es necesariamente no lineal, donde la velocidad de dicha reversión, depende de la magnitud del desalineamiento. En este

contexto, cuando se dan grandes desviaciones, las fuerzas del mercado hacen que la TCR tienda a retornar con gran velocidad a su nivel de equilibrio. No obstante, a medida que el desalineamiento se reduce, dicha velocidad de reversión también disminuye en forma no lineal, a tal punto, que pequeñas desviaciones de la TCR son muy persistentes, ya que ciertos costos, como el de transporte, las superan ampliamente.

Por ejemplo, trabajos empíricos como Michael, Nobay y Peel (1997), utilizando modelos no lineales tipo ESTAR, mostraron que en cuatro países industrializados (EU, Francia, Alemania y Reino Unido), la reversión de la TCR hacia la PPP tiene un comportamiento tipo camino aleatorio para pequeñas desviaciones, mientras que para grandes desviaciones, el ajuste es más rápido. Utilizando el mismo tipo de modelos, Paya, Venetis, y Peel (2003), encontraron la reversión a la tendencia de largo plazo más rápida cuando en los modelos se supone una TCR de equilibrio variable, que cuando se asume constante. Concluyeron que este ajuste no lineal de la TCR hacia un equilibrio no constante, explica en mejor medida el “enigma de la PPP”, titulado así por Rogoff (1997). Al igual que la mayoría de los anteriores modelos, utilizaron IPP/IPC como aproximación del precio relativo de los bienes transables a no transables.

Otra ventaja de los modelos no lineales es que capturan cambios asimétricos de variables. Por ejemplo, Espinosa, Jaramillo y Caicedo (2001) encontraron en Colombia productos importados que presentan cierta inflexibilidad a la baja. En periodos de devaluación nominal, el precio de dichos productos se incrementa a la par con el aumento de la cotización del dólar; sin embargo, cuando la tasa de cambio nominal se aprecia, el precio no baja en la misma proporción. Esta asimetría en la inflación observada, la cual no se puede capturar con un modelo lineal, ayuda también a explicar el porqué pequeñas desviaciones de la PPP se corrigen a una menor velocidad que cuando se dan grandes desviaciones.

Con respecto a las virtudes estadísticas de los modelos no lineales, se encuentra la de proveer una explicación del porqué desviaciones de la PPP, analizadas desde la perspectiva de un modelo lineal, pueden llegar a ser representadas erróneamente como un proceso no

estacionario $I(1)$, es decir, de no retorno a su media. En efecto, Lothian y Taylor (1996) demostraron que si una serie es generada según un modelo tipo ESTAR, el test Dickey-Fuller tiene una potencia muy baja y, por lo tanto, puede llegar a aceptar en forma errada la hipótesis de no estacionariedad.

El estudio más reciente en Colombia de TCR de equilibrio, Oliveros y Huertas (2002), estimaron el llamado “Behavioral Equilibrium Exchange Rate”, utilizando la TCR con respecto a 20 países. Con la metodología propuesta por Stock y Watson, establecieron cuáles de dichos fundamentales son significativos para el país en estudio: los activos externos netos, el efecto BS estimado como IPP/IPC interno y externo, y el diferencial de tasas de interés doméstico y foráneo. En cuanto a la PPP, los resultados de las pruebas estadísticas concluyeron: i) la tasa de cambio nominal promedio (peso x moneda promedio de 20 países) no es homogénea de grado uno con respecto al diferencial de IPP interno y externo⁸ iii) igual acontece cuando se utiliza el IPC y se incluye el efecto BS iiiii) los precios externos (IPP* e IPC*) son exógenos.

Varias críticas le han hecho al anterior trabajo de TCR de equilibrio para Colombia. La primera es que el cociente IPP/IPC no es una buena aproximación del efecto BS de Colombia. Sería mejor utilizar índices de productividad internos y externos los cuales son más consecuentes con la teoría. La segunda es que el IPC de Colombia y EU tienen un gran componente de bienes transables (aproximadamente 52.85% para Colombia y 41.3% para EU) y, por tal motivo, este indicador no es una buena aproximación de la evolución de precios no transables.

Otra estimación de la PPP para Colombia la hicieron Rowland y Oliveros (2002). En su modelo incluyeron el efecto BS utilizando también IPP/IPC como aproximación de este último efecto. Como medida externa de precios y tasa de cambio utilizaron el promedio geométrico de aquellos países (20) con mayor comercio bilateral con Colombia. Las tres variables e , p y p^* resultaron todas $I(1)$, y la evidencia de PPP en sentido estricto fue muy

⁸ Aunque los parámetros que acompañaron al logaritmo de IPP e IPP* fueron significativos, ellos fueron muy distintos de 1 y -1 respectivamente. Como IPP para el caso Colombiano lo componen exclusivamente bienes transables, entonces se concluyó que la PPP para estos bienes no se cumplía en sentido estricto.

débil. Los parámetros que acompañaban a p y p^* fueron muy lejanos de 1 y -1 respectivamente, y el signo de BS no fue consecuente con la teoría⁹.

Posteriormente, Rowland (2003), calculó de nuevo una medida de PPP entre Colombia y EU exclusivamente. El efecto BS fue calculado utilizando interna y externamente las siguientes variables: IPC como aproximación a los precios no transables, y el promedio entre IPP de bienes exportados e importados para representar los precios de los bienes transables. Al igual que en el estudio anterior, según las pruebas de cointegración de Johansen, los parámetros que acompañaron a p y p^* fueron muy lejanos de 1 y -1 respectivamente, y el signo de BS fue errado.

En los anteriores tres estudios para Colombia se pueden encontrar dos coincidencias: i) utilizan como aproximación del efecto BS indicadores de precios y ii) la PPP no se cumple en sentido estricto, aun si se incluye el efecto BS y, por lo tanto, la TCR no es constante en el tiempo (estacionaria). En este contexto, falta por explorar qué pasa si se usan indicadores de productividad, los cuales según la teoría, son los determinantes del efecto BS. También, investigar si existe una posible relación no lineal entre la TCR y sus fundamentales.

Por lo anterior, un aspecto en particular que se tratará antes de evaluar el modelo ESTAR, es el impacto que tiene el efecto BS sobre la TCR. En general, se puede encontrar gran cantidad de estudios empíricos en los cuales utilizan dicho efecto como medida que afecta la evolución de la TCR. Las aproximaciones más usadas de BS se refieren al cociente entre las siguientes variables domésticas con su similar externa: i) IPP/IPC ii) IPC de transables sobre IPC de no transables iii) producción promedio por trabajador entre sector transables y no transables iv) precio relativo entre deflactor implícito del PIB del sector transables y no transables.

Una aproximación del impacto que tiene cada componente sobre la volatilidad y la tendencia de la TCR es el análisis de varianza condicional y la relación entre sus tendencias. Si el efecto BS lidera la volatilidad, entonces $V(bs) > V(q^E)$, donde V es alguna

⁹ Utilizaron Johansen (1998) donde $s = b_1 + b_2 p + b_3 p^* + b_4 p^{NT}$ donde $b_2 = 1$ $b_3 = 1$ $-1 \leq b_4 \leq 0$

medida de varianza condicional. Si por el contrario, el componente externo genera mayor dispersión intra-temporal en la TCR, entonces $V(q^E) > V(bs)$ ¹⁰. Por su parte, si q^E lidera la tendencia de q , entonces deben estar cointegradas, y el otro componente bs , puede tener un orden de integración diferente. Si se da lo opuesto, bs y q están cointegradas, y q^E tiene un orden distinto de integración, entonces el mayor impacto sobre la tendencia de q lo genera bs . Si las tres son $I(1)$ no se puede afirmar nada.

Engel (1993) hizo el anterior análisis de varianza condicional sobre los países del G7, desagregando los IPC de cada país, y encontró que $V(q^E) > V(bs)$ en la gran mayoría de los casos. Rogers y Jenkins (1995) hallaron una situación similar en los 11 países de la Organización para la Cooperación Económica y Desarrollo (OECD) y, adicionalmente, al hacer una buena desagregación entre transables y no transables, encontraron fuerte evidencia que q^E es $I(0)$, y bs y q están cointegrados.

Posteriormente, Engle (1995), utilizó cinco diferentes medidas de transables y no transables para la TCR de EU relativa a otros países con altos niveles de ingresos. Utilizando el error cuadrático medio, definido como la suma de los cuadrados de la tendencia y la varianza, encontró que los movimientos de bs no explican los movimientos de la TCR de EU, y que q^E es el efecto de mayor importancia. Reconoce que el resultado puede ser causa de la comparación de países con altos niveles de ingreso, y que en aquellos países en desarrollo, se puede dar un hecho diferente.

Fernandez y Kehoe (2000), utilizando como medida de dispersión a la diferencia, en valor absoluto, entre la TCR total y la relación de no transables de los dos países, y separando los deflatores de las cuentas nacionales entre transables y no transables, encontraron que al rededor del 26% de las fluctuaciones en la TCR bilateral de España y Alemania, se debía a las variaciones del precio relativo de los no transables. Chari, Kehoe y McGrattan (2000), dividieron el IPC de EU y de países europeos, entre transables y no transables en el periodo

¹⁰ La explicación económica a este hecho la dan las rigideces en los precios internacionales “sticky price effect”.

1972-1995. Al descomponer la varianza, encontraron que la máxima porción de la volatilidad de la TCR de EU es atribuible nada más al 2% de los cambios de bs .

Capítulo 3: Contribución del efecto BS sobre la TCR de Colombia

En este capítulo se evalúa el efecto que tienen los cambios en el precio relativo de bienes transables a no transables sobre la tendencia y varianza de la TCR. Como la ecuación (2) es contable, se puede descomponer la media de toda la serie de la TCR como la suma de los promedios de sus componentes. La varianza se puede separar en la suma de las varianzas individuales más dos veces la covarianza.

$$q_t = q_t^E + bs_t \quad (7)$$

$$M(q_t) = M(q_t^E) + M(bs_t) \quad (8)$$

$$V(q_t) = V(q_t^E) + V(bs_t) + 2 \times Cov(q_t^E, bs_t) \quad (9)$$

Al dividir la ecuación (9) por $V(q_t)$, se tiene una medida de aporte de cada componente a la varianza de la TCR. Como la varianza es mayor o igual que cero, la contribución de los dos componentes siempre será positiva, y por tal motivo, se puede establecer el porcentaje de aporte sobre la variable total. En el caso de la media ello no ocurre, ya que esta medida de tendencia puede ser negativa o positiva.

El problema de la anterior metodología es que se obtiene un dato puntual de la contribución respecto a todo un periodo. Por ejemplo, Chari, Kehoe y McGrattan (2000) encontraron que entre 1970 y 1995 menos del 2% de la volatilidad de la TCR de EU frente a los países europeos, se debía a la variabilidad del precio relativo de transables a no transables. Sin embargo, no se tiene la dinámica de dicha contribución dentro de los 25 años de estudio.

Un método que si tiene en cuenta la dinámica de las contribuciones dentro de la muestra es el de ventanas móviles. Por ejemplo, Kenen y Rodrik (1986), y Baba, Hendry y Starr

(1992) propusieron las siguientes fórmulas: $\bar{x}_t = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_t$ $V(x_t) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (x_{t-j} - \bar{x}_{t-j})^2$. El

primer paso consiste en establecer a priori, la longitud (m) de tiempo que debe tener la

ventana (un año, un semestre, etc.). Partiendo desde el inicio de la serie, para cada una de las ventanas, se calcula la media y la varianza de la TCR, así como las respectivas contribuciones según las ecuaciones (8) y (9). El problema de este método es que no existe una metodología para establecer el tamaño óptimo de la ventana, y también, que la contribución de cada componente depende de la longitud escogida. De igual forma, como las ventanas se traslapan, las medidas de media y varianza están fuertemente correlacionadas.

Otra metodología que permite, al menos en varianza, establecer las contribuciones en cada instante del tiempo, es la sugerida por Engle (1995). Parte del supuesto que la TCR se comporta como un camino aleatorio con drift y halla un estimador insesgado de máximo verosimilitud para la media de dicho comportamiento. Así, para una muestra de tamaño N , un estimador del drift es el promedio n -periodo definido como:

$$\text{Media}(q_t - q_{t-n}) = n\bar{q} = \frac{n}{N-1}(q_N - q_1) \quad (10)$$

Donde \bar{q} es el promedio de $(q_t - q_{t-1})$ ¹¹. Así, el aporte de la tendencia de bs sobre la tendencia de q podría ser según Engle:

$$\text{Aporte de } bs = \frac{(\text{Media}(bs_t - bs_{t-n}))^2}{(\text{Media}(bs_t - bs_{t-n}))^2 + (\text{Media}(q_t^E - q_{t-n}^E))^2} \quad (11)$$

En el caso de la varianza, una estadística insesgada de esta medida sobre q para pequeñas muestras según Cochrane (1988) puede ser:

$$V(q_t - q_{t-n}) = \frac{N}{(N-n-1)(N-n)} \sum_{j=1}^N (q_{t+j} - q_j - n\bar{q})^2 \quad (12)$$

Basado en el anterior resultado, Engle propone usar el error cuadrático medio para descomponer la volatilidad de q , y define este indicador como:

$$ECM(q_t - q_{t-n}) = V(q_t - q_{t-n}) + (M(q_t - q_{t-n}))^2 \quad (13)$$

Así el aporte de la volatilidad de bs sobre la volatilidad de q es:

¹¹ Según Engle, este puede ser un estimador de máximo verosimilitud de la tendencia si q sigue un camino aleatorio con tendencia. Nótese que la ecuación (10) es simplemente la diferencia entre el último y primer dato observado de q , multiplicada por $n/(N-1)$. Al factorizar éste último término en la ecuación (11), se cancela, y por lo tanto, el aporte de bs sobre la media de q queda constante para todo el periodo.

$$\text{Aporte de } bs = \frac{ECM(bs_t - bs_{t-n})}{ECM(bs_t - bs_{t-n}) + ECM(q_t^E - q_{t-n}^E)} \quad (14)$$

A diferencia de los métodos de cointegración, según Engle, los anteriores porcentajes calculados con estadísticas descriptivas deben ser vistos como un número contable y no como un parámetro que permita inferir hacia el futuro. Así, los porcentajes resultado de estadísticas descriptivas se deben leer como un gran ejemplo del efecto que ha tenido q^E y bs sobre q en un periodo determinado, pero ello, no implica que se siga presentando. No obstante esta limitación, el método de Engel permite observar dentro de la muestra, al menos en la volatilidad, la dinámica que tuvo la contribución de q^E y bs sobre q .

Las contribuciones de q^E y bs sobre q (ecuaciones 11 y 14) se calcularon para dos medidas de TCR de Colombia: el ITCR con IPC (ITCR-IPC) y el ITCR según los deflatores implícitos del PIB (ITCR-PIB). Cada una de ellas se calculó frente a México (M) y a EU.

Cada índice de tasa de cambio real bilateral se calculó como: $ITCR = IE \times IP^* / IP$, donde IE es el índice de devaluación nominal construido con la tasa de cambio (pesos por moneda extranjera), e IP^* e IP es el índice de precios externo e interno respectivamente. Estos dos últimos son los que se remplazan por el IPC o por los deflatores implícitos del PIB, según cada país.

Para obtener la ecuación (2) se descompuso el IPC de Colombia, EU y México en bienes transables y no transables, en el periodo mensual enero-1983 a septiembre-2003¹². Como bienes no transables se clasificaron todos los servicios que componen el IPC incluyendo los arrendamientos. El complemento se asimiló a bienes transables. De esta forma, el índice total precios de bienes transables y no transables se obtuvo como un promedio ponderado, según los pesos por artículo del IPC de cada país. Los resultados de los ITCR bilaterales según IPC y sus componentes se muestran en los gráficos 1 y 2.

¹² Las fuentes utilizadas fueron respectivamente: DANE de Colombia, Bureau of Labor Statistics de EU e INEGI de México.

Gráfico 1
ITCR de Colombia frente a México según IPC (1994=100)
Componente externo y efecto BS
1983-2003

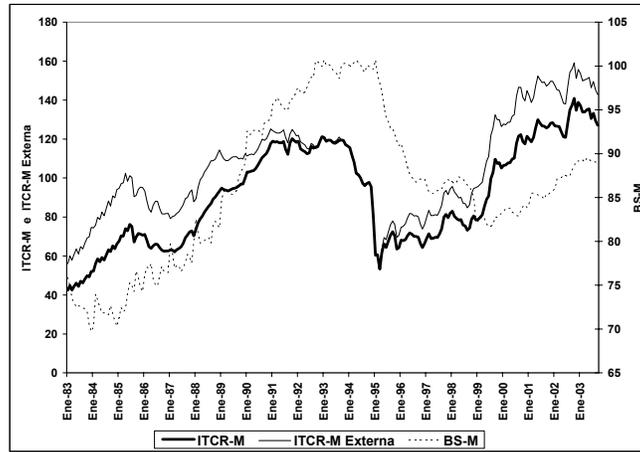
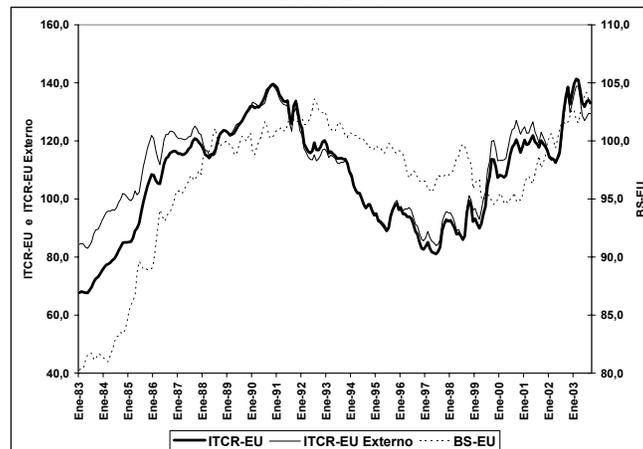


Gráfico 2
ITCR de Colombia frente a EU según IPC (1994=100)
Componente externo y efecto BS
1983-2003



Con respecto al ITCR-PIB, los deflatores anuales del PIB de Colombia, EU y México se dividieron en transables y no transables para el periodo 1970-2002¹³. Se clasificaron como bienes transables: la industria, la minería y la agricultura, silvicultura, caza y pesca. El complemento, en su mayoría servicios, se catalogó como no transables. Los índices de precios agregados de transables y no transables se obtuvieron como un promedio ponderado de los deflatores según su valor agregado. Los resultados de los ITCR bilaterales según PIB y sus componentes se muestran en los gráficos 3 y 4.

¹³ Las fuentes utilizadas fueron respectivamente: DANE de Colombia, Bureau of Labor Statistics de EU e INEGI de México.

Gráfico 3
ITCR de Colombia frente a México según PIB (1994=100)
Componente externo y efecto BS
1983-2003

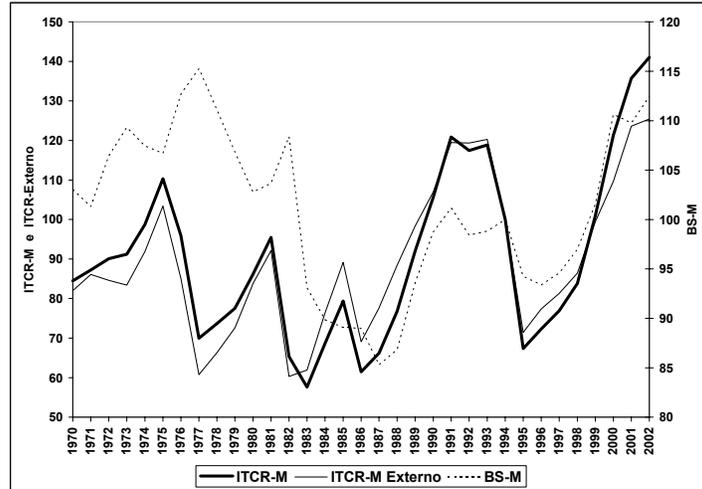


Gráfico 4
ITCR de Colombia frente a EU según PIB (1994=100)
Componente externo y efecto BS
1983-2003



Para todo el periodo de estudio, la descomposición en logaritmos de la media y varianza de de la TCR (ecuaciones 8 y 9), según IPC y deflatores del PIB, se muestra en el cuadro 1 y 2 respectivamente. Como se puede observar, en las dos medidas de ITCR, la menor contribución a la varianza de q la tiene el efecto BS (bs). En el caso del ITCR frente a México, dicha contribución es de 11% y 13%, según el IPC y deflatores del PIB

respectivamente, y en el mismo orden, para el ITCR frente a EU, el aporte es de 12% y 17%.

Cuadro 1
Promedios de q , q^E y bs según IPC y deflatores del PIB
Colombia, 1972 – 2002 (deflatores PIB) y 1982-2003 (IPC)

Según	q	q^E	bs
IPC			
México	-0,057	0,010	-0,067
Estados Unidos (EU)	0,027	0,043	-0,016
Deflatores del PIB			
México	-0,054	-0,057	0,003
Estados Unidos (EU)	0,010	-0,014	0,024

Cuadro 2
Contribución de la varianza de q^E y bs a la varianza de q según IPC y deflatores del PIB
Colombia, 1972 – 2002 (deflatores PIB) y 1982-2003 (IPC)

Según	$V(q)$	$V(q^E)$	$V(bs)$	$2 X Cov(q^E, bs)$
IPC				
México	100%	69%	11%	20%
Estados Unidos (EU)	100%	61%	12%	27%
Deflatores del PIB				
México	100%	79%	13%	8%
Estados Unidos (EU)	100%	81%	17%	2%

En el cuadro 3 se muestran los resultados de las contribuciones de bs a la media de q , según IPC y deflatores del PIB (ecuación 11). Como se puede observar, dichos aportes dependen tanto del país como del indicador que se utilice. En el caso de México, la contribución siempre es baja, 3% según IPC y 4% de acuerdo con los deflatores del PIB, mientras que frente a EU el aporte es más amplio, 25% y 4% en el mismo orden de los indicadores.

Cuadro 3
Contribución de la media de q^E y bs a la media de q según IPC y deflatores del PIB
Colombia, 1972 – 2002 (deflatores PIB) y 1982-2003 (IPC)

Según	q	q^E	bs
IPC			
México	100%	97%	3%
Estados Unidos	100%	75%	25%
Deflatores del PIB			
México	100%	96%	4%
Estados Unidos	100%	96%	4%

Con respecto a la dinámica de los aportes de bs sobre el ECM de q , los resultados también dependen del indicador que se utilice (ecuación 14 y gráficos 5 y 6). Dicho aporte tiende a ser más bajo y menos volátil cuando se usa el IPC que cuando se utilizan los deflatores del

PIB. Otro aspecto importante es que sin importar el indicador, la contribución de bs sobre el ECM de q es generalmente más alta en el ITCR-EU que en el ITCR-M.

Gráfico 5
Contribución de q^E y bs al error cuadrático medio (ECM) de q según IPC Colombia, 1983-2003

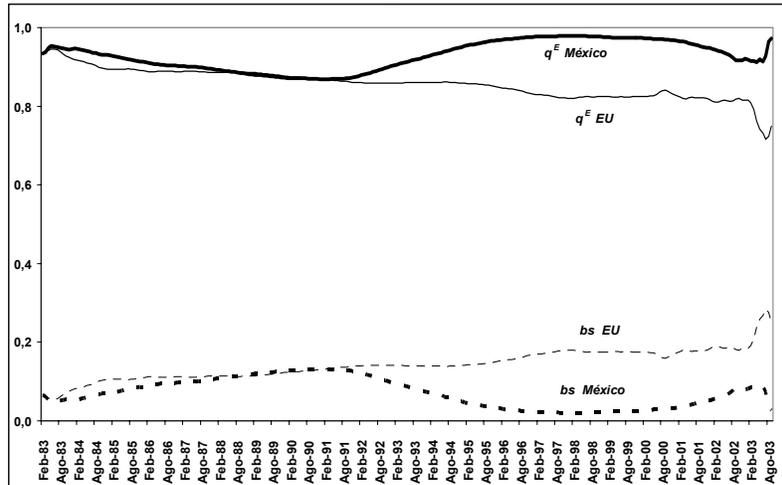
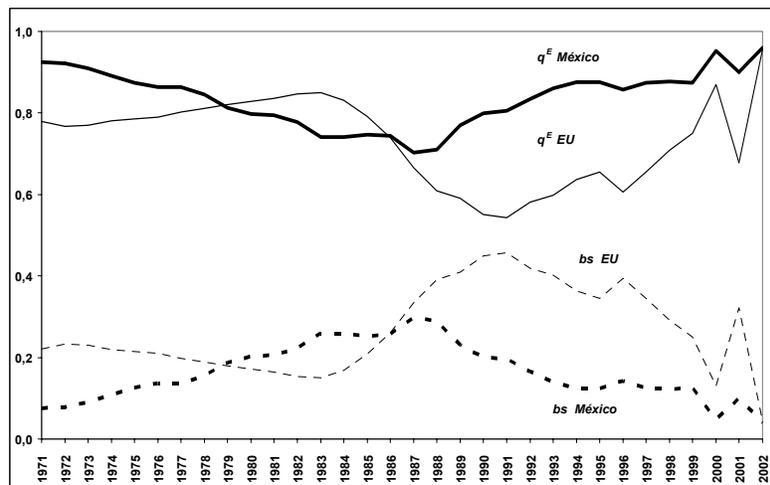


Gráfico 6
Contribución de q^E y bs al error cuadrático medio (ECM) de q según deflatores del PIB Colombia, 1983-2003



También se encontró que cuando las dos clasificaciones utilizadas, PIB e IPC, se refieren al mismo periodo de análisis (1983 – 2002), los resultados no son tan distantes. Según los deflatores del PIB para este periodo, el aporte en tendencia de bs sobre el ITCR-M e

ITCR-EU es respectivamente 6.7% y 29.5%. Con respecto al ECM, dichos aportes son: entre 2.8% y 9.3% para el ITCR-M, y entre 11.5% y 29.5% para ITCR-EU.

Capítulo 4: Un modelo no lineal para la TCR

Como se mencionó en el capítulo 2, estudios teóricos y empíricos han encontrado en la TCR un proceso no lineal de reversión a su tendencia de largo plazo, y dicha reversión es más rápida si se supone una TCR de equilibrio variable. De igual forma, también se dijo que la literatura econométrica sugiere utilizar los modelos auto-regresivos de transición suave (STAR) para capturar comportamientos no lineales entre dos periodos de tiempo. Estos últimos, además de ser relativamente sencillos de interpretar, tienen la ventaja de ser más generales a los modelos lineales, y tienen la capacidad de capturar los movimientos asimétricos de una variable.

Otra ventaja estadística de los modelos STAR se refiere al comportamiento de los choques. En un modelo lineal, un choque de magnitud $-\varepsilon$, tiene el efecto exactamente opuesto a un choque de magnitud $+\varepsilon$. También, un choque de magnitud $n \times \varepsilon$, es equivalente a n veces el mismo choque. Y por último, a pesar de que la respuesta a un choque depende del número de periodos después de que se realice, la respuesta es la misma independientemente del periodo de tiempo t en que cual se realizó el choque. En la práctica, las anteriores propiedades pueden llegar a ser muy restrictivas, ya que por ejemplo, choques que ocurren durante una recesión, tienen igual efecto que cuando la economía está en auge. Los modelos STAR no tienen estos inconvenientes. La respuesta a choques positivos y negativos puede ser de diferente magnitud, y depende del periodo en el cual se realice el choque.

Por lo anterior, el modelo propuesto para explicar el comportamiento de la TCR (q) es uno no lineal, resultado de la suma de dos componentes. El primero, es una combinación lineal de sus determinantes de largo plazo ($c'x$), y el segundo, una función no lineal $F()$ que multiplica los rezagos de sus desalineamientos $[F() \times (q_{t-j} - c'x_{t-j})]$. Si los parámetros que conforman $F()$ y que acompañan a los desalineamientos resultan significativos, se

concluirá que hay evidencia de un comportamiento no lineal de q ; de lo contrario, dicha variable está explicada por un modelo lineal tradicional ($q = c'x + \varepsilon$).

Un aspecto importante para destacar es la forma de $F()$. La literatura de los modelos STAR¹⁴ distinguen dos grandes formas de dicha función: logarítmica (LSTAR) y exponencial (ESTAR). La trayectoria de la primera es creciente, en forma de S , mientras que la segunda tiene forma de U . En cuanto a la propuesta teórica, si se quiere confirmar la teoría de Dumas (1992) y Sercu (1995), ante grandes desalineamientos, $F()$ debe tender a cero, de tal forma que q retorne rápidamente a su tendencia de largo plazo ($q = c'x$). De lo contrario, si se dan pequeños desalineamientos, el proceso no lineal debe ser más relevante y $F()$ tiende a uno, de tal forma que el modelo pueda llegar a generar un posible camino aleatorio.

Según lo anterior, como se ilustra en el Anexo 2, la forma de $F()$ debe ser similar a una U invertida, es decir, un modelo ESTAR transformado. En el mismo anexo se discuten las pruebas estadísticas para evaluar dichos modelos.

El modelo ESTAR de orden p para q propuesto por Paya, Venetis y Peel (2003) tiene la siguiente forma¹⁵:

$$q_t = c' x_t + F(q_{t-d}; \gamma; c' x_{t-d}) \times \sum_{j=1}^p \beta_j (q_{t-j} - c' x_{t-j}) + \varepsilon_t \quad (15)$$

$$F(q_{t-d}; \gamma; c' x_{t-d}) = \exp\left[-\gamma (q_{t-d} - c' x_{t-d})^2\right] \quad (16)$$

Donde ε es ruido blanco con media cero y varianza σ_u^2 , F es la función de transición tipo exponencial, x son variables explicativas de q , y c' es un vector de parámetros de x .

¹⁴ Smooth Transition Autoregressive (STAR).

¹⁵ En Jalil y Melo (2000) se encuentra la forma general de un modelo ESTAR y los algoritmos para estimarlos. El modelo descrito por (18) y (19) son modificaciones propuestas por los autores.

En el modelo, la función de transición $F()$ ¹⁶ representa la forma en la cual el proceso generador de q oscila de forma “suave” entre dos regímenes extremos. La transición se realiza alrededor de un valor de equilibrio $c'x_{t-d}$ rezagado d periodos, en donde γ se refiere al grado de no linealidad, es decir, a la rapidez con que se pasa de un estado a otro. Un valor pequeño de γ , implica que la no linealidad demora más tiempo en diluirse, que cuando se dan γ mayores.

Si la TCR se mueve muy cerca a sus fundamentales $(q_{t-d} - c'x_{t-d}) \cong 0$ entonces $F \rightarrow 1$, y q estaría explicado por rezagos lineales de si misma y de x_{t-j} . En este último caso, si $\sum \beta_j = 1 \forall j$, el proceso es altamente persistente (camino aleatorio), y el impacto sobre la tendencia de q depende del tamaño del desvío $(q_{t-d} - c'x_{t-d})$, y de la velocidad (γ) en la cual q retorna a su equilibrio. En este contexto, $\sum \beta_j = 1 \forall j$, los casos de interés para este estudio son:

- Si $c'x_t = \lambda_0$ entonces el proceso tiende a ser un camino aleatorio puro.
- Si $c'x_t = \lambda_0 + \lambda_1 t$ entonces el proceso tiende a ser un camino aleatorio con tendencia.
- Si $c'x_t = \lambda_0 + \lambda_2 x_{1,t}$ donde $x_{1,t}$ es un vector de determinantes de la TCR integrados de orden uno, entonces el modelo (18) se reduce a una regresión espuria.

Nótese que cuando se dan grandes desviaciones $(q_{t-d} - c'x_{t-d} \rightarrow \infty)$, el proceso no lineal se vuelve irrelevante ($F \rightarrow 0$) y, por lo tanto, la reversión de la TCR a sus fundamentales es inmediata ($q \rightarrow c'x$). Así, el modelo (15) para la TCR es consecuente con lo propuesto por

¹⁶ Según Paya, Venetis y Peel (2003), F es simétrica alrededor de $c'x_t$, aunque la tendencia a regresar al equilibrio es tan grande como la desviación absoluta de su equilibrio $|q_{t-d} - c'x_{t-d}|$. En el anexo 2 se muestra una simulación de la forma de F , usando una serie de 500 números aleatorios, con una velocidad de ajuste de 0.05 y centrada alrededor de su promedio.

Dumas (1992) y Sercu (1995), en el sentido que pequeñas desviaciones son muy persistentes, y grandes desvíos son corregidos con un proceso de reversión más rápido¹⁷.

4.1 Los datos.

El modelo se evalúa con el ITCR bilateral de Colombia frente a México y a EU, utilizando el IPC como deflactor, para periodos trimestrales entre marzo-1983 y septiembre-2003¹⁸. La importancia del primer país radica en que es un gran competidor de las exportaciones tradicionales colombianas en productos como textiles y café. Por su parte, la selección de EU se debe a que es el principal socio comercial de Colombia.

Al igual que lo propuesto por Paya, Venetis y Peel (2003), para el caso colombiano, se evalúa el modelo con y sin tendencia: $c'x_t = \lambda_0 + \lambda_1 t + \lambda_2 x_t^*$ y $c'x_t = \lambda_0 + \lambda_2 x_t^*$. La diferencia en este documento radica en que x^* contiene además de bs , otros fundamentales de la TCR, los cuales se explicarán a continuación. Un mayor detalle sobre las fuentes utilizadas se encuentra en el Anexo 2.

- El efecto BS. Se utilizan los niveles medios de producción por trabajador de cada sector según país. Como bien no transable se seleccionó el sector de la construcción, y como transable al sector industrial.
- Activos externos netos (aen)¹⁹ y sus rendimientos ($i^* aen$). Si un país es deudor neto, como es el caso colombiano ($aen < 0$), incrementos en su deuda tiene dos efectos. El primero es la apreciación de la TCR, debido al ingreso divisas producto de préstamos o por nuevas inversiones extranjeras. En este contexto, cambios en los aen tendrán un efecto

¹⁷ Note que $\Delta y_t = \Delta x_t + \left\{ \sum_{j=1, p} \beta_j (\Delta y_{t-j} - \Delta c'x_{t-j}) \right\} / EXP[\gamma (y_{t-d} - c'x_{t-d})^2] + \Delta \varepsilon_t$. Si $(y_{t-d} - c'x_{t-d}) \rightarrow \infty$ y sin importar que $1 < d < p$ o $p < d$ la expresión anterior queda reducida a $\Delta y_t = \Delta x_t + \Delta \varepsilon_t$. En otras palabras, con grandes desalineamientos, $F() \rightarrow 0$ y el componente que acompaña a los β se hace grande. Sin embargo, el producto de los dos términos tiende a cero, ya que $F() \rightarrow 0$ más rápidamente. Ello se debe a que $F()$ es el inverso de una función exponencial, que contiene valores similares a los términos que acompañan a los β .

¹⁸ Para el ITCR según deflatores del PIB, no se pudo estimar el modelo por no contar con el efecto BS desde 1970.

¹⁹ Se refieren a stock estimados por el Banco de la República de Colombia. En el modelo se tiene en cuenta los cambios de dicho stock.

negativo sobre la TCR. El segundo es un efecto de depreciación real, ya que los agentes internos incrementarán la demanda por divisas para pagar los nuevos rendimientos por su financiamiento. Así, debido a la devaluación nominal, los i^* *aen* tendrán un efecto positivo sobre la TCR²⁰.

- Diferencial real de tasas de interés. Si la paridad de tasas de interés existe, es decir, la tasa de interés doméstica (r) es igual a la externa (r^*) más la devaluación nominal esperada, entonces, la balanza de pagos es probablemente, el determinante más importante de la TCR. En este sentido, incrementos en el diferencial de tasas de interés, debido por ejemplo a un alza de r , genera incentivos para el ingreso de capitales e incrementa las expectativas de apreciación nominal y, por lo tanto, produce un efecto negativo sobre la TCR²¹.

- Términos de intercambio (ti). El efecto de esta variable sobre la TCR no es claro. Depende si los cambios en los ti son percibidos como transitorios o permanentes. La estabilidad del consumo es una de las variables clave en la discusión. Un choque transitorio negativo no debe generar incentivos para que los agentes racionales reduzcan su consumo, dado que conocen que es una situación momentánea. Sin embargo, cuando el choque es permanente, las personas pueden ajustar su consumo a un nivel más bajo, por el deterioro que implica esta variación. En éste último caso, para un país pequeño, si el precio de los bienes externos está dado, la menor demanda por bienes no transables depreciaría la TCR, vía caída en el precio de los no transables. Otra variable es la elasticidad de sustitución entre los bienes importados y exportados. Una caída de los precios de los bienes importados, trae como consecuencia un incremento de los ti , pero si la elasticidad precio de la demanda nacional por estos bienes es lo suficientemente baja, los ingresos de la economía, por concepto de exportaciones netas, serían mayores, incrementando el consumo. En éste último caso, para un país pequeño, si el precio de los bienes externos está dado, la mayor demanda por bienes no transables apreciaría la TCR, vía aumento en el precio de los no transables. Aunque todo parece claro en teoría, en la práctica no hay total evidencia a

²⁰ Ver MacDonald (2000), Alberola and Lopez H. (2001) o Clark, y MacDonald (2000).

²¹ Ver MacDonald (2000).

favor de una única posición y más bien se presentan diferencias en las consecuencias de los choques de ti dependiendo de, por ejemplo, el régimen de tipo de cambio de un país o su estado de desarrollo²².

- Gasto público (g), medido como la relación entre el gasto público y el PIB según las cuentas nacionales de Colombia. Incrementos en el gasto público más allá de los niveles de ingreso de un país, están acompañados generalmente de aumentos en la demanda de bienes y servicios no transables, produciéndose alzas en los precios de este sector superior al de las cotizaciones de los transables, efecto que aprecia la TCR. Adicionalmente, si el gasto público es deficitario, este tiene que ser financiado por deuda interna o externa. En el primer caso, se genera un aumento en la tasa de interés interna que incentiva el ingreso de capitales externos que conlleva a una caída en el tipo de cambio nominal y real. En el segundo caso, el ingreso de divisas provenientes de los préstamos externos aumenta la oferta de moneda extranjera y también se genera una revaluación nominal y real, al menos en forma temporal.

- Otros factores que se tuvieron en cuenta fueron los diferentes regímenes de tasa de cambio que han existido en Colombia en el periodo de estudio: entre marzo-84 a junio-91, existía un sistema de devaluación tipo gota a gota (crawling peg), entre jul-91 y sep-99 bandas cambiarias, y a partir de esta última fecha, libre flotación. El efecto de estos regímenes se estimará mediante variables dummy.

En resumen, los signos esperados para las variables explicativas de q son $x^* = (bs, aen, i^*aen, r, r^*, ti, g)$. En el anexo 3 se encuentra la descripción de cada una de las variables.

4.2 Resultados de las estimaciones.

En el cuadro 4 se ilustran las primeras pruebas estadísticas que se hicieron. La prueba llamada F en el cuadro refleja que en todos los ITCR se rechaza la linealidad al 5% (ver

²² Ver por ejemplo Ferreyra y Vargas (2002) o Alper and Saglam (2000).

anexo 2). Así, en el q -total²³ y el q frente a EU se evidencia que el delay de la serie se da en el rezago 2, mientras que en el q frente a México se encuentra en el 4. Con respecto a la selección del modelo, las pruebas se inclinan por un modelo ESTAR, ya que el menor p-value en todos los q se da en el test F3.

Cuadro 4
Resultado de las pruebas de no linealidad del ITCR.
Colombia 1984-2003

Variable Delay	Prueba de no linealidad		Prueba para seleccionar el tipo de modelo					
			Modelo LSTAR		Modelo ESTAR		Modelo LSTAR	
	F	p-value	F2	p-value	F3	p-value	F4	p-value
<i>ITCR-Total</i>								
q_{t-1}	1.4302	0.18	2.0932	0.09	1.7170	0.16	0.5128	0.73
q_{t-2}	2.2934	0.02	1.0176	0.40	3.7487	0.01	1.7114	0.16
q_{t-3}	0.7471	0.70	0.2605	0.90	1.6076	0.18	0.4332	0.78
q_{t-4}	1.5799	0.12	2.2500	0.07	2.3803	0.06	0.1782	0.95
<i>ITCR-EU</i>								
q_{t-1}	1.3264	0.23	1.2053	0.32	1.5648	0.20	1.1413	0.35
q_{t-2}	1.7540	0.05	1.4138	0.24	3.6795	0.01	0.2110	0.93
q_{t-3}	0.7814	0.67	0.4898	0.74	1.3399	0.27	0.5577	0.69
q_{t-4}	1.0940	0.38	0.9299	0.45	1.6793	0.17	0.6881	0.60
<i>ITCR-M</i>								
q_{t-1}	0.7419	0.70	0.2677	0.90	1.1351	0.35	0.8359	0.51
q_{t-2}	1.0669	0.40	1.1952	0.32	0.2107	0.93	1.7838	0.14
q_{t-3}	0.9171	0.54	0.7284	0.58	0.6939	0.60	1.3139	0.28
q_{t-4}	3.2510	0.00	2.8066	0.03	5.1918	0.00	1.0196	0.41

Las pruebas *no lineales* de raíz unitaria reflejan que tanto las variables dependientes (q de EU y México) como sus fundamentales son $I(1)$. Adicionalmente, al observar por pares la relación *no lineal* entre q y cada uno de los fundamentales se encontró que están integradas. Por tal motivo, todas las variables se refieren a cambios de los logaritmos. En el anexo 4, se muestran los resultados de las pruebas no lineales de raíz unitaria y de cointegración.

En el cuadro 5 y 6 se muestran los resultados de las estimaciones obtenidas según el método de máximo verosimilitud (ver anexo 5). Se seleccionó el modelo con mayor valor en la función de máximo verosimilitud, con mayor ajuste (R^2), que generó errores normales no correlacionados de varianza constante (homocedásticos), y con menor valor en la estadística de Akaike (AK) o Schwarz (SC). También se realizó la prueba de hipótesis $\sum \beta_j = 1$ para cada uno de ellos.

²³ Se refiere al ITCR de Colombia frente a 20 países.

Como se observa en el cuadro 5, las variables que resultaron significativas para explicar a \dot{q} de EU fueron $x^* = (\dot{b}s, \dot{a}en, \dot{t}i, r, r^*)$. También se detectó un comportamiento no lineal, donde la función de transición tiene una velocidad de ajuste $\gamma = 40.9$ alrededor de sus fundamentales rezagados dos trimestres $F(\dot{q}_{t-2}; 40.9; c'x^*_{t-2})$. Cuando se dan pequeñas desviaciones de \dot{q} respecto a su tendencia de largo plazo, la función de transición se vuelve más relevante y \dot{q} es explicada por x^* y por un proceso auto-regresivo de orden 4 ($p = 4$) respecto de dichas desviaciones. A pesar de la persistencia de éste proceso auto-regresivo, se rechazó la hipótesis $\sum \beta_j = 1$, lo cual implica que no hay indicios de un camino aleatorio puro. De igual forma, como se observa en el gráfico 7, si bien el ajuste del modelo no es muy alto ($R^2 = 0.54$), los movimientos del ITCR-estimado son semejantes al observado.

Cuadro 5

Resultado de la estimación no lineal del ITCR bilateral.
Colombia vs Estados Unidos 1984-2003

Variable dependiente q con rezago $d = 2$

Variable	Parámetro Estimado	Desviación Estándar	Estadística	p-value
λ_0	-0,1588	0,0039	-40,916	0,0000
λ_1	0,0005	0,0000	18,601	0,0000
<i>Balassa</i>	0,0730	0,0062	11,798	0,0000
<i>Activos externos</i>	-0,0294	0,0114	-2,577	0,0100
<i>Términos de intercambio</i>	0,0140	0,0055	2,542	0,0110
<i>Interés Colombia</i>	-0,0040	0,0001	-30,035	0,0000
<i>Interés externo</i>	0,0095	0,0004	23,521	0,0000
<i>Dummy peg</i>	0,1525	0,0038	39,816	0,0000
<i>Dummy bandas</i>	0,1350	0,0033	40,944	0,0000
<i>Dummy flexible</i>	0,1386	0,0034	40,742	0,0000
β_1	1,9261	0,4274	4,506	0,0000
β_2	-24,1097	6,9000	-3,494	0,0005
β_3	1,0021	0,5260	1,905	0,0568
β_4	-0,8676	0,5022	-1,728	0,0840
γ	40,8591	9,8215	4,160	0,0000

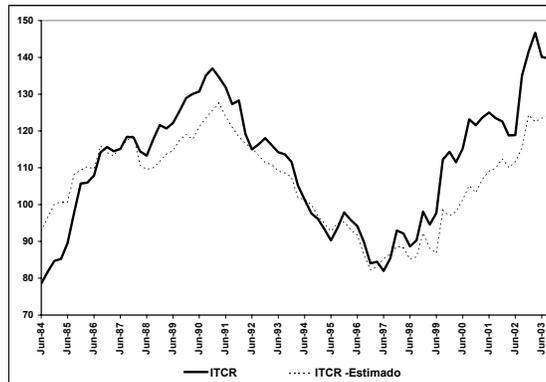
$R^2 = 0.5391$ Akaike = -531.77 Schwarz = -496.42

Pruebas de hipótesis	Estadística	p-value
Ho: $\sum \beta = 1$	90.625	0.000
Ho: errores no correlacionados	3.990	0.551
Ho: errores Homocedásticos	7.413	0.192
Ho: normalidad		
Shapiro-wilk	0.976	0.145
Kolmogorov-Smirnov	0.091	0.113
Cramer-von Mises	0.113	0.079
Anderson-Darling	0.601	0.117

Gráfico 7

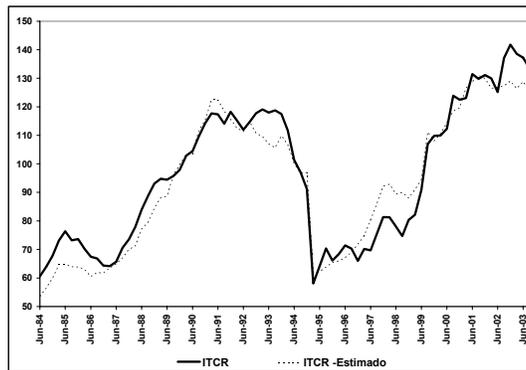
Resultado de la estimación no lineal del ITCR bilateral.

Colombia vs Estados Unidos 1984-2003



Con respecto \hat{q} bilateral de Colombia frente a México, las variables explicativas significativas además de la tendencia fueron $x^* = (\hat{b}s, \hat{a}en, \hat{t}i, \hat{g}, r, r^*)$. Por su parte, la función de transición presentó una mayor velocidad de ajuste ($\gamma = 146.06$) alrededor del segundo rezago $F(\hat{q}_{t-2}; 71.06; c'x^*_{t-2})$. Cuando la función de transición es más relevante, \hat{q} también es explicada por x^* y por un proceso auto-regresivo de orden 4 ($p = 4$) respecto de dichas desviaciones²⁴. Por lo anterior, a pesar que la hipótesis $\sum \beta_j = 1$ se rechazó, se puede concluir que pequeñas desviaciones de \hat{q} respecto a sus fundamentales son más persistentes que grandes desviaciones. En el gráfico 8 se muestra la diferencia entre el ITCR-M observado y estimado ($R^2 = 0.70$).

Gráfico 8
Resultado de la estimación no lineal del ITCR bilateral.
Colombia vs México 1984-2003



Cuadro 6

²⁴ A pesar de la baja significancia del cuarto rezago (p-value = 0.51), este resultó fundamental para mejorar el ajuste del modelo. Adicionalmente, los criterios de Akaike y Schwarz sugerían su inclusión. Por ello se decidió dejarlo en el modelo.

Resultado de la estimación no lineal del ITCR bilateral.
Colombia vs México 1984-2003

Variable dependiente q con rezago $d = 2$

Variable	Parámetro Estimado	Desviación Estándar	Estadística	p-value
λ_1	0,0026	0,000	1974,20	0,0000
Balassa	0,0503	0,003	14,79	0,0000
Activos externos netos	-0,0872	0,016	-5,32	0,0000
Términos de intercambio	-0,1575	0,002	-85,53	0,0000
Gasto gobierno	-0,1202	0,005	-23,37	0,0000
Interés Colombia	-0,0036	0,000	-19,55	0,0000
Interés externo	0,0138	0,000	132,45	0,0000
Dummy peg	-0,0407	0,001	-40,87	0,0000
Dummy bandas	-0,1052	0,002	-46,26	0,0000
Dummy Flexible	-0,1774	0,000	-402,99	0,0000
β_1	66,9463	12,601	5,31	0,0000
β_2	627,8508	226,220	2,78	0,0055
β_3	106,5877	10,364	10,28	0,0000
β_4	13,2535	20,286	0,65	0,5135
γ	146,0610	5,493	26,59	0,0000

$R^2 = 0.6959$ Akaike = -475.99 Schwarz = -440.64

Pruebas de hipótesis	Estadística	p-value
Ho: $\sum \beta = 1$	170.726	0.000
Ho: errores no correlacionados	2.686	0.748
Ho: errores Homocedásticos	5.461	0.362
Ho: normalidad Shapiro-Wilk	0.981	0.279
Kolmogorov-Smirnov	0.091	0.110
Cramer-von Mises	0.116	0.071
Anderson-Darling	0.642	0.093

Un aspecto a destacar es la semejanza en los valores de los parámetros de las *dummy* para el caso del ITCR-EU, hecho que no se dio en el modelo del ITCR-M. Por tal motivo, se realizó la prueba de hipótesis Ho: *peg = bandas = flexible* y por pares Ho: *peg = bandas*; Ho: *bandas = flexible* y Ho: *peg = flexible*. En todas las pruebas se rechazó dicha hipótesis con una alta probabilidad. La prueba de menor potencia de rechazo fue Ho: *bandas = flexible* en el caso del ITCR-EU, la cual solo se pudo rechazar al 6% (ver cuadro 7).

Cuadro 7

Resultado de las pruebas de Hipótesis

Ho: el efecto de cada régimen de tasa de cambio nominal sobre el ITCR-EU e ITCR- México es el mismo

Ho: Crawling peg = bandas cambiarias = flexible en cada uno de ellos.

Colombia 1984 – 2003

Prueba EU	Estadística	p_value	Prueba México	Estadística	p_value
Peg = bandas = flexible	124.931	0.00	Peg = bandas = flexible	121.558	0.00
Peg = bandas	41.464	0.00	Peg = bandas	189.349	0.00
Bandas = flexible	3.551	0.06	Bandas = flexible	270.949	0.00
Flexible = peg	25.647	0.00	Flexible = peg	274.285	0.00

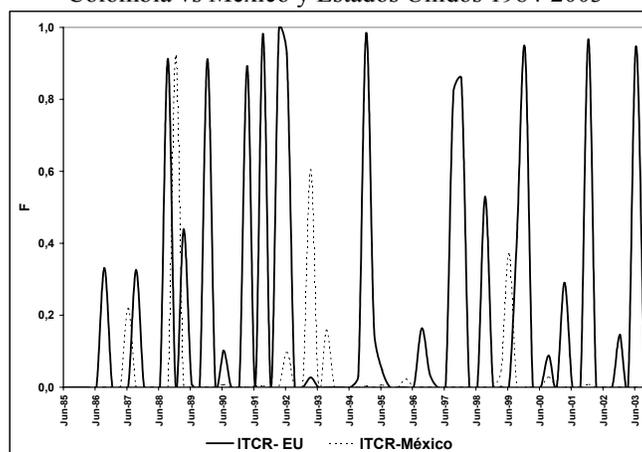
Para dar una intuición del anterior resultado, hay que tener en cuenta lo siguiente. EU es el principal socio comercial de Colombia, y en todo el periodo de estudio, EU tuvo régimen de libre flotación. De igual forma, las bandas cambiarias se establecieron según la relación

peso colombiano por dólar, y ellas fueron alineadas en cinco ocasiones durante su vigencia. Y por último, en Colombia se registró un moderado “overshooting” posterior al momento de eliminar el sistema de bandas cambiarias, hecho que reflejó en cierta medida, que el tipo de cambio nominal de mercado se encontraba dentro de la banda, o en términos pesimistas, no muy lejos de ella²⁵. Por tal motivo, existe una mayor probabilidad de que los dos sistemas, libre flotación y bandas cambiarias, no fueran tan distintos, hecho que se refleja en la menor potencia de rechazo de H_0 : *bandas = flexible* para el caso del ITCR-EU.

Con respecto a México la situación es diferente. Primero porque el comercio de Colombia con dicho país es muy reducido, y segundo, por que México también experimentó diferentes regímenes cambiarios en el periodo de estudio.

En el gráfico 9 se muestran las funciones de transición para el ITCR-EU e ITCR-M. Dos hechos empíricos se pueden observar en el gráfico. El primero es que $F()$ es más relevante con mayor frecuencia en el ITCR-EU, y el segundo, es que por ser la velocidad de ajuste de M mayor que la de EU ($\gamma_M > \gamma_{EU}$), en la mayoría de los casos se da que $F(EU) > F(M)$. Estos dos hechos hacen pensar que la persistencia de las pequeñas desviaciones de la TCR, es más alta en el ITCR-EU que en el ITCR-M.

Gráfico 9
Resultado de la estimación de la función de transición.
Colombia vs México y Estados Unidos 1984-2003



²⁵ La banda operó hasta el 24 de septiembre de 1999, y posterior a dicha fecha, la tasa de cambio subió hasta el 30 de septiembre del mismo año, registrando una devaluación nominal de solo 1.1%. Posteriormente, la tasa de cambio volvió a caer.

Una última prueba se realizó para comparar la bondad de ajuste de las anteriores estimaciones frente a la de modelos lineales. Para tal efecto, se estimó de nuevo un modelo lineal basado en tendencias comunes “*common trends*”, igual al usado por Oliveros y Huertas (2002). Con respecto a este último trabajo, es importante hacer las siguientes aclaraciones. La primera es que la tendencia de largo plazo se calculó para una TCR multilateral, y no por país como se hizo en el presente documento. La segunda, es que se utilizó como aproximación del efecto BS el cociente IPP/IPC interno y externo, medidas que por estar contenidas en el ITCR, mejoran el ajuste del modelo estimado. Por lo anterior, es necesario volver a realizar los cálculos con las mismas variables que se utilizaron en el presente documento para tener homogeneidad en la comparación.

Según el modelo lineal estimado para EU y para México, además de una constante y una medida de tendencia, q es explicado por el efecto BS y los activos externos netos²⁶. Las demás variables no resultaron significativas.

En el gráfico 10 y 11 se muestran las estimaciones lineales y no lineales con el respectivo ITCR observado. Como se observa en ambos gráficos, el modelo no lineal parece ajustar en mayor medida los movimientos del ITCR observado para cada país. Ello se confirma cuando se compara el error cuadrático medio (ECM) de los dos modelos²⁷. El modelo no lineal de EU y México presenta un ECM de 9.6 y 6.6 respectivamente, mientras que el modelo lineal genera un ECM mayor, 15.2 y 19.3 en el mismo orden.

²⁶ Para Estados Unidos:

$$q = (\lambda_0, \lambda_1, bs, aen) = (71.44, 0.20, 7.26, -5.47)$$

$$\beta = (q, \lambda_0, \lambda_1, bs, aen) = (1, -3.81, -0.01, -0.38, 0.29) \text{ vector de cointegración normalizado a uno.}$$

En el caso de México:

$$q = (\lambda_0, \lambda_1, bs, aen) = (56.51, 0.30, 5.92, -7.99)$$

$$\beta = (q, \lambda_0, \lambda_1, bs, aen) = (1, -4.27, -0.02, -0.45, 0.60) \text{ vector de cointegración normalizado a uno.}$$

²⁷ Definido como $ECM = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (Y_j - \hat{Y}_j)^2}{N}}$ donde Y es el valor observado, \hat{Y} el estimado y N el número de datos.

Gráfico 10
 Resultado de la estimación del ITCR frente a EU según un modelo lineal y no lineal.
 Colombia: 1984-2003

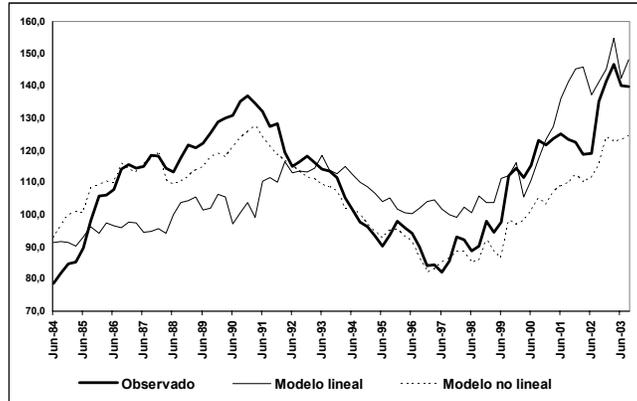
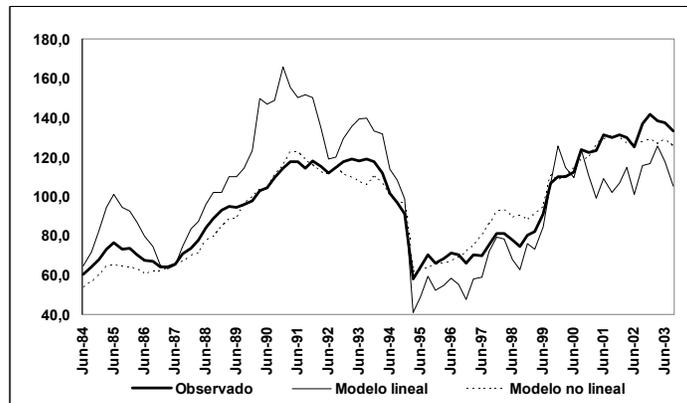


Gráfico 11
 Resultado de la estimación del ITCR frente a México según un modelo lineal y no lineal.
 Colombia: 1984-2003



Capítulo 5: Conclusiones

La teoría económica ha encontrado una relación no lineal entre la TCR y algunos de sus fundamentales. Los costos de transacción son una explicación del porqué puede existir dicha relación no lineal. Cuando se dan grandes desviaciones, las fuerzas del mercado hacen que la TCR tienda a retornar con gran velocidad a su nivel de equilibrio. No obstante, a medida que el desalineamiento se reduce, dicha velocidad de reversión también disminuye en forma no lineal, a tal punto, que pequeñas desviaciones de la TCR son muy persistentes, ya que ciertos costos, como el de transporte, las superan ampliamente.

En el caso colombiano, los modelos ESTAR estimados aceptaron las anteriores hipótesis, para dos medidas de TCR: el ITCR frente a México (ITCR-M) e ITCR frente a Estados Unidos (ITCR-EU). Se encontró que el ITCR-M e ITCR-EU responden linealmente a ciertos fundamentales, y no linealmente a los rezagos de sus desalineamientos. A pesar de no encontrar evidencia que estas últimas desviaciones generaran procesos explosivos (camino aleatorio), ellas si generan mayor persistencia cuando las desviaciones de la TCR no son muy grandes.

Con excepción del gasto público que resultó significativa en el ITCR-M, los fundamentales que explicaron los movimientos de cada medida de TCR fueron los mismos, cambios en: el efecto BS, en los activos externos netos, en los términos de intercambio y en la tasa de interés doméstica y externa. En ambos indicadores, se encontró que el proceso de transición hacia su tendencia de largo plazo se da con respecto a dos rezagos (seis meses atrás), y que su retorno lo explica un proceso auto-regresivo de orden cuatro. Sin embargo, el hecho de que la función de transición sea más relevante y se de con mayor frecuencia en el ITCR-EU, es un indicio de que las pequeñas desviaciones en el ITCR-EU son más persistentes que las presentadas en el ITCR-M.

Otro aspecto que se exploró fue, desde una perspectiva descriptiva lineal, la importancia del efecto BS sobre la tendencia y dispersión del ITCR-M e ITCR-EU. Para tal efecto, se utilizaron dos medidas de precios: IPC (mar/83 – sep/03) y deflatores anuales implícitos del PIB (1970 – 2002). En cada uno de estos indicadores, los precios se dividieron en transables y no transables, y posteriormente se calculó el efecto BS.

En el periodo de estudio, la contribución lineal del efecto BS sobre la tendencia del ITCR-M puede estar entre 3% según IPC y 4% cuando se utilizan los deflatores del PIB. En el caso del ITCR-EU, dichos porcentajes fueron más distantes y se ubicaron entre 25% y 4% respectivamente. Con respecto a la volatilidad, los mayores aportes los reflejaron los indicadores de cuentas nacionales. Así, según el PIB, la contribución de la volatilidad del efecto BS sobre la variabilidad del ITC-M oscila entre 4% y 30% y para el ITCR-EU dichos porcentajes se situaron entre 4% y 46%.

También se encontró que cuando las dos clasificaciones utilizadas, PIB e IPC, se refieren al mismo periodo de análisis (1983 – 2002), los resultados no son tan distantes. Según los deflatores del PIB para este periodo, el aporte en tendencia de b_s sobre el ITCR-M e ITCR-EU es respectivamente 6.7% y 29.5%. Con respecto al ECM, dichos aportes son: entre 2.8% y 9.3% para el ITCR-M, y entre 11.5% y 29.5% para ITCR-EU.

Referencias bibliográficas

Alberola, Enrique y Humberto López (2001): "Internal and External Exchange Rate Equilibrium in a Cointegration Framework. An Application to the Spanish Peseta," *Spanish Economic Review*, vol. 3, No. 1, pp. 23-40.

Alper, C. Emre y Ismail Saglam (2000): "The Equilibrium Exchange Rate: Evidence from Turkey," *Loyola University Chicago - Topics in Middle Eastern and North African Economies*, vol. 2, (September), pp.1-14.

Apergis, Nicholas (2003): "Resting Purchasing Power Parity: Results From a New Foreign exchange market," *Applied Economics Letters*, vol.10, No. 2, (February), pp. 91-95.

Arango, Luis Eduardo y Andrés González (1998): "Some Evidence of Smooth Transition Nonlinearity in Colombian Inflation," *Banco de la República de Colombia - Borradores de Economía*, No. 105, pp. 1-14.

Balassa, Bela. (1964): "The Purchasing Power Parity Doctrine: a Reappraisal," *The Journal of Political Economy*, vol. 72, No. 6, (December), pp. 584-596.

Baum, C. y M. Caglayan (2001): "Nonlinear Adjustment to Purchasing Power Parity in the Post-Bretton Woods," *Journal of international Money and Finance*, vol. 20, No. 3, (June), pp. 379-399

Brook, Anne y David Hargreaves, (2001): "PPP-Based Analysis of New Zealand's Equilibrium Exchange Rate," *Reserve Bank of New Zealand, Discussion Paper Series*, DP2001/01, (July), vol. 01, pp.1-32.

Carrasquilla, Alberto y Andrés Arias (1996): "Tipo de Cambio Real en Colombia ¿Qué pasó?," *Banco de la República de Colombia - Borradores de Economía*, No. 64, pp. 1-26.

Cassel, Gustav. (1918): "Abnormal Deviations in International Exchanges," *The Economic Journal*, vol. 28, No. 112, (December), pp. 413-415.

Chari, V.V., Patrick. Kehoe y Ellen McGrattan (2000): "Can Sticky Price Models Generate Volatile and Persistent Real Exchange Rate?," *NBER Working Paper Series*, No. 7869, (September), pp. 1-51.

Chinn, Menzie D. (2002): "The Measurement of Real Effective Exchange Rates: a Survey and Applications to East Asia". *University of California Santa Cruz and NBER- Working Papers Series*, (Mayo), pp. 1-40.

Clark, Peter y Ronald MacDonald (1998): "Exchange Rates and Economic Fundamentals A Methodological Comparison of BEER and FEERs," *IMF Working Papers*, No. 98/67, (May), pp. 1-38.

Clark, Peter y Ronald MacDonald (2000): "Filtering the BEER: A permanent and Transitory Decomposition," *IMF Working Papers*, No. 00/144, (August), pp. 1-37.

Cochrane, John (1988): "How Big is the Random Walk in GNP?," *Journal of Political Economy*, vol. 96, No. 5, (October), pp. 893-921.

Drine, Imed y Christophe Rault (2003): "Do Panel Data Permit the Rescue of the Balassa-Samuelson Hypothesis for Latin American Countries?," *Applied Economics* vol. 35, No. 3, (February), pp. 351-359.

Drine, Imed y Christophe Rault (2003): "Does the Balassa-Samuelson Hypothesis Hold for Asian Countries? An Empirical Analysis Using Panel Data Cointegration Tests" *William Davidson Institute Working Papers series*, No. 504, (May), pp. 1-31.

Dumas, Bernard (1992): "Dynamic Equilibrium and Real Exchange Rate in Spatially Separated World," *Review of Financial Studies* vol. 5, No. 2, pp. 153-180.

Escribano, Alvaro y Daniel Peña (1994): "Cointegration and Common Factors," *Journal of Time Series*, vol. 15, No. 6, (November), pp. 577-586.

Engel, Charles (1993): "Real Exchange Rates and Relative Prices: An Empirical Investigation," *Journal of Monetary Economics* vol. 32, No. 1, (August), pp. 33-50.

Engel, Charles (1995): "Accounting for U.S. Real Exchange Rate Changes," *NBER Working Paper Series*, No. 5394, (December), pp.1-48.

Faria, Joao Ricardo, Miguel León-Ledesman (2003): "Testing the Balassa-Samuelson effect: Implications for growth and the PPP," *Journals of Macroeconomics*, vol. 25, No. 2, (June), pp. 241-253.

Fernández, Gonzalo y Timothy Kehoe (2000): "Capital Flows and Real Exchange Rate Fluctuations Following Spain's entry into the European Community," *Journal of International Economics*, vol. 51, No.1 (June), pp. 49-78.

Ferreira, Jesús y Rafael Herrada (2002): "Tipo de Cambio Real y sus Fundamentos: Estimación del Desalineamiento," *Publicación del Banco Central del Perú – Monetaria*, vol. 26, No. 2, (Abril-Junio), pp. 167-206.

Feyzioglu, Tarhan (1997): "Estimating the Equilibrium Real Exchange Rate: An Application to Finland," *IMF Working Papers*, No. 97/109, (September), pp. 1-24.

Jalil, Munir y Luis Fernando Melo (2000): "Una relación no lineal entre inflación y los medios de pago" *Banco de la República de Colombia - Borradores de Economía* No. 145, (Diciembre), pp. 1-36.

Gonzalo, Jesús y Clive Granger (1995): “Estimation of Common Long Memory Components in Cointegrated Systems,” *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 13, No. 1, pp. 27-35.

Gonzalo, Jesús y Serena Ng. (2001): “A Systematic Framework for Analyzing the Dynamic Effects of Permanent and Transitory Shocks,” *Journal of Economics Dynamic & Control*, vol. 25, No. 10, (October), pp. 1527-1546.

Huertas, Carlos y Munir Jalil (2000): “Relación entre el Índice de Precios del Productor (IPP) e Índice de Precios al Consumidor (IPC),” *Banco de la República de Colombia - Borradores de Economía* No. 144, (Marzo), pp. 1-19.

MacDonald, Ronald (2000): “Concepts to Calculate Equilibrium Exchange Rates: An Overview,” *Economic Research Group, Deutsche Bundesbank, Discussion Paper* No. 3/00, (July), pp. 1-60.

Michael, Panos, Robert Nobay y David Peel (1997): “Transactions Cost and Nonlinear Adjustment in Real Exchange Rate: An Empirical Investigation,” *Journal of Political Economy*, vol. 105, No. 4, (August), pp. 862-879.

Mihaljek, Dubravko y Marc Klau (2003): “The Balassa-Samuelson Effect in Central Europe: A Disaggregated Analysis,” *BIS Working Paper*, No. 143, (October), pp. 1-20.

Mongardini, Joannes (1998): “Estimating Egypt’s Equilibrium Real Exchange Rate,” *IMF Working Papers*, No. 98/5, (January), pp. 1-41.

Montiel, Peter y Lawrence E. Hinkle (1999): *Exchange Rate Misalignment: Concepts and Measurement for Developing Countries*, World Bank, first edition, 1999.

Oliveros, Hugo y Carlos Huertas (2002): “Desequilibrios Nominales y Reales del Tipo de Cambio en Colombia,” *Banco de la República de Colombia - Borradores de Economía* No. 220, (Septiembre), pp. 1-26.

Papell, David, Ruxandra Prodan (2003): “Long Run Purchasing Power Parity: Cassel or Balassa-Samuelson?” *Texas: Department of Economics, University of Houston, Working paper*, No. 77204-5019, (June), pp. 1-35.

Paya, Iván, Joannis Venetis y David Peel (2003): “Further Evidence on PPP Adjustment Speeds: The Case of Effective Real Exchange Rates and the EMS,” *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 65, No. 4, (September), pp. 421-437.

Rogers, John y Michael Jenkins (1995): “Haircuts or Hysteresis? Sources of Movements in Real Exchanges Rates,” *Journal of Internationals Economics*, vol. 38, No. 4, (May), pp. 339-360.

Rowland, Peter y Hugo Oliveros (2003): "Colombian Purchasing Power Parity. Analyzed Using a Framework of Multivariate Cointegration," *Banco de la República de Colombia - Borradores de Economía* No. 252, pp. 1-27.

Rowland, Peter (2003): "Forecasting the USD/COP Exchange Rate: A Random Walk with a Variable Drift," *Banco de la República de Colombia - Borradores de Economía* No. 253, pp. 1-52.

Rogoff, Kenneth (1996): "The Purchasing Power Parity Puzzle," *Journal of Economic Literature* vol. 34, No. 2, (June), pp. 647-668.

Samuelson, Paul (1964): "Theoretical Notes on Trade Problems," *The Review of Economics and Statistics*, vol. 46, No. 2, (May), pp. 145-154.

Sercu Piet, Uppal Raman y Vand Hulle (1995): "The exchange Rate in the Presence of Transactions Cost: Implications for Test of Purchasing Power Parity". *Journal of Finance*, vol. 50, No. 4, pp. 1309-1319.

Terasvirta, Timo (1994): "Specification, Estimation, and Evaluation of Smooth Transition Autoregressive Models," *Journal of the American Statistical Association*, vol. 39, No. 425, (March), pp. 208-218.

Anexo 1

El efecto Balassa- Samuelson (BS)

Uno de los determinantes de la TCR es el llamado efecto BS, el cual argumenta que las diferencias de productividad entre sectores productivos de transables y no transables afecta la evolución de la TCR²⁸. La anterior diferencia de productividades que conduce a distintos precios se puede deducir a través de un modelo de dos sectores, transables (T) y no transables (NT), con dos factores de producción: trabajo L y capital K , bajo los supuestos de pleno empleo, perfecta movilidad laboral y un producto Y con tecnología tipo Cobb-Douglas:

$$Y_i^T = A^T (L_i^T)^\theta (K_i^T)^{1-\theta} \quad (17)$$

$$Y_i^{NT} = A^{NT} (L_i^{NT})^\delta (K_i^{NT})^{1-\delta} \quad (18)$$

La perfecta movilidad laboral implica que los salarios entre sectores sean iguales $W^T = W^{NT} = W$, y el salario es pagado según el producto marginal del trabajo $\partial Y^j / \partial L^j = \partial W^j / \partial P^j$ con $j = T, NT$ ²⁹. Por otra parte, al derivar (17) y (18) con respecto a L , se obtiene $\partial Y^T / \partial L^T = \theta Y^T / L^T$ y $\partial Y^{NT} / \partial L^{NT} = \delta Y^{NT} / L^{NT}$ respectivamente. Así, la razón de productividades marginales de los sectores es proporcional al cociente de la producción promedio por trabajador:

$$\frac{\partial Y^T / \partial L^T}{\partial Y^{NT} / \partial L^{NT}} = \frac{W^T / P^T}{W^{NT} / P^{NT}} = \frac{P^{NT}}{P^T} = \frac{\theta Y^T / L^T}{\delta Y^{NT} / L^{NT}} \quad (19)$$

Aplicando logaritmos y multiplicando la igualdad por -1, la expresión (19) queda:

$$p_i^T - p_i^{NT} = \log(\delta / \theta) + y_i^{NT} - y_i^T \quad (20)$$

Donde la expresión y^j representa el logaritmo de la producción promedio por trabajador en el sector j . La anterior expresión ilustra cómo las diferencias en niveles de productividad entre sectores de un país conducen a niveles distintos de precios. Un incremento en la productividad del sector transable genera una caída del precio relativo de dicho sector con respecto al precio del no transable, efecto que aprecia la TCR. Al remplazar el resultado (20) en la definición de b_{St} (2), se observa que éste componente es explicado por el

²⁸ Una mayor explicación se puede encontrar en Alberola E, López H (2001), Oliveros y Huertas (2003), Faria y León-Ledesman (2003).

²⁹ En competencia perfecta el beneficio de cada sector es igual a cero $P^j Y^j - W^j L^j - r^j K^j = 0$, y al despejar Y^j y derivando con respecto a L^j , se obtiene dicha relación.

diferencial de productividades entre países más una constante³⁰ que representa la intensidad de recurso humano asignado a cada sector.

$$bs_t = \alpha(p_t^T - p_t^{NT}) - \alpha^*(p_t^{*T} - p_t^{*NT}) = c + \alpha(y_t^{NT} - y_t^T) - \alpha^*(y_t^{*NT} - y_t^{*T}) \quad (21)$$

³⁰ $c = \alpha \log(\delta/\theta) - \alpha^* \log(\delta^*/\theta^*)$

Anexo 2 Modelos STAR y ESTAR

Si el proceso generador de una serie Y_t es un modelo tipo STAR implica que su transición entre dos regímenes se da de forma suave y no lineal. En general dichos modelos presentan la siguiente estructura:

$$y_t = \beta_0 + \sum_j \beta_j y_{t-j} + c' x_t + F(y_{t-d}; \gamma; c) \times \left[\alpha_0 + \sum_j \alpha_j y_{t-j} \right] + \varepsilon_t \quad (22)$$

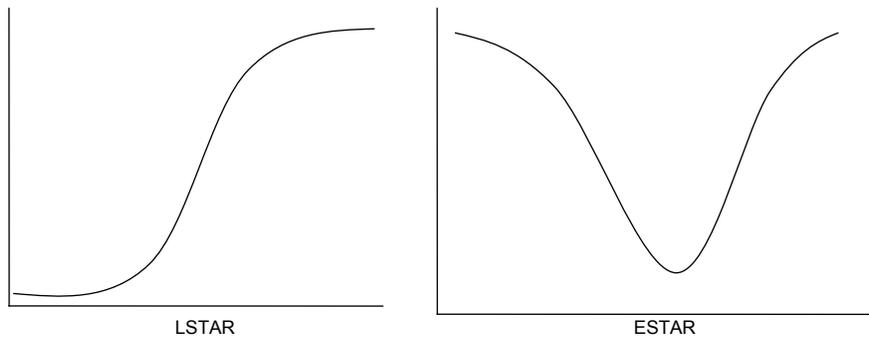
Donde $\varepsilon_t \xrightarrow{iid} N(0, \sigma_u)$, x_t es un vector de variables explicativas de y_t con parámetros c' , y $F()$ es la llamada función de transición. Esta última define el comportamiento no lineal de la serie y se le atribuyen dos formas básicas:

$$\text{LSTAR: } F(y_{t-d}; \gamma; c) = [1 + \text{EXP}\{-\gamma(y_{t-d} - c)\}]^{-1} \quad \gamma > 0 \quad (23)$$

$$\text{ESTAR: } F(y_{t-d}; \gamma; c) = [1 + \text{EXP}\{-\gamma(y_{t-d} - c)^2\}]^{-1} \quad \gamma > 0 \quad (24)$$

Gráficamente, las funciones tienen la siguiente forma:

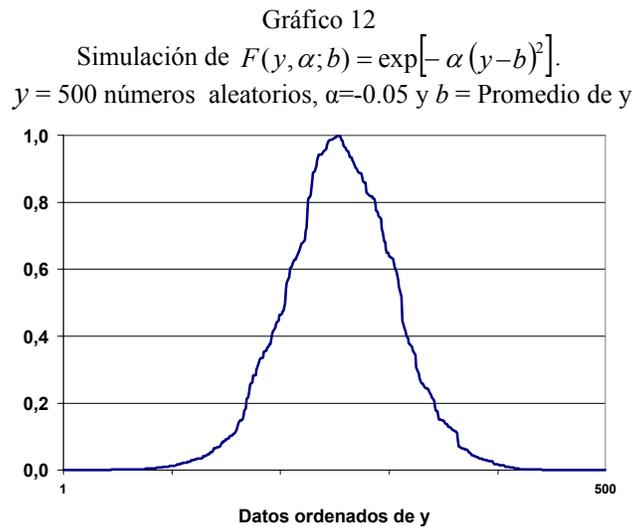
Gráfico 12
Formas de un modelo LSTAR y ESTAR



Para su diagnóstico, lo primero que se realiza es una prueba de linealidad, donde la hipótesis alterna es un modelo tipo STAR. Esta consiste en estimar los residuos de un modelo auto regresivo sobre y_t . Posteriormente se regresan estos residuos contra los términos que resultan de una aproximación de Taylor de tercer orden de la función no lineal del modelo STAR. Por último, para probar o rechazar la linealidad se realiza un test tipo LM sobre la regresión final.

Una vez aceptada la no linealidad el paso siguiente es escoger entre un modelo LSTAR o STAR. Esto se logra realizando tres pruebas tipo F (F_2 , F_3 , F_4). Si el menor p-value ocurre con la prueba F_3 se selecciona un proceso es STAR, de lo contrario se escoge un LSTAR.

El modelo (15) y (16) de Paya, Venetis y Peel (2003), es un modelo ESTAR transformado con tres modificaciones. La primera es que la función de transición $F()$ a pesar de ser exponencial, es la inversa de un modelo ESTAR tradicional. La segunda, es que dicha función es simétrica respecto a las variables explicativas. Y por último, $F()$ multiplica a los desequilibrios $(q_{t-j} - c'x_{t-j})$, y no a los rezagos de la variable independiente. En este contexto, las pruebas de no linealidad y de selección del modelo no son las más adecuadas. Sin embargo, dan indicios de comportamientos no lineales y de la forma del proceso.



Anexo 3

Fuente de los datos y periodicidad

Colombia	Periodicidad	Inicio
Y_N = PIB real de la Construcción	Trimestral	1984:01
L_N = Ocupados sector construcción ENH Y ECH	Trimestral	1984:01
Y_T = Índice real de la producción Industrial MMM	Mensual	1980:01
L_T = Índice de Empleo de Industria MMM	Mensual	1980:01
AEN = Activos externos netos	Trimestral	1980:01
i^* AEN = Rendimientos de AEN donde i^* = CDT 90 días EU.	Trimestral	1980:01
i = CDT 90 días	Mensual	1980:05
G = Gasto público real según Cuentas Nacionales	Trimestral	1970:01
TI = Términos de intercambio ponderaciones móviles según IPP	Mensual	1980:01
México		
Y_N = Valor real de la construcción por tipo de obra (CMIC)	Mensual	1984:01
L_N = Total ocupados obreros sector de la construcción (CMIC)	Mensual	1984:01
Y_T = Índice de volumen físico de la producción manufacturera	Mensual	1980:01
L_T = Índice personal ocupado sector manufacturero	Mensual	1980:01
Estados Unidos (EU)		
Y_N = Índice de la producción industrial de la construcción s. a.	Mensual	1947:01
L_N = Empleo total sector de la construcción s. a.	Mensual	1947:01
Y_T = Índice de producción industrial manufacturero s. a.	Mensual	1919:01
L_N = Empleo total sector manufacturero s. a.	Mensual	1939:01
i^* = CDT 90 días	Mensual	1957:01

Fuente:

Colombia: Departamento Nacional de Estadística –DANE-
Banco de la República.

México: Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática –INEGI.

Estados Unidos: Bureau of Labor Statistics –BLS-.

Anexo 4

Pruebas no lineales de raíz unitaria y de cointegración

Las estadísticas F-all, F-trig, C y CR se refieren a pruebas *no lineales* de raíz unitaria y de cointegración según Enders y Ludlow (2002). Para tal efecto, se considera un modelo $Y_t = \alpha(t)Y_{t-1} + \varepsilon_t$, donde ε_t es un proceso ruido blanco con varianza σ^2 , y $\alpha(t)$ es una función en el tiempo que puede ser no lineal. Basándose en análisis espectral, los autores construyen un test para evaluar la hipótesis nula de raíz unitaria. Como se observa en el cuadro 8, en la mayoría de las pruebas no se puede rechazar dicha hipótesis, y por lo tanto se acepta que las series son $I(1)$.

Cuadro 8
Resultados de las pruebas no lineales de Raíz Unitaria.
Colombia 1983 - 2003

Variables en logaritmo	Prueba de Enders y Ludlow para Raíz Unitaria				
	F-all	F-trig	C	CR	p-value L-B
q EU	11,18	8,54	-3,63	15,09	0,97
Balassa EU	3,11	3,17	-1,71	3,96	0,87
q México	3,95	3,11	-2,93	8,74	1,00
Balassa México	2,75	2,07	-2,12	5,04	0,99
activos externos netos	3,39	4,89	0,05	0,00	1,00
Términos de intercambio	3,58	4,91	-1,76	3,53	0,94
Interés usa *	4,05	5,17	-1,69	3,34	0,69
Interés Colombia *	3,69	3,17	-2,33	5,81	0,66
Consumo gobierno	6,60	7,71	-1,82	4,63	0,96
Nivel crítico (1%) **	(8,50)	(9,10)	(-3,79)	(15,32)	
Nivel crítico (5%) **	(6,72)	(7,24)	(-3,00)	(9,92)	

* En porcentajes

** Para una muestra de tamaño 100

L-B: p-value asociado a la estadística de Ljung y Box para n/4 rezagos.

En el cuadro 9 también se observa que la hipótesis nula de cointegración no se puede rechazar y por lo tanto se acepta que la TCR de EU y de México, están cointegradas por pares con respecto a sus fundamentales.

Cuadro 9
Resultados de las pruebas no lineales de cointegración.
Colombia 1983 - 2003

Variables en logaritmo	Prueba de Enders y Ludlow para Cointegración				
	F-all	F-trig	C	CR	p-value L-B
q_EU y balassa	11,18	8,54	-3,63	15,09	0,96
q_EU y activos externos netos	9,36	6,58	-3,53	13,68	0,53
q_EU y términos de intercambio	10,37	7,57	-3,70	14,52	0,96
q_EU e interés externo *	4,77	4,38	-2,21	5,64	0,97
q_EU e interés Colombia *	6,30	3,82	-3,94	14,08	0,72
q_EU y gasto del gobierno	7,17	7,31	-2,42	3,62	0,76
q_M y balassa	5,00	3,69	-2,06	4,95	0,89
q_M y activos externos netos	4,09	2,43	-2,90	8,61	1,00
q_M y términos de intercambio	4,69	4,49	-3,04	9,45	1,00
q_M e interés externo *	4,93	3,94	-1,58	2,78	0,57
q_M e interés Colombia *	3,46	3,34	-1,76	3,47	0,99
q_EU y gasto del gobierno	4,05	2,21	-2,31	5,66	0,89
Nivel crítico (1%) **	(9,71)	(9,18)	(-4,29)	(19,87)	
Nivel crítico (5%) **	(7,79)	(7,22)	(-3,53)	(13,77)	

* Tasas de interés en porcentajes

** Para una muestra de tamaño 100

L-B: p-value asociado a la estadística de Ljung y Box para n/4 rezagos.

Anexo 5

Estimación del modelo por máxima verosimilitud

Un método común para estimar los parámetros del modelo descritos por las ecuaciones (15) - (16) es el de máxima verosimilitud. Sea ψ_t el vector de observaciones, el cual puede contener rezagos de q_t , es decir $\Psi_t = (q_t, q_{t-2}, \dots, q_1, x_t, x_{t-2}, \dots, x_1)$ y $\varepsilon_t \rightarrow N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ e independiente de Ψ_t . Entonces la función log-maximoverosimil a maximizar es:

$$\ell(\Theta / \Psi) = -\frac{T}{2} \log(2\pi \sigma_\varepsilon^2) - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} \sum_{t=1}^T \left[q_t - c' x_t - F(\bullet) \sum_{j=1}^p \beta_j (q_{t-j} - c' x_{t-j}) \right]^2$$

Esta función se maximiza mediante métodos numéricos y así obtener la estimación de los parámetros $\Theta = (c, \beta)$.

Como criterio de selección de un modelo parsimonioso, se tuvo en cuenta dos estadísticos:

$$Akaike = -2\ell(\Theta) + 2k$$

$$Schwarz = -2\ell(\Theta) + k \ln(T)$$

donde k es el número de parámetros a estimar. Se selecciona aquel proceso que genere un menor valor en la estadística de Akaike (AK) o Schwarz (SC). Ambos criterios premian el mayor valor en la función log-maximoverosil, pero su diferencia radica en el grado de penalización que le dan al número de parámetros a incluir en el modelo; el primero (AK), permite un mayor número de parámetros, mientras que SC es más restrictivo. Por tal motivo, ambos son de utilidad para no “pecar” por exceso o defecto en el número de variables a incluir.