

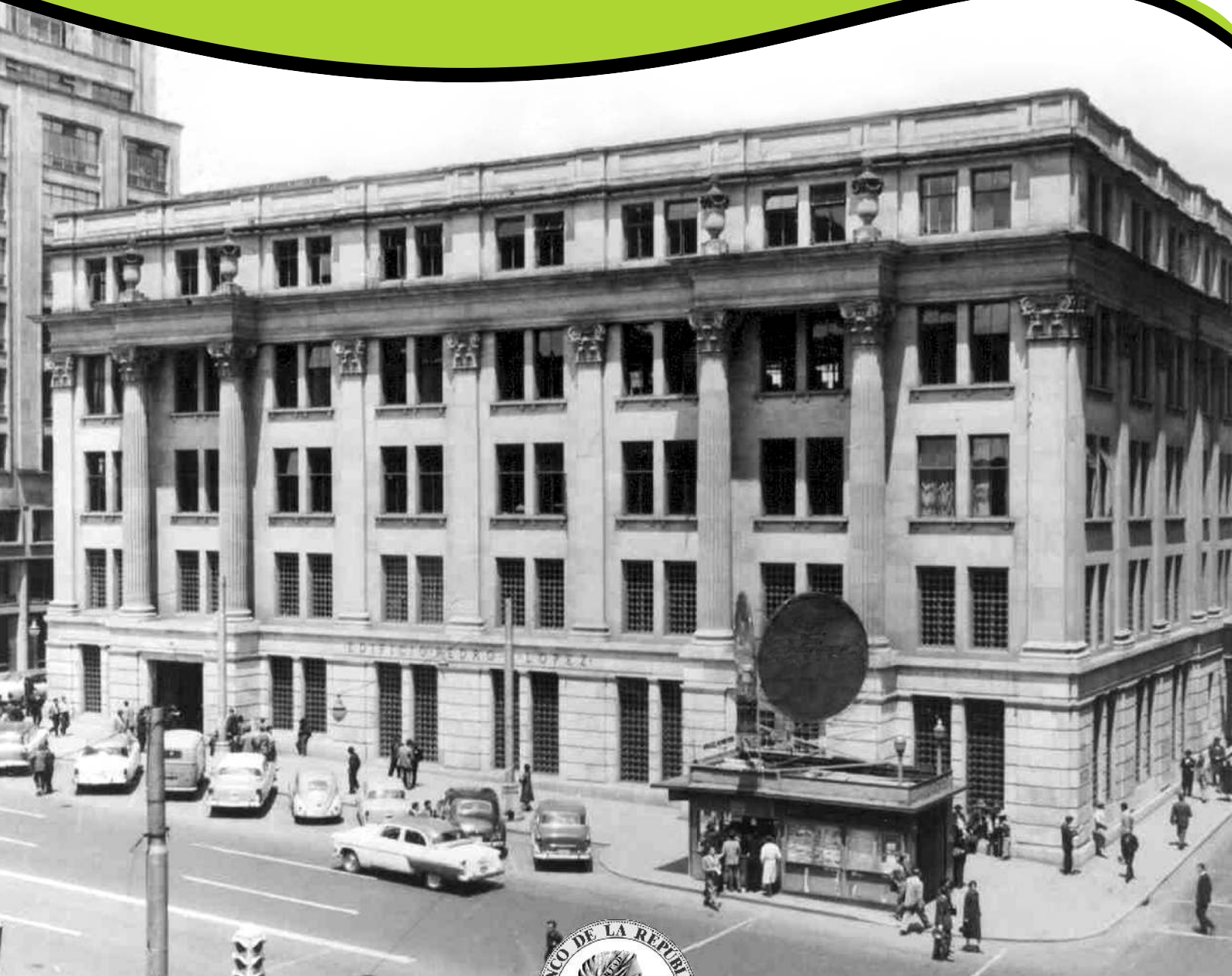
Borradores de ECONOMÍA

Volatilidad de la tasa de cambio nominal en
Colombia y su relación con algunas variables □ □ □
□ □ □

Por : Pedro Felipe Lega, Andrés Murcia,
Diego Vásquez, Tatiana Venegas

No. 473

2007



tá - Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá -



Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá - Col

Volatilidad de la tasa de cambio nominal en Colombia y su relación con algunas variables[†]

Pedro Felipe Lega
Andrés Murcia
Diego Vásquez
Tatiana Venegas*

Resumen

Teniendo en cuenta que la volatilidad de la tasa de cambio puede afectar en gran medida al sector real y financiero, se hace un estudio comparativo entre Colombia y once países seleccionados, algunos por su similitud con Colombia en algunos aspectos y otros porque sus monedas son una referencia obligada (Euro y Yen). Se analiza la caracterización de la dinámica cíclica de la volatilidad, su persistencia y sus determinantes. Se encuentra que la volatilidad de Colombia es una de las menores (octava de un total de doce), aunque es la segunda más persistente. Adicionalmente, se encuentra que en Colombia la volatilidad es mayor en períodos de devaluación que en los de revaluación. Se observa que el ciclo de la tasa de cambio en Colombia está caracterizado por ser de mayor amplitud que en otros países y con un período superior, lo que sugiere mayor persistencia en términos de nivel. Desde el punto de vista de sus determinantes se puede concluir que aumentos en el EMBI (riesgo país) generan incrementos de volatilidad, mientras que los límites a la posición propia de contado (PPC) reducen dicha volatilidad.

Abstract

Given that exchange rate volatility can greatly affect real and financial activity, this paper makes a comparative analysis between Colombia and a selection of eleven other countries, some where chosen due to their similarities with Colombia and others because their currencies are important references (Yen and Euro). The paper studies the cyclical dynamic of exchange rate volatility, its persistence and some of its possible determinants. Results show that the daily volatility of the nominal exchange rate in Colombia is one of the smallest (eighth among twelve) but the second most persistent. Additionally, the paper finds that in Colombia the daily conditional variance is higher during devaluation periods in comparison to revaluation phases. Also, the exchange rate cycle presents higher amplitude than that observed in other countries and a larger period, suggesting a higher persistence in its level. In relation to the determinants of exchange rate volatility, this paper finds that there is a relationship between increases in risk (i.e. spreads on sovereign debt - EMBI) and increases in exchange rate volatility. Furthermore, the limits on the current foreign currency position (PPC) have a negative relationship with the conditional volatility of the nominal exchange rate.

Clasificación JEL: F31, G12, G15, G28

Palabras clave: Movimientos de la tasa de cambio, volatilidad, ciclos, Posición Propia de Contado

† Las opiniones expresadas en este trabajo son de carácter personal y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva. Agradecemos a Alejandro Reveiz, Hernando Vargas, José Tolosa y a Silvia Juliana Mera por sus aportes. Sin embargo, la responsabilidad por los errores que persisten es exclusivamente de los autores.

* Profesionales de la Subgerencia Monetaria y de Reservas, Banco de la República y de la unidad de Econometría, respectivamente. plegagut@banrep.gov.co; amurcipa@banrep.gov.co; tvenegka@banrep.gov.co; dvasques@banrep.gov.co.

1. Introducción

La volatilidad de la tasa de cambio genera preocupación por los efectos que puede tener sobre la actividad del sector real y financiero. En efecto, una alta volatilidad de la tasa de cambio puede afectar negativamente los flujos de comercio internacional (Arize, Osang y Slottje (2000) y Bahmani-Oskooee y Payesteh (1993)) y las decisiones de inversión (Bailey y Tavlas (1991)). Adicionalmente, la evidencia al respecto muestra que la volatilidad propicia el desarrollo de instrumentos de cobertura (Garber y Spencer (1996)). A nivel individual, algunos inversionistas se pueden beneficiar de fluctuaciones grandes de la tasa de cambio al generarse oportunidades de *trading* (Côté (1994)).

En este documento se analiza la volatilidad de la tasa de cambio en Colombia con el objetivo principal de describir sus características en comparación con la de otros países y sus determinantes. Con el fin de evaluar si la volatilidad de la tasa de cambio en Colombia es particularmente alta, se describe el comportamiento de los índices bursátiles y del EMBI. Los demás países analizados fueron: Brasil, Chile, México, Perú, Turquía, Filipinas, Nueva Zelanda, República Checa, Polonia, Zona Euro y Japón; escogidos o bien por su similitud con Colombia en algunos aspectos o porque sus monedas son una referencia obligada (Euro y Yen).

El documento se divide en tres secciones incluida esta introducción. En la segunda parte se presentan los resultados comparativos de la estimación de la volatilidad de la tasa de cambio nominal (TCN), del EMBI y de los índices bursátiles, utilizando la desviación estándar de los retornos como primera aproximación. Se analiza comparativamente la caracterización del ciclo de la tasa de cambio nominal utilizando herramientas de análisis espectral, se estima la persistencia de la volatilidad, para cada uno de los países considerados, mediante el uso de un modelo GARCH(1,1) por componentes¹ y se estudia la volatilidad de la tasa de cambio nominal colombiana en función de algunos de sus determinantes a partir de un modelo EGARCH(1,1) asimétrico². Finalmente, en la tercera parte se presentan las conclusiones.

2. Volatilidad y determinantes de mercado

En esta sección se intenta dar respuesta a las siguientes preguntas acerca de la volatilidad, principalmente del mercado de divisas. i) ¿Qué tan volátil es la tasa de cambio, el EMBI y el índice bursátil colombiano en comparación con otros países? y ii) ¿Afectan los límites a la posición propia de contado y el riesgo país la volatilidad de la tasa de cambio nominal en Colombia y de qué forma?

¹ Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

² Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

2.1 Comparación de la volatilidad de la tasa de cambio, el EMBI y los índices bursátiles de Colombia y otras economías

Se presentan los resultados del análisis descriptivo de volatilidad de las series mencionadas para los diferentes países a partir de la desviación estándar, como primera aproximación a la medida de volatilidad. Con el fin de tener series comparables y estacionarias en covarianza, se calculan las primeras diferencias del logaritmo natural de las series, es decir los retornos diarios entre 2001 y 2007³. Se consideran tres tipos de activos para cada uno de los países analizados⁴: TCN, EMBI e índice bursátil.

2.1.1 Tasas de Cambio Nominal

Como puede apreciarse en el Cuadro 1, la volatilidad de la tasa de cambio nominal de Colombia es inferior que la del promedio para el total de países, aunque es similar a la del promedio de Latinoamérica. Es la tercera más volátil en Latinoamérica y la novena en el total.

Cuadro 1: Desviación Estándar TCN, 2001-2007

Región	Posición Muestra*	País	Desviación Estándar
LATAM	2	Brasil	1.06%
	8	Chile	0.55%
	9	Colombia	0.55%
	10	México	0.48%
	12	Perú	0.19%
Promedio LATAM			0.57%
Monedas Fuertes	6	Euro	0.59%
	7	Japón	0.57%
Promedio MF			0.58%
Otros Países	1	Turquia	1.47%
	3	Nueva Zelanda	0.74%
	4	Polonia	0.68%
	5	Rep Checa	0.67%
	11	Filipinas	0.42%
Promedio Otros			0.79%
Promedio Total			0.66%

* Siendo 1 el de mayor desviación estándar y 12 el de menor.

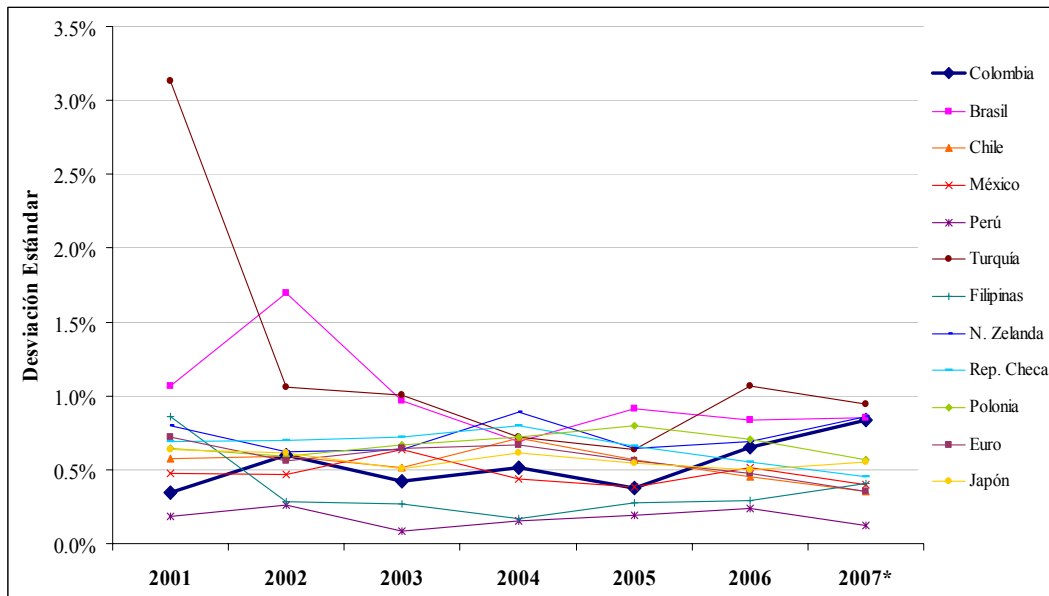
Fuente: Bloomberg, cálculos de los autores.

Adicionalmente, en el gráfico 1 se observa que con el aumento de los dos últimos años, dicha volatilidad llega a ser similar a la de Turquía, Brasil y Nueva Zelanda (los países de mayor volatilidad).

³ Datos hasta octubre 26 de 2007.

⁴ Para Latinoamérica se toman Colombia, Brasil, Chile, México y Perú. Adicionalmente se tomaron Turquía, República Checa, Nueva Zelanda, Filipinas y Polonia, así como el Euro y el Yen como monedas fuertes.

Gráfico 1: Desviación Estándar Tasas de Cambio



Fuente: Bloomberg, cálculos de los autores.

2.1.2 Índices Bursátiles

En el cuadro 2 se aprecia que Colombia tiene una de las mayores volatilidades respecto a índices bursátiles. En efecto, la desviación estándar es superior al promedio de Latinoamérica (2ª más alta) y del total de países (3ª más alta).

Cuadro 2: Desviación Estándar Índices Bursátiles, 2001-2007

Región	Posición Muestra*	País	Desviación Estándar
LATAM	2	Brasil	1.74%
	3	Colombia	1.44%
	5	México	1.21%
	8	Perú	1.09%
	9	Chile	0.86%
Promedio LATAM			1.27%
Otros Países	1	Turquia	2.13%
	4	Filipinas	1.29%
	6	Polonia	1.17%
	7	Rep Checa	1.16%
	10	Nueva Zelanda	0.67%
Promedio Otros			1.28%
Promedio Total			1.27%

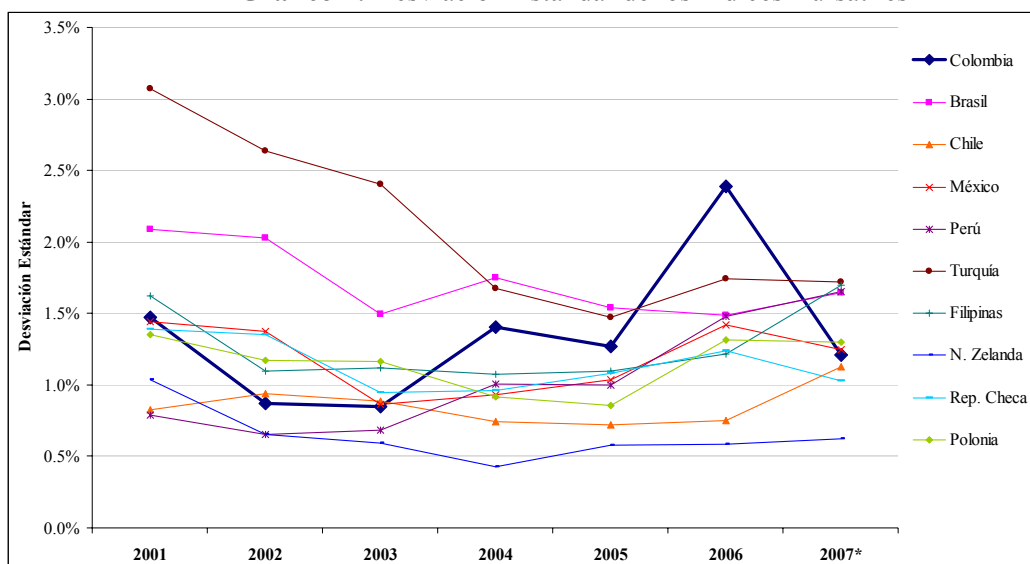
* El de mayor desviación estándar es 1 y el de menor es 12.

Fuente: Bloomberg, cálculos de los autores.

En el Gráfico 2 se observa que Colombia ha presentado un incremento significativo durante los últimos cuatro años, debido a la alta valorización del índice bursátil entre 2004 y 2005

(186% y 219% respectivamente), seguido de la caída de la bolsa de valores de Colombia en 2006, mayor a la del promedio de las bolsas de valores latinoamericanas⁵.

Gráfico 2: Desviación Estándar de los Índices Bursátiles



Fuente: Bloomberg, cálculos de los autores.

2.1.3 EMBI's

En el caso del *spread* de la deuda externa de cada uno de los países sobre la tasa de los bonos del tesoro norteamericano (EMBI), Colombia se ubica levemente por encima del promedio latinoamericano, pero por debajo del promedio del conjunto de países seleccionados en la muestra (Cuadro 3). Sin embargo, al analizar la volatilidad por años, se observa que en 2007, se ha incrementado significativamente y es la más alta de los países incluidos en la muestra (Gráfico 3).

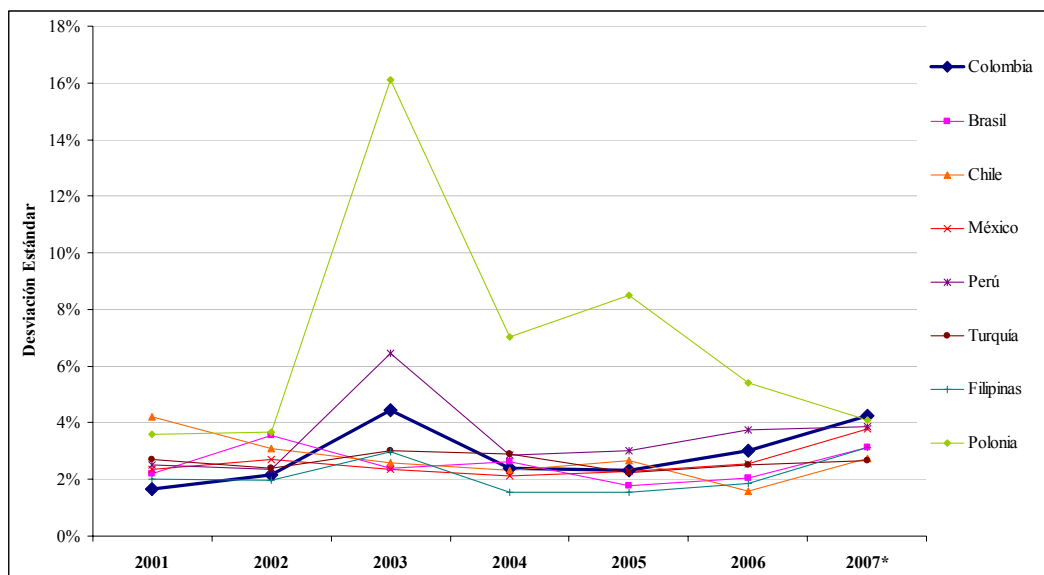
Cuadro 3: Desviación Estándar EMBI, 2001-2007

Región	Posición Muestra*	País	Desviación Estándar
LATAM	2	Perú	3.76%
	3	Colombia	3.02%
	4	Chile	2.83%
	6	México	2.61%
	7	Brasil	2.59%
Promedio LATAM			2.96%
Otros Países	1	Polonia	8.11%
	5	Turquia	2.64%
	8	Filipinas	2.20%
Promedio Otros			4.32%
Promedio Total			3.47%

* Siendo 1 el de mayor desviación estándar y 12 el de menor.
Fuente: Bloomberg, cálculos de los autores.

⁵ Entre mayo y junio, el IGBC presentó una reducción de 41%, frente a 13% en promedio de los otros países.

Gráfico 3: Desviación Estándar de los EMBI's



Fuente: Bloomberg, cálculos de los autores.

A partir del ejercicio anterior podemos concluir lo siguiente:

- Colombia no ha sido un caso excepcional en términos de volatilidad de la tasa de cambio y del EMBI (medida como la desviación estándar). Sin embargo, en el último año la volatilidad se ha incrementado más que en el resto de países.
- Para el caso del índice bursátil, Colombia presentó una alta volatilidad, en especial en 2006, cuando el IGBC sufrió una caída mucho más pronunciada que la presentada en otras economías emergentes.

2.2 Caracterización del ciclo de las tasas de cambio nominal, los EMBI's y los índices bursátiles.

Con base en herramientas de análisis espectral se hace la estimación del ciclo de dichas variables y se lleva a cabo una comparación para los doce países seleccionados, en torno a sus características y componentes.

Con el fin de hacer más clara la comparación, se describen algunos conceptos fundamentales relacionados con los elementos que conforman el comportamiento cíclico de dichas variables. En general, una onda o armónica está caracterizada por tres parámetros: i) la amplitud, ii) la frecuencia angular y iii) la fase⁶. La amplitud representa la magnitud de la onda. Por ejemplo una onda de amplitud A , a lo largo de su recorrido toma valores en el eje de las ordenadas entre $-A$ y A .

⁶ La fase indica el desplazamiento de la onda con respecto al eje 'y'. De esta forma, cuando la fase es cero, la onda se encuentra centrada sobre el eje. Cuando es positiva se encuentra desplazada a la izquierda y cuando es negativa hacia la derecha.

La frecuencia angular indica la rapidez con que la onda realiza su recorrido. De esta forma, la frecuencia está relacionada con la longitud del período. La ecuación 1 define el período como el número de unidades de tiempo, en este caso unidades del eje 'x', que toma un ciclo de la onda para completarse.

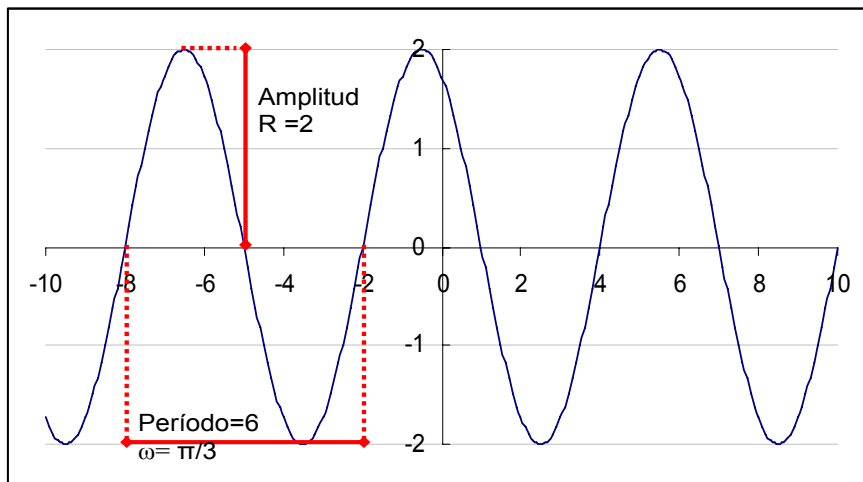
$$\text{Periodo} = \omega / 2\pi \quad (1)$$

En el gráfico 4 se ilustra un ejemplo de una onda que se define por la ecuación 2, donde se identifican los parámetros mencionados anteriormente.

$$r_t = R \cdot \cos(\omega t + \theta) \quad (2)$$

$$R = 2, \omega = \pi / 3, \phi = \pi / 6$$

Gráfico 4: Ejemplo parámetros de la onda



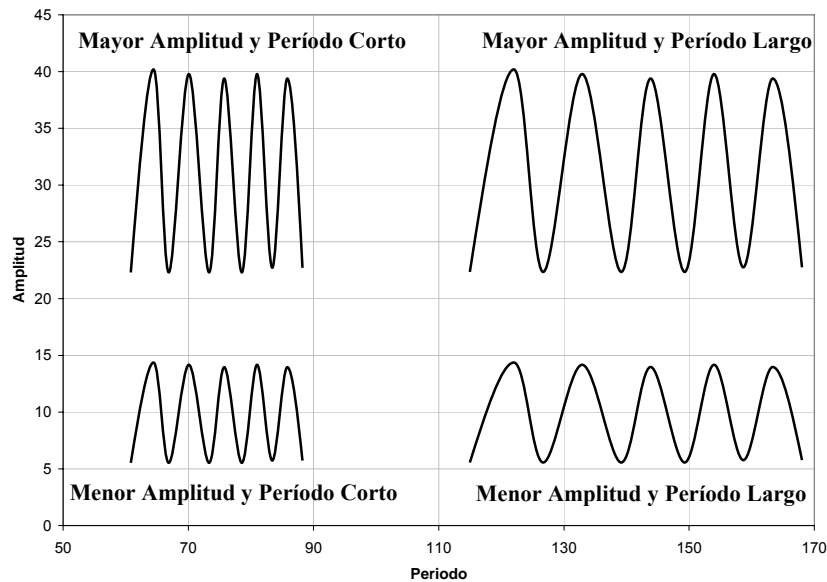
De esta forma, el comportamiento cíclico de una variable y por ende su valor en determinado punto muestral puede ser explicado por la sumatoria de un conjunto de ondas o armónicas. La metodología utilizada permite obtener dicho valor de la variable en determinado momento del tiempo a partir de la sumatoria de sus armónicas.

Por medio de este ejercicio se estima la amplitud y frecuencia de la armónica más importante, es decir la que caracteriza mejor el comportamiento cíclico de la variable. La descripción más detallada del proceso de estimación se encuentra en el Anexo 1. Se utilizan datos desde enero de 2001 hasta octubre de 2007, de índices de tasa de cambio nominal, índices bursátiles y EMBI con base enero 2 de 2001 (siendo 100 en esta fecha) para los doce países mencionados.

Mediante las ilustraciones que se presentan en el gráfico 5 se describen los resultados en términos de amplitud y período de la armónica más importante de las series. El objetivo es describir el significado de la ubicación de los resultados en cada una de las cuatro regiones del plano. Así, el extremo superior derecho contiene los ciclos con amplitud grande y periodo largo. En el superior izquierdo se encuentran los de amplitud grande y periodo

corto. En el inferior izquierdo los de amplitud pequeña y período corto y finalmente, en el inferior derecho, los de amplitud baja y periodo largo.

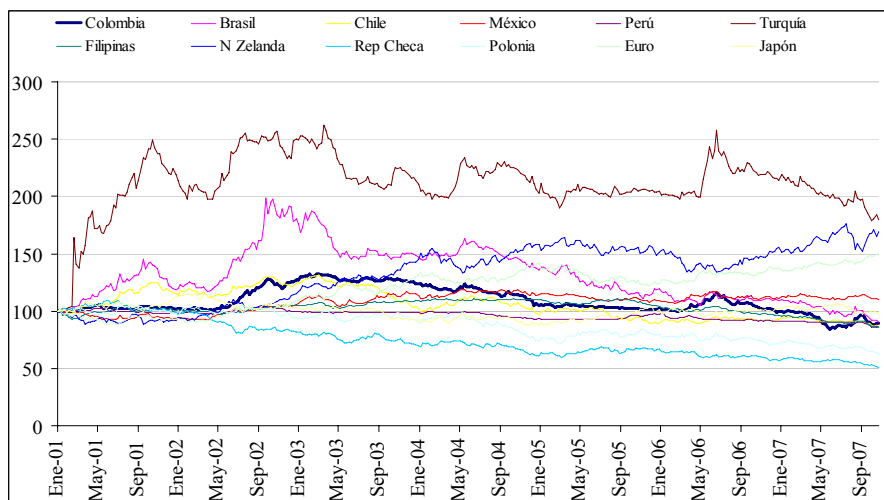
Gráfico 5: Análisis del gráfico Amplitud vs. Periodo



El periodo determina la longitud del ciclo de las variaciones. De esta forma, un mayor periodo evidencia una volatilidad persistente, mientras que un periodo corto, una volatilidad de alta frecuencia.

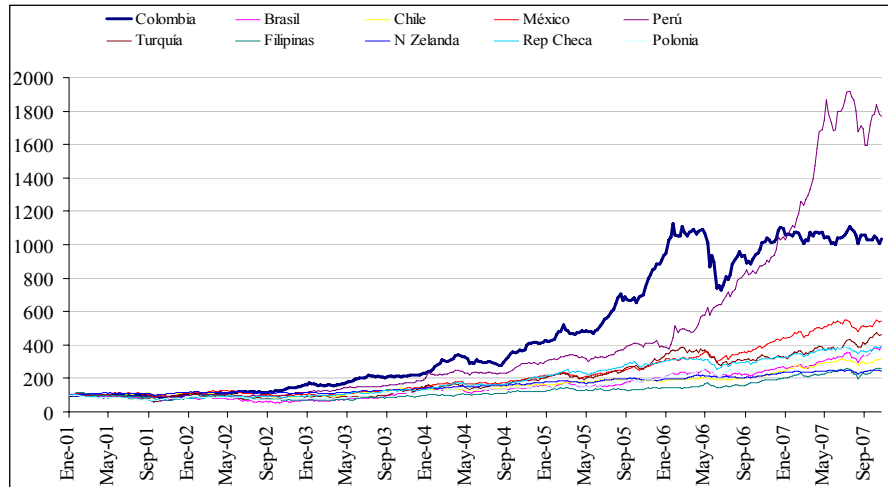
A continuación se muestran los índices utilizados en la metodología, antes del proceso de preblanqueo que elimina la tendencia que pudieran presentar. Dentro de la muestra de los EMBI's se excluyeron Nueva Zelanda y República Checa, que no poseen este índice, por no considerarse en el grupo de las economías emergentes. Por su parte, el EMBI de Chile corresponde al EMBI Global, dado que este país no reporta EMBI+, como es el caso del resto de países de la muestra.

Gráfico 6: Índices TCN



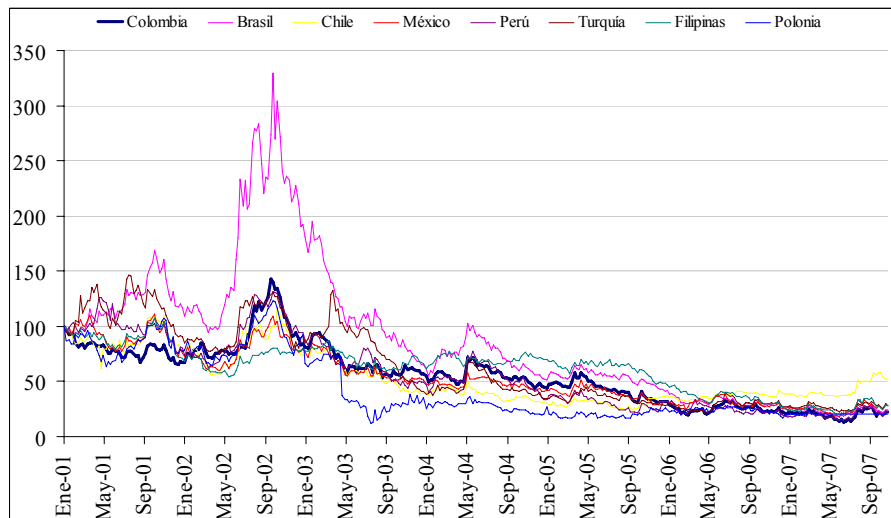
Fuente: Bloomberg, cálculos de los autores.

Gráfico 7: Índices Bursátiles



Fuente: Bloomberg, cálculos de los autores.

Gráfico 8: Índices de los EMBI

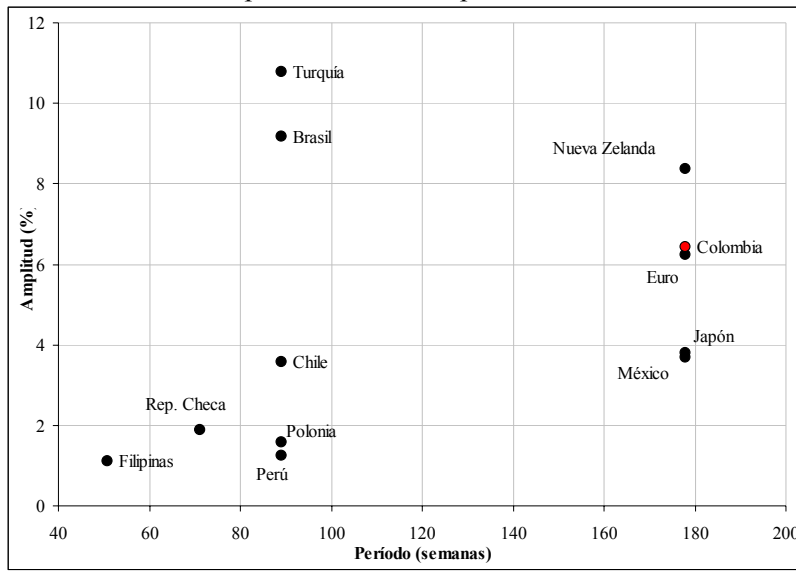


Fuente: Bloomberg, cálculos de los autores.

2.2.1 Tasa de Cambio Nominal

Se observa que Brasil, Turquía y Nueva Zelanda presentan una amplitud importante en el ciclo de su tasa de cambio. Colombia por su parte, presenta una amplitud cercana a la del promedio y persistencia alta (periodo más largo), similar a la de Nueva Zelanda y el Euro (Gráfico 9).

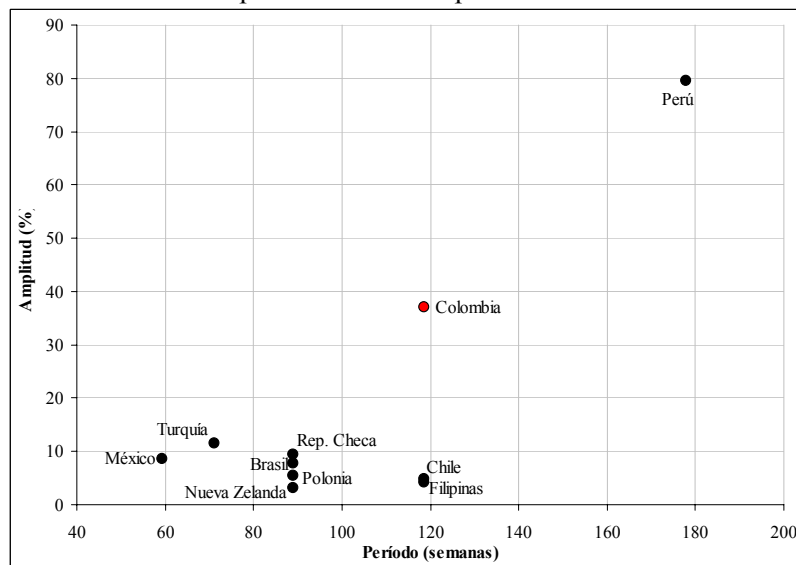
Gráfico 9: Amplitud vs. Período para los índices de TCN



2.2.2 Índices Bursátiles

La caracterización del ciclo de los índices bursátiles permite concluir que Colombia es uno de los países de mayor volatilidad. En efecto, presenta un ciclo con una amplitud y persistencia grandes. Para el resto de países se observa que Perú presenta la mayor amplitud y persistencia, asociadas a la importante valorización que han presentado las acciones peruanas durante el 2007 (Gráfico 10).

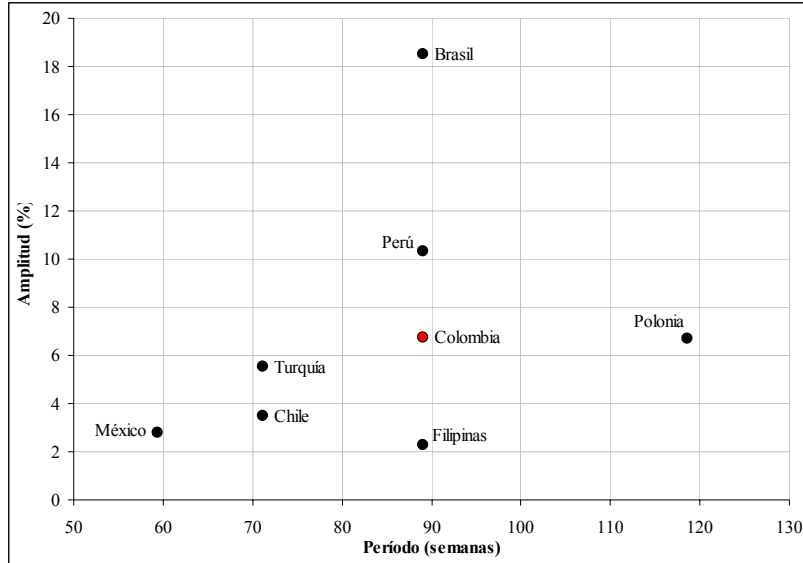
Gráfico 10: Amplitud vs. Período para los Índices Bursátiles



2.2.3 EMBI's

Respecto a esta categoría, Colombia presenta una amplitud y persistencia similar a la del promedio. Brasil tiene la mayor amplitud y Polonia presenta la mayor persistencia (Gráfico 11).

Gráfico 11: Amplitud vs. Período para los EMBI's



2.3 Estimación de volatilidad condicional de la tasa de cambio nominal y de su persistencia.

La estimación de la persistencia de la tasa de cambio nominal puede ser de gran utilidad si se tiene en cuenta que los efectos de dicha volatilidad pueden ser diferentes en la medida en que ésta sea más o menos persistente. Por ejemplo, el éxito de algunos instrumentos de mercado y políticas de cobertura, puede ser mayor en países donde la volatilidad es menos persistente. Para tal fin se utiliza el modelo GARCH por componentes propuesto por Engle y Lee (1999) descrito en el anexo 2, el cual permite caracterizar y estimar los parámetros que gobiernan los componentes permanente y transitorio de dicha volatilidad.

Las estimaciones de las volatilidades y persistencias de las tasas de cambio nominales de los doce países analizados se obtienen a partir del siguiente modelo:

$$(\sigma_t^2 - q_t) = \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1}) + \beta(\sigma_{t-1}^2 - q_{t-1}) \quad (3)$$

La volatilidad de largo plazo cambiante en el tiempo es

$$q_t = \varpi + \rho(q_{t-1} - \varpi) + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2) \quad (4)$$

La dinámica del componente persistente es gobernada por ρ , en tanto que α y β gobiernan la evolución de la parte transitoria. Este modelo genera una serie de volatilidad condicional estacionaria. El Gráfico 12 muestra las volatilidades condicionales de las tasas de cambio nominales, ordenadas en forma decreciente, estimadas con base en el modelo GARCH por componentes, con datos diarios entre enero de 2001 y octubre de 2007.

Gráfico 12: Volatilidades Condicionales

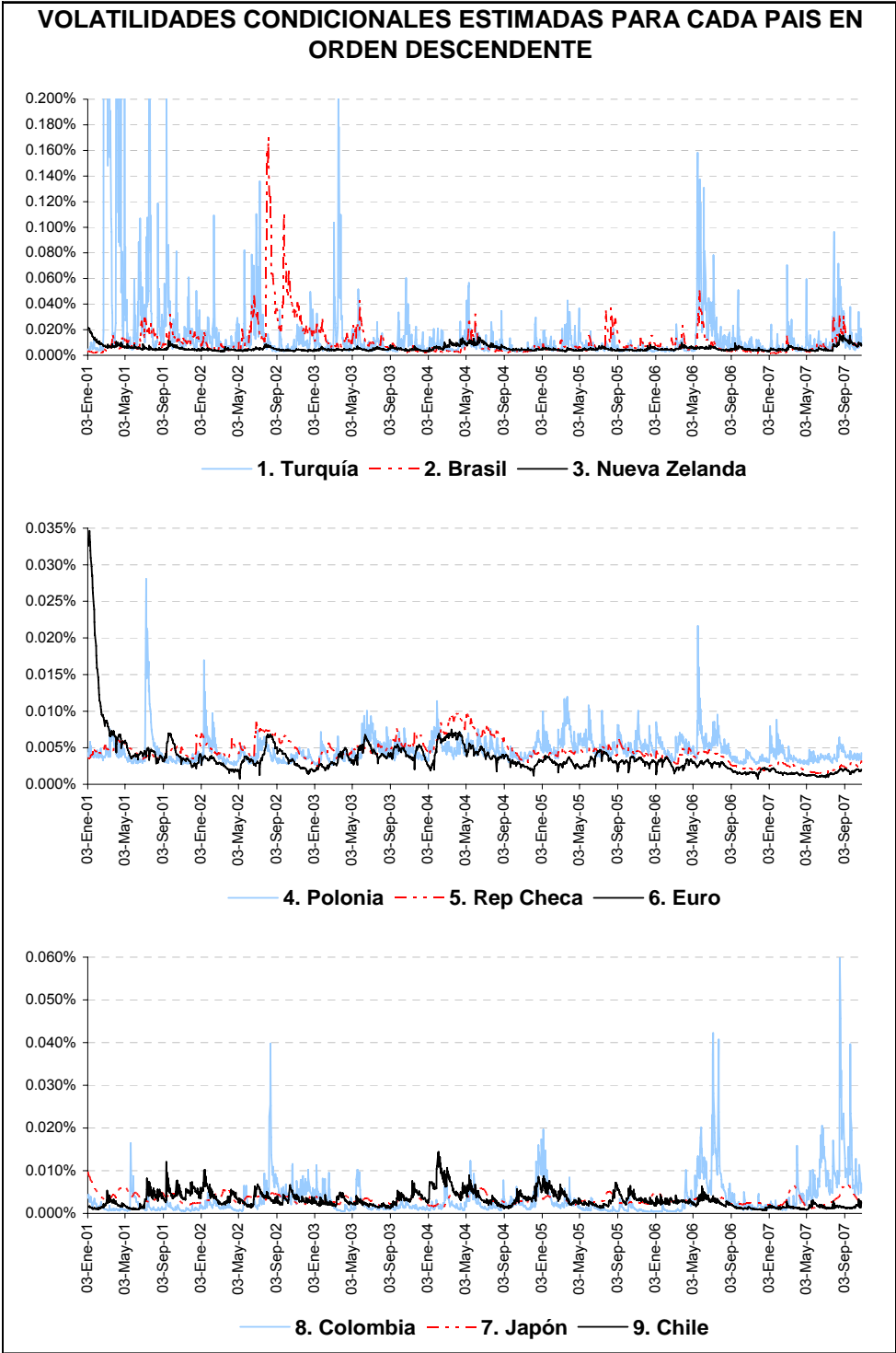
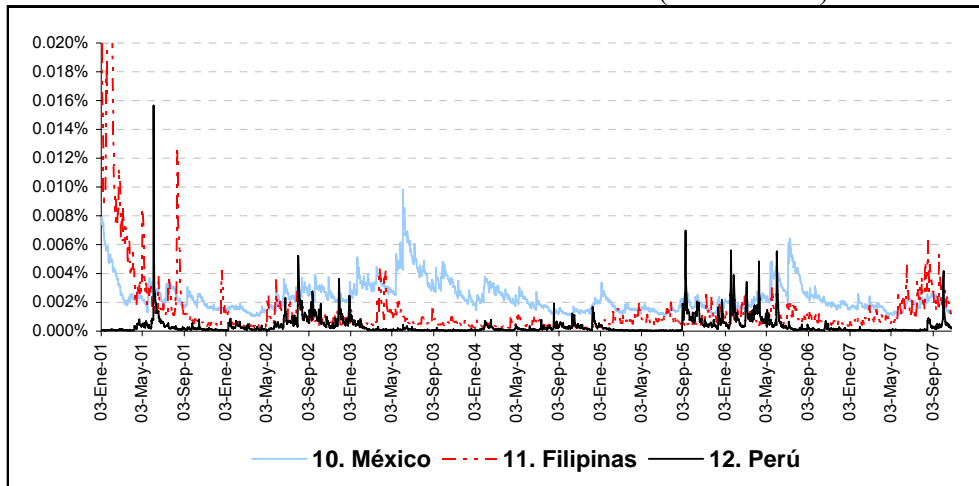


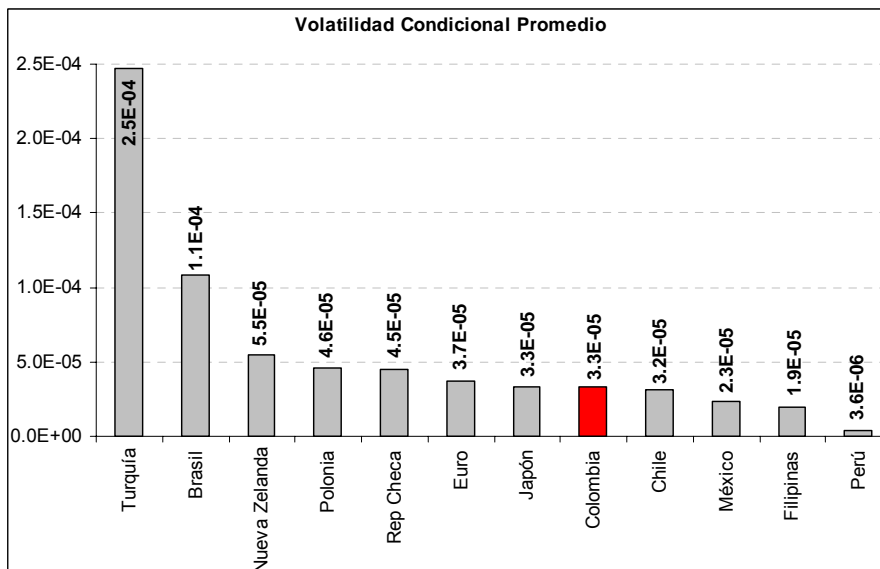
Gráfico 12: Volatilidades Condicionales (continuación)



Como puede apreciarse, la volatilidad más alta observada es la de Turquía, significativamente mayor que la de Brasil y Nueva Zelanda durante gran parte del período analizado. El país de menor volatilidad es Perú, mientras que Colombia presenta un importante incremento en su volatilidad durante el último año.

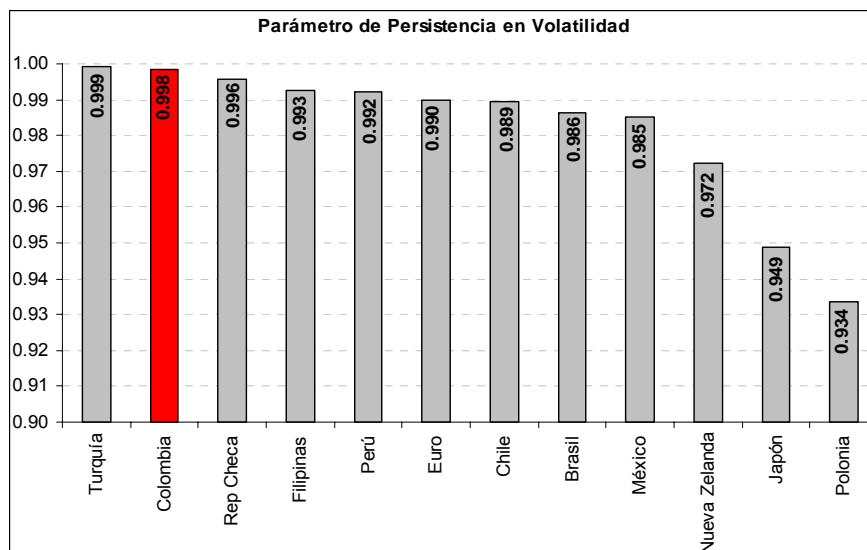
En el Gráfico 13 se presentan las volatilidades condicionales promedio para cada país. Como puede apreciarse Colombia es el octavo país en términos de volatilidad promedio, lo cual indica que su tasa de cambio nominal es una de las menos volátiles en el período agregado.

Gráfico 13: Volatilidad Condicional Promedio



En el Gráfico 14 se presenta el coeficiente de persistencia de la volatilidad. En contraste con los resultados anteriores, se observa que Colombia es el segundo país con mayor persistencia en la volatilidad de su tasa de cambio nominal.

Gráfico 14: Parámetro en Persistencia en Volatilidad



La alta persistencia de la volatilidad de la tasa de cambio nominal en Colombia, podría estar explicada por la poca profundidad del mercado cambiario y por la falta de instrumentos de cobertura de largo plazo. Lo anterior se debe a que el mercado responde generalmente a la toma de posiciones especulativas y a que no es fácil encontrar contrapartes que permitan tener posiciones abiertas a largo plazo.

La alta persistencia, junto con la existencia de instrumentos de control y cobertura concentrados en el control de la volatilidad de corto plazo, plantea la necesidad de considerar la persistencia en el diseño de estos instrumentos, con el fin de garantizar su efectividad y lograr contrarrestar sus efectos.

2.4 Determinantes de la volatilidad de la tasa de cambio nominal

Con el fin de obtener algunas señales sobre la posible influencia de algunas variables de política económica sobre la determinación de la volatilidad de la tasa de cambio nominal, se especifica un modelo heurístico de volatilidad con ecuación de media definida por un AR(p) y ecuación de volatilidad por un EGARCH(1,1) asimétrico. De esta forma, es posible identificar no sólo la dirección positiva o negativa de la influencia de las diferentes variables, sino además estimar qué tan fuerte es el efecto de cada una.

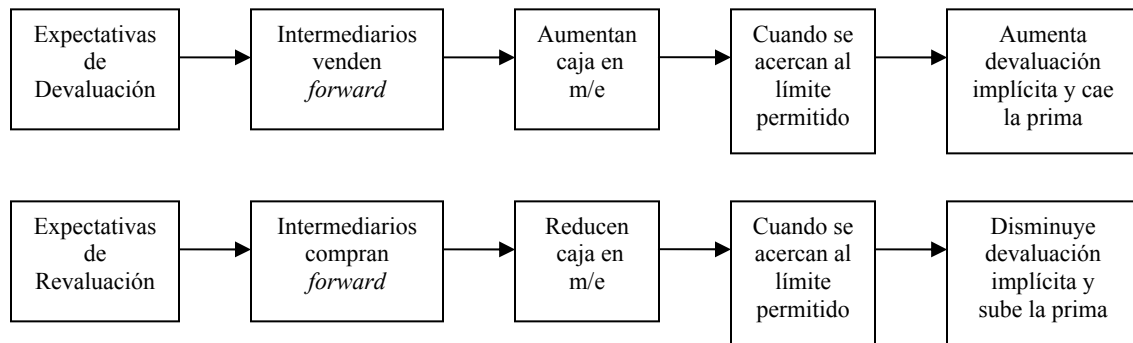
En el modelo se consideran las siguientes variables explicativas: i) el EMBI⁷ como medida de riesgo soberano y ii) la prima de liquidez implícita en los contratos *forward*, como indicador de la liquidez en este mercado. Dicha prima se calcula a partir de la diferencia entre el diferencial de tasas de interés⁸ y la devaluación implícita de los contratos *forward*⁹. El Gráfico 15 describe la relación entre la prima y el nivel de liquidez del mercado.

⁷ Emerging Markets Bond Index.

⁸ Diferencial de tasas de interés = $[1 + \text{Tasa TES 1 año}] / [1 + \text{LIBOR 1 año}] - 1$

⁹ Promedio ponderado por monto de los contratos *forward*.

Gráfico 15: Relación entre la liquidez del mercado forward y la prima de liquidez



La escasez de moneda extranjera en la caja de los intermediarios del mercado cambiario (IMC), que disminuye las posibilidades de compra, genera una disminución de la liquidez en el mercado *forward*, en la devaluación implícita de los contratos a futuro y un aumento en la prima. Dado los límites a la posición en moneda extranjera de los IMC (Posición Propia de Contado), la prima recoge el efecto de dichos límites sobre la volatilidad de la tasa de cambio.

Dada la no estacionariedad del EMBI, se incluye éste en primeras diferencias con el fin de estimar su impacto sobre la volatilidad. Así, un incremento en la percepción del riesgo, medido a través de los *spreads* de la deuda soberana colombiana, afecta las expectativas y decisiones de inversión, lo cual puede generar una mayor volatilidad de la tasa de cambio. Adicionalmente, la inclusión de los niveles de la prima de los contratos *forward*¹⁰ permite estimar el impacto que tienen los movimientos de la PPC, los cuales están determinados, o bien por expectativas y decisiones de inversión, o por la regulación misma sobre la volatilidad de la tasa de cambio.

A medida que la PPC se acerca al límite superior y la prima disminuye, inclusive hasta llegar a niveles negativos, la menor liquidez del mercado genera una reducción en la volatilidad. Sin embargo, cuando el valor de la PPC se aproxima al límite inferior y la prima aumenta, la liquidez y la volatilidad también disminuyen. Por esta razón, la relación entre la prima y la volatilidad de la tasa de cambio es no lineal. Una posible especificación que describa adecuadamente dicha relación podría ser de tipo parabólico en forma de “U” invertida.

Para el análisis de los determinantes de la volatilidad se considera que el modelo más adecuado es el EGARCH asimétrico por dos razones fundamentales: i) al modelar el logaritmo natural de la varianza, se previene el posible incumplimiento de la condición de no negatividad derivado del hecho de que algunas de las variables explicativas presentan valores negativos. Adicionalmente permite capturar posibles efectos asimétricos que se presentan cuando los choques negativos y positivos a la tasa de cambio tienen efectos

¹⁰ Esta variable es estacionaria tomando tanto el criterio el estadístico de Dickey Fuller aumentado como el KPSS.

diferentes sobre la volatilidad. Una descripción más detallada se presenta en el Anexo 3 al final del trabajo.

El modelo EGARCH (1,1) utilizado en este documento, el cual incluye un parámetro adicional que recoge el efecto de dichas asimetrías sobre la varianza, es el siguiente:

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 \ln \sigma_{t-1}^2 + \alpha_2 \left(\frac{|\varepsilon(t-1)|}{\sqrt{h(t-1)}} \right) + \alpha_3 \left(\frac{\varepsilon(t-1)}{\sqrt{h(t-1)}} \right) + \alpha_4 DEMBI + \alpha_5 P + \alpha_6 P^2 \quad (5)$$

Donde, α_0 es el intercepto, α_1 es el coeficiente asociado al primer rezago de la volatilidad, el cual le da el carácter modelo de heteroscedasticidad condicional generalizada, α_2 y α_3 son los parámetros asociados a los choques de la tasa de cambio, mediante los cuales se capturan los efectos asimétricos sobre la volatilidad¹¹, α_4 recoge el efecto de las variaciones de las primeras diferencias del EMBI y α_5 y α_6 determinan la relación no lineal (cuadrática) entre la volatilidad de la tasa de cambio y la prima de liquidez de los contratos *forward*.

Los resultados de la estimación de máxima verosimilitud contenidos en el Cuadro 4 sugieren que los aumentos del EMBI (riesgo país) generan incrementos en la volatilidad de la TCN. Adicionalmente, la volatilidad de la TCN disminuye cuando la prima es muy alta o muy baja. Esto se debe a que el límite a la PPC es restrictivo y reduce la liquidez del mercado *forward*. En efecto, el gráfico 16 que describe la relación entre la prima y la volatilidad estimada, permite concluir que la mayoría de las observaciones se concentran en el segmento en el cual la prima es positiva. Este hecho, a su vez, obedece a que en el período analizado la tasa de cambio ha tenido una tendencia revaluacionista.

Cuadro 4: Resultados de las estimaciones

Modelo EGARCH (1,1) ¹²		
Ecuación de la Media	Coefficiente	Error Estándar
C	-0.00037	0.00007
AR(1)	0.15815	0.03015
AR(2)	-0.16246	0.03061
AR(9)	0.05517	0.02499
AR(12)	0.04587	0.02634

¹¹ La especificación del modelo EGARCH con efectos asimétricos puede considerarse adecuada si se tiene en cuenta que el término que recoge las asimetrías resulta estadísticamente significativo. Sin embargo, con el fin de verificar estadísticamente la presencia de dichas asimetrías se llevo a cabo el contraste propuesto por Engle y Ng (1993) descrita en el anexo 3. Dicha especificación con efectos asimétricos se mantiene aunque el resultado obtenido para la estadística de prueba: $TR^2 = 3.665717$, con un nivel de significancia marginal de 0.29989654 y un valor crítico tabulado al 5% para $\chi^2_{(3)}$ de: 7.81473. Lo anterior sugiere que no existen efectos asimétricos de signo y tamaño en forma conjunta. Este resultado se corrobora cuando se verifica la significancia individual de ϕ_1 , ϕ_2 y ϕ_3 en la última regresión.

¹² Todas las variables son significativas al 5%.

Ecuación de la Varianza	Coficiente	Error Estándar
α_0	-0.85658	0.00771
α_1	0.95461	0.00067
α_2	-0.03328	0.01701
α_3	0.45433	0.01025
α_4 (DEMBI)	0.01057	0.00282
α_5 (Prima)	1.24534	0.26961
α_6 (Prima ²)	-11.86056	5.46890

Gráfico 16. Relación estimada entre prima y volatilidad estimada

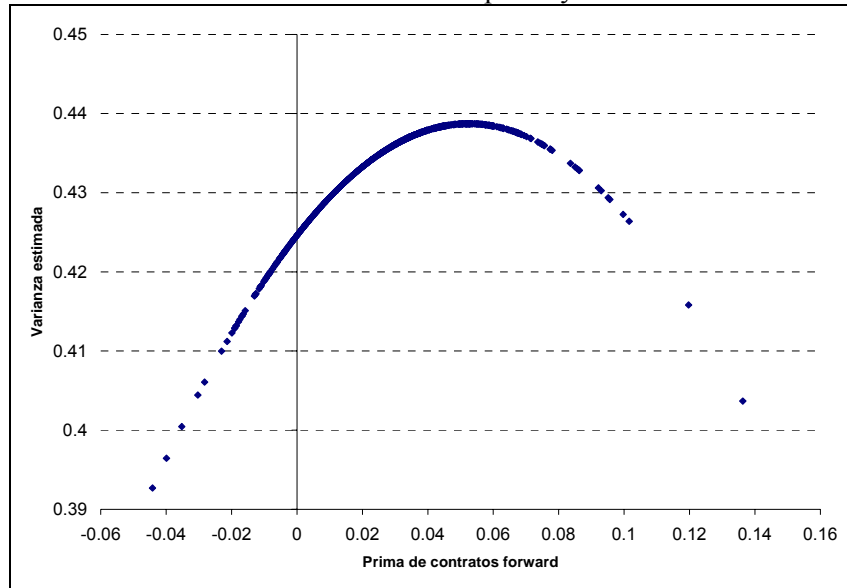
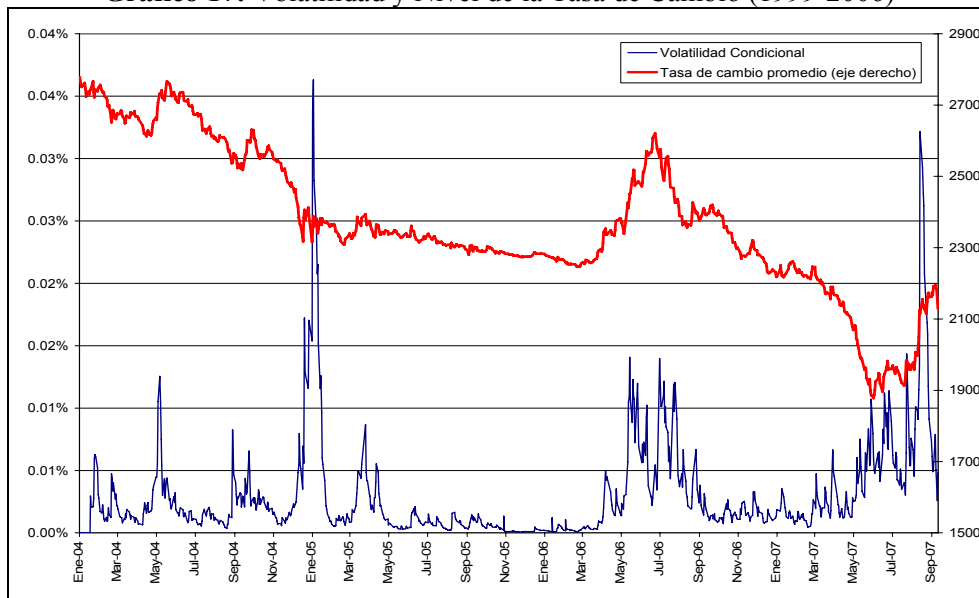


Gráfico 17: Volatilidad y Nivel de la Tasa de Cambio (1999-2006)



Fuente: Banco de la República, cálculos de los autores.

Como puede apreciarse en el Gráfico 17, momentos de alta volatilidad están asociados principalmente con episodios de depreciación de la tasa de cambio.

3 Conclusiones

Las principales conclusiones que se pueden derivar de los resultados son las siguientes:

- No hay evidencia que permita afirmar que la volatilidad diaria de la TCN de Colombia en promedio sea mayor a la de otros países.
- La volatilidad condicional estimada de la tasa de cambio es mayor en períodos de devaluación en comparación con los períodos de revaluación.
- El ciclo de la TCN en Colombia presenta una alta persistencia y amplitud, aunque la volatilidad no es significativamente alta en comparación con la de los demás países considerados.
- Aumentos en el EMBI (riesgo país) están asociados con incrementos en la volatilidad de la TCN.
- La dinámica de la prima de liquidez de los contratos *forward* muestra que un nivel de la PPC cercano a los límites (medido a través de un aumento en valor absoluto de la prima de liquidez), están asociados a menor volatilidad condicional de la tasa de cambio.

Referencias

- Anderson, T. W. (1971). *The Statistical Analysis of Time Series*, New York. John Wiley & Sons.
- Arize, A., C., Osang, T., Slottje, D., J., 2000. Exchange rate Volatility and Foreign Trade: Evidence from Thirteen LDC's. *Journal of Business and Economic Statistics* 18, 10--17.
- Bahmani-Oskooee, M., Payesteh, S., 1993. Does Exchange Rate Volatility Deter Trade Volume of LDC's ? *Journal of Economic Development* 18, 189--205.
- Bailey, M y Tavlas, G (1991) Exchange Rate Variability and Direct Investment". *The ANNALS of the American Academy of Political and Social Science*. 1991; 516: 106-116
- Brooks, C (2002), *Introductory econometrics for finance*. Cambridge University Press.
- Canales, J y Habermeier, K (2004) *Structural Factors Affecting Exchange Rate Volatility: A Cross-Section Study*. IMF Working Papers 04/147
- Chatfield, C. (1989), *The Analysis of Time Series: An Introduction*. Fourth Edition. London: Chapman y Hall.
- Cooley, J. W., Lewis, P. A. W. and Welch, P. D. (1967), Historical Notes on the Fast Fourier Transform. *IEEE Trans.*, AU -15, no 76-9.
- Côté, A(1994). "Exchange Rate Volatility and Trade: A Survey," Working Papers 94-5, Bank of Canada.
- Diebold, F (2004), *Elements of Forecasting*. Thomson Southwestern. Third Edition.
- Engle, R.F., and Lee, G. (1999), "A permanent and Transitory Model of Stock Return Volatility," in Engle and H. White (eds), *Cointegration, Causality, and Forecasting: A Festschrift in Honor of Clive W.J Granger*. Oxford: Oxford University Press.
- Engle, R. F. and V. K. Ng, (1993) "Measuring and Testing the Impact of News on Volatility", *Journal of Finance*, v.48, pp.1749-1778.
- Franses, P.H. and B. Hobijin (1997), Critical Values for Unit Root Test in Seasonal Time Series, *Journal of Applied Statistics*, 24, 25-47.
- Garber, P. y Spencer, M. (1996), Dynamic Hedging and the Interest Rate Defense. En *The Microstructure of Foreign Exchange Markets*. Editado por: Jeffrey Frankel, Giampaolo Galli y Alberto Giovannini. The University of Chicago Press.
- Hamilton, J. D. (1994), *Time Series Analysis*. Princeton University Press. New Jersey.

Kroner, K., Lastrapes, W., 1993. The Impact of Exchange Rate Volatility on International Trade. *Journal of International Money and Finance* 12, 293--318.

Kwiatkowski, D., P.C.Phillips., P. Schmidt., Y. Shin.(1992), Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root: How Sure Are We That Economic Time Series Have a Unit Root?. *Journal of Econometrics*. 54. P. 159-78. North Holland.

Nelson, D.B (1991) "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A new Approach". *Econometrica*. Vol. 59 pp.349-380

Priestley, M. B. (1981) *Spectral Analysis and Time Series*, vol. 1 y 2, London: Academic Press.

Ruey, S. Tsay, (2002); *Analysis of Financial Times Series*, Wiley Series

Anexo 1

Estimación de los parámetros que caracterizan el ciclo de la tasa de cambio nominal en Colombia

Siguiendo a Chatfield (1989) si la variable de interés (r_t) presenta un comportamiento cíclico, es decir, contiene un componente periódico sinusoidal con determinada longitud de onda, entonces la variabilidad de r_t puede ser causada por variaciones de dicho componente a diferentes frecuencias (mensual, trimestral, semestral etc.). Siguiendo a Hamilton (1994), en este contexto, es posible describir el valor que adopta la variable r en determinado momento t a partir de:

$$r_t = \sum_{j=1}^k R_j \cdot \cos(\omega_j t + \theta_j) + \varepsilon_t \quad (\text{A1.1})$$

Donde, ω_j es la j -ésima frecuencia de la variación sinusoidal, R_j es la amplitud de dicha variabilidad a la frecuencia ω_j , θ_j la respectiva fase y ε_t denota el valor de una variable aleatoria estacionaria. El ángulo $(\omega_j t + \theta_j)$ se mide en radianes por tanto ω_j constituye la frecuencia angular, definida como $f = \omega_j / 2\pi$, que indica el número de ciclos por cada 2π unidades de tiempo y cuya inversa constituye el período de un ciclo sinusoidal o longitud de onda. El caso más simple es cuando $k=1$, es decir, la variación de r_t es causada por cambios en el componente sinusoidal a una sola frecuencia (ω). Así (A1.1) puede reformularse de la siguiente forma

$$r_t = R \cdot \cos(\omega t + \theta) + \varepsilon_t \quad (\text{A1.2})$$

A partir de (A2), si se supone el caso determinístico en que $\text{VAR}[\varepsilon_t]=0$ y arbitrariamente se suponen unos valores de $R=2$, $\omega=\pi/3$, $\theta=\pi/6$, a manera de ejemplo, la dinámica que adopta la de la tasa de interés real (r_t), definida en la ecuación (A1.2) se puede expresar gráficamente así:

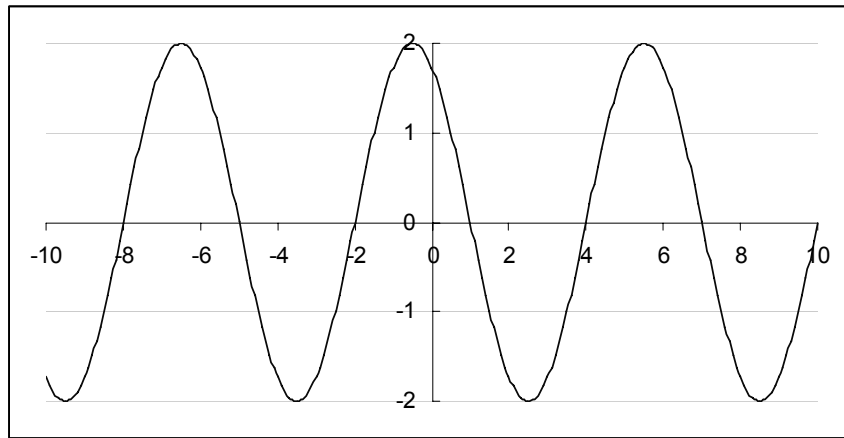


Gráfico A1.1 Ejemplo de evolución sinusoidal de r_t definida por la ecuación (A1.2), con una frecuencia de $\pi/3$, amplitud de 2 y fase de $\pi/6$

Según los resultados del ejemplo (gráfico A1.1), el ciclo de r_t tendría una duración de seis periodos, es decir, r_t se tardaría seis meses en completar las dos fases correspondientes. Ahora, si la dinámica de r_t es menos simple que la del ejemplo anterior y por lo tanto queda

mejor representada por (A1.1), entonces debido al desconocimiento de ω , R y θ , y con propósitos de estimación es conveniente re expresar dicha ecuación de la siguiente forma¹³

$$r_t = \sum_{j=1}^k [a_j \cdot \cos \omega_j t + b_j \sin \omega_j t] + \varepsilon_t \quad (\text{A1.3})$$

Dónde, $a_j = R_j \cos \theta_j$ y $b_j = -R_j \sin \theta_j$. La frecuencia más alta posible para ajustar los datos es $\omega = \pi$, mientras que la más baja es la que completa un ciclo durante la longitud total de la serie observada, por tanto si se iguala la longitud del ciclo ($2\pi/\omega$) a T , es decir al número total de observaciones de r_t , se tiene que la frecuencia más baja posible está dada por $2\pi/T$, con lo cual ω adopta valores a partir de

$$\omega_j = \frac{2\pi j}{T} \quad j = 1, 2, \dots, T/2 \quad (\text{A1.4})$$

Si se sustituye el valor de ω_j , definido por (A1.4), en la ecuación (A1.3) y se adiciona un término de intercepto se tiene que r_t puede ser representada mediante

$$r_t = a_0 + \sum_{j=1}^{T/2} [a_j \cdot \cos(2\pi j t / T) + b_j \sin(2\pi j t / T)] + \varepsilon_t \quad (\text{A1.5})$$

En contraste con (A1.5), si se expresa r_t a partir de una representación finita de series de Fourier¹⁴ se tiene que

$$r_t = a_0 + \sum_{j=1}^{(T/2)-1} [a_j \cdot \cos(2\pi j t / T) + b_j \sin(2\pi j t / T)] + a_{T/2} \cos(\pi t) \quad (\text{A1.6})$$

$$a_0 = r^a$$

$$a_{T/2} = \sum_{t=1}^T (-1)^t r_t^a / T$$

$$a_j = \frac{2 \sum_{t=1}^T r_t^a \cos(2\pi j t / T)}{T} \quad (\text{A1.7})$$

$$b_j = \frac{2 \sum_{t=1}^T r_t^a \sin(2\pi j t / T)}{T} \quad j = 1, 2, \dots, (T/2) - 1$$

¹³ Se utiliza la propiedad de la función Coseno: $\cos(\omega t + \theta) = \cos(\omega t) \cos(\theta) - \sin(\omega t) \sin(\theta)$

¹⁴ Chatfield (1989) presenta, en forma resumida, algunos aspectos relacionados con representaciones finitas de Fourier, sin embargo señala que los detalles al respecto pueden consultarse en Priestley (1981).

Chatfield (1989) muestra que los coeficientes presentados en la ecuación (A1.7) corresponden a los estimadores mínimo-cuadráticos de los parámetros a_0 , a_j y b_j de la ecuación (A1.6), obtenidos para cada valor de ω_j , por lo tanto la ecuación (A1.6) no contiene término de perturbación. El componente de r_t a la frecuencia $\omega_j=2\pi j/T$ (con $j \neq T/2$), denominado *j-ésima* armónica de r_t , se puede expresar de la siguiente forma:

$$a_j \cos \omega_j t + b_j \sin \omega_j t = R_j \cos(\omega_j t + \phi_j) \quad (\text{A1.8})$$

donde

$$R_j = \sqrt{(a_j^2 + b_j^2)} \quad (\text{A1.9})$$

constituye la amplitud de la *j-ésima* armónica, y

$$\phi_j = \tan^{-1}(-b_j / a_j) \quad (\text{A1.10})$$

es la fase de la *j-ésima* armónica.

Cómo señala Chatfield, por teorema de Parseval, es posible demostrar que el estimador de la varianza de r_t se puede expresar a partir de

$$\sum_{t=1}^T \frac{(r_t - \bar{r})^2}{T} = \sum_{j=1}^{(T/2)-1} \frac{R_j^2}{2} + T a_{T/2}^2 \quad (\text{A1.11})$$

por lo tanto, $R_j^2/2$ es la contribución de la *j-ésima* armónica a la varianza de r_t , cuya gráfica respecto a $\omega_j = 2\pi j/T$ corresponde al espectro de línea de r_t el cual permite definir el periodograma ordenado $I(\omega_j)$ en el rango $(\omega_j \pm \pi/T)$ definido cómo

$$I(\omega_j) = \frac{TR_j^2}{4\pi} \quad (\text{A1.12})$$

Si $j \neq T/2$, la contribución a la varianza en el rango $[\pi(T-1/T), \pi]$ corresponde a $a_{T/2}^2$. La gráfica de $I(\omega_j)$ respecto a ω_j se denomina periodograma¹⁵. La estimación del periodograma con base en las observaciones de r_t puede obtenerse a partir de:

$$I(\omega_j) = \frac{1}{2\pi} \left[\sum_{t=1}^T r_t^a \cos(2\pi j t / T)^2 + \sum_{t=1}^T r_t^a \sin(2\pi j t / T)^2 \right], j = 1, \dots, T/2 \quad (\text{A1.13})$$

¹⁵ Aunque $I(\omega_j)$ es función de las frecuencias es más conocido con este nombre que con el de espectrograma, sin embargo, Chatfield señala que autores como Anderson (1971) denominan la gráfica de R_j^2 respecto al período T/j como periodograma y respecto a la frecuencia ω_j como espectrograma.

Por medio de la ecuación (A1.13), Chatfield demuestra que cuando $T \rightarrow \infty$, $E[I(\omega_j)] \rightarrow f(\omega_j)$, es decir, tiende a la función de densidad espectral de r_t . Sin embargo, $\text{VAR}[I(\omega_j)]$ no decrece cuando aumenta T . Lo anterior indica que (A1.13) es un estimador insesgado de $f(\omega_j)$ pero inconsistente. Como alternativa se sugiere un conjunto de técnicas de estimación dentro de las cuales se selecciona, en este trabajo, el método no paramétrico de "Transformación Rápida de Fourier".

El algoritmo de Transformación Rápida de Fourier¹⁶ (FFT), aplicado a los valores observados de r_t , tiene como objetivo calcular el valor de los parámetros de la ecuación (A1.7), los cuales se definen en el campo de los números complejos cómo

$$a_j + ib_j = \frac{2}{T} \left[\sum_{t=1}^T r_t \exp(2\piijt/T) \right], j = 1, 2, \dots, (T/2) - 1 \quad (\text{A1.14})$$

Una vez estimada la ecuación (A1.7) se obtiene el estimador del periodograma $I(\omega_j)$. El primer paso de la metodología consiste en determinar el número de ordinadas (N) en función de T calculado a partir del entero más pequeño en

$$N = 2^m S \quad (\text{A1.15})$$

Donde S es el número de períodos por año (12 para el caso de r_t) y m el factor primo que determina el número de ordinadas, el cual puede adoptar valores de 2, 3 o 5. El valor recomendado para que el algoritmo FFT sea más veloz es $m = 5$, al sustituir este valor en (A1.13), el número total de ordinadas resultante es $N = 384$. La frecuencia ordenada se obtiene al sustituir T por N en (A1.4) con lo cual

$$\omega_j = 2\pi j / N \quad j = 1, 2, \dots, (N/2) - 1 \quad (\text{A1.16})$$

Con base en la ecuación (A1.16) se obtiene el período ordenado o número de meses que toma r_t para generar un ciclo

$$N/j = 2\pi / \omega_j \quad (\text{A1.17})$$

Si se tiene en cuenta que $I(\omega_j)$ es un estimador de la función de densidad espectral $f(\omega_j)$ de un proceso estocástico estacionario discreto, es necesario verificar, como segundo paso, que r_t sea estacionaria¹⁷. El tercer paso consiste en llevar a cabo un proceso de preblanqueo¹⁸

¹⁶ Chatfield presenta una breve descripción de esta técnica y para una descripción más detallada recomienda ver, entre otros, a J. W. Cooley, W. Lewis, y Welch, P. D (1967).

¹⁷ Para probar la hipótesis de que r_t es estacionaria, se llevó a cabo el contraste de estacionariedad KPSS (1992), bajo el modelo que no incluye tendencia lineal, el cual arrojó un valor de la estadística de prueba η_{μ} de 0.42935 (con una selección del parámetro de truncamiento de 1(8)) y un valor crítico tabulado al 5% de 0.463, por lo tanto, no se rechazó la hipótesis nula de estacionariedad. A la misma conclusión se llegó al aplicar la prueba raíz unitaria de Franses y Hobijin (1997), la cual, bajo ninguna de las especificaciones propuestas, permite rechazar la hipótesis nula de que r_t es $I(0)$ a frecuencias regular y estacional.

sobre r_t que consiste restar de cada una de las observaciones la media y eliminar posibles tendencias y variaciones estacionales, generando una nueva tasa real (r_t^*), con el fin de evitar que la varianza se concentre en componentes de baja frecuencia, de tal forma que se obtenga una estimación suavizada del periodograma.

Anexo 2 Modelo GARCH por componentes

Siguiendo a Diebold (2004), este tipo de modelos permite identificar la dinámica de los efectos permanentes y transitorios que caracterizan a la volatilidad. Lo cual resulta muy útil para análisis de política económica.

Engle y Lee (1999) son los creadores de esta familia de modelos. El punto de partida es la ecuación de volatilidad condicional del modelo GARCH (1,1) modificada así:

$$\left(\sigma_t^2 - \bar{\omega}\right) = \alpha\left(\varepsilon_{t-1}^2 - \bar{\omega}\right) + \beta\left(\sigma_{t-1}^2 - \bar{\omega}\right)$$

Donde $\bar{\omega}$ corresponde a la varianza no condicional o varianza de largo plazo ya que constituye, como se vio, el promedio de largo plazo de la varianza condicional.

$$\bar{\omega} = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)}$$

La dinámica de la volatilidad de corto plazo está gobernada por los parámetros α y β . La volatilidad de largo plazo y no está presente debido a que $\bar{\omega}$ es constante.

Para modelar conjuntamente la dinámica de la volatilidad de largo y corto plazo, es decir, el componente permanente y el transitorio, se sustituye $\bar{\omega}$ por un proceso cambiante en el tiempo:

$$\left(\sigma_t^2 - q_t\right) = \alpha\left(\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1}\right) + \beta\left(\sigma_{t-1}^2 - q_{t-1}\right)$$

Donde la volatilidad de largo plazo cambiante en el tiempo q_t es

$$q_t = \varpi + \rho\left(q_{t-1} - \varpi\right) + \varphi\left(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2\right)$$

La dinámica del componente persistente es gobernada por ρ , en tanto que α y β gobiernan la evolución la parte transitoria. Bajo ciertas condiciones, este modelo corresponde a un GARCH(2,2) con restricciones no lineales sobre sus parámetros, el cual genera una serie de volatilidad condicional estacionaria.

¹⁸ Siguiendo la recomendación de Chatfield (1989) y Hamilton(1994), para remover variaciones estacionales se aplica el filtro de diferencia estacional (1-L¹²) a la variable r_t^* , dónde $r_t^* = r_t - r$ garantizando que dicha serie filtrada sea de media cero.

Anexo 3

A.3.1 Definición de volatilidad

Seguendo a Diebold (2004), la t -ésima observación de una determinada variable r_t puede suponerse generada por el siguiente modelo:

$$r_t = f(z_t) + \varepsilon_t, \text{ con } t = 1, 2, \dots, T \quad (\text{A2.1})$$

Con $f(z_t)$ una función definida en z_t , un vector $(k \times 1)$ de variables explicativas¹⁹, entre las cuales pueden considerarse algunos rezagos de r_t , y ε_t un choque aleatorio.

Si se supone que $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$, es decir que ε_t es estadísticamente independiente e idénticamente distribuido²⁰ (ruido blanco), entonces la distribución condicional²¹ y no condicional de ε_t son iguales, en caso contrario éstas difieren. En este sentido, por el supuesto de independencia estadística, σ^2 constituye la varianza condicional y no condicional de ε_t . La distribución no condicional de ε_t se define a partir de:

$$\varepsilon_t \sim (0, \sigma^2) \quad (\text{A2.2})$$

Cuando la dinámica de ε_t está caracterizada por tener heteroscedasticidad o volatilidad cambiante en el tiempo, su distribución condicional se define como:

$$\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim (0, \sigma_t^2) \quad (\text{A2.3})$$

Donde $\Omega_{t-1} = \{\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots\}$. Por lo tanto la dinámica de la varianza condicional σ_t^2 es función de Ω_{t-1} . El análisis de volatilidad cambiante en el tiempo de los choques a r_t hace posible modelar y entender el comportamiento de las variables económicas en períodos de estabilidad y de turbulencia. Adicionalmente permite obtener medidas y pronósticos de riesgo asociados a dicha volatilidad cambiante.

La técnica más utilizada en economía para modelar la volatilidad de una variable es la modelación GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*). Su forma más general y elemental puede representarse mediante:

$$r_t = \varepsilon_t \quad (\text{A2.4})$$

Donde

$$\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (\text{A2.5})$$

¹⁹ Con $k = 1, 2, \dots, K$

²⁰ En sentido débil

²¹ Por ejemplo condicional al propio pasado de ε_t

Puede decirse que el modelo de volatilidad más utilizado en la literatura, es el GARCH(m,s), es decir de orden $m - s$, el cual define la varianza condicional de r_t , o su volatilidad a partir de:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha(L)\varepsilon_t^2 + \beta(L)\sigma_t^2 \quad (\text{A2.6})$$

Donde

$$\alpha(L) = \sum_{i=1}^m \alpha_i L^i \quad \text{Constituye el componente autorregresivo de los choques cuadráticos y}$$

$$\beta(L) = \sum_{i=1}^s \beta_i L^i \quad \text{es la parte autorregresiva de la misma volatilidad.}$$

En la mayoría de trabajos aplicados, se utiliza comúnmente la especificación GARCH(1,1) debido a ventajas tales como: i) constituye la versión más parsimoniosa del GARCH(m,s), previniendo el problema de sobre parametrización, ii) permite el cumplimiento de la condición de la no negatividad de la varianza con mayor probabilidad que los modelos ARCH y iii) permite capturar regularidades empíricas de los datos tales como *volatility Clustering* y efectos *Leverage* que no capturan los modelos ARCH.

La ecuación de la varianza condicional del modelo GARCH (1,1) es:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \sigma_{t-1}^2 \quad (\text{A2.7})$$

Teniendo en cuenta que una de las críticas a los modelos GARCH consiste en que no permite diferenciar el efecto diferente sobre la volatilidad que tienen los choques positivos y negativos a r_t . Adicionalmente, cuando se consideran variables exógenas en la ecuación de volatilidad, el modelo GARCH(m,s) requiere que dichas variables tengan valores positivos en toda la muestra con el fin de garantizar el cumplimiento de la condición de no negatividad. Debido a estos dos aspectos críticos, es más recomendable y menos restrictivo utilizar un modelo EGARCH, es decir un modelo de heteroscedasticidad autorregresiva condicional exponencial generalizada. Siguiendo a Nelson (1991), la especificación de dicho modelo sin considerar variables exógenas es:

$$\varepsilon_t = v_t \sigma_t, \quad \ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \frac{1 + \beta_1 B + \dots + \beta_p B^p}{1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_q B^q} g(v_{t-1}) \quad (\text{A2.8})$$

Con $\beta_p = \alpha_q = 0, \forall p \text{ y } q \neq 1$, para el caso EGARCH(1,1) y con:

$$g(v_t) = \begin{cases} (\theta + \gamma)v_t - \gamma E(|v_t|) & \text{si } v_t \geq 0 \\ (\theta - \gamma)v_t - \gamma E(|v_t|) & \text{si } v_t < 0 \end{cases}$$

En el caso Gausiano $E(|v_t|) = \sqrt{2/\pi}$. Donde: $g(v_t)$ permite modelar los efectos asimétricos.

La especificación presentada en la ecuación (5) que considera la inclusión de dos variables exógenas es una simplificación del modelo anterior que se utiliza en la mayoría de paquetes econométricos (tales como RATS e EVIEWS)

A.3.2 Prueba de efectos asimétricos en volatilidad

El contrastes de hipótesis de efectos asimétricos propuesto por Engle y Ng (1993), cuya finalidad es verificar, desde el punto de vista empírico, si se requiere la especificación de efectos asimétricos de signo y/o tamaño es aplicado a los residuales del modelo GARCH (sin considerar efectos asimétricos) ajustado a datos sobre los retornos.

Teniendo en cuenta que es posible que la magnitud del choque afecte a la volatilidad, independientemente de que su respuesta sea simétrica o no, se puede llevar a cabo una prueba de asimetría de signo con base en una regresión en la que S_{t-1}^- constituye una variable explicativa. Habrá asimetría negativa si ϕ_1 es estadísticamente significativo en:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- \hat{\varepsilon}_t + e_t$$

Se define:

$$S_{t-1}^- = \begin{cases} 1 & \text{si } \hat{\varepsilon}_{t-1} < 0 \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

Adicionalmente, se define la variable $S_{t-1}^+ = 1 - S_{t-1}^-$ que recoge el efecto de choques positivos. Se construye la prueba conjunta de asimetría de signo y tamaño con base en la regresión:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- + \phi_2 S_{t-1}^- \hat{\varepsilon}_{t-1} + \phi_3 S_{t-1}^+ \hat{\varepsilon}_{t-1}$$

La significancia de ϕ_1 indica la presencia de asimetría de signo. En este caso, los choques (+) y (-) tienen diferente impacto sobre la volatilidad futura. La significancia de ϕ_2 y/o de ϕ_3 sugiere la presencia de asimetría por tamaño. En este caso, no sólo el signo sino la magnitud de los choques son importantes.

Bajo H_0 : de no efectos asimétricos, la estadística de prueba sugerida para el contraste de asimetrías (en forma conjunta), por signo y tamaño es $TR^2 \sim \chi_{(3)}^2$.