



***ENCAJES BANCARIOS  
Y LA ESTRATEGIA DE INFLACIÓN OBJETIVO \****



***Yanneth Rocío Betancourt***

***Hernando Vargas\*\****

**Bogotá, Octubre 2008**

---

\* Las opiniones expresadas en este documento son responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

\*\* Los autores son, respectivamente, Investigadora Asociada a la Gerencia Técnica y Gerente Técnico del Banco de la República, Carrera 7ª # 14 - 78 Bogotá, Colombia. E-mail: [ybetanga@banrep.gov.co](mailto:ybetanga@banrep.gov.co).

# ***ENCAJES BANCARIOS Y LA ESTRATEGIA DE INFLACIÓN OBJETIVO***

***Yanneth Rocío Betancourt***

***Hernando Vargas***

## **Resumen**

Tradicionalmente los requerimientos de encaje han sido vistos como un instrumento clave de la política monetaria, sin embargo, recientemente éstos han sido menos esenciales dado que el crecimiento de los agregados monetarios ha dejado de ser el objetivo de política de muchos países. A pesar del desmonte gradual de los encajes durante la década de los noventa en varios países, en ciertas coyunturas específicas países como Colombia han hecho uso de políticas de encajes para fortalecer el control monetario. De esta forma, el análisis de los encajes es de interés a la hora de evaluar la efectividad de dichas políticas bajo los diferentes regímenes monetarios (metas intermedias sobre agregados monetarios e inflación objetivo). En este documento se encuentra que aún bajo el esquema de inflación objetivo, los encajes pueden tener un efecto sobre la tasa de interés de los créditos y sobre la cartera del sistema financiero, dada la incertidumbre sobre la tasa de interés de política futura y el consecuente riesgo que deben enfrentar los intermediarios financieros cuando los plazos de los créditos y los depósitos bancarios difieren de los plazos del crédito del Banco Central.

***Palabras Claves:*** *Encajes Bancarios, Inflación Objetivo, Riesgo de tasa de interés.*

***Clasificación JEL:*** *E51, E52, G21.*

## **Introducción**

En un régimen de metas intermedias sobre agregados monetarios el papel de los encajes es bien conocido. Por ejemplo, si el Banco Central tiene una meta sobre un agregado monetario amplio, puede fijar la oferta de base monetaria y el nivel de encajes para alcanzar dicha meta. En el mercado monetario, el aumento del coeficiente de encaje produce un incremento de la tasa de interés de corto plazo, debido a que la demanda de base monetaria aumenta y la oferta ha sido fijada por el Banco Central.

Por el contrario, en un régimen de inflación objetivo en el cual se fija la tasa de interés de corto plazo, el aumento en la demanda de base que resulta del incremento de los encajes es totalmente acomodado por el Banco Central. Así, el Banco Central estabiliza la tasa de interés de corto plazo y el impacto del aumento de los encajes se restringe a su efecto sobre el margen de intermediación. En la medida en que no aumentan las tasas de interés de corto plazo y la oferta de base se acomoda a la demanda, el impacto del aumento de los encajes en la oferta de cartera y la tasa de interés de colocación es menor que en un régimen de metas sobre agregados monetarios.

Sin embargo, aún bajo el esquema de inflación objetivo, los encajes pueden tener un efecto sobre la tasa de interés de los créditos y sobre la cartera del sistema financiero, dada la incertidumbre existente sobre la tasa de interés de política futura y el consecuente riesgo que deben enfrentar los intermediarios financieros cuando los plazos de los créditos y los depósitos bancarios difieren de los plazos del crédito del Banco Central. Un aumento del nivel de encajes induce una mayor demanda de crédito de corto plazo del Banco Central por parte del sistema financiero y hace más costosa la financiación de la cartera, dada la mayor exposición de los bancos al riesgo de tasa de interés. De esta forma, los bancos cobrarán más por sus préstamos ya que la fuente de financiación alternativa a los depósitos (el crédito con el Banco Central) implica un costo mayor vía la incertidumbre sobre la tasa de interés a la que se enfrentarán en el futuro.

El objetivo de este documento, es entonces analizar el efecto de los encajes bajo el régimen de inflación objetivo teniendo en cuenta el riesgo de tasa de interés al que pueden estar expuestos los bancos comerciales cuando hay incertidumbre sobre la tasa de corto plazo que cobra el Banco

Central. Para esto se analizarán los efectos de los encajes bancarios bajo dos esquemas monetarios diferentes, el régimen de metas monetarias y la estrategia de inflación objetivo. Los efectos de los encajes sobre las tasas de interés del mercado serán analizados bajo el régimen de inflación objetivo, teniendo en cuenta el comportamiento de los bancos en competencia perfecta y el riesgo de tasa de interés en un modelo microbancario de dos períodos.

## **I. Breve Reseña de los Requerimientos de Encaje**

Las reservas requeridas han sido parte del sistema bancario por muchos años y han asumido diferentes roles en la práctica de la política monetaria. Inicialmente, con éstas se pretendía disminuir la probabilidad de que los bancos individuales experimentaran problemas de liquidez. Luego, con el desarrollo de los bancos centrales y de la política monetaria, aparecieron nuevos objetivos de las reservas, como el control de la oferta monetaria y la restricción del crédito bancario, entre otros (Gordon and Weiner, 1996).

Aunque tradicionalmente los requerimientos de encaje han sido vistos como un instrumento clave de la política monetaria, desde los años noventa éstos han venido en desuso por varias razones. En primer lugar, al dejar de ser el crecimiento de los agregados monetarios el objetivo de la política monetaria de muchos países, los requerimientos de encaje son menos esenciales como instrumentos de política. En segundo lugar, al tener los bancos que mantener una fracción de sus depósitos en reservas, que no tienen ningún tipo de rendimiento y que no pueden ser utilizadas en actividades rentables, éstas son consideradas como un impuesto distorsionador para las instituciones captadoras de depósitos que al ser removido, permite tener un sistema financiero más competitivo. Finalmente, al intentar los bancos evadir dichos requerimientos mediante la creación de nuevos tipos de depósitos que no son sujetos a encaje, las innovaciones del mercado financiero han erosionado el papel de las reservas (Gordon and Weiner (1996)).

La experiencia de varios países, entre ellos Estados Unidos,<sup>1</sup> muestra la tendencia a reducir el uso de los requerimientos de encaje, y la de otros como Canadá, Reino Unido y Nueva Zelanda demuestra que es posible perseguir la política monetaria deseada aún con la eliminación de las reservas

---

<sup>1</sup> Para una reseña del papel de los requerimientos de reservas en Estados Unidos véase Feinman (1993).

requeridas como instrumento de política. Sin embargo, otros países como Colombia han acudido nuevamente a la política de encajes como medio para controlar el crecimiento del crédito, a pesar de que la implementación de su política monetaria descansa en el control de las tasas de interés de corto plazo. Es así como, aunque se dio un desmonte gradual de los encajes en Colombia durante la década de los noventa<sup>2</sup>, en ciertas coyunturas específicas se ha hecho uso de políticas de encajes para fortalecer el control monetario<sup>3</sup>. De esta forma, el análisis de los efectos de los encajes bajo los diferentes regímenes monetarios (metas intermedias sobre agregados monetarios e inflación objetivo) es de interés a la hora de evaluar su efectividad como herramienta de política monetaria.

## II. Encajes y Régimen Monetario

En un régimen de metas intermedias sobre agregados monetarios, el papel de los encajes es bien conocido. Por ejemplo, si el Banco Central tiene una meta sobre un agregado monetario amplio, puede fijar una oferta de base monetaria y un nivel de encajes para alcanzar dicha meta:

$$M = m(r) B$$

Donde  $M$  es el agregado amplio,  $B$  es la base monetaria y  $m(r)$  es el multiplicador monetario como función del coeficiente de encaje,  $r$ .

Si el Banco quiere reducir  $M$ , puede disminuir la oferta de base,  $B$ , o elevar el coeficiente de encaje,  $r$ . En este último caso (manteniendo la base monetaria constante), se restringe la creación de crédito y depósitos bancarios. También se encarece la intermediación financiera, por lo cual se elevan los márgenes entre las tasas de interés de los créditos y los depósitos. En el mercado monetario, el aumento del coeficiente de encaje produce un incremento de la tasa de interés de corto plazo, debido a que la demanda de base monetaria aumenta (los bancos demandan más reserva) y la oferta está fija por el Banco Central.

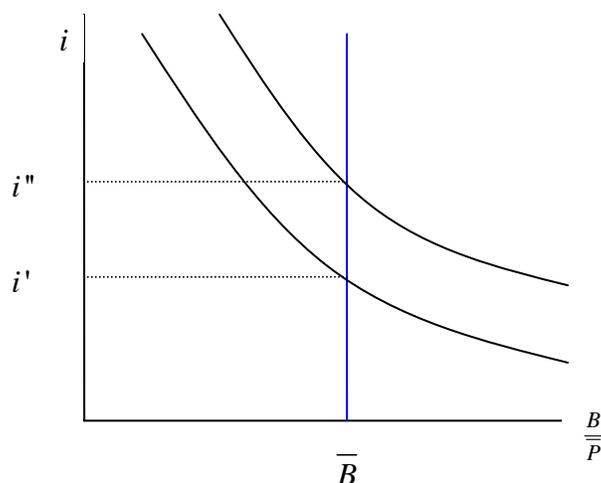
---

<sup>2</sup> Una descripción detallada de los encajes bancarios en Colombia es presentada en Avella (2007) y en Chipatecua (2001).

<sup>3</sup> Ver: Resolución Externa N° 3 de Mayo 6 de 2007, Resolución Externa N° 7 de Junio 15 de 2007, Resolución Externa N° 5 de Junio 20 de 2008, Banco de la República, Colombia.

Gráficamente:

Figura 1



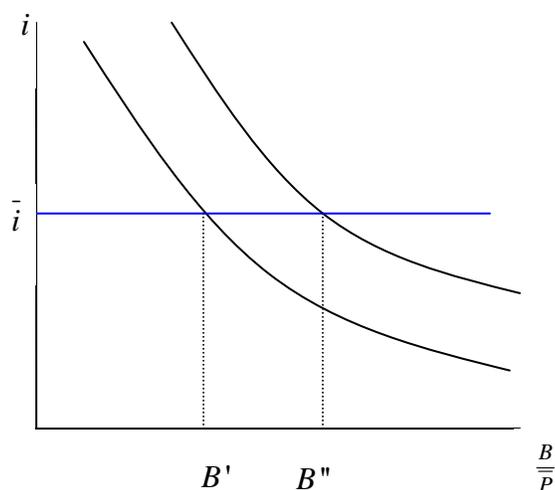
De modo que al final, un aumento del encaje bancario  $\uparrow r$ , lleva a una disminución del multiplicador monetario  $\downarrow m(r)$  y por tanto a una caída del agregado monetario  $\downarrow M$ , dada la oferta fija de base  $\bar{B}$ . Esto a su vez lleva a una reducción del volumen de depósitos y de créditos y a un aumento de la tasa de interés de corto plazo  $\uparrow i$ , así como del margen de intermediación  $\uparrow (i_c - i_d)$ .

Por su parte, en la estrategia de inflación objetivo el instrumento de política monetaria es usualmente la tasa de interés de corto plazo i.e., el Banco Central fija dicha tasa en el nivel que considera compatible con el logro de las metas de inflación y provee toda la liquidez que la economía demande a dicho nivel. En este contexto, el aumento en la demanda de base que resulta del incremento de los encajes es totalmente acomodado por el Banco Central. Aislado los efectos en el margen de intermediación, lo anterior implica que el agregado amplio no cambiará ante el aumento del coeficiente de encaje, sino que habrá una recomposición entre la base y el multiplicador:

$$\bar{M} = M(\bar{i}, \bar{Y}) = \downarrow m(r) \uparrow B$$

Gráficamente:

Figura 2



De esta manera, la tasa de interés de corto plazo no cambia (porque el Banco Central la estabiliza) y el impacto del aumento de los encajes se restringe a su efecto sobre el margen de intermediación. Este, en general, tiende a elevarse, pero los resultados sobre las tasas de interés activas y pasivas, y las cantidades de cartera y depósitos dependerán de las condiciones de los mercados de dinero, crédito y depósitos. Es posible que el efecto sobre la cartera y la tasa de interés activa sea bajo y tenga un rezago prolongado, como se ilustra en la siguiente sección. De todas formas, en la medida en que no aumentan las tasas de interés de corto plazo y no se restringe cuantitativamente la creación de créditos y depósitos, el impacto del aumento de los encajes en la oferta de cartera y la tasa de interés de colocación es menor que en un régimen de metas sobre agregados monetarios.

### III. Encajes y Régimen de Inflación Objetivo

Como se explicó anteriormente, cuando la variable de política monetaria es la tasa de interés, variaciones en los encajes solo afectarán a la economía a través del encarecimiento de la intermediación financiera. Sin embargo, si los bancos enfrentan un riesgo de tasa de interés, debido al descalce entre los plazos de sus operaciones con el público y con el Banco Central, los encajes pueden tener un impacto sobre el nivel del crédito. Para comprender dichos efectos, es necesario

examinar el comportamiento de la oferta y la demanda de depósitos, de créditos y de dinero bajo un modelo microbancario con y sin riesgo de tasa de interés.

### A. *El Modelo*

El análisis de los efectos de los encajes puede ser más complejo en la medida en que se tengan en cuenta diferentes factores que afectan el comportamiento de los bancos comerciales. Por ejemplo, la incertidumbre generada en la determinación de la tasa de interés que el Banco Central cobra por los préstamos de corto plazo es uno de los factores decisivos en la toma de decisiones de los bancos, en la medida en que el período de negociación de éstos es diferente al de los préstamos y depósitos bancarios.

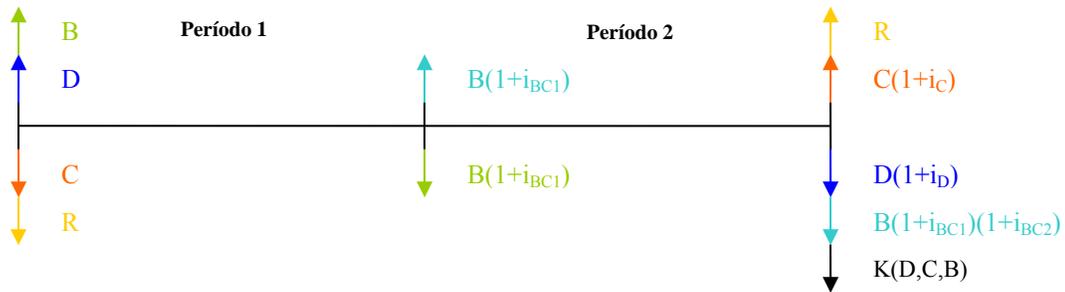
En estas condiciones, los bancos enfrentan un riesgo de tasa de interés cuando el Banco Central sube su tasa de interés por encima de lo anticipado por ellos, ya que los intereses de los créditos bancarios fueron determinados con una tasa esperada menor. Para evaluar el efecto que tienen los encajes en este contexto desarrollamos un modelo de dos períodos, en el cual tanto los préstamos de los bancos como los depósitos son negociados a tasas de interés conocidas a un plazo de dos períodos, mientras que el crédito del banco central se negocia a un período a una tasa conocida para el primer período y desconocida para el segundo.

El sistema financiero está compuesto por  $N$  bancos adversos al riesgo que operan en competencia perfecta captando depósitos del público,  $D$ , a una tasa de interés  $i_D$  e invirtiéndolos en créditos,  $C$ , a una tasa  $i_C$ . Adicionalmente, los bancos pueden acceder *ilimitadamente* a créditos de corto plazo con el banco central,  $B$ , los cuales son renegociados cada período a diferentes tasas de interés. Así, al comienzo del primer período los bancos comerciales piden prestado del banco central una cantidad  $B$ , a una tasa de interés conocida,  $i_{BC1}$ . Para el segundo período, los bancos deben refinanciar dicho crédito teniendo en cuenta los intereses generados durante el primer período, de esta forma el nuevo crédito con el banco central será  $B(1 + i_{BC1})$ , el cual tendrá una tasa de interés desconocida,  $\tilde{i}_{BC2}$ . Los bancos comerciales enfrentan incertidumbre con respecto a esta tasa y por

tanto al comienzo del primer período la anticipan suponiendo que tiene una distribución normal:

$$\tilde{i}_{BC2} \sim N(E(\tilde{i}_{BC2}), Var(\tilde{i}_{BC2})).$$

Por su parte, los depósitos están sujetos a un encaje ordinario,  $r$ , de tal forma que las reservas bancarias están dadas por:  $R = rD$ . Al tiempo que los bancos incurren en unos costos operativos que dependen del nivel de depósitos y de créditos,  $k(D, C, B)$ , los cuales se pagan al final del segundo período. De esta manera, el flujo de ingresos de los bancos es como sigue:



Los intermediarios financieros escogen la cantidad demandada de depósitos, la cantidad ofrecida de créditos y el nivel de crédito que pedirán prestado al Banco Central, de tal forma que maximicen la utilidad esperada del flujo neto de ingresos en valor presente o futuro<sup>4</sup>, sujeto a la restricción de balance:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & Eu[\tilde{W}] \\ \text{C, D, B} \quad & \text{s.a. } C = D + B - R \\ & R = rD \end{aligned}$$

Donde  $\tilde{W} = (B + D - C - R)(1 + f)^2 + R + C(1 + i_c) - D(1 + i_D) - B(1 + i_{BC1})(1 + \tilde{i}_{BC2}) - k(D, C, B)$  es el valor futuro de los flujos netos del banco y  $(1 + f)$  es el factor de descuento. Sustituyendo la restricción de balance llegamos a la siguiente expresión restringida:  $\tilde{W}^* = (D(1 - r) + B)i_c - Di_D - Bi_{BC1} - B(1 + i_{BC1})\tilde{i}_{BC2} - k(D, C, B)$ . Dado que la única fuente de

<sup>4</sup> El problema es equivalente en valor presente o valor futuro. La única diferencia es que al considerar el problema en valor futuro la tasa de descuento no aparece.

incertidumbre,  $\tilde{i}_{BC2}$ , tiene una distribución normal, entonces  $\tilde{W}^*$  sigue también una distribución normal,  $\tilde{W}^* \sim N(E(\tilde{W}^*), Var(\tilde{W}^*))$ . Así, suponiendo una función de utilidad CARA ( $u = -e^{-\rho \tilde{W}}$ , siendo  $\rho$  el coeficiente absoluto de aversión al riesgo)<sup>5</sup>, el problema será:

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{D,B} \quad E[\tilde{W}^*] - \frac{\rho}{2} Var[\tilde{W}^*] \\ & \end{aligned}$$

Sustituyendo:

$$E[\tilde{W}^*] = (D(1-r) + B)i_C - Di_D - Bi_{BC1} - B(1+i_{BC1})E(\tilde{i}_{BC2}) - k(D, C, B) \quad (1)$$

$$Var[\tilde{W}^*] = (B(1+i_{BC1}))^2 Var[\tilde{i}_{BC2}] \quad (2)$$

tenemos el siguiente problema reducido:

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{D,B} \quad (D(1-r) + B)i_C - Di_D - Bi_{BC1} - B(1+i_{BC1})E(\tilde{i}_{BC2}) - k(D, C, B) - \frac{\rho}{2} (B(1+i_{BC1}))^2 Var[\tilde{i}_{BC2}] \\ & \end{aligned}$$

De las condiciones de primer orden obtenemos las siguientes expresiones de las tasas de interés bancarias, donde, sin pérdida de generalidad, suponemos que los costos operativos marginales de los intermediarios financieros son constantes (retornos constantes de escala),  $k_B(\cdot) = \gamma_B$ ,  $k_D(\cdot) = \gamma_D$ ,  $k_C(\cdot) = \gamma_C$ .

$$i_C = i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_C + \gamma_B \quad (3)$$

$$i_D = (1-r)[i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_B] - \gamma_D \quad (4)$$

<sup>5</sup> Donde el coeficiente absoluto de aversión al riesgo es constante (Constant Absolute Risk Aversion).

Así, cada banco ajusta el volumen ofrecido de créditos y las cantidades demandadas de depósitos de forma tal que las tasas de interés netas de los costos operativos igualen el costo marginal de pedir prestado al banco central, teniendo en cuenta el riesgo de tasa de interés<sup>6</sup>. De esta manera, los bancos tienen en cuenta que la tasa de interés del Banco Central es a un plazo menor que las otras tasas y que, adicionalmente, hay incertidumbre sobre la tasa del Banco Central en el segundo período. Intuitivamente, dado que los encajes hacen parte del costo marginal de captar un depósito, pero no del de financiarse con el Banco Central ni del de otorgar créditos, los coeficientes de encaje aparecen solamente en la ecuación de la tasa de depósitos.

Teniendo en cuenta que hay  $N$  bancos idénticos, obtenemos la oferta de crédito y la demanda de depósitos del sistema financiero a partir de las ecuaciones (3) y (4). Adicionalmente, dadas la demanda de crédito y la oferta de depósitos por parte de los agentes, se obtienen las siguientes condiciones de equilibrio tanto en el mercado de crédito como en el de depósitos:

$$NC_i^S = C^D(i_c, Y) \quad (5)$$

$$ND_i^D = D^S(i_d, Y) \quad (6)$$

De tal forma, que el balance del sector financiero en equilibrio es dado por:

$$C^D(i_c, Y) = D^S(i_d, Y)(1 - r) + B \quad (7)$$

Donde:  $C_i^S$  representa la oferta de crédito y  $D_i^D$  la demanda de depósitos de cada banco  $i$ , después de maximizar ganancias. La demanda de crédito por parte del público,  $C^D(i_c, Y)$ , depende inversamente de la tasa de interés de colocación y directamente del ingreso, y la oferta de depósitos,  $D^S(i_d, Y)$ , depende positivamente de la tasa de interés de captación y del ingreso.

---

<sup>6</sup> Esto implica una función de oferta de crédito con pendiente positiva y una función de demanda de depósitos con pendiente negativa. Esto no sucedería en ausencia del riesgo de tasa de interés dada la tecnología de rendimientos constantes de escala.

Utilizando este modelo, se analizan a continuación los efectos de las variables exógenas sobre las tasas de interés de equilibrio, primero sin riesgo de tasa de interés y luego bajo la existencia de dicho riesgo. Así mismo, se analizará el efecto sobre dichas tasas de dos tipos de encajes, el ordinario y uno marginal.

### ***B. Encaje Ordinario sin Riesgo de Tasa de Interés***

El presente modelo se puede reducir para analizar el efecto del encaje ordinario cuando no hay riesgo de tasa de interés. Suponiendo que la tasa de interés del Banco Central para el segundo período es conocida,  $E[\tilde{i}_{BC2}] = i_{BC2}$ , y que no hay incertidumbre sobre esta variable,  $Var[\tilde{i}_{BC2}] = 0$ , el problema reducido será<sup>7</sup>:

$$\begin{aligned} &Max (D(1-r) + B)i_C - Di_D - Bi_{BC1} - B(1+i_{BC1})i_{BC2} - k(D, C, B) \\ &D, B \end{aligned}$$

Las tasas de interés que maximizan las ganancias de los bancos están dadas por:

$$i_C = i_{BC1} + (1 + i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_C + \gamma_B \quad (8)$$

$$i_D = (1 - r)[i_{BC1} + (1 + i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_B] - \gamma_D \quad (9)$$

A partir de las anteriores ecuaciones (8-9) y del balance consolidado del sistema financiero en equilibrio (ecuación (7)) se pueden analizar los diferentes efectos del encaje y de las variables exógenas, ingreso y tasas de interés del Banco Central (*Anexo I*):

- *Un aumento en el encaje bancario tiene un efecto negativo sobre el nivel de equilibrio de la tasa de interés pasiva y no afecta la tasa de interés activa (ecuaciones (8) y (9)). De esta forma, el nivel de depósitos se reduce mientras que el nivel de crédito permanece constante.*

---

<sup>7</sup> Los resultados cuando existe incertidumbre sobre  $\tilde{i}_{BC2}$ , pero los agentes son neutrales al riesgo ( $\rho = 0$ ) son similares.

Un aumento en el nivel de encajes hace que los depósitos sean menos atractivos para los bancos como fuente de financiación del crédito, reduciéndose la demanda de depósitos y la tasa de interés pasiva. Por su parte, el nivel de crédito no se verá afectado, ya que los bancos acudirán al endeudamiento con el Banco Central como fuente alternativa de financiación. La tasa de interés activa tampoco se verá afectada, dado que los bancos no enfrentan ningún riesgo de tasa de interés.

$$\frac{di_D}{dr} = \frac{\partial i_D}{\partial r} = -(i_{BC1} + (1 + i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_B) < 0 \quad (10)$$

$$\frac{di_C}{dr} = \frac{\partial i_C}{\partial r} = 0 \quad (11)$$

- *El efecto de un cambio en el encaje bancario sobre el nivel de crédito de los bancos con el Banco Central es positivo (ecuaciones (7) y (10)). Si los bancos no enfrentan ninguna incertidumbre con respecto a la tasa de interés de política, un aumento de los encajes será acomodado por los bancos por medio de mayores préstamos del Banco Central para seguir atendiendo la demanda de crédito.*

$$\frac{dB}{dr} = D^S(.) + (1-r)D_{i_d}^S(i_{BC1} + (1 + i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_B) > 0 \quad (12)$$

- *Un cambio de la tasa de interés de intervención (para el primer o segundo período) tiene un efecto negativo sobre el nivel de endeudamiento de los bancos con el Banco Central. Cuando el Banco Central hace más costoso el financiamiento de corto plazo de los bancos comerciales por una política contraccionista, los bancos reducen su nivel de deuda con el Banco Central.*

$$\frac{dB}{di_{BC1}} = (1 + i_{BC2})(C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S) < 0 \quad (13)$$

$$\frac{dB}{di_{BC2}} = (1 + i_{BC1})(C_{i_c}^D - (1 - r)^2 D_{i_d}^S) < 0 \quad (14)$$

- *El impacto de la tasa de política sobre las tasas de interés del mercado es positivo tanto para las tasas pasivas como para las activas.* Un aumento de la tasa de política por parte del Banco Central encarece el fondeo de los créditos bancarios con endeudamiento de corto plazo, incentivando a los bancos a demandar más depósitos, aumentando así tanto las tasas de los créditos como las de los depósitos.

$$\frac{di_c}{di_{BC1}} = (1 + i_{BC2}) > 0 \quad \frac{di_D}{di_{BC1}} = (1 - r)(1 + i_{BC2}) > 0 \quad (15)$$

$$\frac{di_c}{di_{BC2}} = (1 + i_{BC1}) > 0 \quad \frac{di_D}{di_{BC2}} = (1 - r)(1 + i_{BC1}) > 0 \quad (16)$$

- *Un aumento en el nivel de ingreso de los agentes de la economía tiene un efecto incierto sobre el nivel de endeudamiento de los bancos con el Banco Central (ecuación (7)).* Una mejora en el ingreso de los individuos les permite incrementar su oferta de depósitos, a la vez que aumentan su demanda de crédito. Por ende, el efecto sobre el endeudamiento de los bancos comerciales con el Banco Central es ambiguo.

$$\frac{dB}{dY} = C_Y^D - (1 - r)D_Y^S \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0 \quad (17)$$

En síntesis, dado que un incremento del encaje hace más costosa la financiación con depósitos, los bancos transfieren este mayor costo al público vía una disminución de la tasa pasiva, mientras que la tasa de interés activa no experimentará variación alguna. El efecto final será, por tanto, un aumento del margen de intermediación y una disminución en el nivel de depósitos. Sin embargo, el volumen de crédito no cambia, dada la posibilidad que tienen los bancos de pedir prestado al Banco Central (o de liquidar su posición en OMAS) para satisfacer la demanda de crédito.

### C. Encaje Ordinario con Riesgo de Tasa de Interés

Para entender el efecto del encaje y de otras variables exógenas, como el ingreso y las tasas de política del Banco Central, sobre las tasas de interés del mercado en presencia de riesgo de tasa de interés, se presenta el análisis de estática comparativa a partir de la ecuaciones 3, 4 y 7 (Anexo 2).

- *El efecto de un cambio en el encaje bancario sobre el nivel de crédito del Banco Central es positivo.* El aumento de los encajes, al hacer menos atractivos los depósitos, eleva las necesidades de fondeo de los bancos comerciales en favor del financiamiento con el Banco Central. Sin embargo, esto implica un incremento de su exposición al riesgo de tasa de interés, lo cual puede hacer más costosa esta fuente de recursos en relación con el caso en el que no existe dicho riesgo, por eso el endeudamiento con el Banco Central podría ser menor<sup>8</sup>.

$$\frac{dB}{dr} = \frac{-\left[ D^S(\cdot) + (1-r)D_{i_d}^S \left( i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \gamma_B + \rho B(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \right) \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \left[ C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S \right] - 1} > 0 \quad (18)$$

- *Un aumento en el encaje bancario genera un aumento de la tasa de interés de colocación de equilibrio y tiene un efecto ambiguo sobre el nivel de equilibrio de la tasa de interés pasiva.* Un aumento de los encajes bancarios induce a los bancos comerciales a financiarse con el Banco Central. Esto, como se dijo, eleva su exposición al riesgo de tasa de interés, encareciendo esta fuente de financiación y, en consecuencia, hace más costoso el crédito bancario. Un aumento de los encajes tiene dos efectos contrapuestos en la tasa de interés pasiva. Por un lado, encarece los depósitos y reduce la demanda de los mismos por parte de los bancos comerciales. Por otro, al aumentar la exposición al riesgo de tasa de interés, encarece el financiamiento con el Banco Central e induce un incremento de la demanda de depósitos por parte de los bancos. No es claro, por lo tanto, el efecto neto de los encajes sobre el volumen de depósitos y la tasa de interés pasiva.

<sup>8</sup> Esto sucede cuando  $(1-e)^2 D_{i_d}^S - C_{i_c}^D > B$ .

$$\frac{di_c}{dr} = -\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[ \frac{\left[ D^S(\cdot) + (1-r)D_{i_d}^S(i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \gamma_B + \rho B(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2})) \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) [C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S]} - 1 \right] > 0 \quad (19)$$

$$\frac{di_D}{dr} = \frac{\left[ i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_B \right] \left[ \rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) C_{i_c}^D - 1 \right] + \left[ (1-r)\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) D^S(\cdot) \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) [C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S]} - 1 > 0 \quad (20)$$

- *El efecto de un aumento de la tasa de interés de intervención (para el primer o segundo período) sobre el nivel de crédito del Banco Central es negativo.* Cuando el Banco Central decide incrementar su tasa de intervención, el costo del crédito de corto plazo aumenta, haciendo menos atractiva para los bancos esta alternativa de financiación. Entonces, los bancos reducirán su endeudamiento con el Banco Central.

$$\frac{dB}{di_{BC1}} = \frac{\left[ 1 + E[\tilde{i}_{BC2}] + 2\rho B(1+i_{BC1})\text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \right] \left[ (1-r)^2 D_{i_d}^S - C_{i_c}^D \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) [C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S]} - 1 < 0 \quad (21)$$

$$\frac{dB}{dE(\tilde{i}_{BC2})} = \frac{(1+i_{BC1}) \left[ (1-r)^2 D_{i_d}^S - C_{i_c}^D \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) [C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S]} - 1 < 0 \quad (22)$$

- *Un aumento de la tasa de interés del Banco Central (para el primer o segundo período) tiene un efecto positivo sobre el nivel de equilibrio de las tasas de interés pasiva y activa.* Un incremento de la tasa de interés de política tiene dos efectos contrarios sobre las tasas de mercado, dada la incertidumbre que tienen los bancos sobre la tasa de interés futura del Banco Central. Como en el caso sin riesgo de tasa de interés, el aumento de la tasa de política encarece la financiación del crédito bancario con el Banco Central, induciendo un aumento de la demanda de depósitos y por lo tanto un aumento de las tasas activa y pasiva. Adicionalmente, el incremento de la tasa de política tiene un efecto ambiguo sobre el riesgo de tasa de interés que enfrentan los bancos comerciales. Por un lado, el riesgo aumenta al aumentar el monto de los intereses que deben ser refinanciados durante el segundo período.

Por otro, en equilibrio se reduce la exposición a dicho riesgo dado el menor endeudamiento con el Banco Central. El efecto final sobre las tasas de interés activas y pasivas es positivo, indicando que los primeros efectos mencionados dominan. De esta forma, en equilibrio el monto de créditos bancarios disminuye y el de depósitos aumenta.

$$\frac{di_c}{di_{BC1}} = \frac{-\left[1 + E[\tilde{i}_{BC2}] + 2\rho B(1+i_{BC1})\text{Var}(\tilde{i}_{BC2})\right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S\right] - 1} > 0 \quad (23)$$

$$\frac{di_D}{di_{BC1}} = \frac{-(1-r)\left[1 + E[\tilde{i}_{BC2}] + 2\rho B(1+i_{BC1})\text{Var}(\tilde{i}_{BC2})\right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S\right] - 1} > 0 \quad (24)$$

$$\frac{di_c}{dE(\tilde{i}_{BC2})} = \frac{-(1+i_{BC1})}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S\right] - 1} > 0 \quad (25)$$

$$\frac{di_D}{dE(\tilde{i}_{BC2})} = \frac{-(1-r)(1+i_{BC1})}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S\right] - 1} > 0 \quad (26)$$

- *Un incremento en la varianza de la tasa del Banco Central del segundo período disminuye el endeudamiento de los bancos comerciales con el Banco Central.* Un aumento en la variabilidad de la tasa de interés del Banco Central para el segundo período implica mayor incertidumbre para los agentes, ya que se hará más difícil predecir el cambio de la política monetaria. Si los bancos son adversos al riesgo, preferirán disminuir su exposición reduciendo la cantidad de crédito solicitada al Banco Central.

$$\frac{dB}{d\text{Var}(\tilde{i}_{BC2})} = \frac{\rho B(1+i_{BC1})^2 \left[(1-r)^2 D_{i_d}^S - C_{i_c}^D\right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S\right] - 1} < 0 \quad (27)$$

- *Un aumento en la variabilidad de la tasa de interés del Banco Central (para el segundo período) tiene un efecto positivo sobre el nivel de equilibrio de las tasas de interés pasiva y activa.* Una tasa de política altamente volátil encarece el fondeo con el Banco Central, haciendo más costoso el crédito bancario e induciendo a los bancos a fondearse más con depósitos, aumentando así las tasas de interés activa y pasiva. Al mismo tiempo, la mayor incertidumbre sobre la tasa futura de política lleva a los bancos a reducir su exposición al riesgo mediante un menor endeudamiento con el Banco Central y por tanto a unas menores tasas de mercado vía la menor prima de riesgo. El resultado final sobre las tasas de interés es positivo, prevaleciendo el primer efecto.

$$\frac{di_c}{dVar(\tilde{i}_{BC2})} = \frac{-\rho B(1+i_{BC1})^2}{\rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) [C_{ic}^D - (1-r)^2 D_{id}^S] - 1} > 0 \quad (28)$$

$$\frac{di_D}{dVar(\tilde{i}_{BC2})} = \frac{-(1-r)\rho B(1+i_{BC1})^2}{\rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) [C_{ic}^D - (1-r)^2 D_{id}^S] - 1} > 0 \quad (29)$$

- *Un cambio en el nivel de ingreso tiene un efecto ambiguo sobre el nivel de crédito del Banco Central y sobre las tasas de interés de equilibrio.* Una mejora en el nivel de ingreso de los individuos les permite aumentar sus niveles de ahorro así como sus posibilidades de endeudamiento. La mayor oferta de depósitos y demanda de crédito por parte del público tiene efectos diferentes sobre el endeudamiento de los bancos con el Banco Central. Por una parte, si la mayor oferta de depósitos es suficiente para satisfacer la creciente demanda de crédito o es aún superior, el efecto sobre el crédito con el Banco Central será nulo o negativo. Por otro lado, si la mayor demanda de crédito no es totalmente satisfecha por los mayores depósitos, los bancos se verán obligados a satisfacer dicha demanda con crédito de corto plazo del Banco Central. El resultado final sobre el crédito del Banco Central dependerá del efecto del aumento del ingreso sobre la oferta de depósitos y la demanda de crédito.

Por su parte, el efecto de cambios en el ingreso sobre las tasas de interés del mercado depende de su impacto sobre el endeudamiento de los bancos con el Banco Central (ecuación (30)). Así, por ejemplo, si los bancos deciden aumentar este endeudamiento, enfrentarán un mayor riesgo de tasa de interés que será transferido a los usuarios de crédito vía una mayor tasa de interés activa. Lo contrario sucede si los bancos reducen su endeudamiento con el Banco Central por la mayor oferta de depósitos.

$$\frac{dB}{dY} = \frac{(1-r)D_Y^S - C_Y^D}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) [C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S] - 1} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0 \quad (30)$$

$$\frac{di_c}{dY} = \rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[ \frac{(1-r)D_Y^S - C_Y^D}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) [C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S] - 1} \right] \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0 \quad (31)$$

$$\frac{di_d}{dY} = \frac{(1-r)\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) [(1-r)D_Y^S - C_Y^D]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) [C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S] - 1} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0 \quad (32)$$

Del modelo anterior se desprende que en ausencia del riesgo de tasa de interés una política de encajes no tendrá efecto alguno sobre el nivel de crédito otorgado por los bancos. Sin embargo, la incertidumbre generada por una tasa de interés del Banco Central desconocida, para el segundo período, implica una reducción del nivel de cartera de los bancos comerciales, ya que éstos transmiten a los usuarios el mayor costo de financiación. El efecto de los encajes sobre el nivel de depósitos es negativo cuando no hay riesgo de tasa de interés, ya que los bancos transfieren el mayor costo de los encajes a los depositantes, reduciendo su tasa de interés. Sin embargo, cuando los bancos enfrentan el riesgo de tasa de interés, el efecto de los encajes sobre el nivel de depósitos dependerá de cual fuente de financiamiento es más costosa, los depósitos o el crédito con el Banco Central. Los efectos del encaje ordinario sobre las tasas de interés bancarias son reforzados cuando los bancos enfrentan además un encaje marginal aplicado por encima de un nivel dado de depósitos, como se observa en el *Anexo 3*.

## **Conclusiones**

En el régimen de inflación objetivo el Banco Central estabiliza la tasa de interés de corto plazo, de tal forma que el impacto de los encajes en el precio y el volumen de crédito de la economía es menor que cuando existe una meta intermedia de agregados monetarios. En este último régimen, el papel de los encajes es bien conocido. Así, si el Banco Central tiene una meta sobre un agregado monetario amplio, puede fijar una oferta de base monetaria y un nivel de encajes para alcanzar dicha meta.

Por su parte, el efecto de los encajes en el régimen de inflación objetivo opera a través del encarecimiento de la intermediación financiera. Así, por ejemplo, cuando los bancos no enfrentan ninguna incertidumbre sobre la tasa de interés del Banco Central, la tasa de interés de colocación no se ve alterada, mientras que los bancos reducen su tasa de captación al transferir el mayor costo de los encajes a los depositantes. Cuando los bancos enfrentan riesgo de tasa de interés, éstos transfieren el mayor costo de la financiación a los usuarios del crédito, aumentando la tasa de interés activa. La tasa de interés pasiva, en este caso, puede aumentar o disminuir, dependiendo si el costo de los encajes es menor o mayor al costo de enfrentar dicho riesgo.

El efecto final de los encajes sobre el volumen de crédito dependerá, entonces, de la existencia o no del riesgo de tasa de interés. De esta forma, la efectividad de la política de encajes en un régimen de inflación objetivo dependerá tanto del grado de sustitución entre los depósitos bancarios y el crédito del Banco Central, como fuentes de financiamiento de la cartera de los bancos, como del grado de incertidumbre sobre la tasa de interés de política en el futuro.

## Bibliografía

- Avella, M. (2007). “El encaje bancario en Colombia: perspectiva general”. *Borradores de Economía*, N° 470, Banco de la República, Colombia.
- Chipatecua, O. (2001). “Evolución del sistema de encajes durante la última década, período 1990-2001”. Documento interno, Banco de la República, Colombia.
- Departamento de Estabilidad Financiera (2007). “Consideraciones sobre el funcionamiento del encaje marginal”. Documento interno, Banco de la República, Colombia.
- Feinman, J. (1993). “Reserve requirements: history, current practice and potential reform”. Federal Reserve Bulletin, June.
- Freixas X. and J.C. Rochet (1997). *Microeconomics of Banking*, MIT Press, Cambridge.
- Gordon, S. and S. Weiner (1996). “Monetary policy without reserve requirements: analytical issues”. Federal Reserve Bank of Kansas City, Economic Review, Fourth Quarter.
- Hein, S. and J. Stewart (2002). “Reserve requirements: a modern perspective”. Federal Reserve Bank of Atlanta, Economic Review, Fourth Quarter.
- Resolución Externa N° 3 de Mayo 6 de 2007, Banco de la República, Colombia.
- Resolución Externa N° 7 de Junio 15 de 2007, Banco de la República, Colombia.
- Resolución Externa N° 5 de Junio 20 de 2008, Banco de la República, Colombia.
- Vargas, H. y R. Betancourt (2007). “Efectos de los encajes marginales en la estrategia de inflación objetivo”. Documento interno, Banco de la República, Colombia.

## ANEXO 1

### MODELO DE ENCAJE ORDINARIO SIN RIESGO DE TASA DE INTERÉS

#### 1. Efecto de un cambio en el encaje ordinario sobre el nivel de crédito con el Banco Central:

De la diferencial total de la ecuación (7) tenemos:

$$\frac{dB}{dr} = D^S(\cdot) - (1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial r} \quad (\text{A.1})$$

y sustituyendo (10) encontramos la expresión (12).

#### 2. Efecto de un cambio en la tasa de interés de intervención sobre el nivel de crédito con el Banco Central

De la ecuación (7) tenemos:

$$\frac{dB}{di_{BC1}} = C_{i_c}^D \frac{\partial i_C}{\partial i_{BC1}} - (1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial i_{BC1}} \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{dB}{di_{BC2}} = C_{i_c}^D \frac{\partial i_C}{\partial i_{BC2}} - (1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial i_{BC2}} \quad (\text{A.3})$$

sustituyendo  $\frac{\partial i_C}{\partial i_{BC1}} = 1 + i_{BC2}$  y  $\frac{\partial i_D}{\partial i_{BC1}} = (1-r)(1 + i_{BC2})$  en (A.2) llegamos a la expresión (13) y

$\frac{\partial i_C}{\partial i_{BC2}} = 1 + i_{BC1}$  y  $\frac{\partial i_D}{\partial i_{BC2}} = (1-r)(1 + i_{BC1})$  en (A.3) llegamos a la ecuación (14).

## ANEXO 2

### MODELO DE ENCAJE ORDINARIO CON RIESGO DE TASA DE INTERÉS

#### 1. Efecto de un cambio en el encaje ordinario sobre el nivel de crédito con el Banco Central:

De la ecuación (7) tenemos:

$$\frac{dB}{dr} = \frac{(1-r)D_{i_d}^S \frac{\partial i_D}{\partial r} - D^S(\cdot)}{C_{i_c}^D \frac{\partial i_C}{\partial B} - (1-r)D_{i_d}^S \frac{\partial i_D}{\partial B} - 1} \quad (\text{A.4})$$

Sustituyendo las derivadas parciales:

$$\frac{\partial i_D}{\partial r} = - \left[ i_{BC1} + (1+i_{BC1}) E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B (1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_B \right] \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial i_C}{\partial B} = \rho (1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial i_D}{\partial B} = (1-r) \left[ \rho (1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \right] \quad (\text{A.7})$$

encontramos la expresión (18).

#### 2. Efecto de un cambio en el encaje ordinario sobre las tasas de interés del mercado:

A partir de las ecuaciones (3) y (4) tenemos:

$$\frac{di_C}{dr} = \left[ \rho (1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \right] \frac{dB}{dr} \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{di_D}{dr} = (1-r) \left[ \rho (1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \right] \frac{dB}{dr} - \left[ i_{BC1} + (1+i_{BC1}) E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B (1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_B \right] \quad (\text{A.9})$$

Sustituyendo la expresión para  $\frac{dB}{dr}$  dada por (18) llegamos a las ecuaciones (19) y (20).

3. **Efecto de un cambio en la tasa de interés de intervención sobre el nivel de crédito con el Banco Central**

De la ecuación (7) tenemos:

$$\frac{dB}{di_{BC1}} = \frac{(1-r)D_{id}^S \frac{\partial i_D}{\partial i_{BC1}} - C_{ic}^D \frac{\partial i_C}{\partial i_{BC1}}}{C_{ic}^D \frac{\partial i_C}{\partial B} - (1-r)D_{id}^S \frac{\partial i_D}{\partial B} - 1} \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{dB}{dE[\tilde{i}_{BC2}]} = \frac{(1-r)D_{id}^S \frac{\partial i_D}{\partial E[\tilde{i}_{BC2}]} - C_{ic}^D \frac{\partial i_C}{\partial E[\tilde{i}_{BC2}]}}{C_{ic}^D \frac{\partial i_C}{\partial B} - (1-r)D_{id}^S \frac{\partial i_D}{\partial B} - 1} \quad (\text{A.11})$$

Donde las derivadas parciales son dadas por:

$$\frac{\partial i_D}{\partial i_{BC1}} = (1-r) \left( 1 + E[\tilde{i}_{BC2}] + 2\rho B(1+i_{BC1}) \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \right)$$

$$\frac{\partial i_C}{\partial i_{BC1}} = \left( 1 + E[\tilde{i}_{BC2}] + 2\rho B(1+i_{BC1}) \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \right)$$

$$\frac{\partial i_D}{\partial E[\tilde{i}_{BC2}]} = (1-r)(1+i_{BC1})$$

$$\frac{\partial i_C}{\partial E[\tilde{i}_{BC2}]} = 1 + i_{BC1}$$

y junto con (A.6) y (A.7) llegamos a las expresiones (21) y (22).

4. **Efecto de un cambio en la tasa de interés de intervención sobre las tasas de interés del mercado**

De las expresiones para las tasas de interés (3) y (4) tenemos las siguientes diferenciales totales:

$$\frac{di_C}{di_{BC1}} = 1 + E[\tilde{i}_{BC2}] + 2\rho B(1+i_{BC1})Var(\tilde{i}_{BC2}) + \rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \frac{dB}{di_{BC1}} \quad (A.12)$$

$$\frac{di_D}{di_{BC1}} = (1-r) \left( 1 + E[\tilde{i}_{BC2}] + 2\rho B(1+i_{BC1})Var(\tilde{i}_{BC2}) + \rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \frac{dB}{di_{BC1}} \right) \quad (A.13)$$

$$\frac{di_C}{dE[\tilde{i}_{BC2}]} = 1 + i_{BC1} + \rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \frac{dB}{dE[\tilde{i}_{BC2}]} \quad (A.14)$$

$$\frac{di_D}{dE[\tilde{i}_{BC2}]} = (1-r) \left( 1 + i_{BC1} + \rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \frac{dB}{dE[\tilde{i}_{BC2}]} \right) \quad (A.15)$$

y reemplazando las expresiones (21) y (22) tenemos las ecuaciones (23)-(26).

**5. Efecto de un cambio en la volatilidad de tasa de intervención del segundo período sobre el nivel de crédito con el Banco Central**

De la ecuación (7) tenemos:

$$\frac{dB}{dVar(\tilde{i}_{BC2})} = \frac{(1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial Var(\tilde{i}_{BC2})} - C_{i_C}^D \frac{\partial i_C}{\partial Var(\tilde{i}_{BC2})}}{C_{i_C}^D \frac{\partial i_C}{\partial B} - (1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial B} - 1} \quad (A.16)$$

reemplazando las siguientes derivadas parciales:

$$\frac{\partial i_D}{\partial Var(\tilde{i}_{BC2})} = (1-r)\rho B(1+i_{BC1})^2 \quad \text{y} \quad \frac{\partial i_C}{\partial Var(\tilde{i}_{BC2})} = \rho B(1+i_{BC1})^2$$

y las ecuaciones (A.6) y (A.7) llegamos a la expresión (27).

6. **Efecto de un cambio en la volatilidad de tasa de intervención del segundo período sobre las tasas de interés del mercado**

De las expresiones para las tasas de interés (3) y (4) tenemos las siguientes diferenciales totales:

$$\frac{di_C}{dVar(\tilde{i}_{BC2})} = \rho B(1+i_{BC1})^2 + \rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \frac{dB}{dVar(\tilde{i}_{BC2})} \quad (A.17)$$

$$\frac{di_D}{dVar(\tilde{i}_{BC2})} = (1-r) \left( \rho B(1+i_{BC1})^2 + \rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \frac{dB}{dVar(\tilde{i}_{BC2})} \right) \quad (A.18)$$

Y sustituyendo (27) encontramos las ecuaciones (28) y (29).

7. **Efecto de un cambio en el nivel de ingreso sobre el crédito con el Banco Central**

De la ecuación (7) tenemos:

$$\frac{dB}{dY} = \frac{(1-r)D_Y^S - C_Y^D}{C_{i_c}^D \frac{\partial i_C}{\partial B} - (1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial B} - 1} \quad (A.19)$$

y sustituyendo (A.6) y (A.7) encontramos la expresión (30).

8. **Efecto de un cambio en el nivel de ingreso sobre las tasas de interés del mercado**

De las expresiones para las tasas de interés (3) y (4) tenemos:

$$\frac{di_C}{dY} = \rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \frac{dB}{dY} \quad (A.20)$$

$$\frac{di_D}{dY} = (1-r) \rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \frac{dB}{dY} \quad (A.21)$$

y sustituyendo (30) encontramos las diferenciales totales (31) y (32).

**ANEXO 3**  
**MODELO CON ENCAJE MARGINAL**

El análisis anterior puede ser ampliado para tener en cuenta la existencia de encajes marginales, los cuales son aplicados por encima de un nivel de depósitos establecido por la autoridad monetaria  $\bar{D}$ . El problema de un banco que enfrenta además del encaje ordinario un encaje marginal,  $r_m$ , sobre los depósitos por encima de dicho nivel, cuando existe riesgo de tasa de interés es dado por:

$$\begin{aligned} \text{Max } & (D + B - R)i_C - Di_D - Bi_{BC1} - B(1 + i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] - k(D, C, B) - \frac{\rho}{2}(B(1 + i_{BC1}))^2 \text{Var}[\tilde{i}_{BC2}] \\ \text{s.a. } & R = rD + r_m(D - \bar{D}) \end{aligned}$$

y las condiciones de primer orden, suponiendo retornos constantes de escala, son:

$$i_C = i_{BC1} + (1 + i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B(1 + i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_C + \gamma_B \quad (\text{A.22})$$

$$i_D = (1 - r - r_m)[i_{BC1} + (1 + i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B(1 + i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_B] - \gamma_D \quad (\text{A.23})$$

Las cuales difieren con respecto al análisis anterior solamente en el encaje marginal que aparece en la ecuación para la tasa de los depósitos bancarios (ecuación (A.23)), ya que, al igual que antes, la tasa de los créditos no depende directamente de los encajes (ecuación (A.22)).

Por su parte, si los bancos no enfrentan ningún riesgo de tasa de interés, así que  $E[\tilde{i}_{BC2}] = i_{BC2}$  y  $\text{Var}[\tilde{i}_{BC2}] = 0$ , las tasas de interés que maximizan las ganancias de los bancos están dadas por:

$$i_C = i_{BC1} + (1 + i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_C + \gamma_B \quad (\text{A.24})$$

$$i_D = (1 - r - r_m)[i_{BC1} + (1 + i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_B] - \gamma_D \quad (\text{A.25})$$

El análisis de estática comparativa para cada caso parte del balance del sector financiero en equilibrio:  $C^D(i_C, Y) = D^S(i_D, Y)(1 - r - r_m) + r_m \bar{D} + B$  y de las ecuaciones respectivas para las tasas de interés. Dicho análisis sugiere que la introducción de un encaje marginal implica un efecto adicional al del encaje ordinario, sobre el nivel de crédito con el Banco Central. La imposición de este nuevo encaje reduce en una mayor proporción la cantidad de fondos disponibles por parte de los bancos comerciales, generándoles una mayor necesidad de endeudamiento con el Banco Central para cubrir la demanda de crédito por parte del público, así:  $\frac{dB}{dr_m} > 0$ . Tal incremento, sin embargo, es menor cuando existe riesgo de tasa de interés (ecuaciones (A.28) – (A.29)).

El efecto del encaje marginal sobre las tasas de interés es diferente bajo los dos escenarios. De esta forma, cuando no existe riesgo de tasa de interés el encaje marginal hace más costoso el fondeo de los bancos con depósitos, de modo que los bancos transfieren dicho costo a los usuarios reduciendo su tasa de interés,  $\frac{di_D}{dr_m} < 0$  (ecuación (A.34)). Sin embargo, dado que los encajes no afectan directamente la tasa de interés de los créditos, el efecto del encaje marginal sobre la tasa activa es nulo  $\frac{di_C}{dr_m} = 0$  (ecuación (A.35)).

Por su parte, el efecto de dicho encaje sobre las tasas de interés de mercado bajo la existencia del riesgo de tasa de interés es ambiguo para la tasa de depósitos,  $\frac{di_D}{dr_m} > 0$  (ecuación (A.36)), y positivo para la tasa activa,  $\frac{di_C}{dr_m} > 0$  (ecuación (A.37)). Un encaje marginal bajo la existencia de riesgo de tasa de interés, no solo hace más costosos los depósitos como fuente de financiamiento para los bancos, sino que aumenta la exposición al riesgo por parte de estos al hacer necesaria la financiación con el Banco Central. De esta forma, si el costo de los depósitos generado por el mayor nivel de encaje es menor que el riesgo de enfrentar una tasa incierta con el Banco Central, entonces los bancos preferirán demandar más depósitos, aumentando su tasa de interés, para satisfacer la demanda de crédito. El efecto positivo sobre la tasa de los créditos se debe al hecho que ahora la fuente de financiación alternativa a los depósitos, el crédito con el Banco Central, implica un riesgo

que antes no existía. Así que, dicho costo será transmitido a los usuarios del crédito vía una mayor tasa de interés.

**1. Efecto de un cambio en el encaje ordinario sobre el nivel de crédito con el Banco Central:**

Sin riesgo de tasa de interés:

$$\frac{dB}{dr} = D^S(.) + (1-r-r_m)D_{i_D}^S(i_{BC1} + (1+i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_B) > 0 \quad (A.26)$$

Con riesgo de tasa de interés:

$$\frac{dB}{dr} = \frac{-\left[ D^S(.) + (1-r-r_m)D_{i_D}^S(i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \gamma_B + \rho B(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2})) \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \left[ C_{i_C}^D - (1-r-r_m)^2 D_{i_D}^S \right] - 1} > 0 \quad (A.27)$$

**2. Efecto de un cambio en el encaje marginal sobre el nivel de crédito con el Banco Central:**

Sin riesgo de tasa de interés:

$$\frac{dB}{dr_m} = D^S(.) - \bar{D} + (1-r-r_m)D_{i_D}^S(i_{BC1} + (1+i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_B) > 0 \quad (A.28)$$

Con riesgo de tasa de interés:

$$\frac{dB}{dr_m} = \frac{-\left[ D^S(.) - \bar{D} + (1-r-r_m)D_{i_D}^S(i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \gamma_B + \rho B(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2})) \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \left[ C_{i_C}^D - (1-r-r_m)^2 D_{i_D}^S \right] - 1} > 0 \quad (A.29)$$

**3. Efecto de un cambio en el encaje ordinario sobre las tasas de interés:**

Sin riesgo de tasa de interés:

$$\frac{di_D}{dr} = \frac{\partial i_D}{\partial r} = -(i_{BC1} + (1+i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_B) < 0 \quad (A.30)$$

$$\frac{di_C}{dr} = \frac{\partial i_C}{\partial r} = 0 \quad (\text{A.31})$$

Con riesgo de tasa de interés:

$$\frac{di_D}{dr} = - \frac{\left[ i_{BC1} + (1+i_{BC1}) E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_B \right] \left[ \rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) C_{ic}^D - 1 \right] + \left[ (1-r-r_m) \rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) D^S(\cdot) \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[ C_{ic}^D - (1-r-r_m)^2 D_{id}^S \right] - 1} > 0 \quad (\text{A.32})$$

$$\frac{di_C}{dr} = -\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[ \frac{\left[ D^S(\cdot) + (1-r-r_m) D_{id}^S \left( i_{BC1} + (1+i_{BC1}) E[\tilde{i}_{BC2}] + \gamma_B + \rho B(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \right) \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[ C_{ic}^D - (1-r-r_m)^2 D_{id}^S \right] - 1} \right] > 0 \quad (\text{A.33})$$

#### 4. Efecto de un cambio en el encaje marginal sobre las tasas de interés:

Sin riesgo de tasa de interés:

$$\frac{di_D}{dr_m} = \frac{\partial i_D}{\partial r_m} = -(i_{BC1} + (1+i_{BC1}) i_{BC2} + \gamma_B) < 0 \quad (\text{A.34})$$

$$\frac{di_C}{dr_m} = \frac{\partial i_C}{\partial r_m} = 0 \quad (\text{A.35})$$

Con riesgo de tasa de interés:

$$\frac{di_D}{dr_m} = - \frac{\left[ i_{BC1} + (1+i_{BC1}) E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_B \right] \left[ \rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) C_{ic}^D - 1 \right] + \left[ (1-r-r_m) \rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) (D^S(\cdot) - \bar{D}) \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[ C_{ic}^D - (1-r-r_m)^2 D_{id}^S \right] - 1} > 0 \quad (\text{A.36})$$

$$\frac{di_C}{dr_m} = -\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[ \frac{\left[ D^S(\cdot) - \bar{D} + (1-r-r_m) D_{id}^S \left( i_{BC1} + (1+i_{BC1}) E[\tilde{i}_{BC2}] + \gamma_B + \rho B(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \right) \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[ C_{ic}^D - (1-r-r_m)^2 D_{id}^S \right] - 1} \right] > 0 \quad (\text{A.37})$$